

# Zvučna snaga vibrirajuće kvadratne ploče

---

Oštrić, Lovro

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:991378>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-22**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij strojarstva

Diplomski rad

**ZVUČNA SNAGA VIBRIRAJUĆE KVADRATNE PLOČE**

Rijeka, siječanj 2023.

Lovro Oštrić

0069077693

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij strojarstva

Diplomski rad

**ZVUČNA SNAGA VIBRIRAJUĆE KVADRATNE PLOČE**

Mentor: Prof. dr. sc. Sanjin Braut

Komentor: Izv. prof. dr. sc. Ante Skoblar

Rijeka, siječanj 2023.

Lovro Oštrić

0069077693



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij strojarstva

### IZJAVA

Sukladno članku 9. pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku preddiplomskih sveučilišnih studija Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, ja, Lovro Oštrić, student diplomskog sveučilišnog studija strojarstva, izjavljujem da sam samostalno izradio diplomski rad na temu „Zvučna snaga vibrirajuće kvadratne ploče“ u suradnji s mentorima prof. dr. sc. Sanjinom Brautom i izv. prof. dr. sc. Antom Skoblarom.

Rijeka, siječanj 2023.

---

Lovro Oštrić

0069077693

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. MATEMATIČKI MODEL TANKE PLOČE .....	2
2.1. Stanje naprezanja .....	2
2.2. Definiranje polja pomaka .....	4
3. VIBRACIJE PLOČE .....	6
3.1. Slobodne vibracije ploče .....	6
3.1.1. Jednostavni (zglobni) oslonaci .....	6
3.2. Prisilne vibracije ploče .....	7
3.2.1. Prisilne vibracije ploče s koncentriranom silom .....	9
4. AKUSTIČKA RADIJACIJA VIBRIRAJUĆE PLOČE .....	11
5. REZULTATI .....	14
5.1. Vlastite frekvencije i vlastiti oblici vibriranja .....	15
5.1.1. Vlastite frekvencije i vlastiti oblici vibriranja, ANSYS .....	17
5.2. Prisilno gibanje ploče koncentriranom silom .....	20
5.2.1. Prisilno gibanje ploče koncentriranom silom, ANSYS .....	20
5.2.2. Usporedba pomaka točke .....	21
5.3. Tlak na površini ploče .....	24
5.4. Akustička snaga ploče .....	26
5.5. Utjecaj promjena dimenzije ploče na njezinu snagu .....	30
5.6. Razlika akustičke snage ploče pri promjeni materijala ploče .....	32
5.7. Razlika akustičke snage ploče različitih pozicija sile .....	34
6. ZAKLJUČAK .....	36
7. LITERATURA .....	37
8. POPIS VARIJABLI .....	38
9. POPIS SLIKA .....	40
10. SAŽETAK .....	41
ABSTRACT .....	42

## 1. UVOD

U prvome dijelu ovoga rada, pomoću jednadžbi gibanja, izvode se vlastite frekvencije i vlastiti oblici vibriranja za jednostavno oslonjenu, tj. analiziraju se slobodne vibracije te ploče [1-6]. Analiza prisilnih vibracija nalazi se u središnjem dijelu ovoga rada, s primarnim fokusom na prisilne vibracije uz koncentriranu silu. Konačno, kako vibracije ploče stvaraju različite pritiske u zraku na ploči, tako se u samome zraku šire zone višeg i nižeg tlaka. Analiza tog zračenja zvučnom snagom, nalazi se na kraju teorijskog dijela.

Rezultati i usporedba istih je glavni dio ovoga rada. Za dobivanje rezultata potrebno je izraditi simulaciju primjenjivanjem matematičkih modela [7]. U tu svrhu koristi se programskom jeziku Python. Rezultati tih simulacija se uspoređuju s rezultatima profesionalnog softwera za analizu vibriranja i s rezultatima iz literature kako bi se prikazala točnosti simulacije.

Ova je analiza primjenjiva u širokom spektru struke. Najviše u svrhu konstrukcije strojeva koji služe za širenje zvuka, kao što su zvučnici [8]. Zadnji dio ovoga rada će se najviše fokusirati na ovo područje, no analizu se može primjeniti za smanjenje neželjene buke kao kod npr. kućanskih aparata [9].

## 2. MATEMATIČKI MODEL TANKE PLOČE

Za izradu matematičkog modela vibriranja tanke ploče postavljene su sljedeće pretpostavke po Kirchoff-Love teoriji ploča s ciljem definiranja diferencijalnih jednadžbi gibanja:

1. Debljina  $h$  ploče je mala u odnosu na njene ostale dimenzije.
2. U srednjoj ravnini ploče neće se pojaviti ravninske deformacije tijekom poprečnog gibanja ploče.
3. Poprečni otklon  $w$  je mali u usporedbi s debljinom ploče. Komponente pomaka srednje plohe ploče su male u usporedbi s debljinom ploče.
4. Zanemaruje se utjecaj poprečne posmične deformacije. Ravni presjeci okomiti na središnju plohu prije deformacije ostaju okomiti na središnju plohu nakon deformacije ili savijanja.
5. Poprečna normalna deformacija  $\varepsilon_{zz}$  pri poprečnom opterećenju može se zanemariti. Poprečno normalno naprezanje  $\sigma_{zz}$  je malo i stoga se može zanemariti u usporedbi s ostalim komponentama naprezanja
6. Učinak rotacijske tromosti je zanemaren.

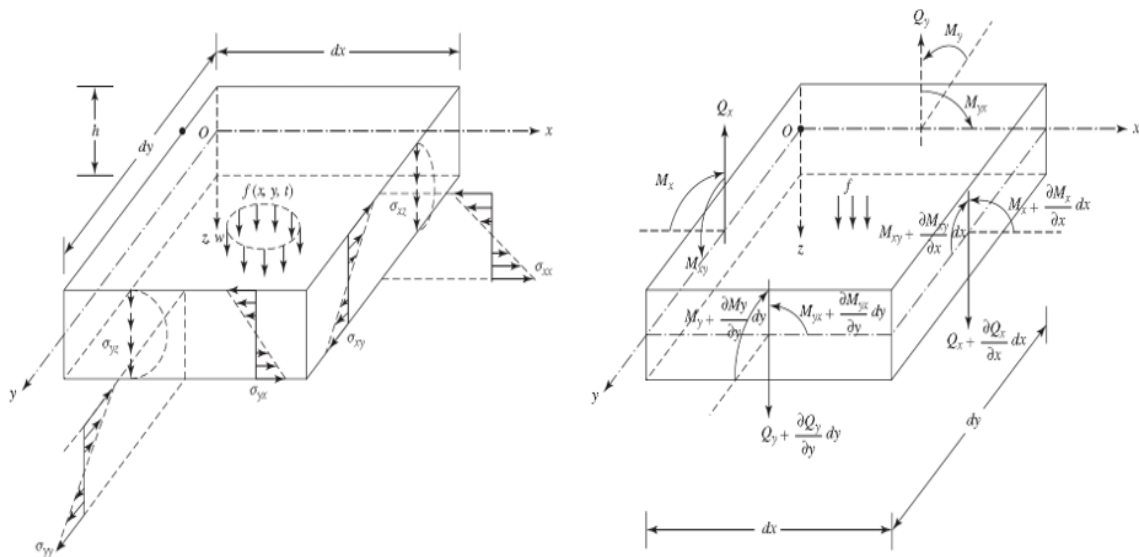
Gibanje ploče prati se pomoću Descartesovog koordinatnog sustava. Pretpostavlja se da se središnja ploha ploče poklapa s ravninom  $xy$  prije deformacije, a otklon srednje površine definiran je s  $w(x, y, t)$ .

### 2.1. Stanje naprezanja

Za tanke ploče izložene silama savijanja, odnosno poprečnim opterećenjima i momentima savijanja, izravno naprezanje u smjeru  $z$  ( $\sigma_{zz}$ ) obično se zanemaruje. Komponente naprezanja različite od nule su  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yz}$  i  $\sigma_{xz}$ . Budući da razmatramo samo deformacije savijanja, rezultirajućih sila u smjerovima  $x$  i  $y$  nema:

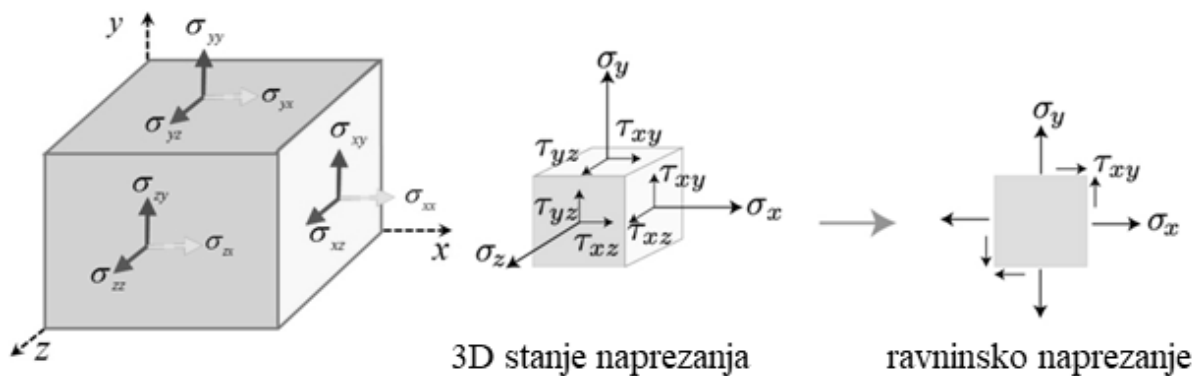
$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xx} dz = 0, \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yy} dz = 0 \quad (2.1.)$$





Slika 2.1. Deformacija ploče[1]

Kao u teoriji greda, pretpostavlja se da se naprezanja  $\sigma_{xx}$  i  $\sigma_{yy}$  mijenjaju linearno, a  $\sigma_{xz}$  (i  $\sigma_{yz}$ ) parabolично po debljini ploče.



Slika 2.2. Stanje naprezanja [1]

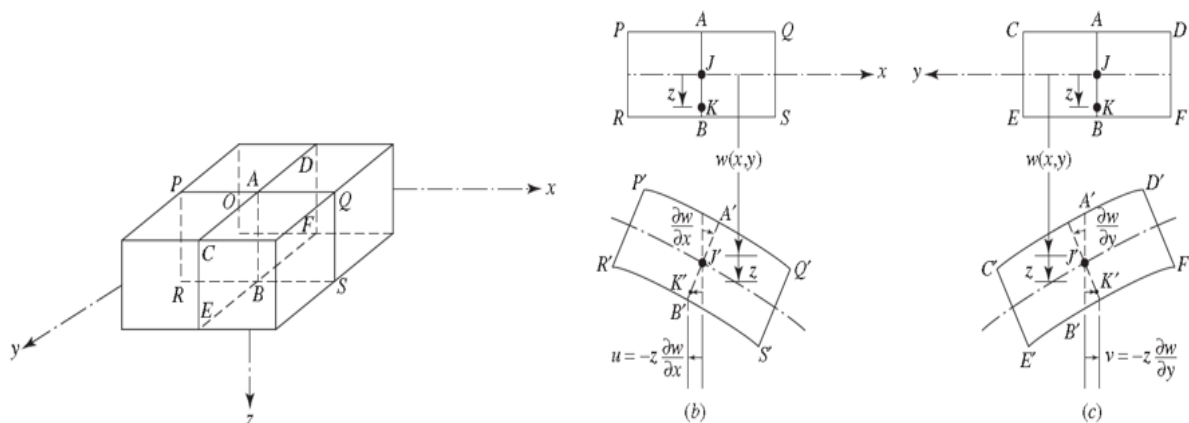
Naprezanja  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yz}$  i  $\sigma_{xz}$  koriste se za definiranje rezultantnih sila i momenta po jedinici duljine ploče, tj. slijedi uravnotežavanje sila s naprezanjima:

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xx} z dz, M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yy} z dz \quad (2.2.)$$

$$M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy} z dz = M_{yx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yx} z dz, \sigma_{yx} = \sigma_{xy} \quad (2.3.)$$

$$Q_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xz} dz, Q_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yz} dz \quad (2.4.)$$

## 2.2. Definiranje polja pomaka



Slika 2.3. Pomak točke K [1]

Pomaci točke K na slici 2.3. u  $xy$  ravnini:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.5.)$$

Korelacija s deformacijama:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -z \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (2.6.)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( -z \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad (2.7.)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( -z \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( -z \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (2.8.)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \approx 0, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (2.9.)$$

Pretpostavljamo da je ploča u stanju ravnog naprezanja. To znači da naprezanja djeluju samo u  $xy$  ravnini. Stoga se odnosi naprezanja i deformacija mogu izraziti kao:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{xx} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_{yy}, \quad (2.10.)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{yy} + \frac{\nu E}{1-\nu^2} \varepsilon_{xx} \quad (2.11.)$$

$$\sigma_{xy} = G \varepsilon_{xy} \quad (2.12.)$$

Slijede ovi izrazi:

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.12.)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.13.)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -(1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.14.)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.15.)$$

Te konačno, jednažba gibanja:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2.16.)$$

### 3. VIBRACIJE PLOČE

#### 3.1. Slobodne vibracije ploče

Granice pravokutne ploče su definirane pravcima  $x = 0$ ;  $x = a$  te  $y = 0$ ;  $y = b$ . Jednadžbe slobodnih vibracija poprima oblik:

$$D(\nabla^4 w) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

a njezino rješenje pretpostavlja se u obliku:

$$w(x, y, t) = W(x, y)T(t) \quad (3.2)$$

Iz (3.1) dobijemo:

$$\frac{d^2 T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla^4 W(x, y) - \lambda^4 W(x, y) = 0 \quad (3.4)$$

gdje je:

$$\lambda^4 = \frac{\rho h \omega^2}{D} \quad (3.5)$$

Opće rješenje:

$$\begin{aligned} W(x, y) = & A_1 \sin(\alpha x) \sin(\beta y) + A_2 \sin(\alpha x) \cos(\beta y) + A_3 \cos(\alpha x) \sin(\beta y) + \\ & A_4 \cos(\alpha x) \cos(\beta y) + A_5 \sinh(\theta x) \sinh(\Phi y) + A_6 \sinh(\theta x) \cosh(\Phi y) + \\ & A_7 \cosh(\theta x) \sinh(\Phi y) + A_8 \cosh(\theta x) \cosh(\Phi y) \end{aligned} \quad (3.6)$$

gdje vrijedi i korelacija:

$$\lambda^2 = \alpha^2 + \beta^2 = \theta^2 + \Phi^2 \quad (3.7)$$

##### 3.1.1. Jednostavni (zglobni) oslonaci

Rubni uvjeti za jednostavni oslonac na svim stranama:

$$W(0, y) = \frac{d^2 W}{dx^2}(0, y) = W(a, y) = \frac{d^2 W}{dx^2}(a, y) = 0 \quad (3.8.)$$

$$W(x, 0) = \frac{d^2 W}{dy^2}(x, 0) = W(x, b) = \frac{d^2 W}{dy^2}(x, b) = 0 \quad (3.9)$$

Kada se koriste ovi rubni uvjeti, sve konstante  $A_i$ , osim  $A_1$ , u jednadžbi su nula; osim toga,  $\alpha$  i  $\beta$  moraju zadovoljiti dvije jednadžbe:

$$\sin(\alpha a) = 0, \sin(\beta b) = 0 \quad (3.10.)$$

To jest:

$$\alpha_m a = m\pi, m=1, 2, \dots$$

$$\beta_n b = n\pi, n=1, 2, \dots$$

Iz čega slijedi izraz za vlastite frekvencije ploče:

$$\omega_{mn} = \lambda_{mn}^2 \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}} = \pi^2 \left[ \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right] \left(\frac{D}{\rho h}\right)^{\frac{1}{2}}, m, n = 1, 2, \dots \quad (3.11.)$$

Karakteristična funkcija  $W_{mn}(x, y)$  koja odgovara  $\omega_{mn}$  može se izraziti kao:

$$W_{mn}(x, y) = A_{1mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, m, n = 1, 2, \dots \quad (3.12)$$

a vlastiti oblik vibriranja kao:

$$w_{mn}(x, y, t) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} (A_{mn} \cos \omega_{mn} t + B_{mn} \sin \omega_{mn} t) \quad (3.13.)$$

### 3.2. Prisilne vibracije ploče

U ovom odjeljku razmatramo odziv jednostavno oslonjenih pravokutnih ploča izloženih vanjskom pritisku  $f(x, y, t)$  koristeći postupak metode superponiranja oblika vibriranja. Prema tome, poprečni pomak ploče,  $w(x, y, t)$ , predstavljen je kao:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(x, y) \eta_{mn}(t) \quad (3.14.)$$

gdje su vlastiti oblici vibriranja dani s:

$$W_{mn}(x, y) = A_{1mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, m, n = 1, 2, \dots \quad (3.15.)$$

Vlastiti oblici vibriranja su normalizirani kako bi se zadovoljio uvjet normalizacije:

$$\int_0^a \int_0^b \rho h W_{mn}^2 dx dy = 1 \quad (3.16.)$$

koji daje:

$$A_{1mn} = \frac{2}{\sqrt{\rho h a b}} \quad (3.17.)$$

$$W_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{\rho h a b}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.18.)$$

Korištenjem normaliziranih vlastitih oblika vibriranja i supstituirajući rezultat u jednadžbu gibanja:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x, y, t) \quad (3.19.)$$

može se izvesti jednadžba za definiciju generaliziranih koordinata  $\eta_{mn}(t)$ :

$$\ddot{\eta}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 \eta_{mn}(t) = N_{mn}(t), m, n = 1, 2, \dots \quad (3.20.)$$

gdje je generalizirana sila  $N_{mn}(t)$  dana izrazom:

$$N_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^b W_{mn}(x, y) f(x, y, t) dx dy \quad (3.21.)$$

i vlastite frekvencije s:

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left( \frac{D}{\rho h} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right], m, n = 1, 2, \dots \quad (3.22.)$$

Rješenje jednadžbe (14.163) može se izraziti kao:

$$\eta_{mn}(t) = \eta_{mn}(0) \cos \omega_{mn} t + \frac{\dot{\eta}_{mn}(0)}{\omega_{mn}} \sin \omega_{mn} t + \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^t N_{mn}(\tau) \sin \omega_{mn} (1 - \tau) d\tau \quad (3.23)$$

Što nam daje konačni izraz:

$$\begin{aligned} w(x, y, t) = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{mn}(0) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \left[ \pi^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left( \frac{m^2}{a^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{n^2}{b^2} \right) t \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\dot{\eta}_{mn}(0) (\rho h)^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 D^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \left[ \pi^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) t \right] + \\ & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\rho h)^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 D^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \int_0^t N_{mn}(\tau) \sin \left[ \pi^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left( \frac{m^2}{a^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{n^2}{b^2} \right) t \right] d\tau \quad (3.24.) \end{aligned}$$

### 3.2.1. Prisilne vibracije ploče s koncentriranom silom

Odziv jednostavno oslonjene ploče na koju djeluje sila  $F(t)$  u točki  $x = x_0, y = y_0$ . Početni pomak i brzina jednaki su nuli.

S obzirom na te početne uvjete, odziv je dan stacionarnim rješenjem:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(x, y) \eta_{mn}(t) \quad (3.25.)$$

gdje su:

$$\eta_{mn}(t) = \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^t N_{mn}(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \quad (3.26.)$$

$$N_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^b W_{mn}(x, y) f(x, y, t) dx dy \quad (3.27.)$$

Koncentrirana sila se može izraziti kao:

$$f(x, y, t) = F(t) \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (3.28.)$$

Gdje je  $\delta(x - x_0, y - y_0)$  dvodimenzionalna prostorna Dirac delta funkcija definirana s

$$\begin{aligned} \delta(x - x_0, y - y_0) &= 0 \text{ za } x \neq x_0 \text{ i / ili } y \neq y_0 \\ \int_0^a \int_0^b \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy &= 1 \end{aligned} \quad (3.29.)$$

Vlastita frekvencija  $\omega_{mn}$  i vlastiti oblik vibriranja  $W_{mn}(x, y)$  dan je s:

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left( \frac{D}{\rho h} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right], m, n = 1, 2, \dots \quad (3.30.)$$

$$W_{mn}(x, y) = A_{1mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, m, n = 1, 2, \dots \quad (3.31.)$$

Supstituirajući (3.31.) i (3.29.) u (3.27.), dobijemo:

$$N_{mn}(t) = \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} F(\tau) \int_0^a \int_0^b \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy =$$

$$\frac{2F(\tau)}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} \quad (3.32.)$$

Pomoću (3.32.), (3.26.) možemo zapisati kao:

$$\eta_{mn}(t) = \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^t \frac{2F(\tau)}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} \sin \omega_{mn} (1 - \tau) d\tau =$$

$$\frac{2}{\omega_{mn} \sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn} (1 - \tau) d\tau \quad (3.33.)$$

Ako je  $F(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

$$\eta_{mn}(t) = \frac{2F_0}{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2) \sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} (\omega_{mn} \sin \Omega t - \Omega \sin \omega_{mn} t) \quad (3.34.)$$

Slijedi definicija svih relevantnih članova ukupnog odziva ploče:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(x, y) \eta_{mn}(t) \quad (3.35.)$$

gdje je:

$$W_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$\eta_{mn}(t) = \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} \frac{F_0}{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2)} (\omega_{mn} \sin(\Omega t) - \Omega \sin(\omega_{mn} t))$$

za stacionarno rješenje koristi se

$$\eta_{mn} = \frac{F_0 \omega_{mn}}{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2)} \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b}$$

Ukupan odziv:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \frac{F_0 \omega_{mn}}{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2)} \frac{2}{\sqrt{\rho hab}} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b}$$

$$w(x, y) = \frac{F_0^4}{\rho hab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\omega_{mn}^2 - \Omega^2)} \sin \frac{m\pi x_0}{a} \sin \frac{n\pi y_0}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$



#### 4. AKUSTIČKA RADIJACIJA VIBRIRAJUĆE PLOČE

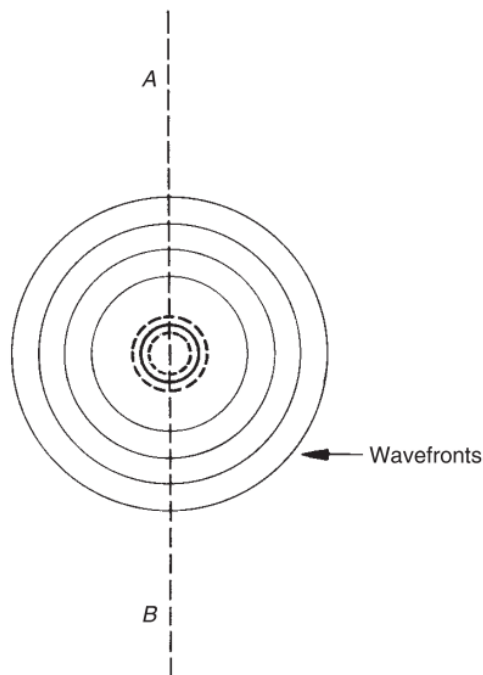
Površine koje vibriraju u dodiru s fluidom mijenjaju položaj čestica fluida u okolnom prostoru. Kao posljedica stvara se zvučno polje oko vibrirajuće površine. Prema principu superpozicije očekivano je da se zvučno polje može izračunati zbrajajući polja nastala zbog vibriranja pojedinih dijelova ukupne površine raspoređenih po cijeloj površini. Takva se praksa čini prilično jednostavnom ali izračun se uzima s djelomičnom točnošću. Razlog tomu je utjecaj ostalih tijela u fluidu, kao i činjenica da oblik vibrirajuće površine također ima dodatni utjecaj.

Polje tlaka u slobodnom polju (bez refleksije) ujednačenim, radijalnim, harmonijskim pulsiranjem sfere polumjera  $r$  na frekvenciji  $\omega$  definirano je izrazom (4.1)[2]:

$$p(r, t) = \frac{1}{1+jka} \frac{j\omega p_0 \tilde{Q}}{4\pi r} \exp \{j[\omega t - k(r - a)]\} \quad (4.1.)$$

Volumno ubrzanje jednako je brzini promjene brzine pomaka volumena fluida. Tj. ako je normalan pomak površine sfere  $\xi = \xi \exp(j\omega t)$ , onda  $(j\omega \tilde{Q})$  iznosi  $-\omega^2 4\pi a^2 \xi$ .

Zvuk je stvoren kada se brzina promjene volumena naglo promijeni, odnosno kada postoji volumno ubrzanje.



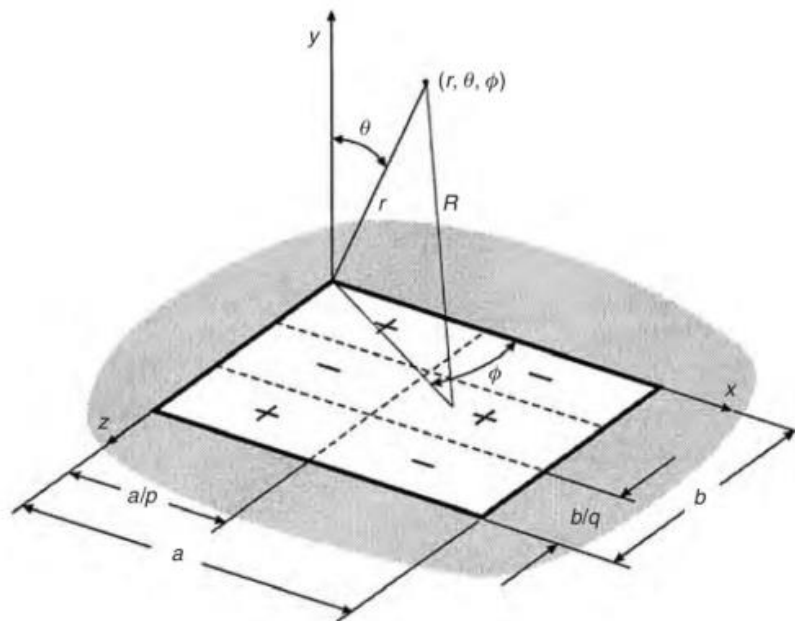
Slika 4.1. Radijacija zvučnog polja sfernog izvora [2]

Slika 4.1. ilustrira sferni izvor. Svi vektori brzine čestica moraju biti orijentirani radijalno, stoga, uz pretpostavku neviskoznog fluida, zvučno polje nema prigušenja. U slučaju vrlo male izvorne dimenzije u usporedbi s valnom duljinom ( $ka \ll 1$ , poznato kao „point monopole“), jednačba (4.1) svodi se na:

$$p(r, t) = j\omega p_0 \frac{\tilde{Q}}{4\pi r} \exp \{j(\omega t - kr)\} \quad (4.2)$$

Površinskom integracijom elementarnih izvora primjenjuje se jednačba (4.2) na konačne ravninske izvor. Integralnu formulaciju (4.3.) izveo je Lord Rayleigh (1896. godine), radi toga se integral naziva Rayleighev integral.

$$p(r, t) = \frac{j\omega p_0}{2\pi} e^{j\omega t} \int_S \frac{\tilde{v}_n(r_s) e^{-jkR}}{R} dS \quad (4.3.)$$



Slika 4.2. Koordinatni sustav ploče [2]

Za distribuciju brzina ploče koristimo se izrazom za jednostavno oslonjenu ploču:

$$u_{\omega} = u_m \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.4.)$$

gdje je:

$$0 \leq x \leq a$$

i

$$0 \leq y \leq b$$

Ako proračunamo pritisak za svaki konačni element kao i brzinu svakog konačnog elementa, možemo kreirati vektore:

$$\{\tilde{v}_e\} = [\tilde{v}_{e1} \ \tilde{v}_{e2} \ \dots \ \tilde{v}_{eR}]^T \quad (4.5.)$$

i

$$\{\tilde{p}_e\} = [\tilde{p}_{e1} \ \tilde{p}_{e2} \ \dots \ \tilde{p}_{eR}]^T \quad (4.6.)$$

Uz pretpostavku da su dimenzije elementa malene s obzirom na valnu duljinu, cijelokupna zračena zvučna snaga može se izraziti kao zbroj snage svakog elementa na način:

$$\bar{P}(\omega) = \sum_{r=1}^R \frac{1}{2} A_e \operatorname{Re} \{ \tilde{v}_{er}^* \tilde{p}_{er} \} \quad (4.7.)$$

Dobivena zvučna snaga P koristi se za dobivanje razine zvučne snage (“sound power level”) pomoću izraza:

$$L_w = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad (4.8.)$$

Za izračun zvučne snage zadanog frekventnog pojasa iz zvučne snage za jednu prisilnu frekvenciju koristi se izraz:

$$L_{w,UK} = 10 \log \left( \sum_{i=1}^n 10^{\frac{L_{wi}}{10}} \right) \quad (4.9.)$$

## 5. REZULTATI

Ovaj dio diplomskog rada sastoji se od postepenog razvijanja numeričke metode za dobivanje akustičke snage te usporedbom tih koraka s literaturom. Koraci koju su prikazani koristit će se osnovnim parametrima prikazanim ispod, osim ako nije drugačije napomenuto. Krenut će se od izračuna vlastite frekvencije, za čiju će se usporedbu koristiti ANSYS 2022. Zatim se prelazi na izračun pomaka točke, ona se također provjerava ANSYS programskim paketom. Kada je moguće proračunati pomak proizvoljne točke na ploči, moguće je odrediti pomake svih točaka na ploči. Pomaci cijele ploče su koriste se za dobivanje tlaka na površini ploče. U ovom slučaju, kako bi se napravila provjera, služit će izraz iz literature [4] koji proračunava tlak u dalekom polju. Konačno se iz tlaka dobije akustična snaga, a njena provjera se vrši usporedbom efikasnosti zračenja iz [4].

Nakon prikazanih koraka i njihovih provjera, proučava se utjecaj različitih ulaznih parametara. Ti parametri uključuju: promjenu dimenzije ploče, promjenu materijala ploče te promjenu pozicije uzbudne sile.

Ulazni parametri ploče:

$$\text{Čelik: } E=210 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2, \nu=0.3, \rho=7865.77 \text{ kg/m}^3$$

$$a = 0.5\text{m}$$

$$b = 0.3\text{m}$$

$$h = 0.0001\text{m}$$

Osnovni parametri zraka:

$$\rho_z = 1.2041 \text{ kg/m}^3$$

$$v_z = 343.26 \text{ m/s}$$

Osnovni parametri sile:

$$F = 1 \text{ N}$$

$$x_0 = 0.33 \text{ m}$$

$$y_0 = 0.2\text{m}$$

## 5.1. Vlastite frekvencije i vlastiti oblici vibriranja

Za gore navedene parametre, izračun vlastitih frekvencija pomoću Pythona za prve 4 vlastite frekvencije rezultira:

$$f_1 = 3.7152 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 6.665 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 11.583 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 11.910 \text{ Hz}$$

Ovi su rezultati gotovo identični onima koje ANSYS programski paket izračuna, a oni su:

$$f_{A1} = 3.7342 \text{ Hz}$$

$$f_{A2} = 6.721 \text{ Hz}$$

$$f_{A3} = 11.756 \text{ Hz}$$

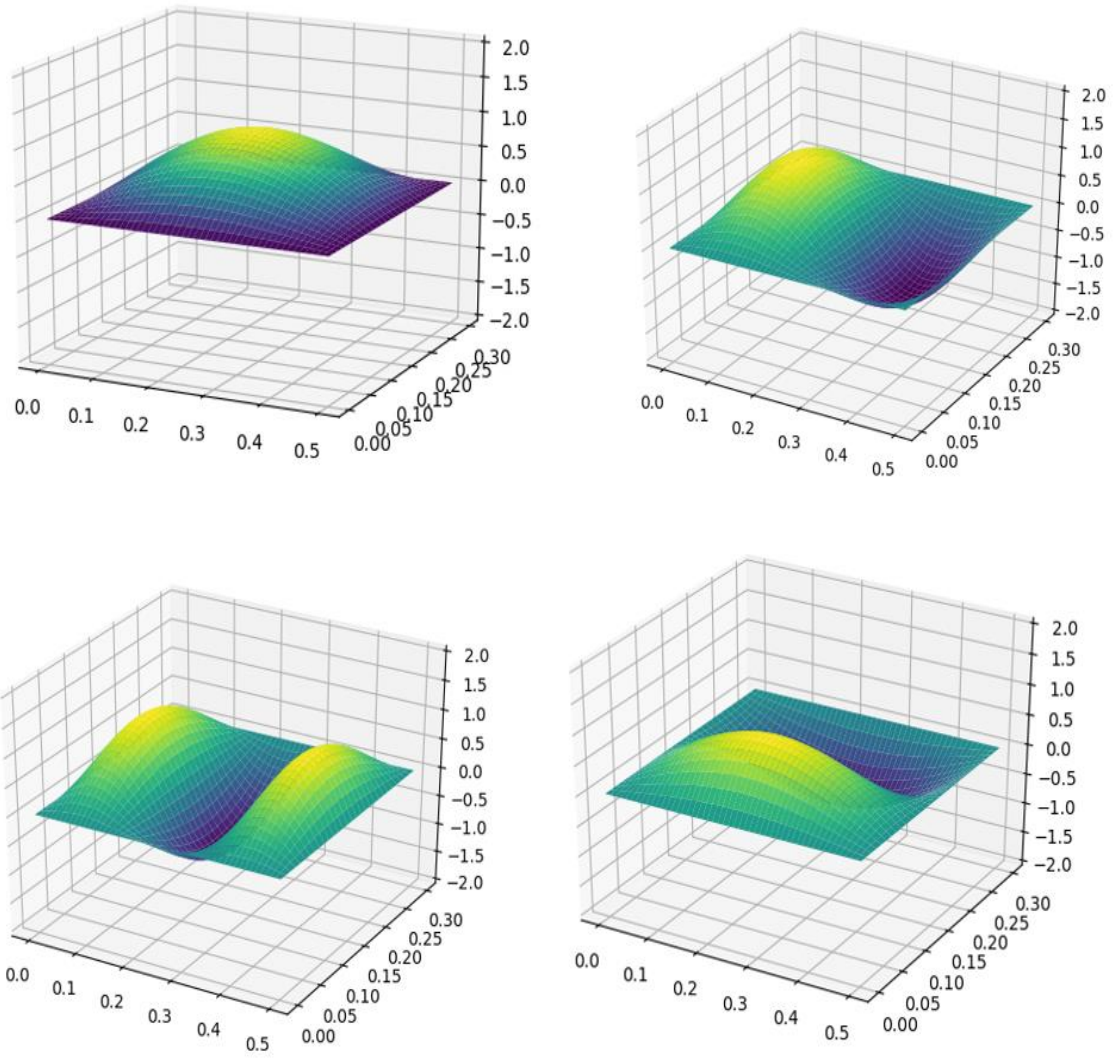
$$f_{A4} = 12.086 \text{ Hz}$$

Razlike su dovoljno malene da bi se moglo pretpostaviti da do njih dolazi radi zaokruživanja različitih softwera. No da bismo bili sigurniji usporedit će se vlastiti oblici vibriranja.

Vlastiti oblici vibriranja na temelju izraza (3.12.) definirani su veličinama (m,n) koje predstavljaju broj brijegova po osi x, tj. po osi y.

One koji su dobiveni programom Pythonom i programom ANSYS imaju iste oblike (1,1), (2,1), (3,1) i (1,2).

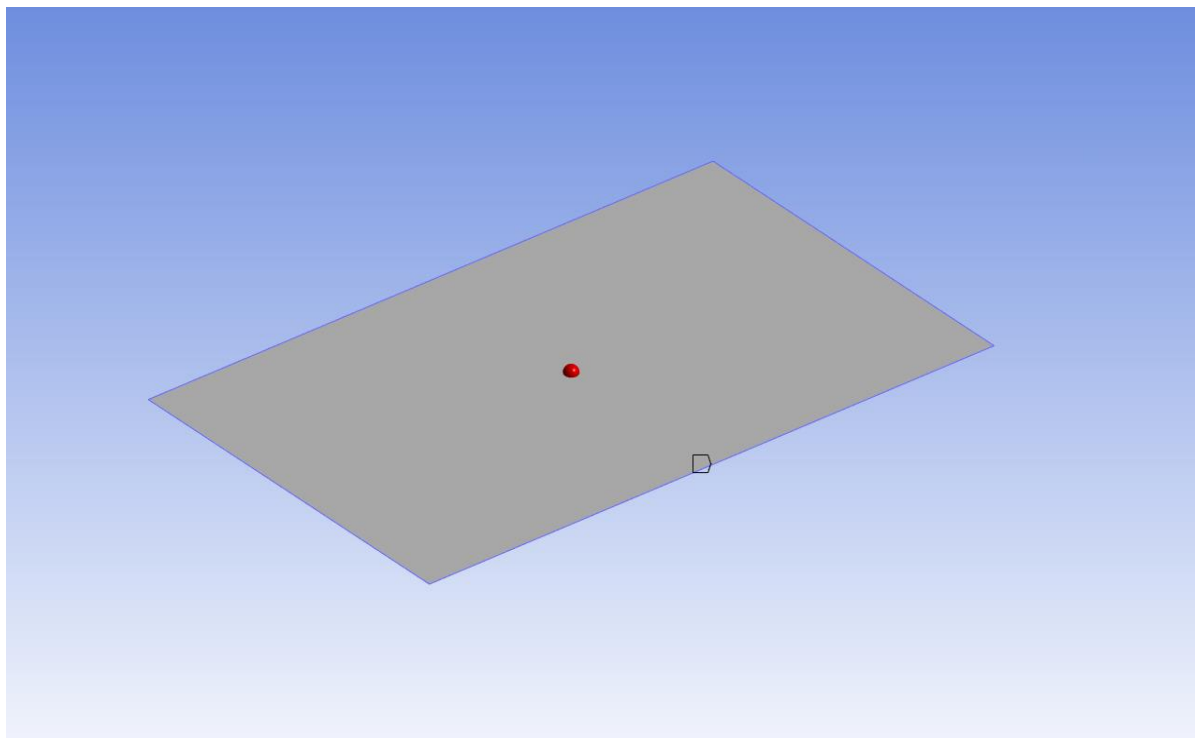
Na Slici 5.1 prikazani su vlastiti oblici vibriranja. Počevši gore lijevo, pa prema desno vidljivi su vlastiti oblici vibriranja: (1,1), (2,1), (3, 1) te konačno (1, 2).



*Slika 5.1. Izgled prvih četiri vlastitih oblika vibriranja*

### 5.1.1. Vlastite frekvencije i vlastiti oblici vibriranja, ANSYS

Prvobitno se izrađuje jednostavne geometrije u programu za 3D modeliranje. Programski paket ANSYS u sebi ima integrirani program za 3D modeliranje te je on korišten prilikom izrade ove geometrije. Zatim je potrebno je postaviti oslonce. Za to se odabiru rubovi ploče te opcija “Simply Supported”, odnosno jednostavno oslonjeni. Rubni uvjeti odgovaraju jednostavnom zglobnom osloncu po Kirchoff-Love tankih ploča.

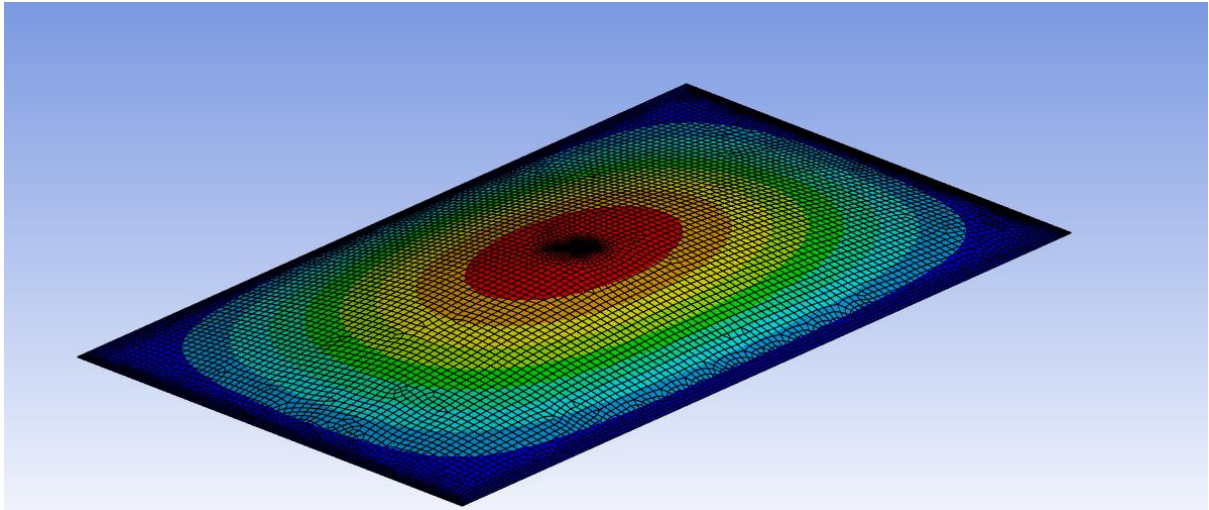


*Slika 5.2. Jednostavno oslonjena ploča u ANSYS-u*

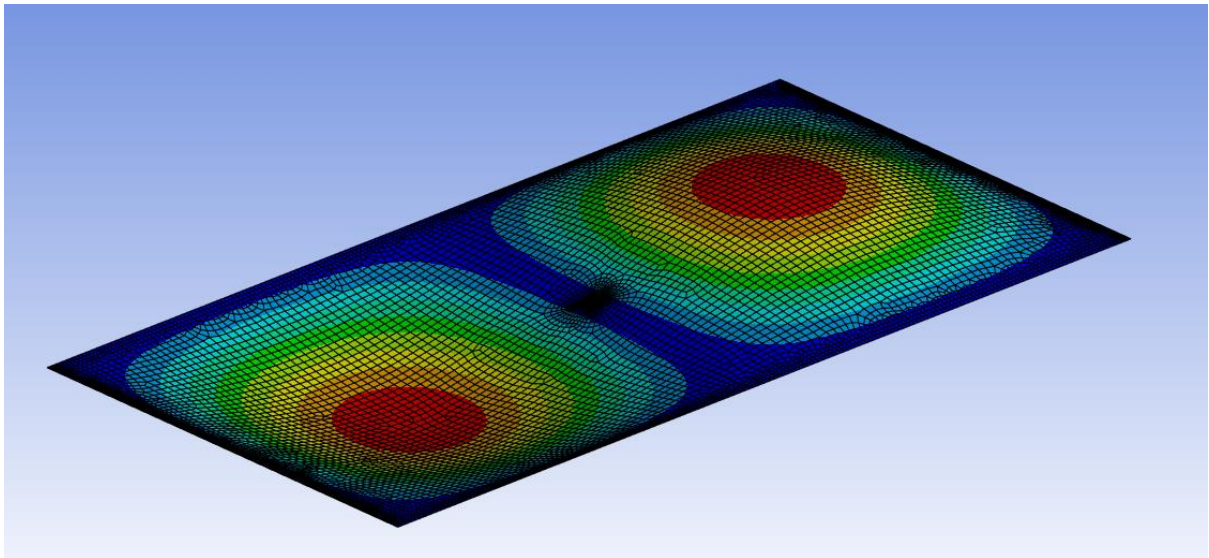
Nakon toga se cijela ploča diskretizira mrežom konačnih elemenata pomoću postavki “face” i “edge sizing”, koji određuju broj konačnih elemenata na plohi, odnosno na bridu.

Potom se uvrste parametri za materijal te se u opcijama za “Analysis Settings” odabire traženi broj vlastitih frekvencija. Pritiskom na tipku “Solve” ANSYS rješava problem.

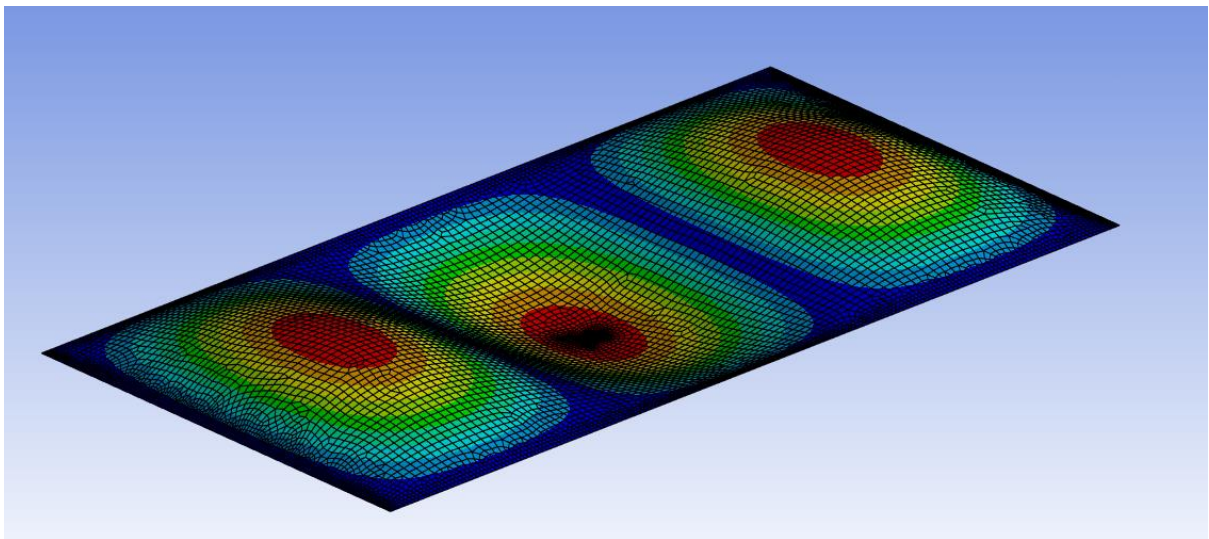
Rezultate je potrebno vizualizirati, što se radi označivanjem tih rezultata. Desnim klikom se pojavljuje izbornik u kojemu postoji opcija “Create Modal Shape Results”. Tim odabirom stvaramo grafički prikaz rezultata.



*Slika 5.3. ANSYS (1,1)*

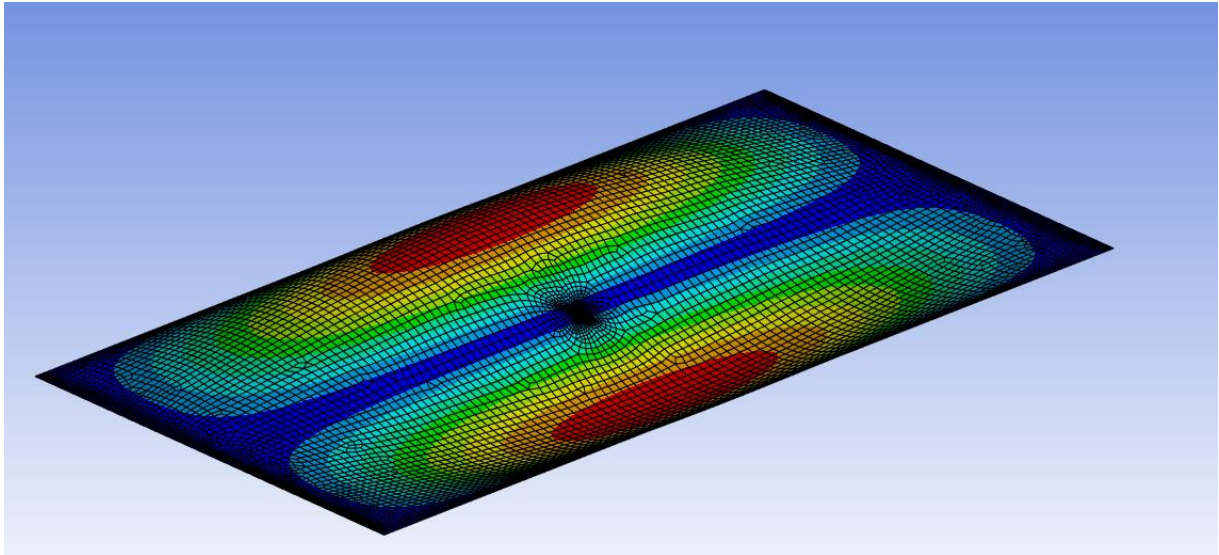


*Slika 5.4. ANSYS (2,1)*



*Slika 5.5. ANSYS (3,1)*





*Slika 5.6. ANSYS (1,2)*

Uspoređujući vizualizaciju programa Python i programa ANSYS, jasno je vidljivo da su dobiveni isti rezultati.

S obzirom da se vrijednosti vlastitih frekvencija i vlastiti oblici vibriranja podudaraju, prijeći će se na drugi korak izrade simulacije, a to je izračun pomaka točke.

## 5.2. Prisilno gibanje ploče koncentriranom silom

U ovome koraku zadaje se sila. Odabrana je pozicija:

$$x_0 = \frac{2}{3}a,$$

tj.

$$y_0 = \frac{2}{3}b$$

Ako se položaj pobude podudara s nultom linijom vlastitog oblika vibriranja, isti se neće pobuditi, ako se položaj procjene odziva podudara s nultom linijom pobuđenog vlastitog oblika vibriranja, amplituda će biti jednaka nuli ako je frekvencija pobude jednaka vlastitoj frekvenciji.

U kasnijim primjerima vidjet će se kako djeluje sila kada se pozicionira blizu centra.

Točka koju promatramo je u sredini ploče, tj. točka T(0.25,0.15).

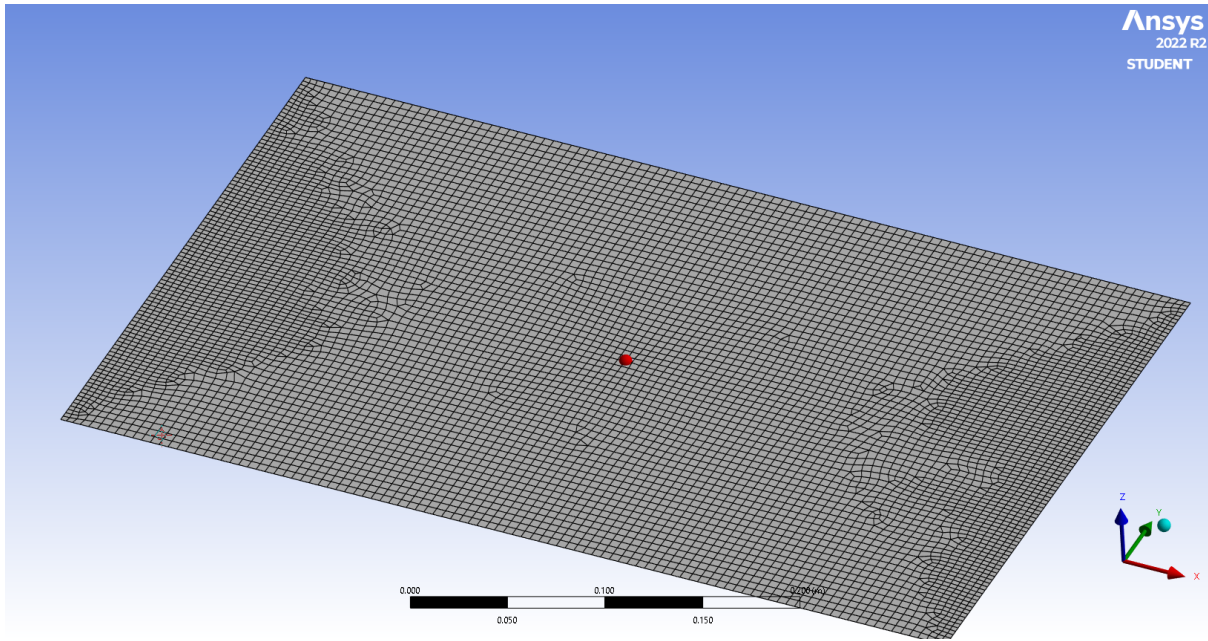
### 5.2.1. Prisilno gibanje ploče koncentriranom silom, ANSYS

Prije same usporedbe rezultata kratko će biti opisan postupak nadogradnje modela u ANSYS programskom paketu.

Na već izrađenom modelu u ANSYS “Workbenchu” dodaje se shematski blok “Harmonic Response”. Pomoću njega može se analizirati gibanje točke.

Prije odabira same točke, unosi se sila, čije podatke znamo. Konačno, odabire se točka za koju se promatra pomak (na Slici 5.4. vidljivo kao crvena točka) te frekvencijski raspon i korak za koji se računa pomak točke.

Kao u prijašnjem koraku, pritiskom na tipku “Solve” dobijemo rezultate koje je potom potrebno vizualizirati.

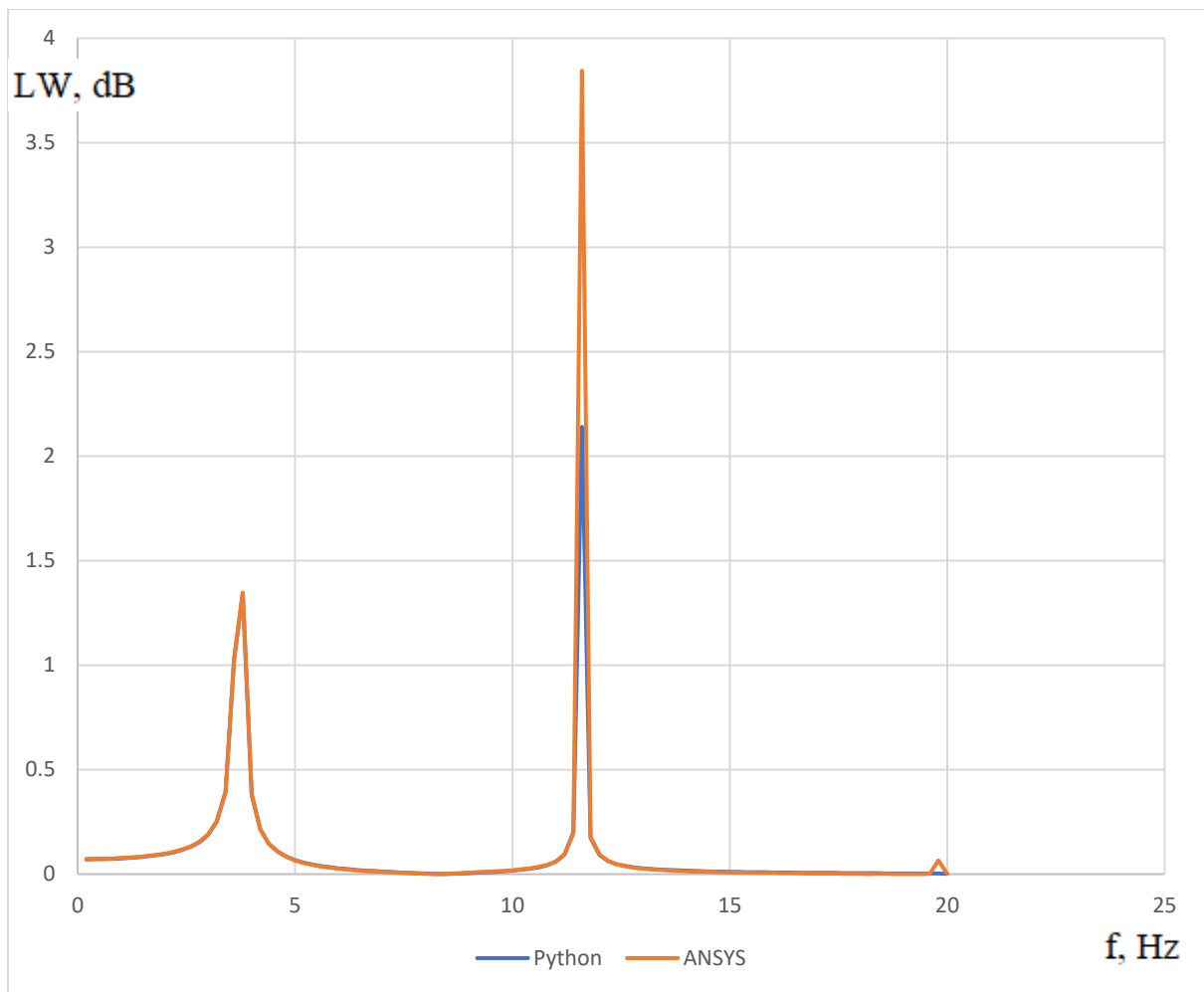


*Slika 5.7. Promatrana točka u ANSYS-u*

S obzirom da je dobivene rezultate moguće ispisati u tekstualnom obliku, radi lakšeg korištenja tih podataka, oni su kopirani u Excel tablicu, zajedno s rezultatima koji su dobiveni putem modela opisanog u radu.

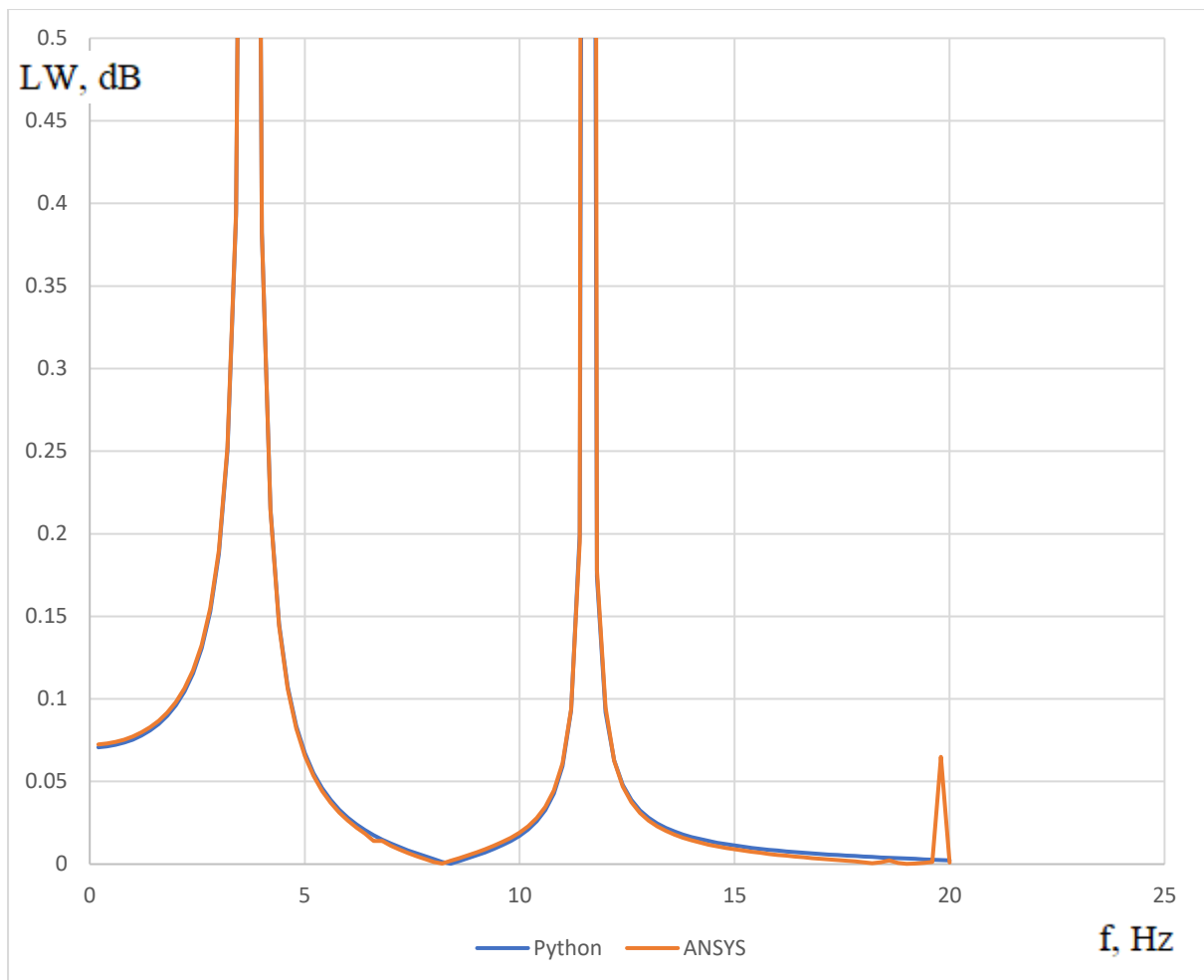
### 5.2.2. Usporedba pomaka točke

Graf prikazuje apsolutnu vrijednost pomaka točke T na osi y, u metrima. Na osi x nalazi se frekvencija, a u svrhu ispitivanja i provjere točnosti koristi se frekvencija koji obuhvaća samo prve dve vlastite frekvencije.



Slika 5.8. Usporedba ANSYS-a i Pythona

Vrijednosti na vlastitim frekvencijama nisu realne jer izračun ne uključuje prigušenje materijala. Matematički je točna amplituda točke pri rezonanciji bez prigušenja beskonačna. Iz tog razloga fokusirat će se na vrijednosti ispod 0.5m da se bolje vide razlike proračuna.



Slika 5.9. Usporedba ANSYS-a i Pythona, detalj manjih pomaka

Vidljiva su mala nepreklapanja grafova. Koristeći se statističkom analizom za svaku točku, najčešća razlika je 4%. Kada se ignoriraju rezultati nakon 15 Hz-a radi gore objašnjenog razloga, razlika pada na 0.037%.

Ovime možemo zaključiti da je ovaj korak dobro implementiran te se kreće na idući.

### 5.3. Tlak na površini ploče

Tlak je nakon dobivenog pomaka relativno jednostavan za implementirati. Formulom [3] taj tlak sadrži realnu i imaginarnu vrijednost.

$$p(x, y, 0) = -\frac{\rho\omega^2}{2\pi} \iint \frac{e^{ikr}}{r} u(x_0) dx_0 dy_0 \quad (5.1.)$$

Kako je sustav diskretiziran, odabrali smo točku u centru, istu onu koju smo analizirali u prijašnjem koraku. Njen rezultat iznosi:

$$p = (-20.7009 - 0.1091i) \text{ Pa}$$

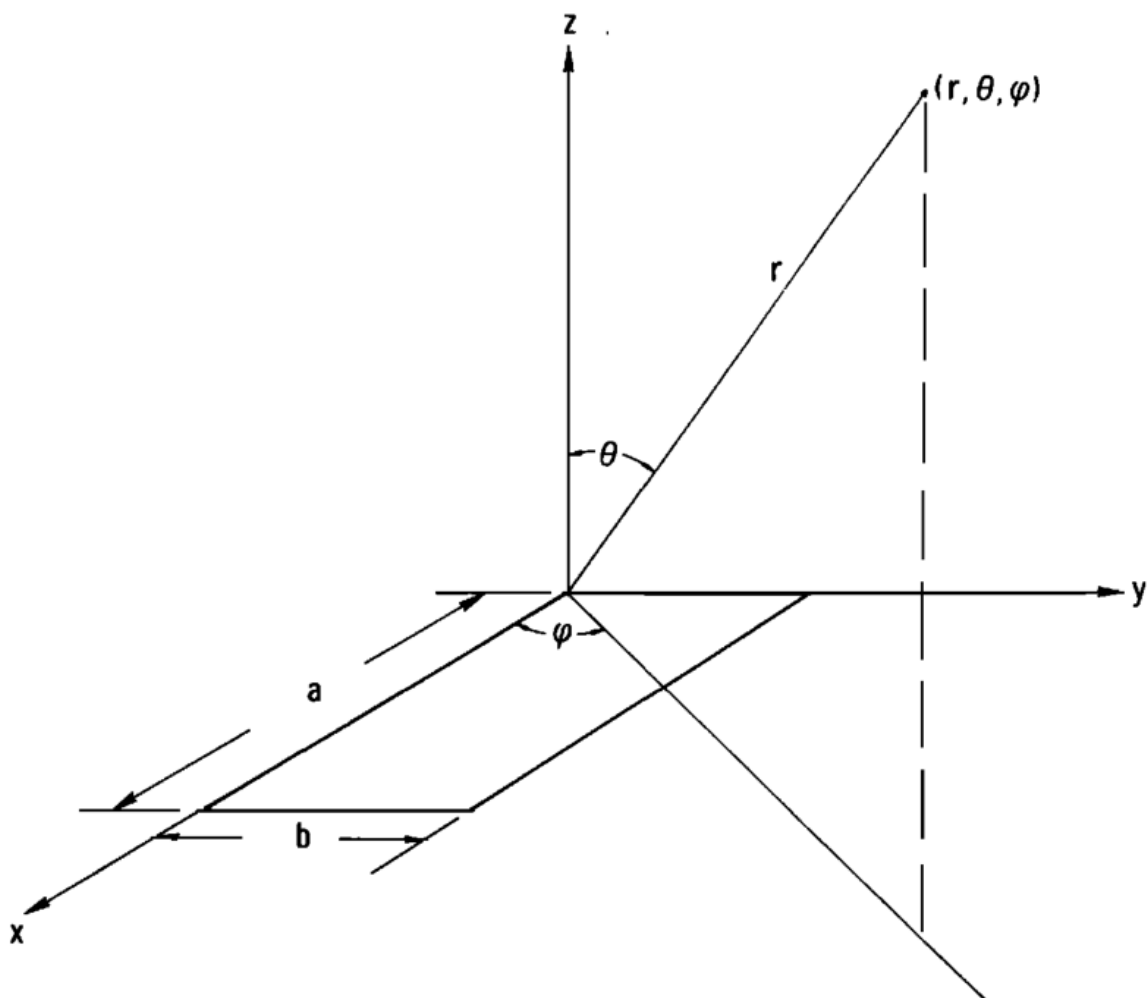
U literaturi [4] su objavljeni analitički izrazi za zvučni tlak u dalekom polju kojeg se u radu koristi za provjeru izraza (5.1)

$$p_\omega = -ik\rho c \frac{e^{ikr}}{2\pi r} \iint u_\omega(x, y) e^{-i\left(\frac{\alpha x}{a}\right) - i\left(\frac{\beta y}{b}\right)} dx_0 dy_0 \quad (5.2.)$$

gdje su:

$$\alpha = ka \sin\theta \cos\varphi \quad (5.3.)$$

$$\beta = ka \sin\theta \sin\varphi \quad (5.4.)$$



Slika 5.10. Sferni koordinatni sustav ploče [4]

U izrazima (5.2), (5.3) i (5.4) se koristi sferni koordinatni sustav pa se vrši konverzija iz Descartesovog koordinatnog sustava u sferni.

S novom funkcijom te novom jednadžbom (5.2) traži se tlak u proizvoljno odabranoj točki u dalekom polju. Točka koja je odabrana je  $T(10a, 10b, 1000)$ . Indeks za prvu formulu (formulu za Kartezijski koordinatni sustav) odabran je kao  $k$ , indeks za drugu formulu, onu u sfernom koordinatnom sustavu, odabran je kao  $s$ . Za tlak te točke rezultati su slijedeći:

$$p_k = (0.001711072 + 0.00107763i) \quad Pa$$

$$p_s = (0.00182961 + 0.00095012i) \quad Pa$$

S obzirom na lagana odstupanja. Provjerit će se za još jednu točku kako bismo utvrdili razinu točnosti. Ta točka je  $T_2(5a, 5b, 1000)$ , a njeni rezultati su:

$$p_{k2} = (0.00906358 - 0.00100301i) \quad Pa$$

$$p_{s2} = (0.00907191 - 0.00092534i) \quad Pa$$

Brojevi su vrlo maleni, pa greške u zaokruživanju također mogu biti velike postotne razlike. Realni dio prve točke razlikuje se za 7%, dok se imaginarni dio razlikuje za 13%. Te razlike su smanjene na 0.1% u realnom, tj. na 8% u imaginarnom dijelu.

Kako bismo bili sigurni, obaviti će se analiza za treću točku,  $T_3(50a, 50b, 1250)$ .

$$p_{k3} = (-0.00436803 + 0.00198348i) \quad Pa$$

$$p_{s3} = (-0.00436951 + 0.00163289i) \quad Pa$$

Razlike u imaginarnome dijelu i dalje postoje, ali se smatraju dovoljno dobrima za nastavak proračuna.

#### 5.4. Akustička snaga ploče

Integriranjem tlakova po površini ploče, uzimajući u obzir raspodjelu brzina na ploči, dobijemo snagu. Kako bi se ta snaga mogla provjeriti koristimo se literaturom [4].

Za neparni (m,n):

$$S_{mn} \sim \frac{32k^2ab}{m^2n^2\pi^5} \left\{ 1 - \frac{k^2ab}{12} \left[ \left( 1 - \frac{8}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left( 1 - \frac{8}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\}, ka, kb \ll 1 \quad (5.5.)$$

za parni (m,n):

$$S_{mn} \sim \frac{2k^6a^3b^3}{15m^2n^2\pi^5} \left\{ 1 - \frac{5k^2ab}{64} \left[ \left( 1 - \frac{24}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left( 1 - \frac{24}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\}, ka, kb \ll 1 \quad (5.6.)$$

za neparni m i parni n:

$$S_{mn} \sim \frac{8k^4ab^3}{3m^2n^2\pi^5} \left\{ 1 - \frac{k^2ab}{20} \left[ \left( 1 - \frac{8}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left( 1 - \frac{8}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\}, ka, kb \ll 1 \quad (5.7.)$$

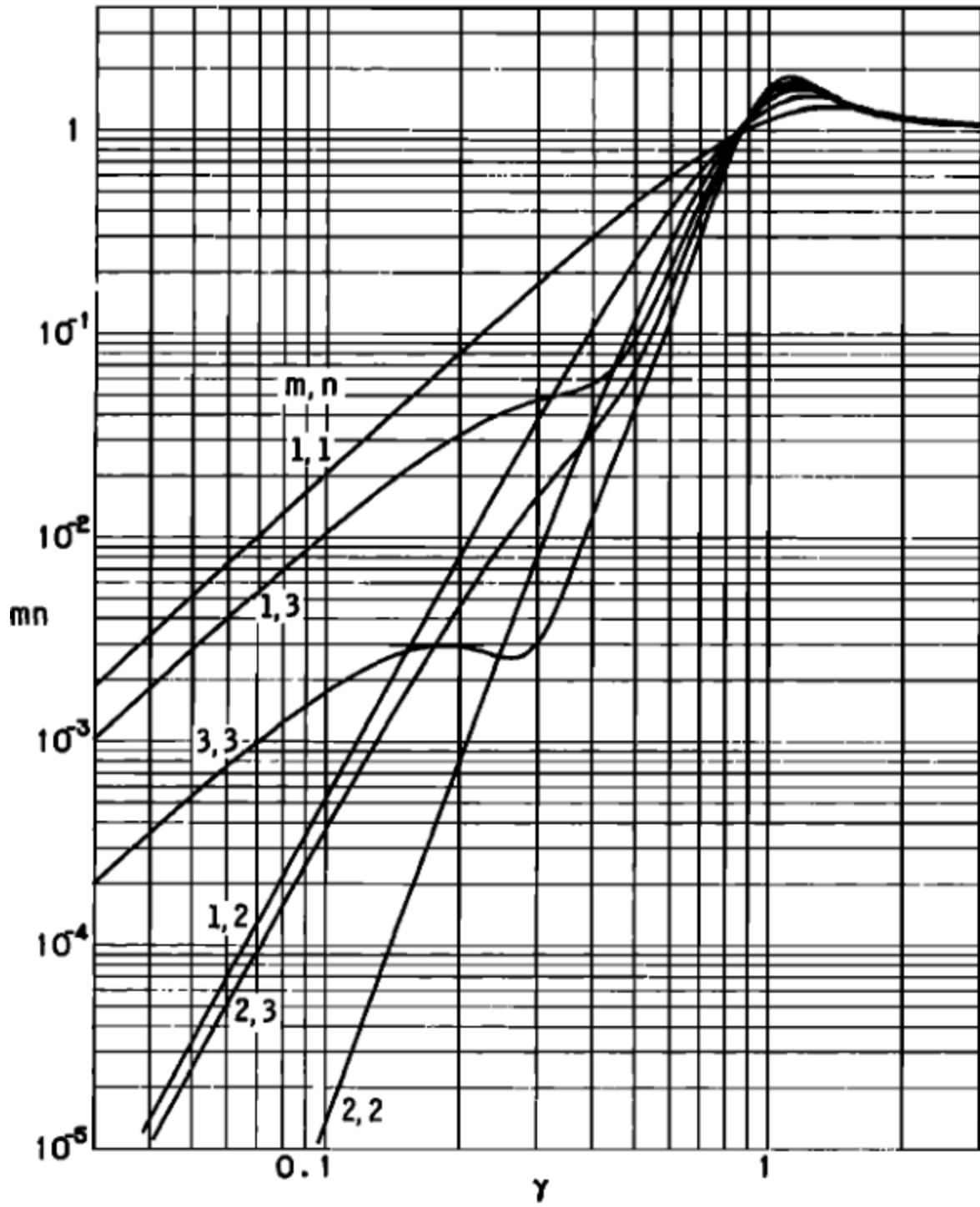
te konačno, za parni m i neparni n:

$$S_{mn} \sim \frac{8k^4ba^3}{3m^2n^2\pi^5} \left\{ 1 - \frac{k^2ab}{20} \left[ \left( 1 - \frac{8}{(m\pi)^2} \right) \frac{a}{b} + \left( 1 - \frac{8}{(n\pi)^2} \right) \frac{b}{a} \right] \right\}, ka, kb \ll 1 \quad (5.8.)$$

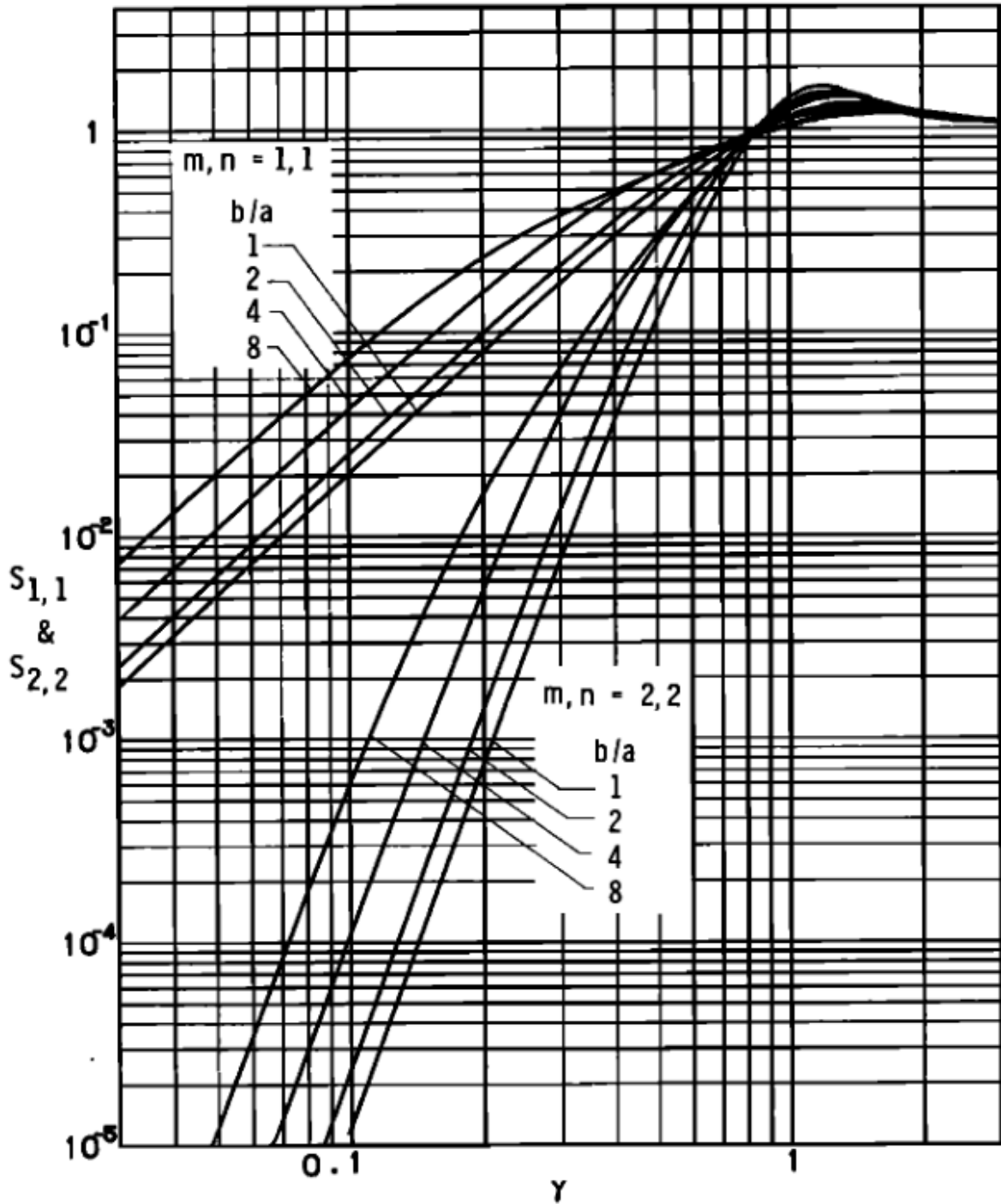
gdje je:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad (5.9.)$$





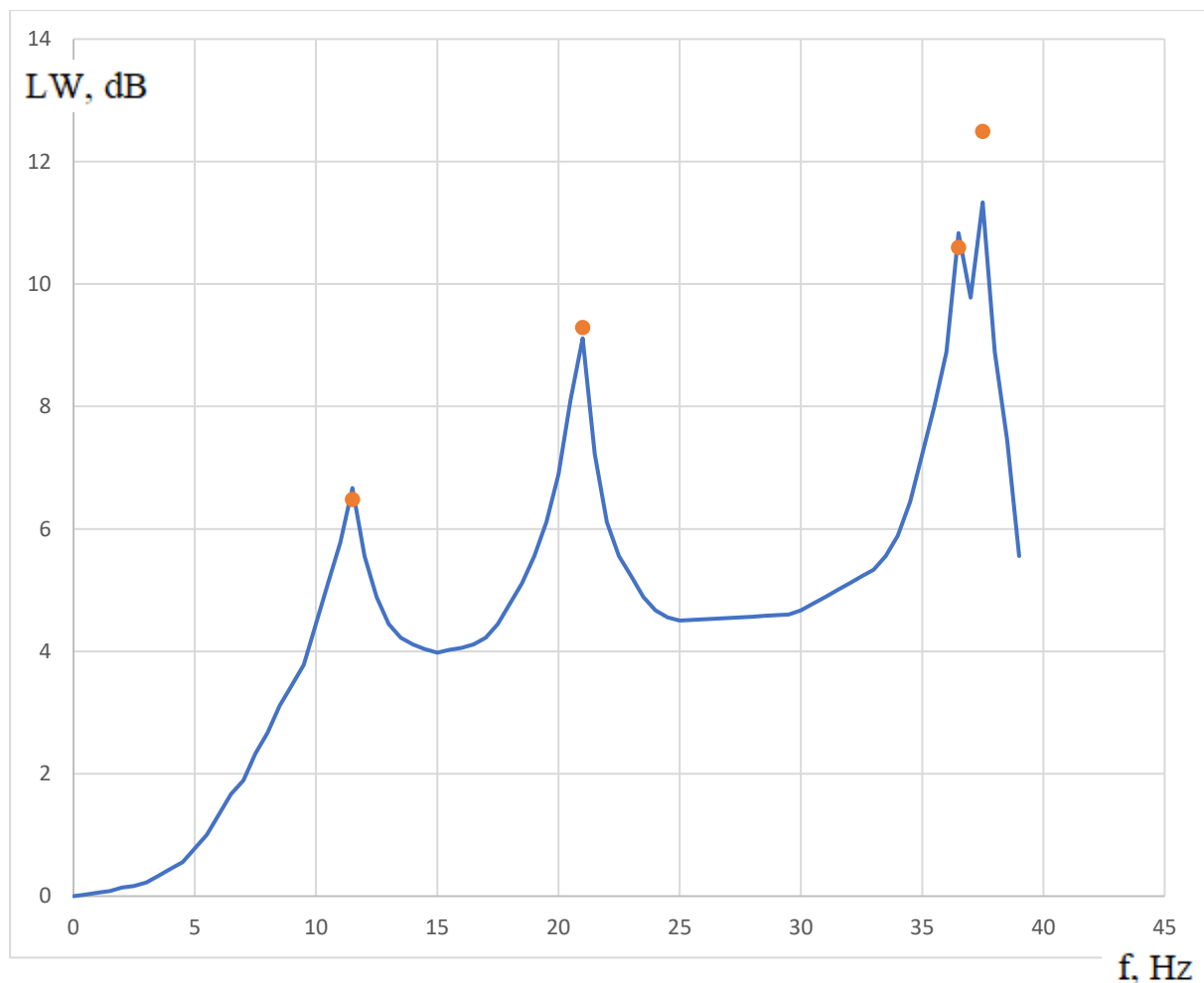
Slika 5.11. Efikasnost širenja vibracija za niske vlastite oblike vibriranja [4]



Slika 5.12. Efikasnost širenja vibracija za različite omjere stranica [4]

Bitno je za napomenuti da rezultati iz literature pružaju vrijednosti samo za pojedine vlastite oblike vibriranja, a ne i za miješavinu svih, kao što su stvarni rezultati. Radi toga će se usporedba izvršiti samo za vlastite frekvencije. Takav pothvat nije kompleksan radi toga što su one već poznate.

Kako se ne bi prikazale samo točke na grafu, proračun snage koristit će se za cijeli period frekvencija koji obuhvaća prve 4 vlastite frekvencije. Os y prikazuje snagu u dB, dok os x prikazuje frekvenciju.



Slika 5.13 Potvrda točnosti modela za izračun zvučne snage

Jasno se vidi da se poklapaju očekivani rezultati. Jedan od razloga za nepotpuno preklapanje rezultata je brzina kojom Python riješava i proračunava model. Python s većom preciznošću drastično povećava potrebno vrijeme proračuna. U tu svrhu koriste se dosta grubi koraci funkcije, a taj korak iznosi 0.5 Hz.

Još jedan razlog za nepreklapanje jest taj što oblik vibriranja nije identičan nekom n-tom obliku vibriranja jer odziv uključuje i mali utjecaj ostalih oblika vibriranja. Taj utjecaj na odziv je manji što je frekvencija prisile bliskija vlastitoj frekvenciji.

Iz svega što je do sada prikazano, zaključit će se da je model za izračun dobro postavljen te će se krenuti na promatranje utjecaja različitih ulaznih parametara.

## 5.5. Utjecaj promjena dimenzije ploče na njezinu snagu

Nakon što se utemeljilo da je model funkcionalan i točan, ulazi se u ispitivanje različitih ulaznih parametara te njihovog utjecaja na konačnu zvučnu snagu.

U idućem primjeru prikazan je graf koji sadrži 3 različite vrijednosti za dimenzije ploče. Dimenzije su, za prvi primjer:

$$a_1 = 0.5 \text{ m}$$

$$b_1 = 0.3 \text{ m}$$

Za drugi primjer:

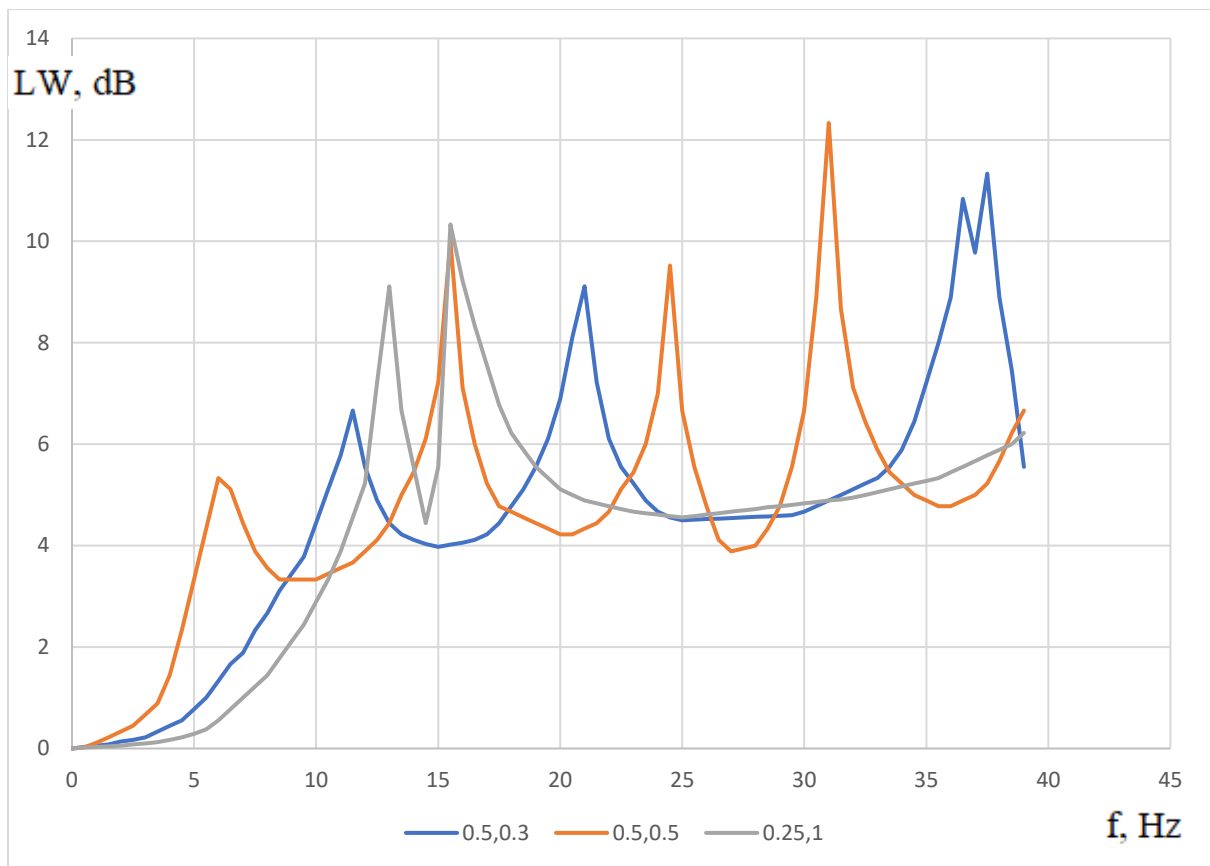
$$a_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$b_2 = 0.5 \text{ m}$$

Te konačno, za treći primjer:

$$a_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$b_3 = 1 \text{ m}$$



Slika 5.14. Usporedba akustičke snage ploča različitih dimenzija

Prvo što se može zamijetiti jest da kvadratna ploča ima najviše vlastitih frekvencija u danom frekvencijskom području. Pri konstrukciji zvučnika ova je osobina iznimno nepoželjna radi toga što u tim točkama dolazi do rezonance. Što je više rezonancija, to je zvučna reprodukcija manje točna. Nažalost, rezonancije nije moguće izbjeći, samo optimalnim položajem prisile dobiti što ujednačeniji odziv.

Problem nastanka rezonancija ako se ploča koristi za zvučnu reprodukciju može se riješiti izmjenom pobudnog signala, tj. korištenjem “equalizera” kojim se ručno podešavaju pojedine frekvencije. Ovo rješenje je funkcionalno, ali se ne preporuča radi toga što osoba koja koristi equalizer mora biti upoznata s točnom frekvencijskom krivuljom izvora zvuka (npr. zvučnika) koji se koristi.

Drugo i bolje rješenje bi bilo konstruirati izvore zvuka sa što manje rezonanci, ali da se pritom održi što glasniji zvuk u ostalim frekvencijama.

Za odabir najbolje dimenzije ponovno ćemo koristiti statistiku. Problem s rezonancom je taj što će, ako se računa prosjek, rezultat biti veći što više rezonanci ima primjer. Kako bi se takav rezultat izbjegao, koristit će se medijan. Za prikazane dimenzije medijan M iznosi:

$$M_{(0.5,0.3)} = 4.57 \text{ dB}$$

$$M_{(0.5,0.5)} = 4.78 \text{ dB}$$

$$M_{(0.25,1)} = 4.78 \text{ dB}$$

Potrebno je napomenuti da se Q faktor nije koristio za usporedbu ovih odziva iz razloga što je za njega potrebno definirati prigušenje. Model koji je obrađen u ovome radu zanemaruje prigušenje.

$$L_{W,UK1} = 24.09 \text{ dB}$$

$$L_{W,UK1} = 23.96 \text{ dB}$$

$$L_{W,UK1} = 24.27 \text{ dB}$$

Uzevši u obzir rezonance kvadratne ploče, smatra se da je u ovom slučaju najpogodnije odabrati ploču 3 s dimenzijama:

$$a_3 = 0.25 \text{ m}$$

$$b_3 = 1 \text{ m}$$

Radi toga što pruža samo 2 rezonantne frekvencije, a ima najvišu srednju glasnoću.

Prije prelaska na idući primjer, potrebno je osvrnuti se na frekvencijsko područje ovih primjera. To frekvencijsko područje ide od 0 do 282 rad/s za kružnu frekvenciju, tj. od 0 do 45 Hz.

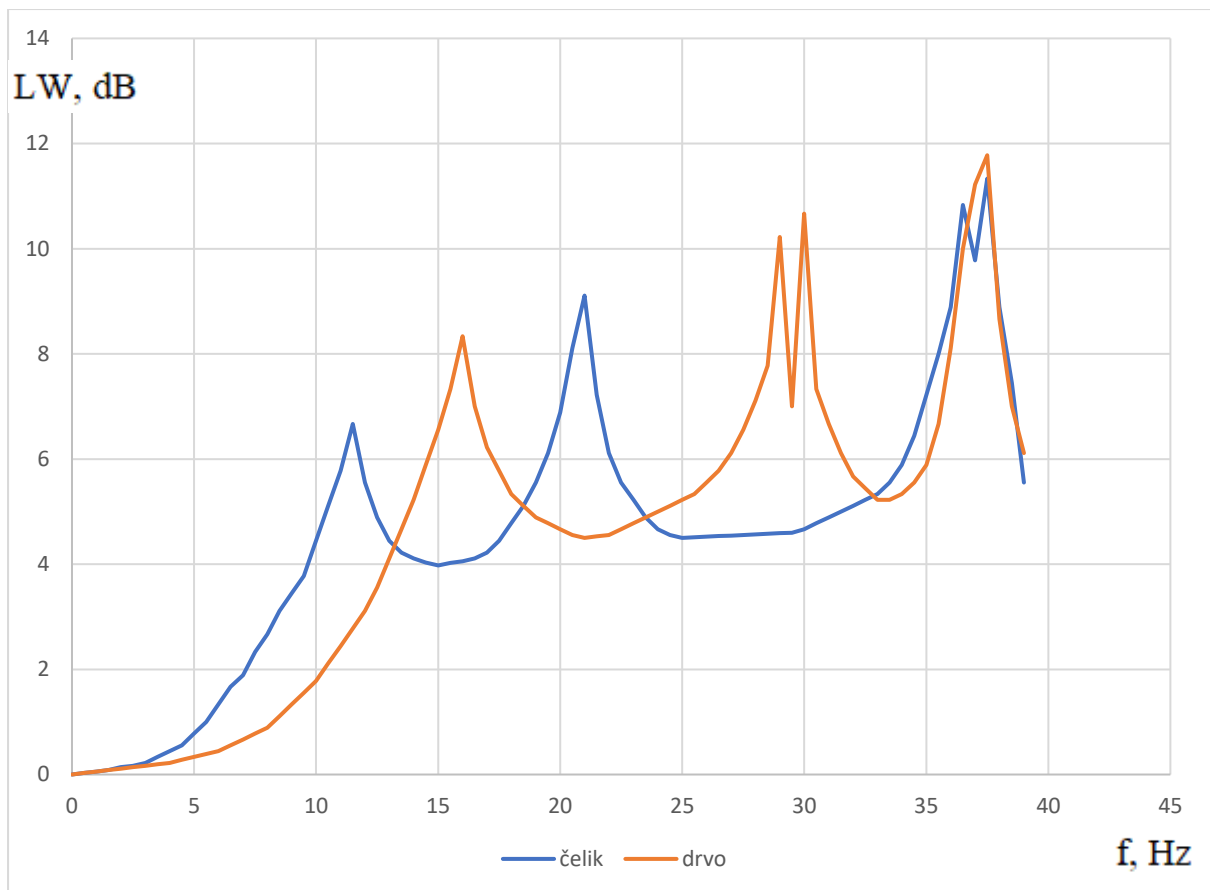
## 5.6. Razlika akustičke snage ploče pri promjeni materijala ploče

Još jedan od načina rješavanja rezonancija jest odabir materijala. Ovaj primjer se bavi upravo time, a materijale koje promatra su čelik i drvo. Za čelik su parametri dani na početku poglavlja 5., a za drvo su slijedeći:

$$E_d = 16.2 * 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$v_d = 0.3$$

$$\rho_d = 950 \text{ kg/m}^3$$



Slika 5.15. Usporedba akustičke snage ploča različitih materijala

Drvo ima višu prvu i drugu vlastitu frekvenciju. Taj se trend ne nastavlja dalje, jer se treća vlastita frekvencija nalazi prije treće vlastite frekvencije čelika, a četvrta im se vlastita frekvencija nalazi u gotovo istoj točki.

$$f_{4\check{c}} = 37.38 \text{ Hz}$$

$$f_{4D} = 37.25 \text{ Hz}$$

Radi točnosti samog modela i ova se vlastita frekvencija nalazi u istoj točki

$$f = 37.5 \text{ Hz}$$

Viši modul elastičnosti daje više vlastite frekvencije, tj. njihov manji broj. Idealni materijal je onaj kojemu su frekvencije što udaljenije i da je što veće prigušenje u samome materijalu. Radi mehaničkih svojstava drveta, točnije, radi toga što drvo bolje prigušuje vibracije od čelika, tj. ima viši koeficijent prigušenja, može se reći da je drvo pogodniji odabir.

## 5.7. Razlika akustičke snage ploče različitih pozicija sile

Zadnji prikazani način kojim se može utjecati na rezonancije jest pozicija sile na ploči, tj. pozicija aktuatora.

Uz originalne koordinate:

$$x_0 = \frac{2}{3}a,$$

i

$$y_0 = \frac{2}{3}b$$

Druge koordinate su:

$$(0.22, 0.12)$$

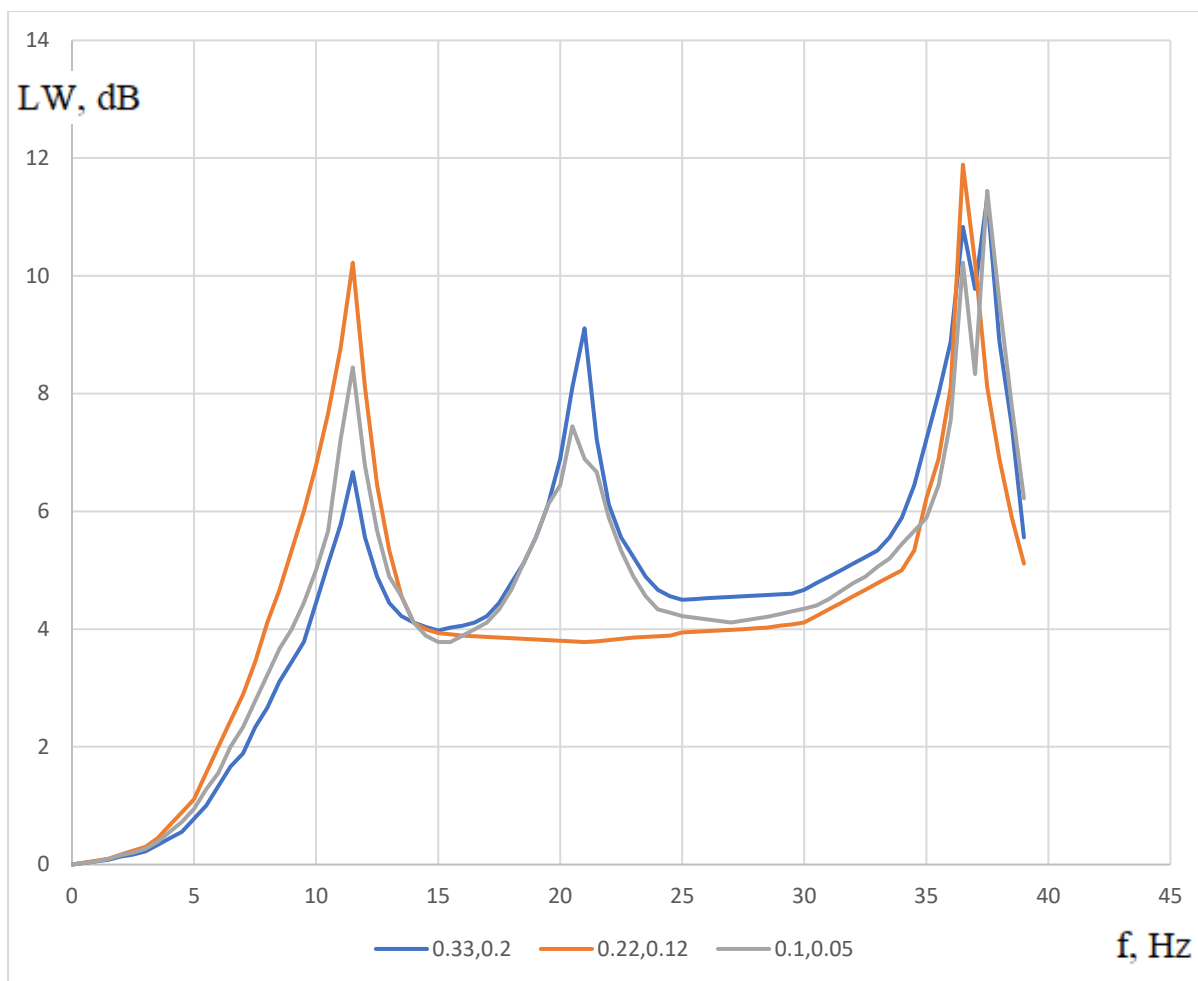
One su odabrane kako bi se pobudio 1. i 3. oblika vibriranja te prikazao njihov utjecaj na sam frekvencijski odziv.

Konačno, treće koordinate:

$$(0.1, 0.05)$$

Koje su nasumično odabrane radi usporedbe s ostalim.





Slika 5.16. Razlika akustičke snage ploče različitih pozicija sile

U ovome se grafu jasno vidi da prilikom pozicije aktuatora na sredinu preskačemo pojedine rezonance. Razlog tome je što se pobuda nalazi točno na poziciji koja pobuđuje prvu i treću vlastitu frekvenciju, dok se nalazi na neutralnoj liniji druge vlastite frekvencije. Rezultat ovoga su glasnije prva i treća rezonanca.

Nasumično odabrane koordinate su same po sebi nešto tiše od prvih koordinata, ali glasnije nego druge koordinate.

Ovaj primjer prikazuje da je najpovoljnije postaviti aktuator izvan maksimalnih vrijednosti svih pobuđenih vlastitih oblika vibriranja kako bi se dobile manje rezonantne amplitude i time ujednačeniji odziv.

## 6. ZAKLJUČAK

Zvučna snaga vibrirajuće ploče je tema koja ima korijene u ljudskoj prapovijesti, otkad su ljudi počeli koristiti muzičke instrumente. Od tog doba evoluirala je u znanstveno područje koje ima primjene izvan same reprodukcije željenih frekvencija. To uključuje automobilsku, zrakoplovnu i brodsku industriju. Osobito radi toga što je u današnje doba cilj smanjenje dimenzija. Od tihih motora i dobre zvučne izolacije do violina i zvučnika.

Rad je obuhvatio izradu matematičkog modela, njegovu implementaciju u Python te utjecaj osnovnih ulaznih parametara na konačnu zvučnu snagu.

Ovaj model, unatoč njegovoj fleksibilnosti za promjenu parametara kao što su dimenzija ploče, koordinate pobudne sile ili materijala ploče, nije ni približno cjelovit. Ograničen je rubnim uvjetom i oblikom ploče.

Također, ovim zaključkom predstavljena je nadogradnja samoga proračuna, koji je jako spor, što bi se moglo obaviti paraleliziranim računanjem. Još jedan od načina na koji bi se brži proračun mogao postići jest implementacija koda u drugom, bržem programskom jeziku, npr. C.

Nakon uspješne paralelizacije, tj. ubrzanja samog proračuna, optimizacija ulaznih parametara bila bi moguća u realnom vremenu. Za to se koristi optimizacijski softver, na primjer NOMAD ili PSO (Particle Swarm Optimization).

Konačno, potrebno je napomenuti kako je izvor literature u ovom području rada izuzetno uzak, osobito na hrvatskome jeziku, te tu postoji mjesta za rad i poboljšanje svima koje ovo područje zanima.

## 7. LITERATURA

- [1] Singiresu S. Rao: "Vibration of Continuous Systems", 2007, John Wiley & Sons
- [2] Frank Fahy, Paolo Gardonio: "Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response", 2007.; Second edition, Academic Press
- [3] Vitaly Makarenko i dr: "Parametric investigation of acoustic radiation by a beam under load and actuator forces", No.4., pp. 122 – 133, 2005, Вісник НАУ
- [4] Wallace C. E.: "Radiation Resistance of a Rectangular Panel", Vol. 51, No. 3, pp. 946-952, 1972., Radiation Physics and Chemistry
- [5] Skejo R.: "Akustička radijacija oko vibrirajuće grede", diplomski rad, 2022.
- [6] Hoskins, R.F.: "Generalized Functions", 1979., Horwood
- [7] Cunefare, K.A.: "The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams", J. Acoust. Soc. Am. 90, 2521., 1991.
- [8] Bank, G. and G.T. Hathaway: "A three-dimensional interferometric vibrational mode display", J. Audio. Eng. Soc. 29, 314. , 1981.

## 8. POPIS VARIJABLI

$a$	udaljenost zadane prisile od prvog jednostavnog oslonca; radijus
$a, b$	poprečna i uzdužna dimenzija klipa
$A_e$	površina elementarnog radijatora
$A$	površina čela klipa, površina ploče
$A, B$	konstante
$c$	brzina zvuka
$C_1, C_2, C_3, C_4$	konstante
$E$	Youngov modul elastičnosti
$I(x)$	aksijalni moment tromosti
$F_0$	amplituda zadane sile
$l, L$	duljina klipa ili ploče
$m$	masa
$M$	generalizirana masa
$M_x, M_{xy}, M_{yx}$	momenti naprezanja
$p(r, t)$	akustički tlak
$p(x, y, 0, \omega)$	površinski akustički tlak
$P(\omega)$	Akustička snaga
$r$	vektor položaja točke promatranja
$r_s$	vektor položaja elementarne površine $dS$
$S$	površina ploče
$t$	vrijeme
$T$	kinetička energija
$u$	pomak

$v$	brzina
$z$	progib
$\tilde{v}_n(r_s)$	kompleksna amplituda normalne brzine
$Q_i(t)$	Generalizirana sila
$Q$	kompleksna amplituda volumne brzine izvora
$\tilde{Q}$	volumno ubrzanje
$q_i(t)$	generalizirane/modalne koordinate
$W$	rad vanjske sile
$w(x, t)$	poprečni otklon ploče
$W(x)$	vlastiti oblici vibriranja
$\delta(x - x_0)$	delta Dirac funkcija
$\delta_{ij}$	Kronecker delta funkcija
$\varepsilon_x$	aksijalna deformacija
$\pi$	energija deformacije ploče
$\pi_0$	gustoća energije deformacije ploče
$\rho$	gustoća
$\varepsilon_\sigma$	aksijalno naprezanje
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$	komponente naprezanje po plohama
$\tau$	period
$\omega, \omega_n$	vlastita frekvencija; n-ta vlastita frekvencija, frekvencija prisile
$\lambda$	akustička duljina vala
$\Omega$	frekvencija prisile
$j\omega\rho_0\tilde{Q}$	kompleksna amplituda volumnog ubrzanja

## 9. POPIS SLIKA

Slika 2.1. Deformacija ploče.....	3
Slika 2.2. Stanje naprežanja.....	3
Slika 2.3. Pomak točke K.....	4
Slika 4.2. Radijacija zvučnog polja sfernog izvora [2].....	11
Slika 4.2. Koordinatni sustav ploče.....	12
Slika 5.1. Izgled prvih četiri vlastiti oblika vibriranja.....	16
Slika 5.2. Jednostavno oslonjena ploča u ANSYS-u.....	17
Slika 5.3. ANSYS (1,1) .....	18
Slika 5.4. ANSYS (2,1) .....	18
Slika 5.5. ANSYS (3,1) .....	18
Slika 5.6. ANSYS (1,2) .....	19
Slika 5.7. Promatrana točka u ANSYS-u .....	21
Slika 5.8. Usporedba ANSYS-a i Pythona .....	22
Slika 5.9. Usporedba ANSYS-a i Pythona, detalj manjih pomaka .....	23
Slika 5.10. Sferni koordinatni sustav ploče [4] .....	25
Slika 5.11. Efikasnost zračenja za niske vlastite oblike vibriranja [4] .....	27
Slika 5.12. Efikasnost širenja vibracija za različite omjere stranica .....	28
Slika 5.13 Potvrda točnosti modela za izračun zvučne snage.....	29
Slika 5.14. Usporedba akustičke snage ploča različitih dimenzija.....	31
Slika 5.15. Usporedba akustičke snage ploča različitih materijala .....	33
Slika 5.16. Razlika akustičke snage ploče različitih pozicija sile.....	35

## 10. SAŽETAK

Diplomski rad sadrži detaljni izvod izraza za akustičnu snagu, popraćen skicama i slikama, za primjer ploče jednostavno oslonjene na svim krajevima. Akustička snaga prikazana je grafom kao funkcija frekvencije. Snaga je dobivena koristeći izvedene izraze koji su implementirani u računalski program, a riješeni su numeričkim metodama u programskom jeziku Python. Prikazana je razlika rezultata s obzirom na drugačije ulazne parametre, tj. različite dimenzije ploče, različite materijale ploče te različite pozicije sile.

Ključne riječi: jednostavno oslonjena ploča, zvučna snaga, Python

## **ABSTRACT**

The thesis contains a detailed derivation of the expression for acoustic power, accompanied by sketches and pictures, for the example of a plate simply supported at all ends. Acoustic power is graphed as a function of frequency. The power was obtained using derived expressions that were implemented in a computer program, and were solved by numerical methods in the Python programming language. The difference in results with regard to different input parameters, i.e. different plate dimensions, different plate materials, and different force positions, is shown.

Keywords: simply supported plate, sound power, Python