

# Kinematička i dinamička analiza ravnomjerne vožnja vozila u zavoju

---

Čubranić, Fran

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:234398>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-28**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

**TEHNIČKI FAKULTET**

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**KINEMATIČKA I DINAMIČKA ANALIZA RAVNOMJERNE  
VOŽNJE VOZILA U ZAVOJU**

Mentor: Prof. dr. sc. Roberto Žigulić

Rijeka, rujan 2022.

Fran Čubranić

0069087121

## **IZJAVA**

Izjavljujem kako sam ovaj završni rad “Kinematička i dinamička analiza ravnomjerne vožnje vozila u zavoju” napravio samostalno i pod mentorstvom prof. dr. sc. Roberta Žigulića.

Rad je zadalo Povjerenstvo za završne ispite preddiplomskog sveučilišnog studija strojarstva.

Rijeka, rujan 2022.

Fran Čubranić

0069087121

## ZAHVALA

Htio bi se osobno zahvaliti mojem mentoru prof. dr. sc. Robertu Žiguliću na pomoći i potpori prilikom pisanja završnog rada.

Zahvaljujem se svojim roditeljima Aleksandru i Barbari na potpori i pomoći koju su mi pružili prilikom studiranja. Ujedno bi se htio zahvaliti svojoj djevojci Matei koja mi je pružila veliku pomoć pri izradi završnog rada.

Ujedno bi se htio zahvaliti svim svojim kolegama na savjetima i pomoći tijekom studiranja i pri izradi završnog rada.

## SADRŽAJ:

1. UVOD .....	6
2. MANEVARSKA SPOSOBNOST PRI MALIM BRZINAMA .....	8
2.1 Put s orijentacijom.....	8
2.2 Orijehtacije vozila i kotača.....	9
2.3 Upravljački sustav .....	10
2.3.1 Geometrija upravljanja šasije .....	10
2.3.2 Sile upravljačkog sustava .....	12
2.4 Jednotračni modeli .....	16
2.5 Idealno praćenje kotača i osovina .....	18
2.6 Jednotračni model za male brzine, sa Ackermanovom geometrijom.....	19
2.7 Krug okretanja.....	21
2.8 Širina prebrisane staze i prebrisane površina .....	22
2.9 Udaljavanje s trake (Off-tracking ) .....	23
2.10 Napor upravljanja.....	24
2.11 Jednotračni model za male brzine, sa ne-Ackermanovom geometrijom .....	25
2.12 Jednotračni model za male brzine, sa prikolicom .....	28
3. RAVNOTEŽNO ZAKRETANJA U ZAVOJIMA PRI VELIKOJ BRZINI .....	29
3.1 Manevri ravnotežne vožnje u zavojima .....	29
3.2 Jednotračni model u stacionarnom stanju .....	31
3.2.1 Deriviranje veze između $\delta f$ , $vx$ i $R$ .....	34
3.2.2 Deriviranje veze između $\delta f$ , $vx$ i $\beta$ .....	34
3.2.3 Deriviranje veze između $vx$ , $R$ i $\beta$ .....	35
3.2.4 Jednostavniji model.....	36
3.3 Pod-, neutralno- i pre- upravljanje .....	37
3.3.1 Podupravljanje kao ugrađena mjera .....	37
3.3.2 Podupravljanje u zavisnosti o bočnom ubrzanju u stabilnom stanju .....	39
3.3.3 Podupravljanje kao varijabla tijekom prolaznog manevra.....	39
3.4 Normalizirani potrebni kut upravljanja.....	41
3.4.1 Kritična i karakteristična brzina .....	42
3.5 Manevriranje i stabilnost .....	43
3.6 Dijagram rukovanja.....	44
3.7 Ravnomjerno stanje skretanja velikom brzinom, s bočnim prijenosom opterećenja.....	46
3.7.1 Prijenos opterećenja između strana vozila .....	46

3.7.2	Izdizanje tijela i kotrljanje zbog bočnih sila kotača .....	47
3.7.2.1	Gradijent ravnomjernog valjanja.....	49
3.7.3	Bočni prijenos opterećenja .....	49
3.7.3.1	Model prijenosa opterećenja sa zakretnim točkama kotača .....	50
3.7.3.2	Model prijenosa opterećenja s centrima valjanja osovine.....	51
3.7.4	Utjecaj protuvaljnih šipki .....	56
3.7.5	Sustav ovjesa osovine .....	57
3.7.6	Utjecaj prijenosa bočnog opterećenja na ravnomjerno upravljanje .....	59
3.8	Osjećaj upravljanja.....	60
3.9	Prevrtanje pri ravnomjernoj vožnji u zavoju.....	61
3.9.1	Definicije praga prevrtanja.....	62
3.9.2	Faktor statičke stabilnosti, SSF .....	63
3.9.3	Prevrtanje u zavoju pri ravnomjernoj vožnji.....	65
3.9.3.1	Model s prednjom/stražnjom simetrijom .....	65
3.9.3.2	Model bez prednje/stražnje simetrije .....	66
3.9.3.3	Korištenje prolaznog modela za prevrtanje u stabilnom stanju .....	67
3.9.3.4	Prevrtanje i podupravljanje/pogon .....	67
4.	PROLAZNO RUKOVANJE .....	68
4.1	Prolazni manevri vožnje.....	68
4.2	Prijelazni model s jednim kolosijekom, bez prijenosa bočnog opterećenja.....	70
4.3	Prolazni model, s prijenosom bočnog opterećenja.....	74
4.3.1	Matematički model prolaznog stanja s prijenosom bočnog opterećenja.....	74
4.3.1.1	Dodatni fenomeni.....	78
4.4	Koračni odziv upravljača .....	78
4.4.1	Blagi odziv upravljača.....	79
4.4.2	Intenzivan odgovor na koračanje upravljača.....	80
4.5	Mjere manevriranja kombinacija dugih teških vozila .....	81
4.5.1	Stražnje pojačanje .....	81
4.5.2	Praćenje izvana (Off-tracking).....	82
4.5.3	Prigušenje skretanja .....	83
5.	FUNKCIJE BOČNE KONTROLE .....	85
5.1	Dizajn bočne kontrole .....	85
5.2	Funkcije bočne kontrole.....	85
5.2.1	Pomoć za održavanje trake, LKA (Lane Keeping Aid) .....	85
5.2.2	Elektronička kontrola stabilnosti, ESC (Electronic Stability Control) .....	86

5.2.2.1 Kontrola preupravljanja .....	87
5.2.2.2 Kontrola podupravljanja.....	87
5.2.2.3 Kontrola prekoračenja brzine .....	88
5.2.2.4 Kontrola razine kotača .....	88
5.2.2.5 Druge intervencije osim kočenja pojedinačnih kotača.....	89
5.2.2.5.1 Balansiranje s pogonom po osovini .....	89
5.2.2.5.2 Vektoriranje zakretnog momenta.....	89
5.2.2.5.3 Usmjeravanje upravljanja.....	89
5.2.3 Kontrola stabilnosti prevrtanja, RSC .....	90
6. ZAKLJUČAK .....	91
7. LITERATURA.....	92
8. POPIS SLIKA .....	93
9. SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI .....	96
10. SUMMARY AND KEY WORDS.....	97

## 1.UVOD

U ovom radu ćemo promatrati i analizirati ponašanje vozila pri ravnomjernom kretanju u zavoju. Vozilo se može promatrati kao komponenta (ili podsustav) u nadređenom prometnom sustavu, koji se sastoji od vozila s vozačima, drugih sudionika u prometu i cesta s vjetrom i raznim promjenjivim vremenskim uvjetima. Vozilo je također, samo po sebi, sustav unutar kojeg mnoge varijable (ili podsustavi) međusobno djeluju. Kako bi se dinamici vozila pristupilo na strukturiran način, dinamika vozila je podijeljena na sljedeće dijelove:

- Uzdužna dinamika (npr. podsustavi pogona i kočenja)
- Bočna dinamika (npr. podsustavi za upravljanje)
- Vertikalna dinamika (npr. podsustavi ovjesa)

Mi ćemo svoju pažnju posvetiti analizi bočne dinamike vozila. Bočno kretanje vozila potrebno je za praćenje zavoja cesta i odabir vlastite rute na raskrižjima, kao i za bočno izbjegavanje prepreka koje se pojavljuju. Vozilo mora biti upravljivo. Uz određeno pojednostavljenje, može se reći da se bočna dinamika odnosi na to koliko je vozilo upravljivo za različite zadane uzdužne brzine. Upravljanje vozilom proučava se uglavnom kroz stupnjeve slobode vozila: rotacija skretanja i bočna translacija. Vozilom se može upravljati na različite načine:

- Primjena kutova upravljanja na barem jednom kotaču. Obično su upravljana oba prednja kotača.
- Djelovanje uzdužnih sila na kotače. Nesimetrično između lijeve i desne strane vozila, npr. jednostrano kočenje, ili namjerno korištenje mnogo trenja uzdužno na jednoj osovini u zavoju, tako da ta osovina gubi bočnu silu.
- Zglobno upravljanje, gdje su osovine fiksno montirane na vozilo, ali se ujedno samo vozilo može saviti.

Kinematičku i dinamičku analizu kretanja vozila u zavoju ćemo provesti kroz nekoliko glavnih poglavlja :

- 1.) Manevarska sposobnost pri malim brzinama
- 2.) Stabilno stanje u zavojima pri velikoj brzini
- 3.) Prijelazno rukovanje
- 4.) Funkcije bočne kontrole

Bočna dinamika vozila često se doživljava kao najzahtjevnija za novog automobilskeg inženjera. Uzdužna dinamika je u biti pravocrtno gibanje u jednoj ravnini. Vertikalna dinamika može biti trodimenzionalna, ali obično su pomaci mali i stoga se vertikalna dinamika uglavnom proučava u



jednoj ravnini kao pravocrtna. Međutim, bočna dinamika uključuje analizu gibanja u koordinatnom sustavu vozila koja uvodi krivuljno gibanje budući da koordinatni sustav rotira dok vozilo skreće.

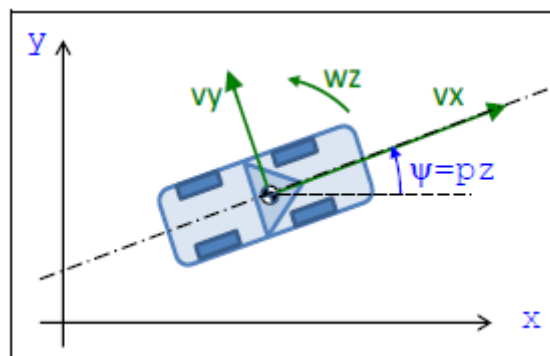
Manevri skretanja vozila obuhvaćaju dva pojma. Upravljanje je vozačeva percepcija reakcije vozila na upravljanje. Skretanje se obično koristi za opisivanje fizičke reakcije (otvorene petlje) vozila neovisno o tome kako ono utječe na vozača.

## 2. MANEVARSKA SPOSOBNOST PRI MALIM BRZINAMA

Ovaj odjeljak govori o upravljanju vozilima pri malim brzinama, uključujući mirovanje i vožnju unatrag. Specifično za male brzina je da se inercijski učinci mogu zanemariti, tj. može se pretpostaviti da se lijeva strana jednadžba kretanja ( masa \* bočno ubrzanje = zbroj sila) jednaka nuli. Pri maloj brzini često je potrebno pronaći put s orijentacijom i razumjeti sustav upravljanja i kako se gume mogu modelirati za idealan trag. Ovo, i rezultirajući jednotračni model za niske brzine, opisat ćemo u sljedećim odjeljcima.

### 2.1 Put s orijentacijom

Put, u globalnom koordinatnom sustavu, povezan je s brzinama vozila, u nepomičnim koordinatama vozila, kako je prikazano na slici 2.1 i jednadžbi (2.1)



Slika 2. 1 Model za povezivanje "puta s orijentacijom" sa brzinama u koordinatnom sustavu vozila[7]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\delta\psi) & \cos(\delta\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix};$$

$$\dot{\psi} = \omega_z \quad (2.1)$$

Znajući (  $v_x(t)$ ,  $v_y(t)$ ,  $\omega_z(t)$ ), možemo odrediti "put s orijentacijom" ( $x(t)$   $y(t)$   $\psi(t)$ ), vremenskom integracija desne strane jednadžbe. Stoga su pozicije tipično "varijable stanja" u modelima bočne dinamike. Treba napomenuti da je u nekim problemima, na primjer kod tipičnog manevriranja malom brzinom, stvarna vremenska skala od manjeg interesa. Tada se

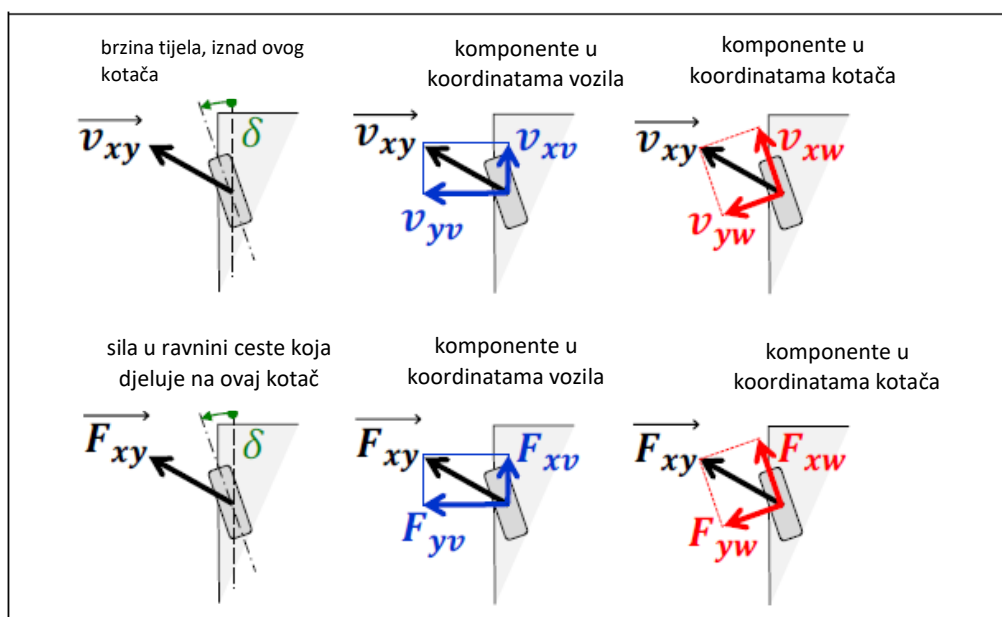
problem može tretirati kao vremenski neovisan, npr. uvođenjem koordinate  $s$ , duž staze, kao u jednadžbi (2.2).

$$\begin{aligned}x' &= \frac{v_x}{\dot{s}} \cdot \cos(\psi) - \frac{v_y}{\dot{s}} \cdot \sin(\psi); \\y' &= \frac{v_y}{\dot{s}} \cdot \cos(\psi) + \frac{v_x}{\dot{s}} \cdot \sin(\psi); \\\psi' &= \frac{\omega_z}{\dot{s}};\end{aligned}\tag{2.2}$$

Ovdje se  $s$  može smatrati proizvoljnom vremenskom ljestvicom, s kojom se skaliraju sve brzine. Uobičajno se uzima  $s' = 1 [m/s]$ . Međutim, u ovom ćemo radu zadržati oznake  $t$  i kao i oznaku “ $\dot{\phantom{a}}$ ” za deriviranje .

## 2.2 Orijentacije vozila i kotača

Za upravljane kotače često postoji razlog za prevođenje sila i brzina između koordinatnog sustava vozila i koordinatnog sustava kotača, to možemo vidjeti na slici 2.2 i jednadžbi (2.3).



Slika 2. 2 Transformacija između sila i brzina u koordinatnom sustavu vozila i koordinatnom sustav kotača[7]

Transformacija između koordinata kotača u koordinate vozila:

$$\begin{bmatrix} v_{xv} \\ v_{yv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{xw} \\ v_{yw} \end{bmatrix}; \quad \text{i} \quad \begin{bmatrix} F_{xv} \\ F_{yv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{xw} \\ F_{yw} \end{bmatrix};$$

Transformacija između koordinata vozila u koordinate kotača: (2.3)

$$\begin{bmatrix} v_{xw} \\ v_{yw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{xv} \\ v_{yv} \end{bmatrix}; \quad \text{i} \quad \begin{bmatrix} F_{xw} \\ F_{yw} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{xv} \\ F_{yv} \end{bmatrix};$$

## 2.3 Upravljački sustav

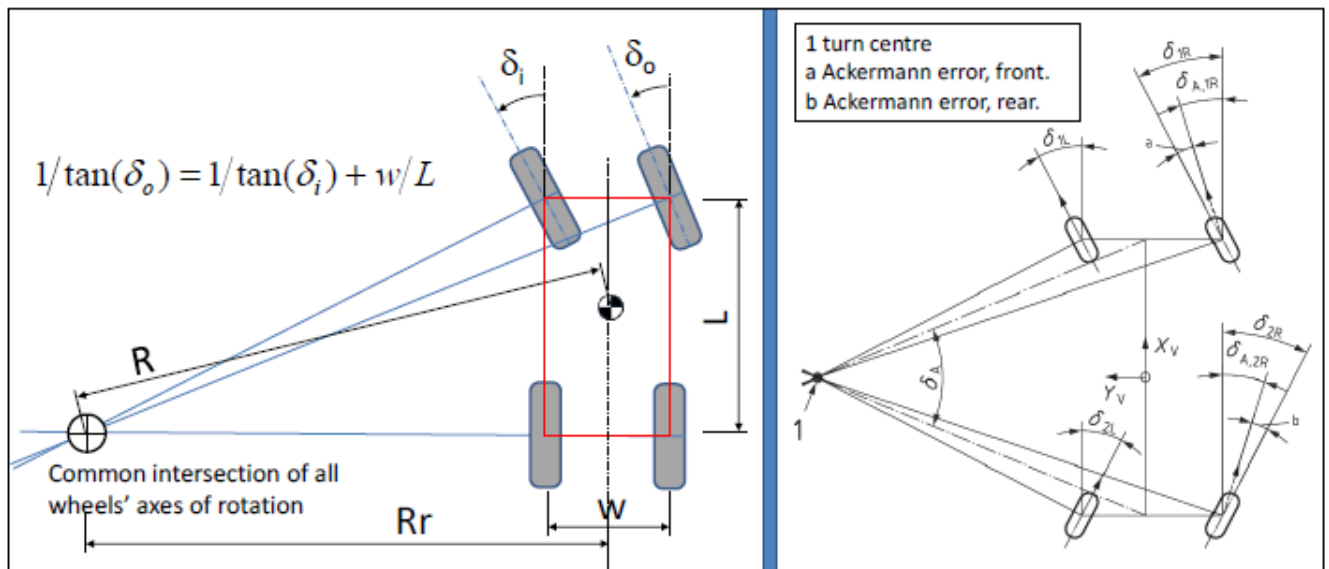
Sustav upravljanja ovdje se odnosi na vezu između upravljača i upravljanoj kotača, na upravljanoj osovini. Obično se upravlja prednjom osovinom. Interakcija vozača je u obliku dvostrukog kuta upravljača i okretnog momenta. U narednom odjeljku, usredotočit ćemo se na to kako su kutovi upravljanja kotača raspoređeni između kotača.

### 2.3.1 Geometrija upravljanja šasije

Najosnovniji intuitivni odnos između kutova upravljanja kotača vjerojatno je da se svi kotači rotacijske osi uvijek sijeku u jednoj točki. To se naziva Ackermannova geometrija i prikazana je na slici 2.3. Uvjet za posjedovanje Ackermannove geometrije je za vozilo s prednjom osovinom da:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\tan(\delta_i)} = \frac{R_r - w/2}{L}; \\ \frac{1}{\tan(\delta_o)} = \frac{R_r + w/2}{L}; \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\tan(\delta_o)} = \frac{1}{\tan(\delta_i)} + \frac{w}{L};$$

(2.4)



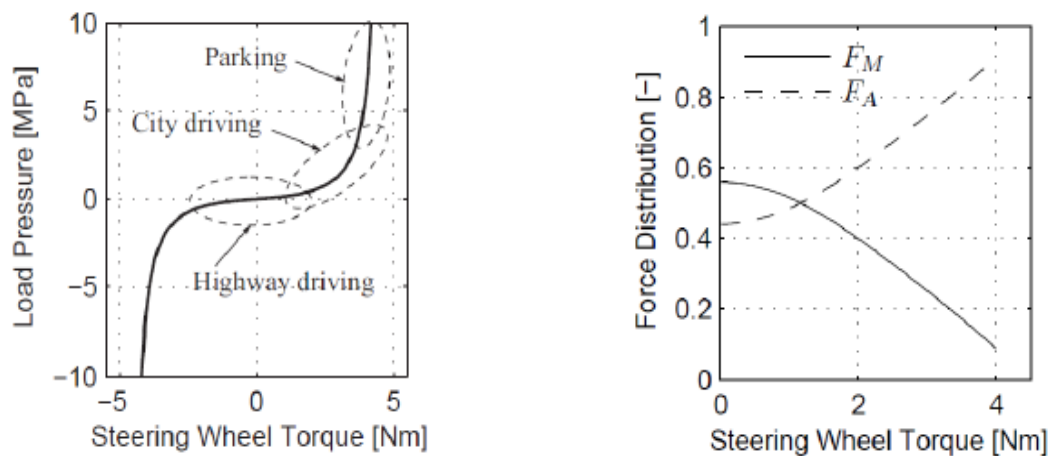
Slika 2. 3 Ackermannova geometrija upravljanja. Lijevo: jedna osovina upravljana. Desno: Obje osovine upravljane uključujući "Ackermannove pogreške". Od (ISO8855). [7]

Alternativa Ackermannovoj geometriji upravljanja je geometrija paralelnog upravljanja, što jednostavno znači  $\delta_i = \delta_o$ . Treba imati na umu da je Ackermannova geometrija definirana za vozilo, dok je paralelno upravljanje definirano za osovine. To znači da, za vozilo s 2 osovine, svaka osovina može biti paralelno upravljana, što znači da vozilom nije upravljano Ackermannovim upravljanjem. Međutim, vozilo se i dalje može voditi kao Ackermann upravljanim s obzirom na srednje kutove upravljanja na svakoj osovini. Za male brzine, Ackermann daje najbolju upravljivost i najmanje trošenje guma. Za velike brzine, paralelno upravljanje je bolje u oba aspekta. To je zato što vozila općenito u zavojima zanose prema van, što znači da je trenutno središte udaljenije nego što pretpostavlja Ackermannova geometrija, tj. više prema optimalnom za paralelno. Stoga je odabrana geometrija obično negdje između Ackermannove i paralelne. Praktični raspored za projektiranje geometrije upravljanja prikazan je na slici 2.5. Dizajn veze također će prijenos od kuta upravljača do kuta upravljanja cestovnog kotača učiniti nelinearnim. To može dovesti do različitih stupnjeva Ackermanova upravljanja za male i velike kutove upravljača. U tradicionalnim sustavima upravljanja, kut upravljača ima monotono rastuću funkciju kuta upravljanja dvaju kotača prednje osovine. Ovaj odnos je približno linearan s tipičnim omjerom od 15..17 za osobna vozila. Za kamione je omjer upravljanja tipično 18..22. Razlike između lijevog i desnog kotača raspraviti ćemo u kasnijim poglavljima. U nekim naprednim rješenjima, upravljanje na drugim osovina također utječe (upravljanje s više osovine, često upravljanje stražnjom osovinom). Postoje i napredna rješenja

za dodavanje dodatnog kuta upravljanja osnovnom omjeru upravljanja daje tzv. Aktivno prednje upravljanje (AFS).

### 2.3.2 Sile upravljačkog sustava

Okretni moment upravljača  $T_{sw}$  u osnovi bi trebao biti funkcija sila na gumi/cesti, uglavnom bočnih sila na kotaču. To vozaču daje opipljivu povratnu informaciju o stanju u kojem se vozilo nalazi. Prijenos okretnog momenta/sile uključuje servo aktuator, koji pomaže vozaču da okreće upravljački sustav, koji obično pomaže okretnom momentu upravljača s faktorom koji varira između 1 i 10, ali manje za male  $T_{sw}$  (vožnja autocestom) nego velike  $T_{sw}$  (parkiranje), vidi sliku 2.4. Ovdje se pretpostavlja da je varijacija pomoći hidraulička i slijedi takozvanu krivulju pojačanja. Za  $T_{sw} = 0$ , pomoć je  $\approx 0,45/0,55 \approx 1$ , a za  $T_{sw} = 4$  [Nm], to je  $\approx 0,9/0,1 \approx 10$ .



Slika 2. 4 Lijevo: krivulja pojačanja s različitim radnim područjima ovisno o ovojnici vožnje. Desno: Raspodjela zakretnog momenta između ručnog zakretnog momenta,  $F_m$ , i pomoćnog zakretnog momenta,  $F_a$ , ovisno o primijenjenom zakretnom momentu kola upravljača. Iz literature (Rösth, 2007)[5].

Za dinamiku vozila, važan učinak upravljane osovine je da bočna sila na osovini pokušava uskladiti upravljanje u smjeru u kojem se tijelo (preko upravljane osovine) kreće, tj. prema nultom bočnom klizanju gume. Također, asimetrija u uzdužnim silama u gumama (okretni moment osovine kotača i/ili moment kočnice) utječe na okretni moment kola upravljača. Ovo se analizira u nastavku.

Na upravljanoj osovini nalazi se upravljačka os (ili os Kingpin) oko koje se kotač okreće kada se njime upravlja. Os upravljanja siječe se s ravninom tla u točki koja je normalno odmaknuta od središta kontaktnog mjesta, i uzdužno i bočno. Pod pomaci se podrazumijevaju pomak kotačića na tlu i pomak osi upravljanja na tlo, vidi sliku 2.5. (Pomak osi upravljanja u odnosu na tlo ponekad se naziva radijus pročišćavanja, ali to se također koristi za rezultirajuću udaljenost obaju pomaka, pa je to dvosmislen naziv). Ova slika također definira normalni pomak osi upravljanja u središtu kotača. Udaljenost osi upravljača od središta kotača u bočnom pogledu naziva se pomak kotača u središtu kotača.

Često, stvarne sile između gume i tla nisu u točnom središtu nominalne kontaktne površine, što također stvara "učinkovitu" verziju pomaka kotača i radijusa pročišćavanja. Na primjer, pneumatski trag pridodaje se pomaku kotača na tlu zbog toga što je bočna raspodjela sile uzdužno pomaknuta od nominalne kontaktne točke; tako da krak postaje ne samo  $s$ , nego i  $s+t$ . Na moment,  $T_{steer}$ , na sustavu upravljanja (oko osi upravljanja, okretanje prema povećanju kuta upravljanja) utječu sile gume na upravljanoj osovini kao u jednadžbi (2.5). Otklon kotača od tla je, na osobnim vozilima, 15-20 mm (na motociklima približno 100 mm). Na putničkim vozilima sa stražnjim pogonom obično može biti 5 mm, zbog većeg kuta kotača koji daje koristan veći porast kuta nagiba u zavojima. Na putničkom vozilu s prednjim pogonom, pomak kotača različit od nule se ne odabire zbog bočnog pomaka pogonske osovine.

Izraz za moment upravljanja  $T_{steer}$  glasi (Oznake u jednadžbi (2.5) definirane su na slici 2.5.):

$$\begin{aligned}
 T_{steer} &= \frac{-(T_{b1} + T_{s1})}{R} \cdot s \cdot \cos(KPI) + \frac{-T_{s1}}{R} \cdot R \cdot \sin(KPI) + \\
 &+ \frac{(T_{b2} + T_{s2})}{R} \cdot s \cdot \cos(KPI) + \frac{T_{s2}}{R} \cdot R \cdot \sin(KPI) + \\
 &+ (-1) \cdot (F_{y1} \cdot (c + t_1) + F_{y2} \cdot (c + t_2)) \cdot \cos(CA) = \\
 &= \frac{T_{b2} - T_{b1}}{R} \cdot s \cdot \cos(KPI) + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{R} \cdot k - (F_{y1} \cdot (c + t_1) + F_{y2} \cdot (c + t_2)) \cdot \cos(CA);
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Jednadžba pokazuje da razlika u momentu kočenja i momentu vratila utječe na upravljanje. Isto tako i zbroj bočnih sila. Za smanjenje zakretnog momenta upravljanja i smetnji od jednostranih uzdužnih sila zbog nepravilnosti na cesti, pomaka osovine, radijusa ribanja, različito trenje na cesti trebalo bi biti što je moguće manje.

Positivan polumjer pročišćavanja doprinosi samocentriranju, zahvaljujući podizanju karoserije automobila, vidi dolje. Negativan polumjer pročišćavanja kompenzira podijeljeno kočenje ili kvar u jednom od kočionih krugova. Stoga je pročišćavanje ravnoteža između ova dva cilja. Radijus čišćenja često je lagano negativan na modernim osobnim automobilima. Polumjer pročišćavanja je često pozitivan na kamionima, možda 10 [cm].

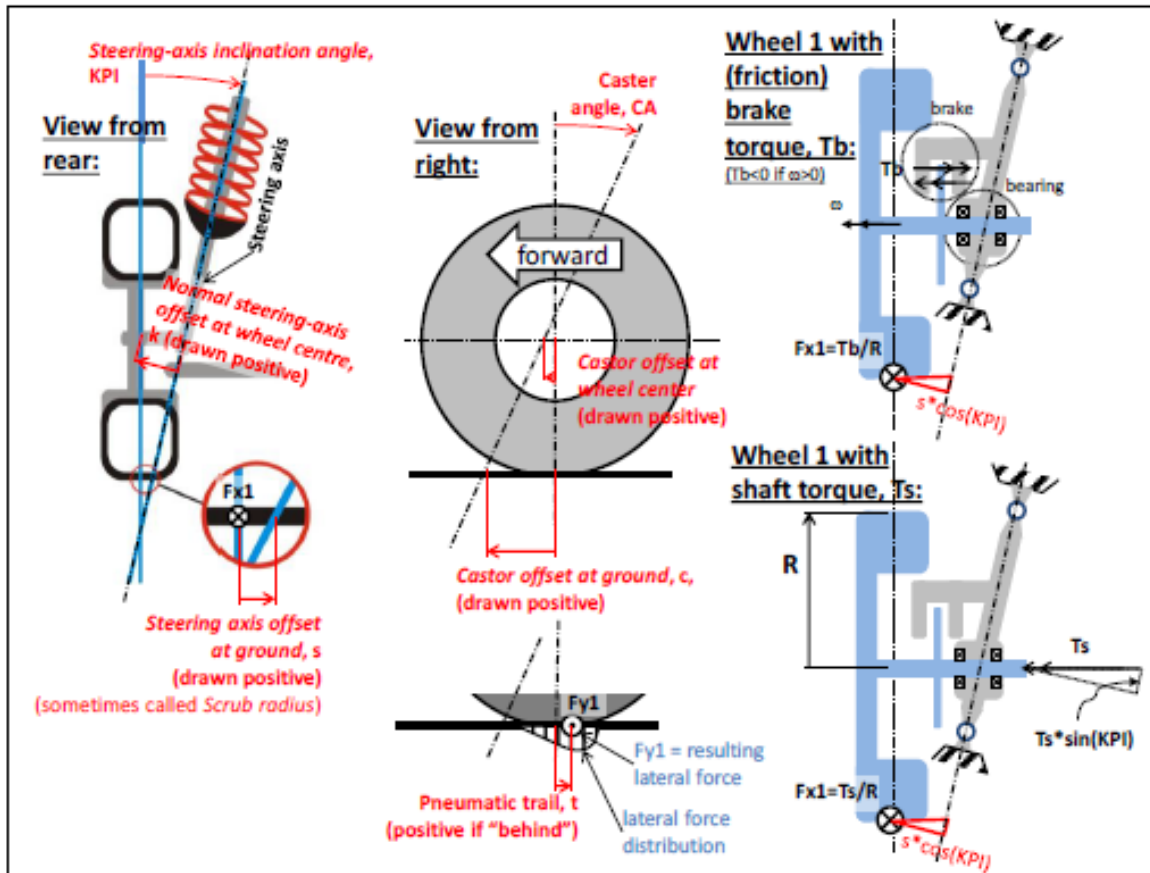
Geometrija na slici 2.6 prikazuje jedan dio efekta podizanja. Ako se kut upravljanja mijenja od nule, to lagano podiže vozilo što zahtijeva moment upravljanja. Ovo se može primijetiti kao neka vrsta "efekta povratne opruge". Slika 2.6 prikazuje kako KPI i polumjer pročišćavanja uzrokuju podizanje karoserije vozila na udaljenost  $s''' = s \cdot \cos(KPI) \cdot (1 -$

$\cos\varphi_{steer} \cdot T_{steer} - \varphi_{steer} \cdot F_{iz} \cdot T_{st} T_{steer}$  (dodatno jednadžbi (2.5)) tako slijedi:

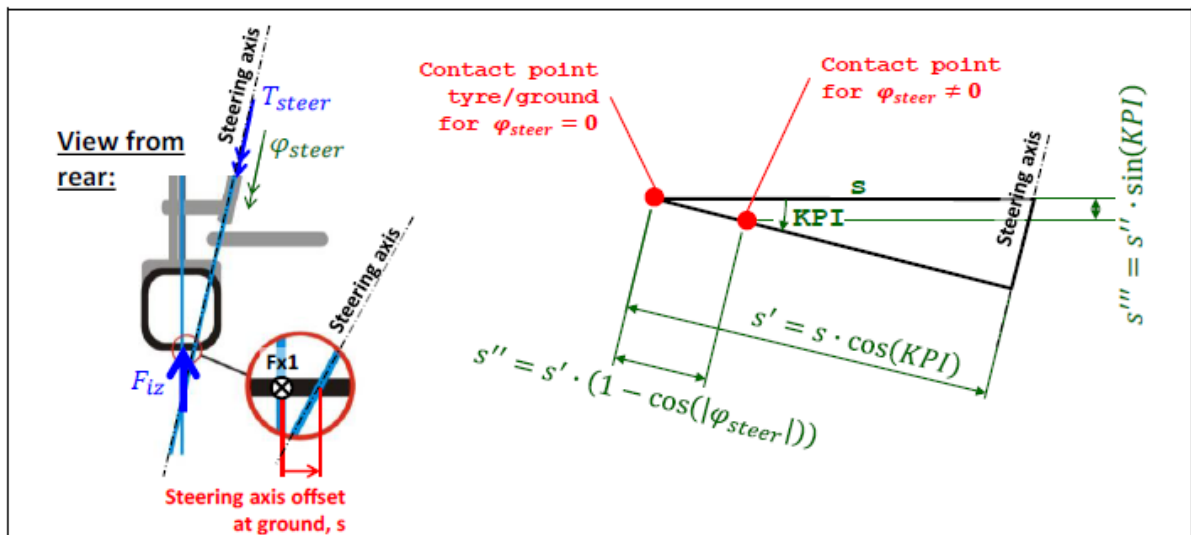
$$\begin{aligned}
 \text{(dodatno)} \quad T_{steer} &= \sum_{i=\text{lijevo i desno}} \frac{F_{iz} \cdot s'''}{\varphi_{steer}} = \\
 &= \frac{s \cdot \cos(KPI) \cdot (1 - \cos(|\varphi_{steer}|)) \cdot \sin(KPI)}{\varphi_{steer}} \cdot F_{axle,z}
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Treba primijetiti da jednadžba (2.6) nije potpuna s obzirom na sve "povratne učinke". Tu su prisutni i efekti od Castorovog kuta i Castorovog traga kao i da guma ima širinu i radijus. Međutim, ukupno, oni dovode do povratnog momenta upravljanja koji ovisi o kutu upravljanja.





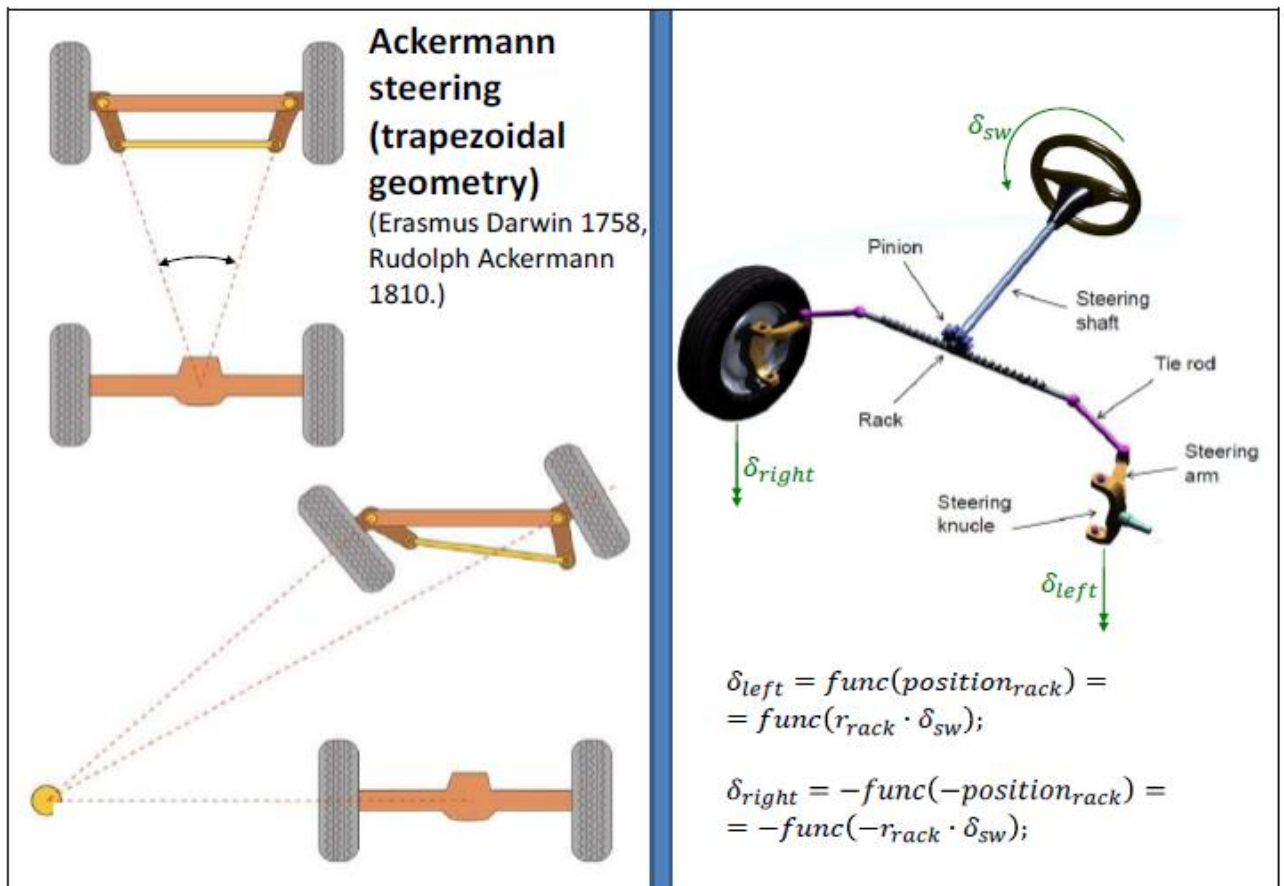
Slika 2. 5 Geometrija upravljanja i pomaci[7]



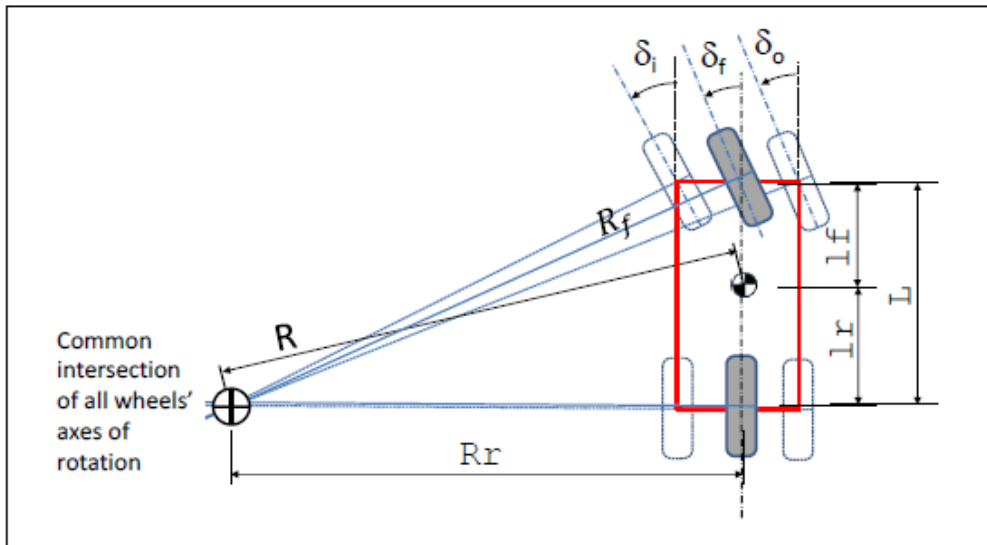
Slika 2.6 Učinak uzgona zbog kuta upravljanja i pozitivnog pomaka osi upravljanja u odnosu na tlo[7]

## 2.4 Jednotračni modeli

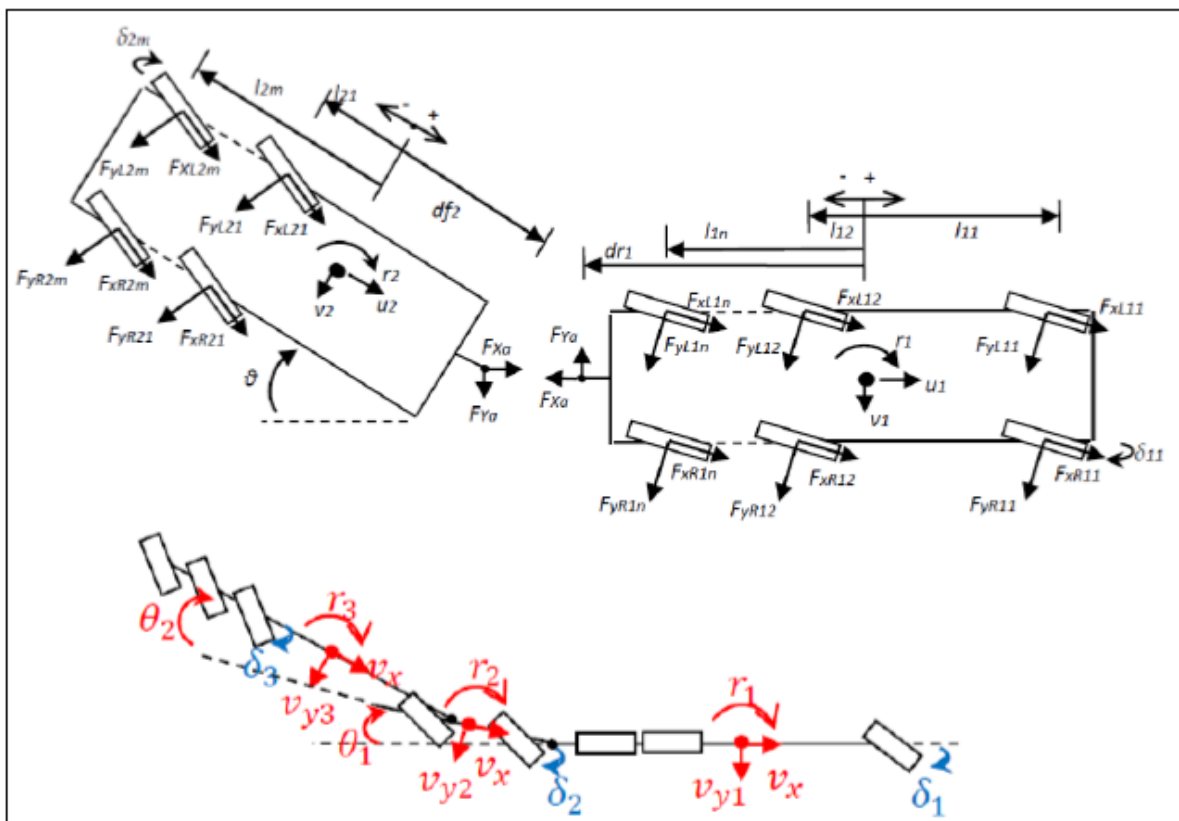
Prilikom provođenja analiza reakcije vozila na skretanje, korisno je kombinirati sve učinke gume na osovini u jednu virtualnu gumu. Ova pretpostavka, koja se naziva model s jednim kolosijekom (ili jednotračni model ili model bicikla), olakšava razumijevanje, ali također može “uhvatiti” najvažnije pojave. Model jednotračnog dvoosovinskog vozila prikazan je na slici 2.8. Jednotračni model za kamion s prikolicom prikazan je na slici 2.9.



Slika 2.7 Primjer trapeznog upravljanja. Lijevo: Konceptualna uporaba upravljačkih ruku. Desno: Točniji dizajn, danas uobičajen. Od (Gunnar Olsson, LeanNova)[4]



Slika 2. 8 Sklapanje na jednotračni model[7]



Slika 2.9 Gornji dio: dvotračni model kamiona s prikolicom. Donji: Jednotračni model kamiona s prikolicom . U SAE koordinatnom sustavu. Od (Kharrazi,2012)[5]

Fenomeni koje jednotračni modeli ne obuhvaća su, npr.:

- Velika odstupanja od Ackermanove geometrije unutar osovine.
- Promjenjiva krutost osovine u zavojima zbog bočnog pomaka opterećenja i pogona/kočenja osovine, vidi poglavlje 3.
- Dodatni moment skretanja zbog nesimetričnih intervencija momenta kotača, kao što je ESC intervencija.

Ti se učinci mogu, međutim, približno obuhvatiti jednotračnim modelom vozila, prošireno s pod modelima za osovine. Pod modeli osovina mogu povećavati različite krutosti u zavojima i momente skretanja do poboljšanog jednotračnog modela vozila.

## 2.5 Idealno praćenje kotača i osovina

U poglavlju 2 uvedeni su modeli bočnog klizanja za gume. To je konstitutivna jednadžba  $F_y = -C_y \cdot s_y$ . Ako je sila gume  $F_y$  mala u usporedbi s krutošću u zavojima  $C_y$  očekivalo bi se da će bočno proklizavanje  $s_y$  biti vrlo malo. Ako se ova pretpostavka dovede do krajnosti, dobiva se nešto što možemo nazvati "idealnim praćenjem" za gumu ili osovinu, a to je da je bočno klizanje nula, a bočna sila može biti bilo koja (konačna) vrijednost. Za male brzine ovo je često dovoljno dobar model gume. Valjanost ove pretpostavke je ograničena kada bočna sila postane velika u odnosu na dostupnu bočnu silu,  $\mu \cdot F_z$ . Dakle, granica brzine između male brzine i velike brzine spušta se na niskom trenju ceste.

Modeli koji koriste kotače s idealnim praćenjem ponekad se nazivaju "kinematički modeli". Međutim, striktno kinematički model uopće ne sadrži sile, zbog čega se valjanost ne može provjeriti.

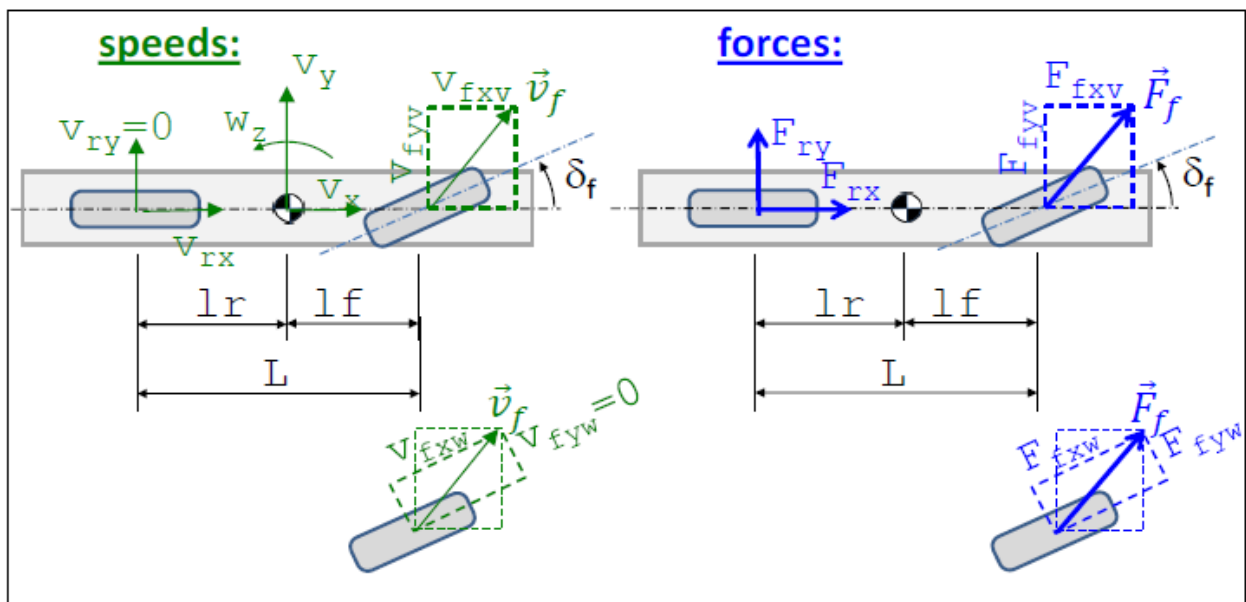
Pretpostavka o idealnom praćenju kotača ili osovine konstitutivna je pretpostavka, iako jednadžba (bočna brzina gume = bočno proklizavanje gume = 0) ne povezuje silu i brzinu, već samo određuje brzinu. Ako treba izračunati sile, to se mora učiniti pomoću jednadžbi ravnoteže.

## 2.6 Jednotračni model za male brzine, sa Ackermanovom geometrijom

Za manevre male brzine karakteristično je da su inercijske sile zanemarene, tj.  $m \cdot a = 0$ . Ako je geometrija prema Ackermannu, razumno je pretpostaviti idealne prateće osovine. To znači da se sjecište rotacijskih osi kotača podudara s trenutnim središtem rotacije vozila u ravnini tla. Tu možemo povezati kutove upravljanja i radijus putanje. Za model na slici 2.6 ova veza postaje:

$$\left. \begin{aligned} \tan(\delta_f) &= \frac{L}{R_r}; \\ R^2 &= R_r^2 + l_r^2; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \delta_f = \arctan\left(\frac{L}{\sqrt{R^2 - l_r^2}}\right) \cdot \text{sign}(R) \approx \frac{L}{\sqrt{R^2 - l_r^2}} \cdot \text{sign}(R) \approx \frac{L}{R}; \quad (2.7)$$

Da bismo dobili potpuniji model, gdje se može izdvojiti više varijabli, možemo postaviti model na slici 2.10.



Slika 2.10 Jednotračni model s osovinama koje se idealno prate. Donji pogled na prednji kotač prikazuje transformaciju između koordinatnog sustava kotača i koordinatnog sustava vozila [7]

"Fizički model" na slici 2.10 daje sljedeći "matematički model":

Ravnoteža (uzdužna, bočna i skretno-rotacijska):

$$\begin{aligned} 0 &= F_{fxv} + F_{rx}; \\ 0 &= F_{fyv} + F_{ry}; \\ 0 &= F_{fyv} \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r; \end{aligned} \quad (2.8)$$

Transformacija između koordinatnih sustava vozila i kotača:

$$\begin{aligned}
 F_{fxv} &= F_{fxw} \cdot \cos(\delta_f) - F_{fyw} \cdot \sin(\delta_f); \\
 F_{fyv} &= F_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{fyw} \cdot \cos(\delta_f); \\
 v_{fxv} &= v_{fxw} \cdot \cos(\delta_f) - v_{fyw} \cdot \sin(\delta_f); \\
 v_{fyv} &= v_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + v_{fyw} \cdot \cos(\delta_f);
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Kompatibilnost:

$$\begin{aligned}
 v_{fxv} &= v_x; \\
 v_{fyv} &= v_y + l_f \cdot \omega_z; \\
 v_{rx} &= v_x; \\
 v_{ry} &= v_y - l_r \cdot \omega_z;
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

Idealno praćenje (Konstitutivni odnos, ali bez veze sa silama):

$$\begin{aligned}
 v_{fyw} &= 0; \\
 v_{ry} &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Put s orijentacijom:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= v_x \cdot \cos(\varphi_z) - v_y \cdot \sin(\varphi_z); \\
 \dot{y} &= v_y \cdot \cos(\varphi_z) + v_x \cdot \sin(\varphi_z); \\
 \dot{\varphi}_z &= \omega_z;
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Derivacija kuta upravljanja:

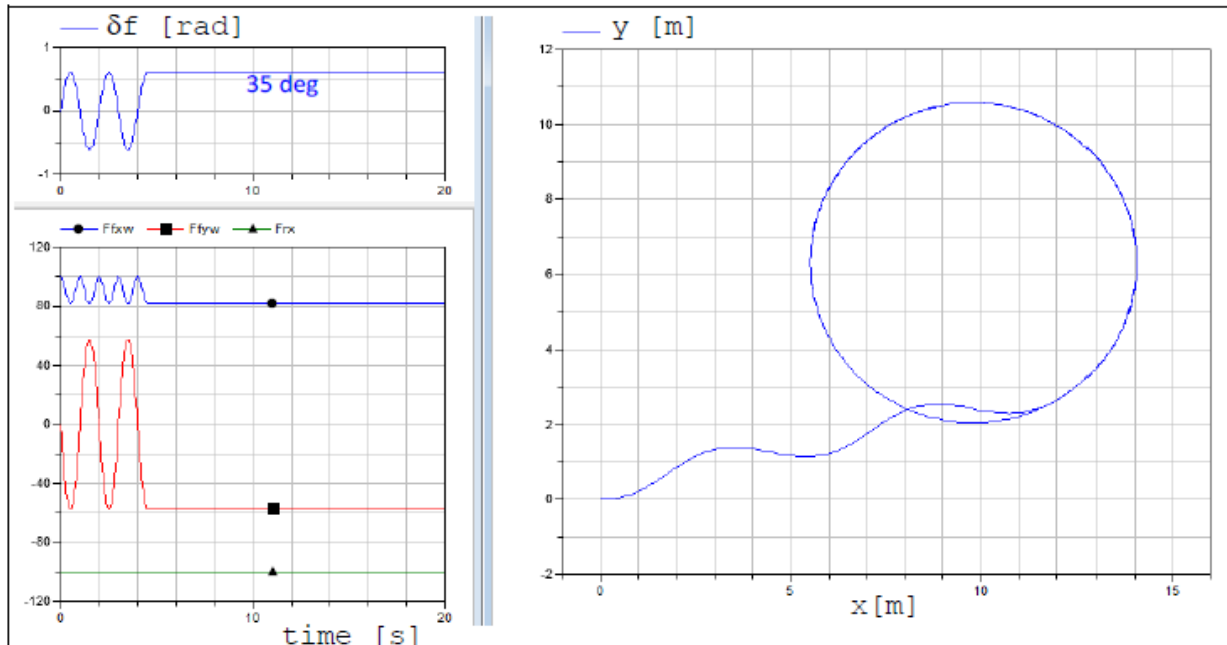
$$\delta_f = \begin{cases} = (35 \cdot \pi/180) \cdot \sin(0.5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t); & \text{ako } t < 4.5; \\ = 35 \cdot \pi/180; & \text{inače} \end{cases}
 \tag{2.13}$$

Otpor kotrljanja na nepogonskoj (stražnjoj) osovini iznosi:

$$F_{rx} = -100;
 \tag{2.14}$$

"Kompatibilnost" u jednadžbi (2.8) zanemaruje utjecaj pomaka osi upravljanja u odnosu na tlo, vidi odjeljak 2.3.2. Zanemareni pojmovi su bočni pomak  $\delta$  (u jednadžbi za ) $v_{fxv}$ i uzdužni

pomak  $\delta$  (u jednadžbi za  $v_{fyv}$ ). Ovo je općenito dobar odabir za normalna cestovna vozila, osim za brzo upravljanje kada vozilo miruje.



Slika 2. 11 Rezultati simulacije jednotračnog modela s idealnim praćenjem [7]

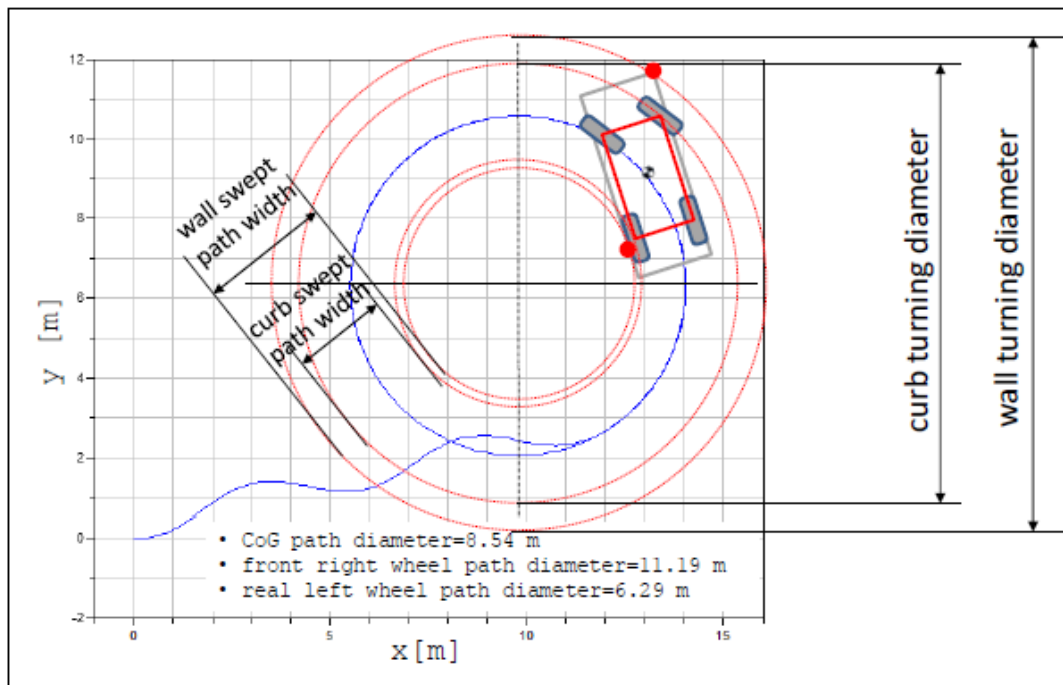
Pretpostavlja se otpor vožnje od 100 [N] na stražnjoj osovini ( $F_{rx} = -100$ ). Ovo služi kao primjer da sile ne moraju biti jednake nuli, čak i ako sile obično nisu toliko zanimljive za manevre malih brzina. U svakom slučaju, treba primijetiti da brzine i sile nisu spregnute, budući da nema modeliranih inercijskih sila. Modeliranje sila zapravo je priprema za slučaj kada nije prisutna Ackermanova geometrija. Za dvoosovinski jednotračni model ona uvijek postoji, jer uvijek postoji sjecište između rotacijskih osi prednjih i stražnjih kotača.

## 2.7 Krug okretanja

Krug okretanja ili promjer okretanja je promjer najmanje moguće kružne putanje dobiven u stabilnom stanju pri maloj brzini, mjereno do određene točke na vozilu. Određena točka može biti ili krajnja vanjska točka na kotaču (promjer okretanja rubnika) ili krajnja vanjska točka na tijelu

(promjer okretanja zida). Vrijednost kruga okretanja bi trebala biti što je moguće niža kako bi se omogućilo najbolje manevriranje u npr. polukružni zaokreti.

Završetak simulacije prikazan na slici (2.11) napravljen je s konstantnim kutom upravljanja. Ako pretpostavimo da je to najveći kut upravljanja, krug zapravo pokazuje krug okretanja (promjer) za središte masa. Ako dodamo stazu za krajnje vanjske kotače, dobit ćemo krug okretanja promjera od rubnika do rubnika, vidi sliku (2.12). Dodamo li put za krajnju vanjsku točku na karoseriji vozila, dobit ćemo promjer kruga okretanja zida ili zida na zid, također prikazan na slici (2.12). Krajnja vanjska točka na karoseriji vozila obično su prednji vanjski kutovi karoserije vozila, tj. kraj vanjskog prednjeg branika.



Slika 2. 12 Dodavanje staza za kotače i točke tijela, povrh rezultata na slici 2.11 [7]

Krug okretanja također se može definirati za velike brzine, ali je konvencionalnije govoriti o dobitku zakrivljenosti, što nije zakrivljenost pri maksimalnom kutu upravljanja, već zakrivljenost po kutu upravljanja, vidi odjeljak 2.12.

## 2.8 Širina prebrisane staze i prebrisane površina



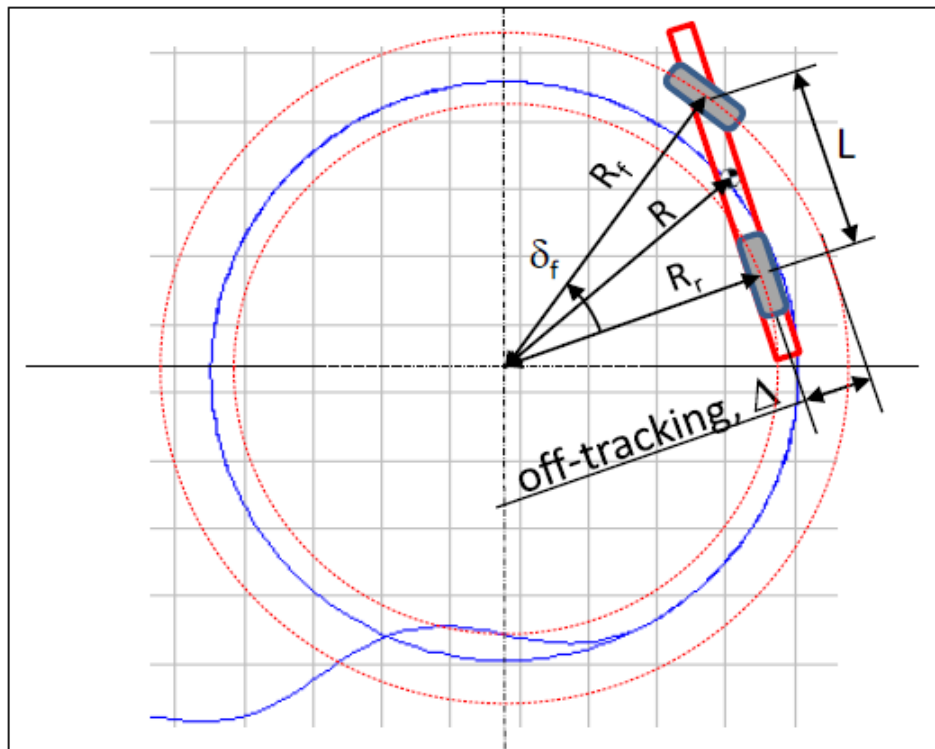
"Swept path width" je udaljenost između najudaljenije i najunutrašnije putanje kotača (ili rubova karoserije). Putanje su tada od određenog manevra skretanja ili promjene trake pri određenoj brzini. Za upravljivost, postoji funkcija koja je komplementarna promjeru radijusa okretanja. SPW bi trebao biti što je moguće manji radi poboljšanja manevriranja.

Drugi način približno istog mjerenja je "Swept Area", što je područje između vanjskog i unutarnjeg kruga na slici (2.12). Opet, postoji razlika između rubne i zidne verzije ove mjere.

"Swept path width" i "Swept Area" često se koriste za male brzine vozila. Za veće brzine se češće govori o "udaljavanje s trake", vidi sljedeći odjeljak.

## 2.9 Udaljavanje s trake (Off-tracking )

Off-tracking je udaljenost između najudaljenije i najunutrašnije putanje središnjih točaka osovina. Putanje su tada iz određenog manevra skretanja ili promjene trake pri određenoj brzini. Druga mjera manevarskih sposobnosti je "Udaljavanje s trake", vidi sliku (2.13). To je poput širine prebrisane, ali za središnju točku osovina. Također se koristi za veće brzine, a tada stražnja osovina može pratiti veći krug od prednje osovine. "Udaljavanje s trake" je najrelevantnije za vozila s nekoliko jedinica, kao što je kamion s prikolicom. "Udaljavanje s trake" za vožnju nekoliko krugova u krugu je dobro definirano jer se radi o stabilnom stanju, ali rijetko je najvažnije. Često je relevantnije postaviti zahtjeve za skretanje s trake pri vožnji ravno, preko krivulje s određenim radijusom, na novu ravninu pod određenim kutom od prve ravnine, npr. 90 stupnjeva. Način predviđanja odstupanja od praćenja za ovo je simulacija s vremenskom integracijom, čak i ako se ne modelira tradicionalna dinamika (inercijalna sila preko mase i ubrzanja). Varijabla stanja u takvoj simulaciji su koordinate putanje s orijentacijom  $(x, y, \varphi_z)$ .



Slika 2.13 Dodavanje jednotračnog modela na vrh rezultata na slici 2.11

Iz geometrije na slici 2.13 dalje može se pronaći izraz za odstupanje od staze pri maloj brzini:

$$\begin{aligned} \Delta &= R_f - R_r = \frac{R_r}{\cos(\delta_f)} - R_r = R_r \cdot \left( \frac{1}{\cos(\delta_f)} - 1 \right) = \sqrt{R^2 - l_r^2} \cdot \left( \frac{1}{\cos(\delta_f)} - 1 \right) \approx \\ &\approx R \cdot \left( \frac{1}{\cos(\delta_f)} - 1 \right) \approx R \cdot (1 - \cos(\delta_f)) \end{aligned} \quad (2.15)$$

## 2.10 Napor upravljanja

Napor upravljanja pri maloj brzini je okretni moment kola upravljača potreban da se kolo upravljača okrene pod određenim kutom pri određenoj kutnoj brzini dok vozilo miruje na visokom trenju ceste. Napor upravljanja pri velikoj brzini je okretni moment kola upravljača (ili subjektivno procijenjeni napor) potreban za izvođenje određenog manevra izbjegavanja pri velikom trenju ceste. Pri niskoj ili nultoj brzini vozila, često je teško postići dovoljno nizak okretni moment upravljača. Ovo ima uglavnom dva razloga: Vidi pomak kotača na slici 2.6. To uzrokuje bočno klizanje kotača pri upravljanju i stoga se razvija bočna sila gume. Bočne sile

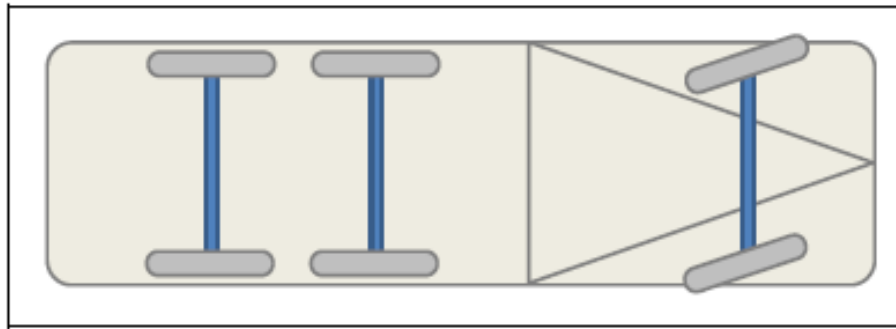
gume pomnožene s pomakom kotača jedan su dio koji se mora savladati pri upravljanju. Osim toga, postoji moment okretanja u kontaktnom dijelu,  $M_{zt}$  na slici (2.3). ( $M_{zt}$  ne utječe mnogo, osim pri vrlo maloj brzini vozila, zbog čega kvantitativni modeli za  $ZT$  ovdje nisu prikazani). Okretni moment se također mora prevladati naporima upravljanja.

Kritični test za napor upravljanja pri maloj brzini je upravljanje parkiranim vozilom s određenom velikom brzinom okretanja upravljača, obično nekih stotinjak stupnjeva/s. Zakretni moment kola upravljača tada mora ostati ispod određene projektirane ciljne vrijednosti, obično nekoliko Nm. Potreban okretni moment ovisit će o bočnoj sili, momentu okretanja i geometriji upravljanja (koja ne ovisi o brzini upravljanja) i ovisi o mogućnostima sustava servo upravljanja (koji ovisi o upravljanju, zbog kašnjenja u aktuatoru pomoći pri upravljanju). Neuspjeh u ovom testu naziva se "nadoknađivanje", pozivajući se na to da vozač sustiže sustav servo upravljača. Može se osjetiti kao lagano zaustavljanje i mjeriti kao korak u okretnom momentu upravljača.

Pri većim brzinama vozila, napor upravljanja obično je manji problem, osim ako je brzina upravljača jako visoka. Stoga, okretni moment kola upravljača u manevrima izbjegavanja npr. 70 [km/h] može biti relevantan zahtjev. U tim situacijama, subjektivna procjena napora upravljanja također može biti mjera. Tada se snaga upravljanja vjerojatno procjenjuje na temelju brzine upravljača i okretnog momenta upravljača.

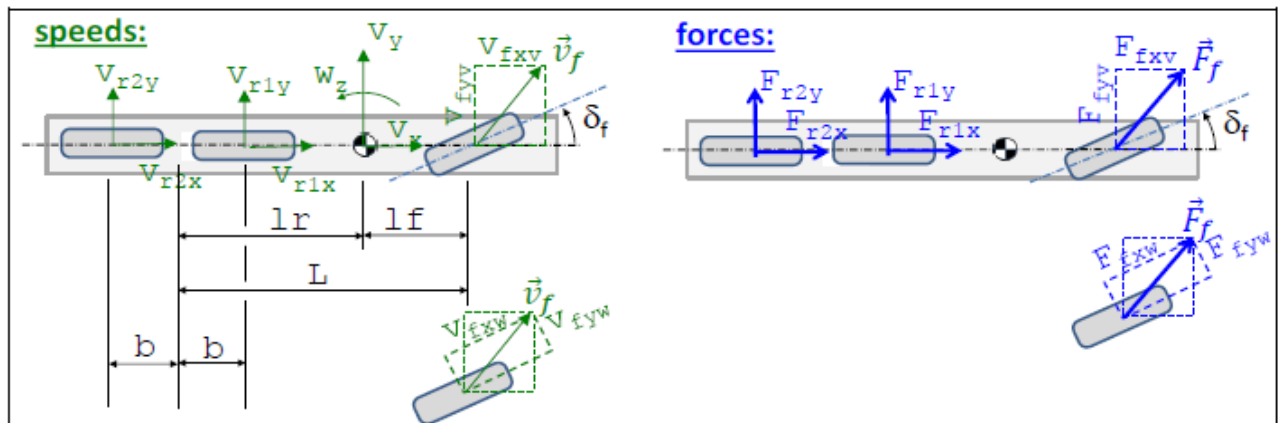
## **2.11 Jednotračni model za male brzine, sa ne-Ackermanovom geometrijom**

Model na slici 2.10 može se prilično lako proširiti na više osovina, više jedinica i dvotračni model, ako se radi o Ackermannovoj geometriji. Međutim, ako nije Ackermannova geometrija, potrebno je napraviti strukturnu promjenu u modelu, jer idealno praćenje više nije u skladu s geometrijom. Jedan od primjera je dvotračni model dvoosovinskog vozila koje ima paralelno upravljanje na jednoj osovini. Drugi primjer je jednotračni model kamiona s tri osovine, od kojih su posljednje dvije neupravljive, vidi sliku 2.14.



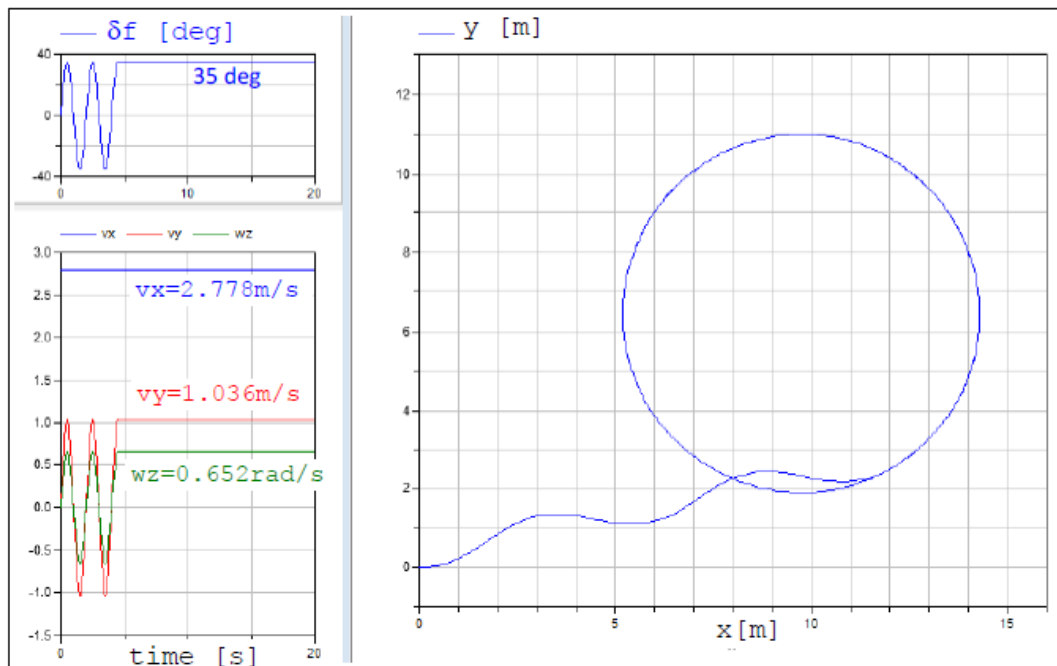
Slika 2.14 Kruti kamion s 3 osovine, od kojih je samo prva upravljana [7]

Kako bismo što bolje usporedili modele, jednostavno smo podijelili stražnju osovinu u dvije stražnje osovine, u primjeru u odjeljku 2.6. Fizički model postaje kao na slici 2.15. Dimenzije se pojavljuju na slici 2.17 i iz čega je vidljivo da to nije kamion, već vrlo nekonvencionalan putnički automobil s dvije stražnje osovine.



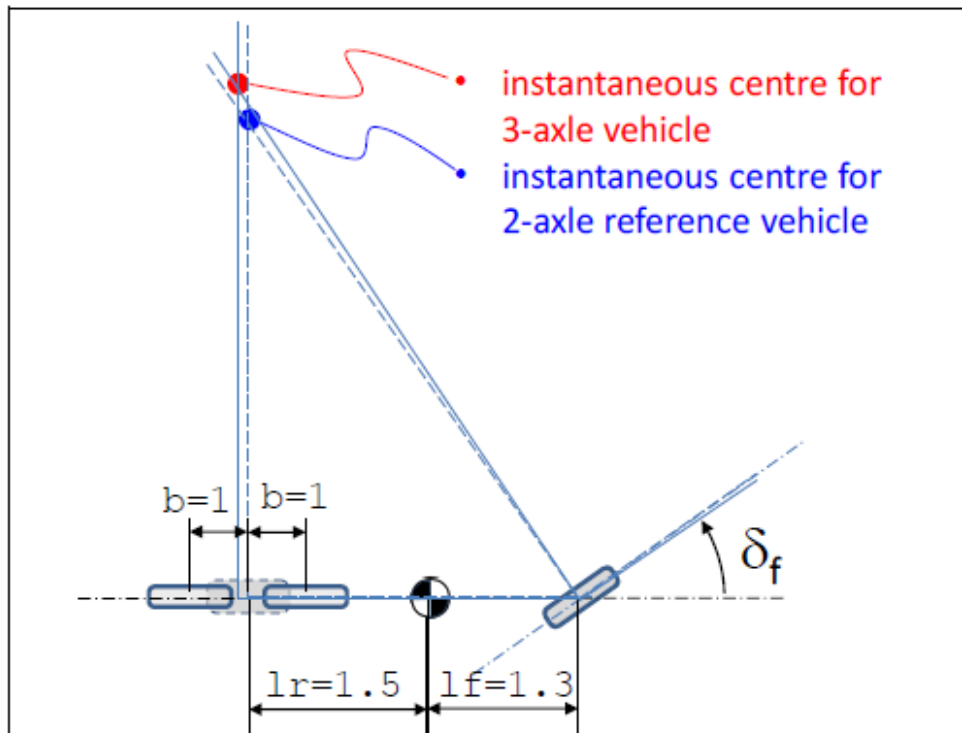
Slika 2.15 Jednotračni model. Gdje ne sadrži Ackermannovu geometriju, zbog neupravljanih stražnjih osovin [7]

Novi rezultat prikazan je na slici 2.16 koju treba usporediti sa slikom 2.11. Polumjer konačne putanje se malo povećava. Zbog toga je moguće nacrtati različite lokacije trenutnog središta za oba slučaja. To je u mjerilu prikazano na slici 2.17.



Slika 2.16 Rezultati simulacije jednotračnog modela s idealnim praćenjem. Ne-Ackermannova geometrija zbog dvije neupravljanje stražnje osovine[7]

Podešavanjem kuta upravljanja postiže se potpuno isti radijus putanje kao za dvoosovinski referentno vozilo. Tada bi se moralo upravljati malo više od korištenih 35 stupnjeva, i može se pronaći novi trenutni centar, te identificirati takozvani Ekvivalentni međuosovinski razmak. Ekvivalentni međuosovinski razmak vozila s više osovine je međuosovinski razmak konvencionalnog dvoosovinskog vozila koje bi pokazalo isto ponašanje pri skretanju kao i više osovinsko vozilo, uz isti kut upravljanja i slično krutosti osovine u zavojima.



Slika 2.17 Trenutno središte za vozilo s 3 osovine, s odgovarajućim vozilom s 2 osovine kao referencom.

Odjeljak 2.11 pokazuje da model bočne sile gume ponekad može biti potreban i pri analizi male brzine. Međutim, uvijek je potreban u sljedećem odjeljku o skretanju pri velikim brzinama, odjeljak 2.12.

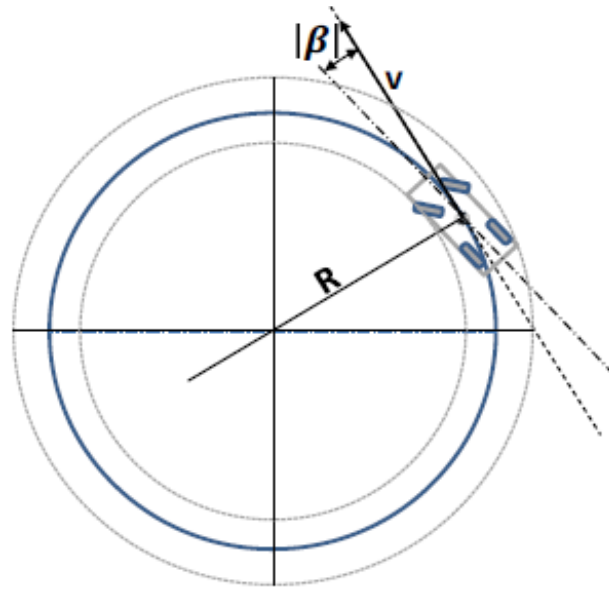
## 2.12 Jednotračni model za male brzine, sa prikolicom

Kada vozila imaju točku zgloba, i slučaj male brzine (bez obzira na inercije) ima prolazne pojave u smislu da se kutovi zgloba prolazno mijenjaju. Razmotrimo slučaj trenutnog koračnog upravljanja. Za vozilo bez zglobne točke, stabilno stanje se postiže izravno, jer se inercija ne uzima u obzir. Ali za zglobno vozilo potrebna je određena prijeđena udaljenost (ne vrijeme, jer se može proučavati neovisno o brzini i vremenu) prije nego što se postigne stalan kut zgloba.

Dakle, za zglobna vozila, skalarni zahtjev za radijus okretanja nije toliko relevantan kao za dvoosovinska vozila.

### 3. RAVNOTEŽNO ZAKRETANJA U ZAVOJIMA PRI VELIKOJ BRZINI

Ravnotežno stanje zakretanja odnosi se na to da su sve vremenske derivacije brzina vozila ( $v_x, v_y, \omega_z$ ) jednake nuli. Fizičko razumijevanje je onda da vozilo vozi po kružnici s konstantnom brzinom skretanja, vidi sliku 3.1 i sliku 2.1. Alternativno, ovo se može opisati kao vožnja konstantnom tangencijalnom brzinom ( $v$ ), na konstantnom polumjer staze ( $R$ ) sa i sa konstantnim bočnim kutom klizanja ( $\beta$ ).



Slika 3.1 Ravnotežna vožnja u zavojima[7]

Stabilno stanje u zavojima obično se može smatrati definiranim s 3 ili 2 veličine, ovisno o pretpostavkama:

-Opće radno stanje vozila u potpunosti je definirano samo s 3 veličine, npr.  $[v_x, v_y, \omega_z]$  ili  $[v, \beta, R]$

-Uz pretpostavku određenog vozila i ograničenja kako doći do ovog stanja (npr. ne koriste se papučica i kočnice, koriste se samo kut upravljača i papučicu gasa) potrebne su samo 2 veličine.

#### 3.1 Manevri ravnotežne vožnje u zavojima

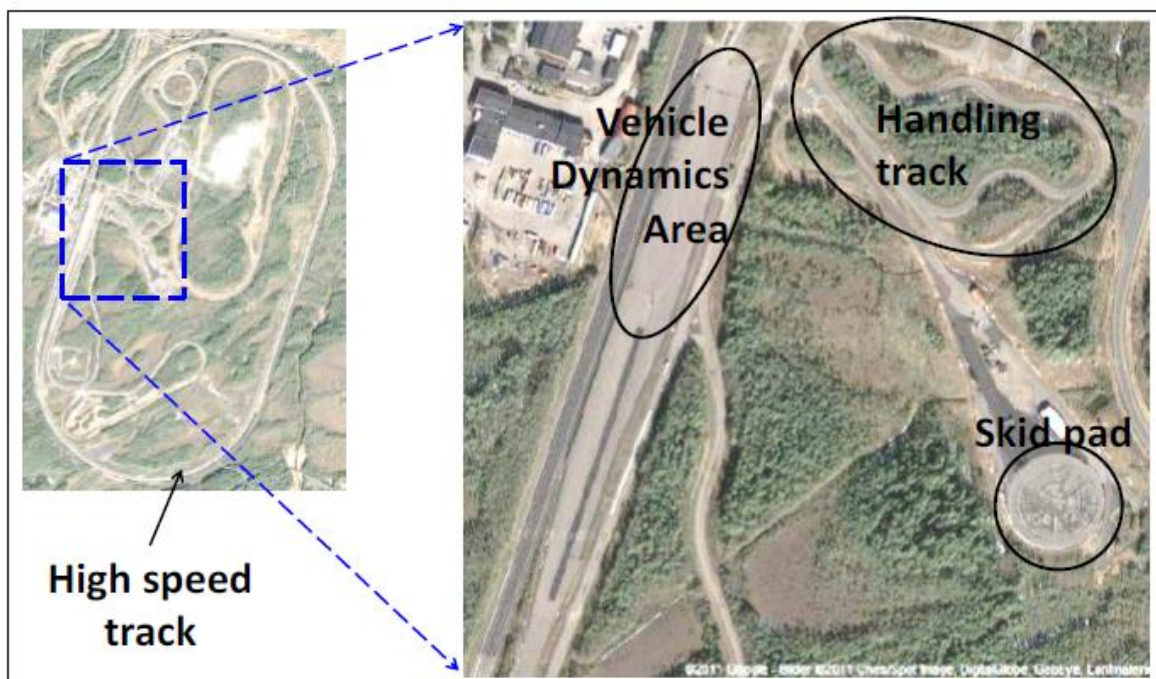
Kada se testira ravnotežna funkcija, obično se radi na takozvanoj "kliznoj podlozi" koja se pojavljuje na većini ispitnih staza, vidi sliku 2.9. To je ravna kružna površina s tipičnim

promjerom od 100 [m] i označenim koncentričnim krugovima. Opća napomena je da se pored ispitivanja na stvarnim vozilima često potrebna i na nivou simulacije, a obično ranije u procesu razvoja proizvoda.

Tipični testovi ravnotežne vožnje su:

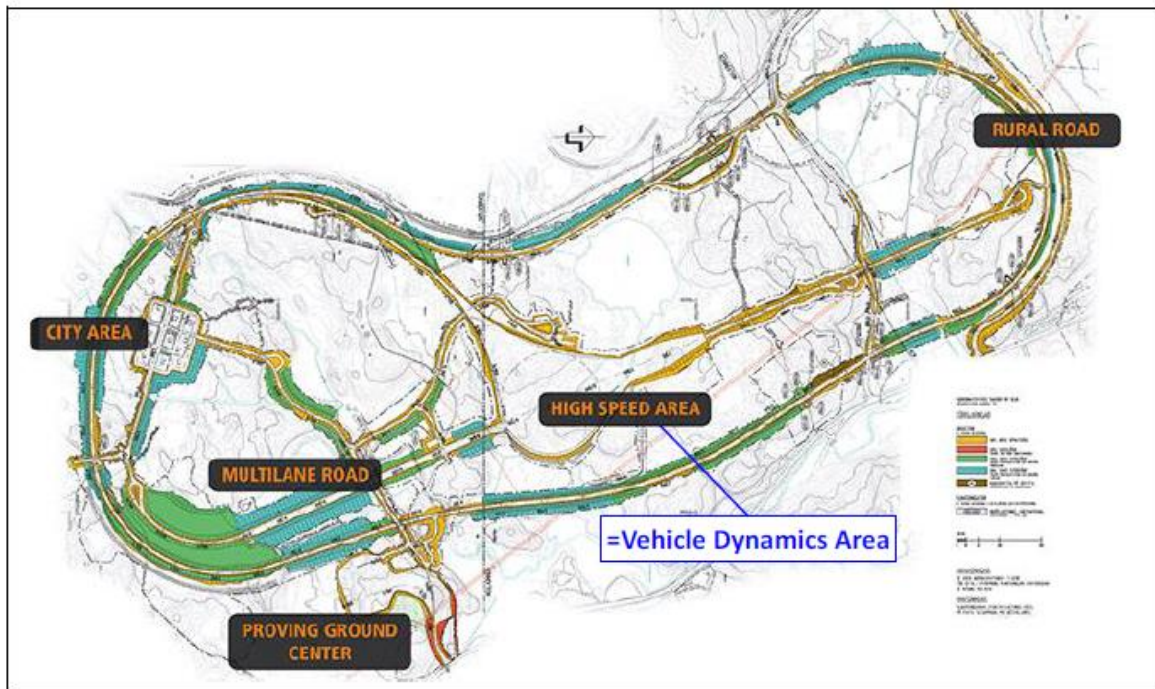
- Konstantni polumjer putanje. Vožen sa različitim uzdužnim brzinama.
- Konstantna uzdužna brzina. Vožen za različitim polumjerima staze.
- Konstantan kut upravljača. Zatim lagano pritiskivanje papučice gasa (ili pritiskivanje papučice kočnice).(Ako je prebrzo, test bi umjesto toga bio neuspješan zbog prolaznog rukovanja.)

Standardi koji su relevantni za ove ispitne manevre su, npr. (ISO 4138) i (ISO 14792).



Slika 3.2 Primjer ispitne staze i nekih dijelova od posebne važnosti za dinamiku vozila. Primjer je Hällered Proving Ground, Volvo Car Corporation.<sup>[1]</sup>





Slika 3.3 Primjer testne staze. Primjer je AstaZero (Active Safety Test Arena), SP Technical Research Institute of Sweden i Chalmers University of Technology.

### 3.2 Jednotračni model u stacionarnom stanju

U ravnotežnoj vožnji nemamo niti inercijske učinke od promjene ukupne brzine vozila ( $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  je konstantno) niti od promjene brzine skretanja ( $\omega_z$  je konstantno). Međutim, inercijski "centrifugalni" učinak vozila mora se modelirati. Sa time povezano ubrzanje je centripetalno ubrzanje,  $a_c = R \cdot \omega_z^2 = \frac{v^2}{R} = \omega_z \cdot v$ .

Model vozila za to je skiciran na slici 3.4. Prikazani model predstavlja razvoj modela za male brzine na slici 2.10 i jednadžbi [2.9], sa sljedećim promjenama:

-Uzdužna i bočna ubrzanja mijenjaju se od nule do komponenti centripetalnog ubrzanja,  $a_c$ , kako slijedi (vidi sliku 3.4):

$$a_x = -a_c \cdot \sin(\beta) = -\omega_z \cdot v \cdot \sin(\beta) = -\omega_z \cdot v_y$$

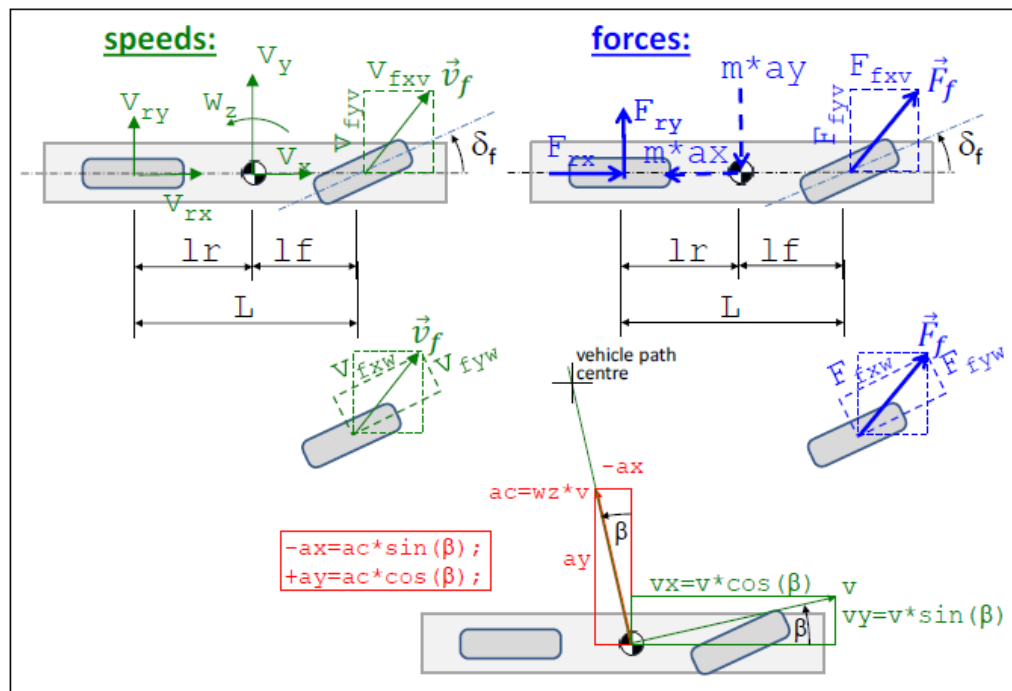
$$a_y = +a_c \cdot \cos(\beta) = +\omega_z \cdot v \cdot \cos(\beta) = +\omega_z \cdot v_x$$

Konstitutivne pretpostavke za osovine mijenjaju se iz idealnog praćenja u (linearni) odnos između bočne sile i bočnog klizanja. Relacije bi trebale obuhvatiti karakteristike klizanja guma, ali također mogu obuhvatiti usklađenost sustava upravljanja (vidi Poglavlje 3.4.3), za okretanje

(vidi Poglavlje 3.4.5) i upravljanje bočnom silom (vidi Poglavlje 3.4.4 ). Ukupni matematički odnosi mogu se napisati kao:

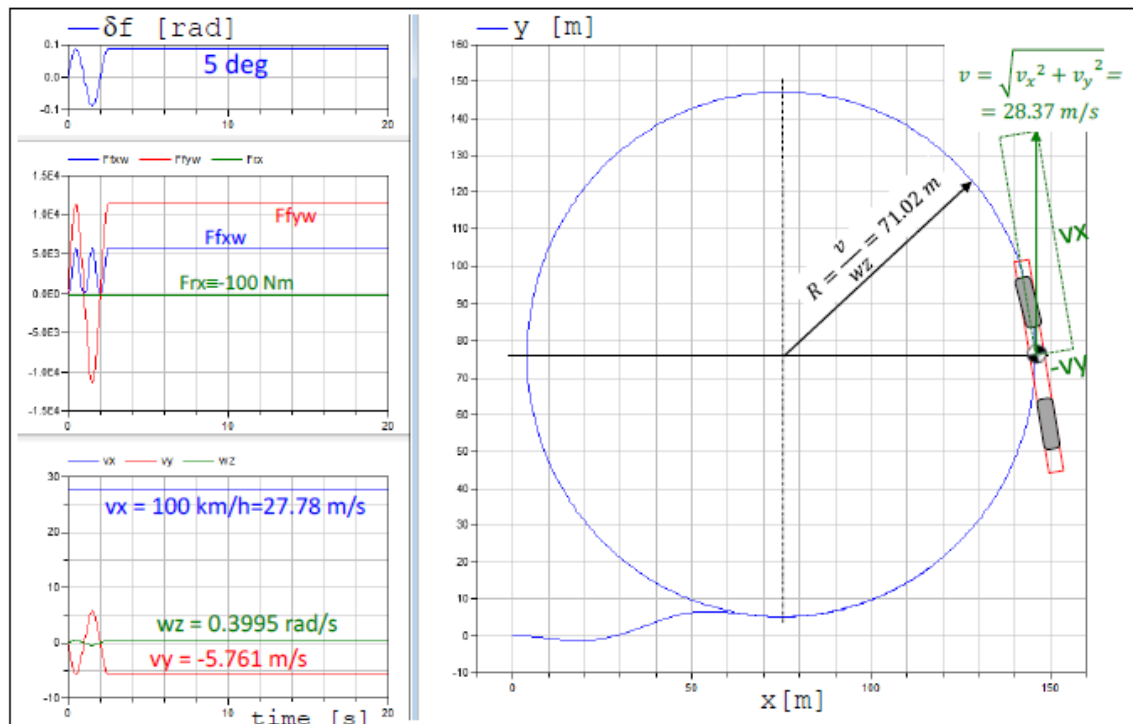
$$F_{f_{yw}} = -C_f \cdot s_{fy}; \text{ gdje } s_{fy} = \frac{v_{fyw}}{v_{fxw}}$$

$$F_{ry} = -C_r \cdot s_{ry}; \text{ gdje } s_{ry} = \frac{v_{ry}}{v_{rx}}$$



Slika 3.4 Jednotračni model. Crkane sile i moment su fiktivne sile. [7]

Ulazni parametar je uzdužna brzina,  $v_x=100$  km/h. Rezultat simulacije modela prikazan je na slici 3.5. Prikazuje pretpostavljenu funkciju kuta upravljanja vremenom, što je ulaz. Također prikazuje rezultirajuću putanju,  $y(x)$ . Pretpostavlja se otpor vožnje od 100 [N] na stražnjoj osovini ( $F_{rx}=-100$ ). Ovo služi kao primjer da uzdužne sile ne moraju biti jednake nuli, čak i ako uzdužne sile obično nisu toliko zanimljive za manevre velike brzine u stabilnom stanju. Varijable  $x, y, pz$  jedine su "varijable stanja" ove simulacije. Ako ne uključuje model staze (jednadžba (2.1)), model zapravo uopće ne bi bio problem rješavanja diferencijalne jednadžbe, samo algebarski sustav jednadžbi. Taj sustav jednadžbi mogao bi se riješiti izolirano za bilo koju vrijednost kuta upravljanja bez poznavanja povijesti vremena. Ovi su aspekti isti za model male brzine u odjeljku 2.6.



Slika 3.5 Rezultati simulacije modela s jednim kolosijekom u stacionarnom stanju. Vozilo skicirano na dijagramu staze nije u mjerilu, ali je ispravno orijentirano.

Jednadžba (3.1) predstavlja potpuni model prikladan za simulaciju, ali ne omogućuje dobro razumijevanje. Zato se uobičajno provodi njeno preformuliranje pod pretpostavkom malog  $\delta_f$  (tj.  $\cos(\delta_f) = 1$ ,  $\sin(\delta_f) = 0$  i  $\delta_f^2 = 0$ ). Eliminiranjem proklizavanja, svih sile koje nisu uzdužne kotača i svih brzine koje nisu brzine CoG, slijedi:

$$\begin{aligned}
 & -m \cdot \omega_z \cdot v_y \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f) = \\
 & = F_{fxw} \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f) + C_f \cdot (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f + F_{rx} \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f); \\
 & m \cdot \omega_z \cdot v_x \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f) = \\
 & = -C_f \cdot (-v_x \cdot \delta_f + (v_y + l_f \cdot \omega_z)) + F_{fxw} \cdot \delta_f \cdot v_x - C_r \cdot \frac{v_x}{v_x} \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f); \\
 & C_f \cdot (-v_x \cdot \delta_f + (v_y + l_f \cdot \omega_z)) \cdot l_f - F_{fxw} \cdot \delta_f \cdot l_f \cdot v_x = C_r \cdot \frac{l_r}{v_x} \cdot (v_x + (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \delta_f);
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Jednadžba (3.2) je potpuni model, koji možemo vidjeti kao dinamički sustav bez varijabli stanja.

- Aktivaciju čine: Upravljanje i moment kotača na svakoj osovini:  $\delta_f, F_{fxw}, F_{rx}$ .
- Veličine gibanja su:  $v_x, v_y, v_z$

Na primjer, možemo odabrati  $\delta_f, F_{fxw}, v_x$  i koristiti 3 jednačbe za izračun  $F_{rx}, v_y, \omega_z$ . U ravnomjernom stanju često se zanemaruje uzdužna ravnoteža, to znači preskoče se 1. jednačba i nepoznato  $F_{rx}$ :

$$\begin{aligned}\omega_z &= \frac{C_f \cdot C_r \cdot L + (C_r \cdot l_f + C_r \cdot l_r) \cdot F_{fxw}}{C_f \cdot C_r \cdot L^2 + (C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f) \cdot m \cdot v_x^2} \cdot v_x \cdot \delta_f; \\ v_y &= \frac{C_f \cdot (C_r \cdot L \cdot l_r - l_f \cdot m \cdot v_x^2) + (C_r \cdot L \cdot l_r - l_f \cdot m \cdot v_x^2) \cdot F_{fxw}}{C_f \cdot C_r \cdot L^2 + (C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f) \cdot m \cdot v_x^2} \cdot v_x \cdot \delta_f;\end{aligned}\tag{3.2}$$

### 3.2.1 Deriviranje veze između $\delta_f, v_x$ i $R$

$$\begin{aligned}\delta_f &= \frac{C_f \cdot C_r \cdot L^2 + (C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f) \cdot m \cdot v_x^2}{C_f \cdot C_r \cdot L + (C_r \cdot l_f + C_r \cdot l_r) \cdot F_{fxw}} \cdot \frac{\omega_z}{v_x} \approx \\ &\approx \left\{ \text{Ako: } F_{fxw} \approx 0 \right\} \approx \left( L + \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} \cdot m \cdot v_x^2 \right) \cdot \frac{\omega_z}{v_x} = \\ &= \left\{ \text{Onda: } K_u = \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} = \frac{l_r}{C_f \cdot L} - \frac{l_f}{C_r \cdot L} \right\} = L \cdot \frac{\omega_z}{v_x} + K_u \cdot m \cdot a_y \approx \\ &= \left\{ \text{Stabilno stanje: } a_y = \omega_z \cdot v_x \right\} = L \cdot \frac{\omega_z}{v_x} + K_u \cdot m \cdot \omega_z \cdot v_x \approx \\ &\approx \left\{ \text{Za malo: } v_y \Rightarrow \frac{\omega_z}{v_x} \approx \frac{1}{R} \right\} \approx \frac{L}{R} + K_u \cdot \frac{m \cdot v_x^2}{R};\end{aligned}\tag{3.3}$$

Koeficijent  $K_u$  je gradijent podupravljanja i bit će objašnjen u sljedećem odjeljku.

### 3.2.2 Deriviranje veze između $\delta_f, v_x$ i $\beta$

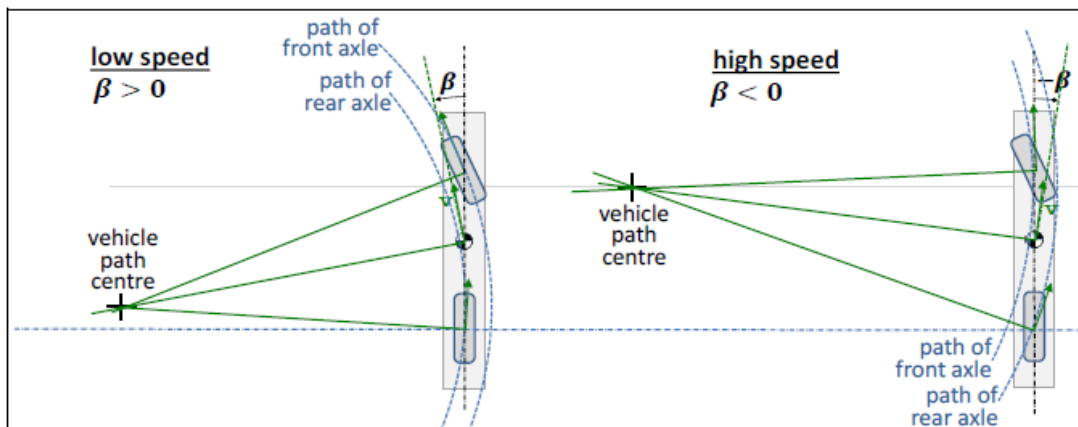
Rješavanje druge jednačbe u jednačbi (3.2):

$$\delta_f = \frac{C_f \cdot C_r \cdot L^2 + (C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f) \cdot m \cdot v_x^2}{C_f \cdot (C_r \cdot L \cdot l_r - l_f \cdot m \cdot v_x^2) + (C_r \cdot L \cdot l_r - l_f \cdot m \cdot v_x^2) \cdot F_{fxw}} \cdot \frac{v_y}{v_x} \approx$$

$$\approx \left\{ \text{za } F_{fxw} = 0 \right\} \approx \frac{C_f \cdot C_r \cdot L^2 - (C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r) \cdot m \cdot v_x^2}{C_f \cdot C_r \cdot l_r \cdot L - C_f \cdot l_f \cdot m \cdot v_x^2} \cdot \frac{v_y}{v_x} \approx$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_f \xrightarrow{v_x \rightarrow 0} \frac{L}{l_r} \cdot \frac{v_y}{v_x}; \\ \delta_f \xrightarrow{v_x \rightarrow \infty} \frac{C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r}{C_f \cdot l_f} \cdot \frac{v_y}{v_x} = -K_u \cdot C_r \cdot \frac{L}{l_f} \cdot \frac{v_y}{v_x}; \end{cases} \quad (3.4)$$

Vidimo da postoji odnos brzina ovisan o kutu upravljanja i bočnom klizanju,  $\frac{v_y}{v_x}$ . Bočno klizanje također se može izraziti preko kuta bočnog klizanja,  $\beta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$ . Budući da je normalno  $K_u > 0$ , bočno klizanje mijenja predznak, kada se povećava brzina od nule do dovoljno visoke. To bi se trebalo intuitivno činiti točnim ako postoji slaganje oko konceptualno različitih kutova bočnog klizanja pri maloj i velikoj brzini, kao što je prikazano na slici 3.6.



Slika 3.6 Kut klizanja tijela za krivulje ravnomjernog stanja male i velike brzine

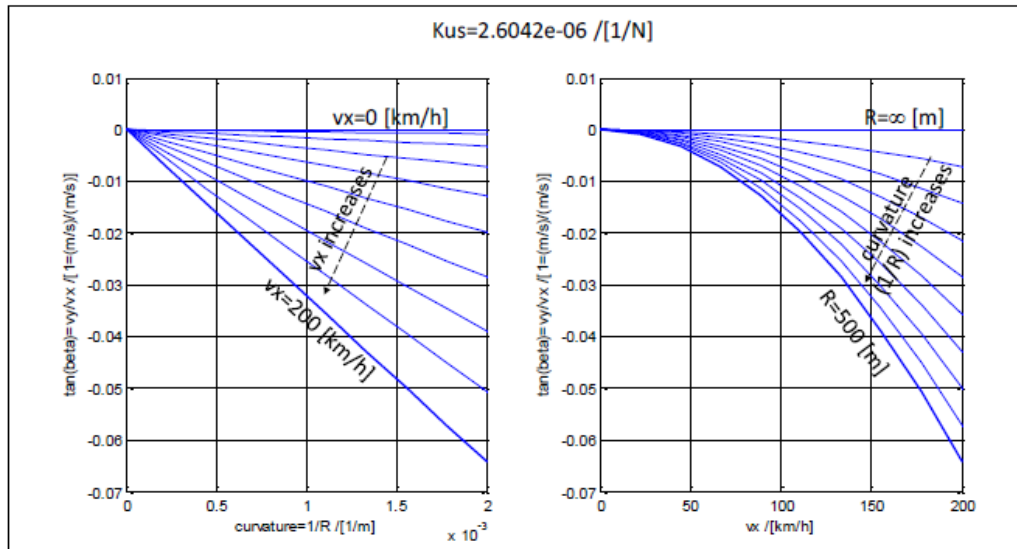
### 3.2.3 Deriviranje veze između $v_x$ , $R$ i $\beta$

Ako aproksimiramo  $F_{fxw} = 0$  i upotrijebimo obje jednačbe u jednačbi (2.14) u cilju eliminacije  $\delta_f$ , dobivamo:

$$\frac{C_r \cdot L \cdot l_r - l_f \cdot m \cdot v_x^2}{C_r \cdot L} = l_r - \frac{l_f \cdot m \cdot v_x^2}{L \cdot C_r} = \frac{v_y}{\omega_z} = \frac{v_x}{\omega_z} \cdot \frac{v_y}{v_x} \approx R \cdot \tan(\beta); \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_y}{v_x} = \tan(\beta) = \left( l_r - \frac{l_f \cdot m \cdot v_x^2}{L \cdot C_r} \right) \cdot \frac{1}{R};$$

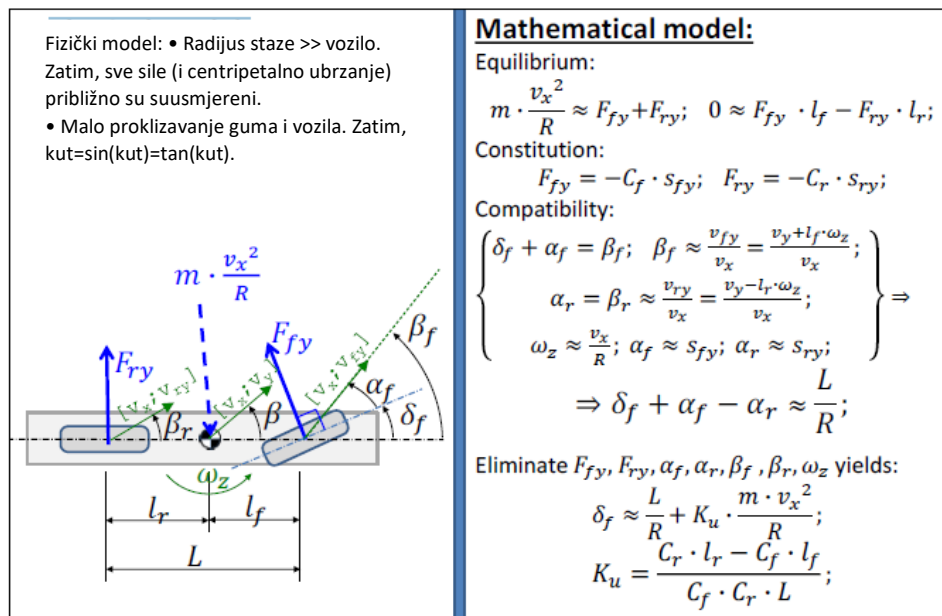
(3.5)



Slika 3.7 Variranje bočnog klizanja s zakrivljenošću i uzdužnom brzinom vozila. [7]

### 3.2.4 Jednostavniji model

Jednostavniji način da se dođe do konačnog izraza dat je na slici 3.8. Ovdje su pojednostavljena uvedena ranije, već u fizičkom modelu, što znači npr. da utjecaj  $F_{fxw}$  nije identificiran.



Slika 3.8 Jednostavnije dobivanje jednadžbe (3.3)

Validacija modela ravnomjernog stanja opisanog u ovom odjeljku, odjeljak 3.2, ograničena ako je manevar prolazan što bi značilo da ravnomjerno stanje nije postignuto. Ali također je ograničen ako se prekrši pretpostavka o linearnim karakteristikama gume,  $F_y = -C \cdot s_y$ . Stoga treba provjeriti je li neka osovina (ili kotač) proračunata da koristi više od nekog određenog udjela raspoloživog trenja,  $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} > \text{frakcija} \cdot \mu \cdot F_z$ ; U mnogim slučajevima, može se tvrditi da je ograničavajući iznos *frakcija* reda veličine 0,5.

### 3.3 Pod-, neutralno- i pre- upravljanje

#### 3.3.1 Podupravljanje kao ugrađena mjera

Pod upravljanje (gradijent) je dodatni kut upravljanja potreban za povećanje bočne sile (ili bočnog ubrzanja) pri vožnji pri velikoj brzini u stabilnom stanju u zavojima na ravnoj podlozi i velikom trenju ceste. Dodatno se odnosi na malu brzinu. Gradijent je definiran pri određenim ravnomjernim uvjetima skretanja pri velikoj brzini u zavojima, uključujući vožnju po ravnoj liniji. Kut upravljanja može biti ili kut kotača ili kut upravljača.

$K_u$  u jednadžbi (3.3) naziva se "gradijent podupravljanja" i stoga ima jedinicu [rad/N] ili [1/N]. Ponekad se mogu vidjeti malo drugačije definicije onoga što treba uključiti u definiciju podupravljanog gradijenta, koji imaju različite jedinice, kao npr.  $K_{u2}$  i  $K_{u3}$  u jednadžbi (3.3). (Kada je definirano kao  $K_{u3}$ , korištena jedinica [rad/g], no preporučeno je da se to ne koristi.)

$$\begin{aligned}\delta_f &= \frac{L}{R} + \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} \cdot \frac{m \cdot g \cdot v_x^2}{g \cdot R} = \\ &= \left\{ \text{use: } K_{u2} = m \cdot g \cdot \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} [1 \text{ or rad}] \right\} = \frac{L}{R} + K_{u2} \cdot \frac{v_x^2}{g \cdot R}; \\ \delta_f &= \frac{L}{R} + \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} \cdot \frac{m \cdot v_x^2}{R} = \\ &= \left\{ \text{use: } K_{u3} = m \cdot \frac{C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f}{C_f \cdot C_r \cdot L} \left[ \frac{1}{m/s^2} \text{ or } \frac{\text{rad}}{m/s^2} \right] \right\} \\ &= \frac{L}{R} + K_{u3} \cdot \frac{v_x^2}{R};\end{aligned}\tag{3.6}$$

Prvi član u konačnom izrazu u jednadžbi (3.3),  $L/R$ , može se promatrati kao referentni kut upravljanja. To se naziva ili "kut upravljanja pri maloj brzini" ili "Ackermannov kut upravljanja". Razumijevanje kuta upravljanja može se proširiti na općenitija vozila: To je kut potreban za skretanje pri malim brzinama. Za općenito vozilo, npr. s drugom geometrijom upravljanja od Ackermannove, kut se ne može izračunati tako jednostavno kao  $L/R$ , nego s nekom specifično izvedenom formulom, ili se može izmjeriti na stvarnom vozilu. Uobičajeno je koristiti indeks A. Može se definirati za kut upravljanja kotača prednje osovine,  $\delta_{fA}$ . Kao i za kut upravljača,  $\delta_{swA}$ .

Gradijent podupravljanja,  $K_u$ , obično je pozitivan, što znači da većina vozila zahtijeva veći kut upravljanja za dan zavoj, što je veća brzina. Ovisno o predznaku  $K_u$ , za vozilo se kaže da je preupravljanje (ako je  $K_u < 0$ ), nedovoljno upravljanje (ako je  $K_u > 0$ ) i neutralno upravljanje (if  $K_u = 0$ ). U praksi su sva vozila projektirana kao podupravljanja, jer bi preupravljanje vozilo vrlo lako postalo nestabilno.

Gradijent podupravljanja  $K_u$  može se shvatiti kao količina upravljanja koju je uz Ackermanov kut potrebno koristiti, u odnosu na centrifugalnu silu  $F_c$ :



$$\delta_f = \delta_{fA} + K_u \cdot \frac{m \cdot v_x^2}{R} = \delta_{fA} + K_u \cdot F_c; \Rightarrow K_u = \frac{\delta_f - \delta_{fA}}{F_c} = \frac{\Delta\delta_f}{F_c};$$

ili korištenjem omjera upravljanja  $\delta_f = \delta_{sw}/r_{ste}$ :

$$\begin{aligned} \delta_{sw} = \delta_{swA} + K_u \cdot \frac{r_{ste} \cdot m \cdot v_x^2}{R} = \delta_{fA} + K_u \cdot r_{ste} \cdot F_c; \Rightarrow \\ \Rightarrow K_u = \frac{\delta_{sw} - \delta_{swA}}{r_{ste} \cdot F_c} = \frac{\Delta\delta_{sw}}{r_{ste} \cdot F_c}; \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.3.2 Podupravljanje u zavisnosti o bočnom ubrzanju u stabilnom stanju

Do sada je gradijent podupravljanja predstavljen kao fiksni parametar ugrađen u vozilo. Ne postoji ništa što govori da se stvarno vozilo ponaša linearno, pa da bi se dobila dobro definirana vrijednost  $K_u$ ,  $\Delta\delta$  i  $c$  trebaju biti mali kada ih se koristi jednadžba (3.8). Međutim, ako prihvatimo da se  $K_u$  može mijenjati s  $F_c$ ,  $K_u$  se može definirati kao diferencijalna veličina.

$K_u$  se također može shvatiti kao veličina za koju se dodatni kut upravljanja,  $\Delta\delta_f$ , mora povećati u odnosu na centrifugalnu silu,  $F_c$ , ili u odnosu na bočno ubrzanje,  $a_y$ :

$$K_u = \frac{\partial(\Delta\delta_f)}{\partial F_c} = \frac{\partial}{\partial F_c}(\delta_f - \delta_A) = \frac{\partial\Delta\delta_f}{\partial F_c}; \text{ or } K_{u3} = \frac{\partial(\Delta\delta_f)}{\partial a_y} = \frac{\partial}{\partial a_y}(\delta_f - \delta_A) = \frac{\partial\delta_f}{\partial a_y}; \quad (3.8)$$

Jednadžba (3.8) prikazuje gradijent podupravljanja kao (matematičku) funkciju, a ne skalarni parametar. Ali još uvijek je fiksiran i vezan za vozilo. Ako se procjenjuje podupravljanje za bočne sile do graničnog trenja ceste, jednadžba (3.8) je relevantnija od jednadžbe (3.3), jer odražava da se gradijent podupravljanja mijenja.

### 3.3.3 Podupravljanje kao varijabla tijekom prolaznog manevra

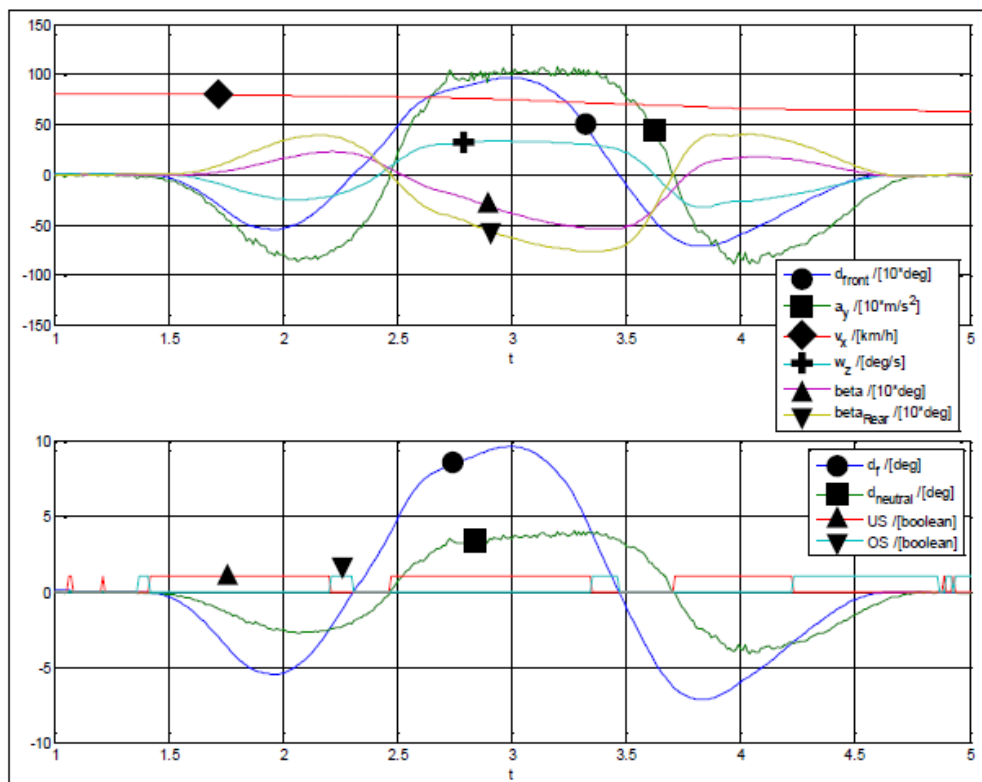
Treće razumijevanje riječi podupravljanje je sasvim drugačije i manje strogo definirano.

Podupravljanje treba promatrati kao varijablu tijekom prolaznog manevra. Na primjer, za vozilo se može reći da je podupravljano ako je bočno proklizavanje gume veće na prednjoj nego na stražnjoj osovini,  $|\alpha_r| > |\alpha_f|$ , i preupravljan ako je suprotno,  $|\alpha_f| > |\alpha_r|$ . Ovaj način definiranja podupravljanja i preupravljanja nije ugrađen, već se mijenja tijekom vremena kroz (prolazni)

manevar. Na primjer, prilikom kočenja u zavoju vozilo gubi prijanjanje na stražnjoj osovini zbog privremenog prijenosa opterećenja sa stražnje na prednju osovinu. Tada stražnje osovine mogu značajno kliziti prema van i vozilo se može smatrati preupravlјivim u tom trenutku, iako je ugrađeni gradiјent podupravlјanja  $>0$ . Ovo "trenutačno" nedovolјno/preupravlјanje može se približno derivirati pomoću ove jednostavne aproksimacije:

$$\delta_{neutral} = \frac{L}{R} \approx \{v_x \approx R \cdot \omega_z\} \approx \frac{L \cdot \omega_z}{v_x} \approx \{a_y \approx v_x \cdot \omega_z\} \approx \frac{L \cdot a_y}{v_x^2}; \quad (3.9)$$

Ako stvarno vozilo ima  $|\delta| > |\delta_{neutral}|$  vozilo je preupravlјano ( $|a_r| > |a_f|$ ), i obrnuto. Ovo je često vrlo praktično jer zahtijeva samo jednostavno evidentirane podatke,  $\delta$  i  $v_x$  i  $a_y$ . Imajte na umu da kada  $\delta, v_x$  i  $a_y$  imaju različite predznake, ni podupravlјanje ni preupravlјanje nisu prikladni kao klasifikacija, ali se ponekad mogu nazvati "kontraupravlјanje".



Slika 3.9 Gore: Podaci iz zapisnika iz osobnog vozila s ESC sustavom u dvostrukoj promjeni trake. Niže:  $\delta_{neutral}$  može se koristiti za približnu procjenu "trenutačnog" pod-/preupravlјanja (SAD/OS). [7]

Drugi pogled na jednadžbu (3.3) govori nam da moramo pretpostaviti odsutnost pogona i kočenja na prednjoj osovini,  $F_{fxw} = 0$ , kako bismo dobili relativno jednostavan konačni izraz. Kod pogona na prednju osovину ( $F_{fxw} > 0$ ), potrebni kut upravljanja,  $\delta_f$ , bit će manji; prednji pogon uvlači prednji kraj vozila. Kod kočenja na prednjoj osovini ( $F_{fxw} < 0$ ), potrebni kut upravljanja,  $\delta_f$ , bit će veći; prednje kočenje ometa prednji kraj da se okrene. Kako bi  $v_x$  bio konstantan, što je potrebno unutar definicije ravnomjernog stanja, vozilo treba pokrenuti jer će uvijek postojati neki otpor pri vožnji koji treba savladati. Brza vožnja u malom polumjeru je situacija u kojoj otpor vožnje od bočnih sila gume postaje značajan. To je dio otpora vožnje koji je samo ukratko spomenut u odjeljku 3.2.

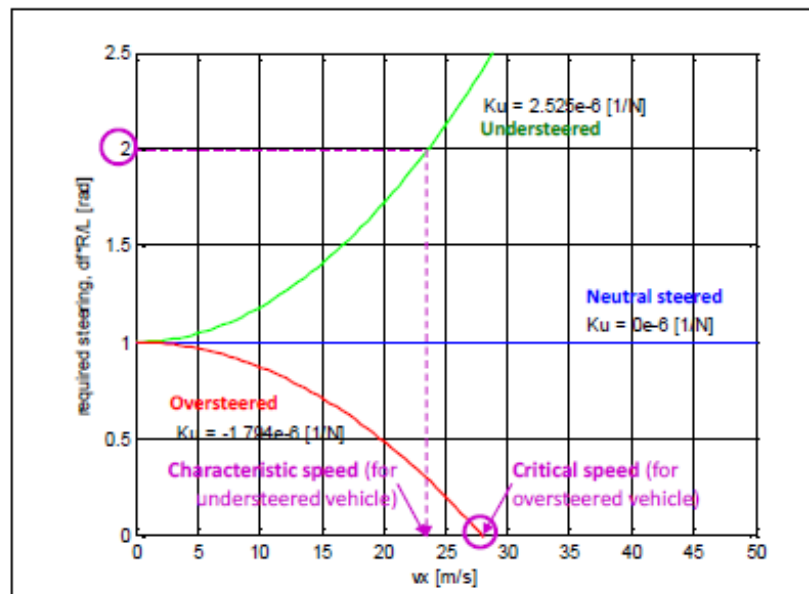
Gornje obrazloženje je napravljeno za ravnotežno stanje i uzdužno i bočno. Ako je riječ o uzdužnom ubrzanju, još uvijek možemo pretpostaviti bočno ravnomjerno stanje i proučavati gradijent podupravljanja. .

### 3.4 Normalizirani potrebni kut upravljanja

Temeljno svojstvo vozila je kut upravljanja potreban za prevladavanje određene zakrivljenosti ( $=1/\text{polumjer putanje } 1/R\rho$ ). Ova vrijednost može varirati s uzdužnom brzinom i može se normalizirati s međuosovinskim razmakom. Iz jednadžbe (3.3) možemo zaključiti:

$$\begin{aligned} \text{normalizirani potrebni kut upravljanja je} &= \frac{\delta_f \cdot R}{L} \\ &= 1 + K_u \cdot \frac{m \cdot v_x^2}{L}; \end{aligned} \tag{3.10}$$

Normalizirani potrebni kut upravljanja je nacrtan za različite gradijente podupravljanja sl. 3.10.



Slika 3. 10 Normalizirani kut upravljanja ( $\frac{\delta_f \cdot R}{L}$ ) za ravnomjerno skretanje u stabilnom stanju

### 3.4.1 Kritična i karakteristična brzina

Kritična brzina je brzina iznad koje vozilo postaje nestabilno u smislu da brzina skretanja značajno raste za mali poremećaj, npr. kuta upravljanja. Karakteristična brzina je brzina pri kojoj vozilo zahtijeva dvostruko veću brzinu kut upravljanja za određeni radijus putanje nego što zahtijeva pri maloj brzini (slika 3.1).

Možemo utvrditi da je nulti kut upravljanja potreban za preupravljano vozilo pri 28 [m/s]. To je takozvana kritična brzina, a to je brzina pri kojoj vozilo postaje nestabilno. Ovdje treba napomenuti da postoje stabilni uvjeti i iznad kritične brzine, ali se tada mora upravljati u suprotnom smjeru. Uobičajena vozila su napravljena s podupravljanjem, zbog čega je kritična brzina više teoretska definicija. Međutim, ako se proučavaju (kvazistabilno stanje) situacije u kojima je stražnja osovina snažno zakočena, stražnja krutost u zavojima je smanjena, a kritična brzina može biti relevantna.

Za vozila s podupravljanjem, umjesto toga možemo očitati drugu mjeru, karakterističnu brzinu. Shvaćanje karakteristične brzine je, do sada, samo to da se potrebno upravljanje povećava više od dva puta nego što je potrebno za malu brzinu pri istom radijusu putanje. Iz jednadžbe (3.3) možemo pronaći formulu za kritičnu i karakterističnu brzinu:

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_u \cdot \frac{m \cdot v_{x,crit}^2}{R} = 0 \Rightarrow v_{x,crit} = \sqrt{\frac{L}{-K_u \cdot m}} = \sqrt{\frac{C_f \cdot C_r \cdot L^2}{(C_f \cdot l_f - C_r \cdot l_r) \cdot m}};$$

$$\delta_f = \frac{L}{R} + K_u \cdot \frac{m \cdot v_{x,char}^2}{R} = 2 \cdot \frac{L}{R} \Rightarrow v_{x,char} = \sqrt{\frac{L}{K_u \cdot m}} = \sqrt{\frac{C_f \cdot C_r \cdot L^2}{(C_r \cdot l_r - C_f \cdot l_f) \cdot m}};$$

(3.11)

### 3.5 Manevriranje i stabilnost

Opći zaključak prethodnog odjeljka je da sva pojačanja postaju veća što je vozilo više preupravljano (ili podupravljano). Veća pojačanja općenito se doživljavaju kod sportskih vozila, a također poboljšavaju sigurnost jer poboljšavaju manevarske sposobnosti. Veća sposobnost manevriranja olakšava vozaču izvođenje manevara izbjegavanja. To bi motiviralo dizajn za nizak gradijent podupravljanja.

Međutim, postoji i učinak da vozilo s premalim gradijentom podupravljanja postaje vrlo osjetljivo na unos kuta upravljača. U ekstremnim slučajevima vozač ne bi mogao kontrolirati vozilo. Ovo ograničava koliko malen gradijent podupravljanja se može dizajnirati.

Općenito pravilo dizajna danas je da podupravljanje bude što je moguće manje, ali neutralno upravljanje je granica koja se ne može prijeći. Vozaču nije nemoguće zadržati nestabilno vozilo ( $K_u < 0$  i  $v_x$  > kritična brzina) na predviđenoj putanji, ali to zahtijeva aktivnu kompenzaciju upravljačem. Ako se dodaju sustavi potpore, kao što je prigušivanje skretanja potporom upravljanja ili diferenciranim pogonskim momentima, može biti još lakše. Kad bi se netko mogao osloniti na vrlo dugo vrijeme rada za takve sustave podrške, mogao bi pomaknuti današnji kompromis između manevriranja i stabilnosti. Ovaj korak konceptualnog dizajna poduzet je za neke zrakoplove, koji su zapravo dizajnirani tako da bi bili nestabilni bez aktivnog upravljanja.

### 3.6 Dijagram rukovanja

Ovaj odjeljak daje kratak uvod u dijagram upravljanja, koji je koristan alat za raspravu o stabilnosti skretanja tijekom različitih situacija skretanja pri ravnomjernoj vožnji, kao što je započeto jednadžbom 3.11.

Postoje mnogi često korišteni grafički alati ili dijagrami za predstavljanje karakteristika vozila. Jedan je "dijagram rukovanja", koji je konstruiran na sljedeći način. Učinjene su iste pojednostavljene pretpostavke kao na slici 3.8, uz iznimku da nisu pretpostavljeni linearni modeli guma.

Ravnoteža:

$$\left\{ m \cdot \frac{v_x^2}{R} = m \cdot a_y = F_{fy} + F_{ry}; \quad 0 = F_{fy} \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r; \right\} \Rightarrow F_{fy} = \frac{l_r}{L} \cdot m \cdot a_y; \quad F_{ry} = \frac{l_f}{L} \cdot m \cdot a_y$$

Konstituiranje:

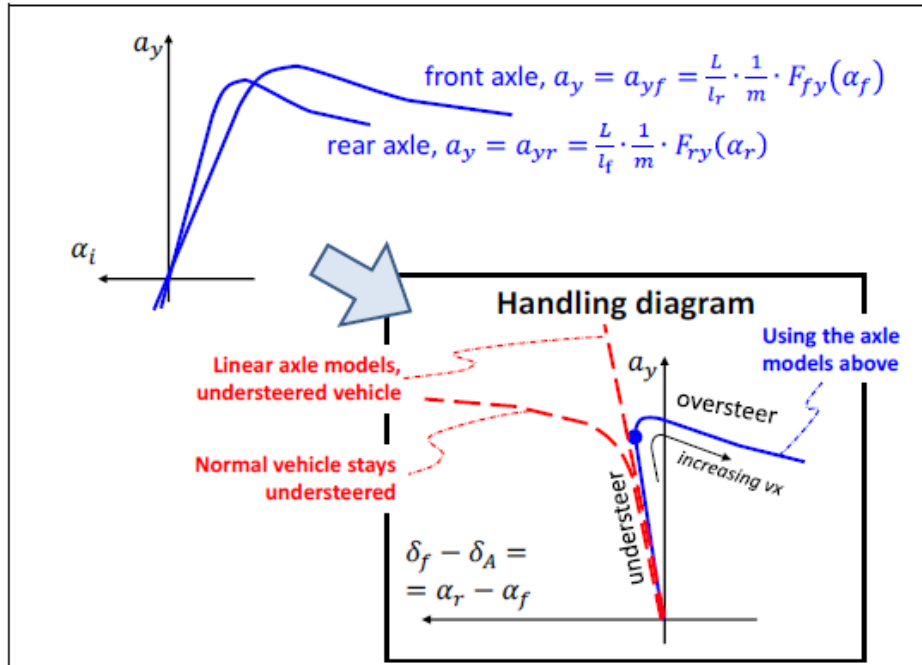
$$F_{fy} = F_{fy}(\alpha_f) \Rightarrow \alpha_f = F_{fy}^{-1}(F_{fy}); \quad F_{ry} = F_{ry}(\alpha_r) \Rightarrow \alpha_r = F_{ry}^{-1}(F_{ry});$$

Rješavanje  $a_r - a_f$  daje:

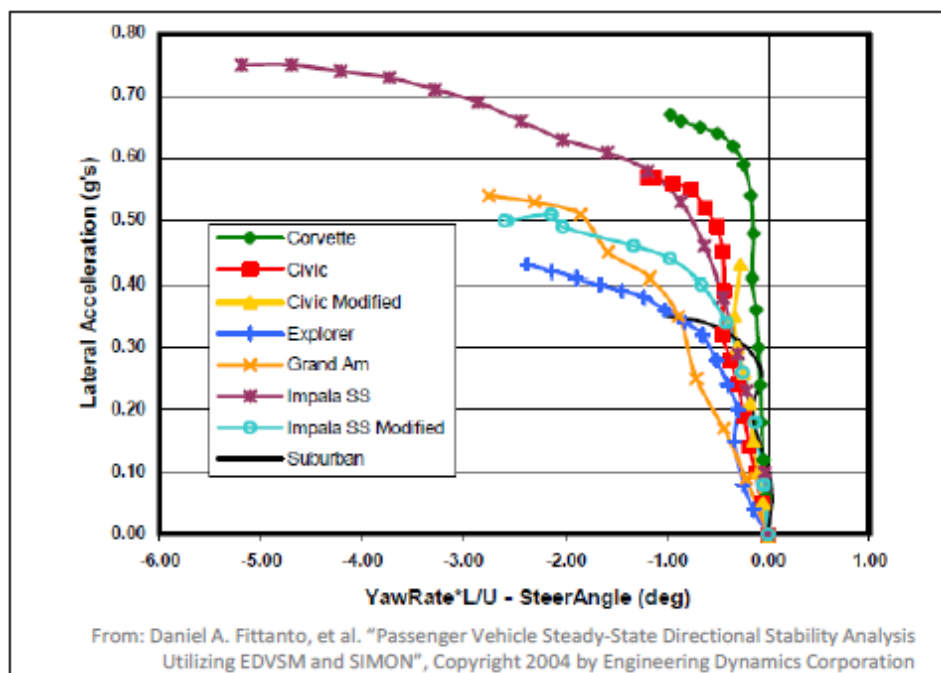
$$\alpha_r - \alpha_f = F_{ry}^{-1}(F_{ry}) - F_{fy}^{-1}(F_{fy}) = F_{ry}^{-1}\left(\frac{l_f}{L} \cdot m \cdot a_y\right) - F_{fy}^{-1}\left(\frac{l_r}{L} \cdot m \cdot a_y\right);$$

Nadalje, možemo iscrtati  $a_r - a_f$  kao funkciju  $Q_y$ . Ova relacija je zanimljiva jer kompatibilnost ( $\delta_f + a_r - a_f = \frac{L}{R}$ ) daje  $\delta_f + a_r - a_f = \delta_f - \frac{L}{R} = \delta_f - \delta_A$ . I  $\delta_f - \delta_A$  je povezan s jednim od razumijevanja  $K_u$  u jednadžbi (3.8) ( $K_u = \frac{\partial}{\partial a_y}(\delta_f - \delta_A)$ ). Ako uzmemo  $a_r - a_f = \delta_f - \delta_A$  na apscisnoj osi i  $a_y$  na ordinatnoj osi, dobit ćemo najčešći način crtanja dijagrama rukovanja, vidi sliku 3.5. Konstitutivne relacije osovine mogu se koristiti kao grafička potpora za konstrukciju dijagrama, ali tada bi konstitutivne relacije trebale biti iscrtane kao:  $a_{yi}(a_i) = \frac{L}{L-l_i} \cdot \frac{1}{m} \cdot F_{iy}(a_i)$ . Veličina  $a_{yi}$  se može uzeti kao bočna sila na osovinu, ali skalirana tako da vrijednosti obje osovine odgovaraju istom bočnom ubrzanju vozila. Slika 3.5 prikazuje konstrukciju dijagrama upravljanja na temelju karakteristika klizanja osovine. Slika 3.6 prikazuje primjere dijagrama rukovanja konstruiranih pomoću testova s alatima za simulaciju. Dijagrami upravljanja također

se mogu dizajnirati iz testova stvarnih vozila. Nagib u dijagramu upravljanja odgovara gradijentu podupravljanja  $K_{u3}$  u jednadžbi (3.8).



Slika 3.11 Konstrukcija "Dijagrama rukovanja". Karakteristike klizanja osovine (krute) odabrane su tako da vozilo prelazi iz podupravljanja u preupravljanje s povećanom uzdužnom brzinom,  $v_x$ . Isprekidano su prikazana dva druga primjera.



*Slika 3.12 Primjer dijagrama rukovanja.*

Korištenjem modela dvoosovinskog jednotračnog vozila, postoji krivulja kao što je nacrtana u dijagramu upravljanja, ali od naprednijeg modela, vozila s ne-Ackermannovim upravljanjem ili stvarnog testa, krivulja postaje područje. To se može shvatiti kao da se određeno bočno ubrzanje može postići pri nekoliko različitih uzdužnih brzina, koristeći različite polumjere staza. Stoga se mogu vidjeti dijagrami rukovanja sa skupom krivulja, svaka za određenu uzdužnu brzinu. Ovo je tipično za dijagrame rukovanja teškim kamionima s nekoliko neupravljanih osovina.

### 3.7 Ravnomjerno stanje skretanja velikom brzinom, s bočnim prijenosom opterećenja

U poglavlju o uzdužnoj dinamici proučavan je (okomita guma) prijenos opterećenja između prednje i stražnje osovine. Odgovarajući problem za bočnu dinamiku je prijenos opterećenja između lijeve i desne strane vozila. Unutar bočne dinamike pri ravnomjernoj vožnji, pokrit ćemo neke od jednostavnijih učinaka, ali ćemo sačuvati složenije učinke ovisne o spoju ovjesa u odjeljku 5. Relevantnost analize prijenosa opterećenja je funkcija ograničenog kuta prevrtanja u zavojima (za udobnost) i ravnoteža skretanja (nagib podupravljanja, vidi 3.7.6). Dodatno, prijenos opterećenja može utjecati na prijelazno rukovanje (vidi poglavlje 5).

#### 3.7.1 Prijenos opterećenja između strana vozila

Ukupni prijenos opterećenja može se pronaći bez uključivanja učinaka ovjesa.

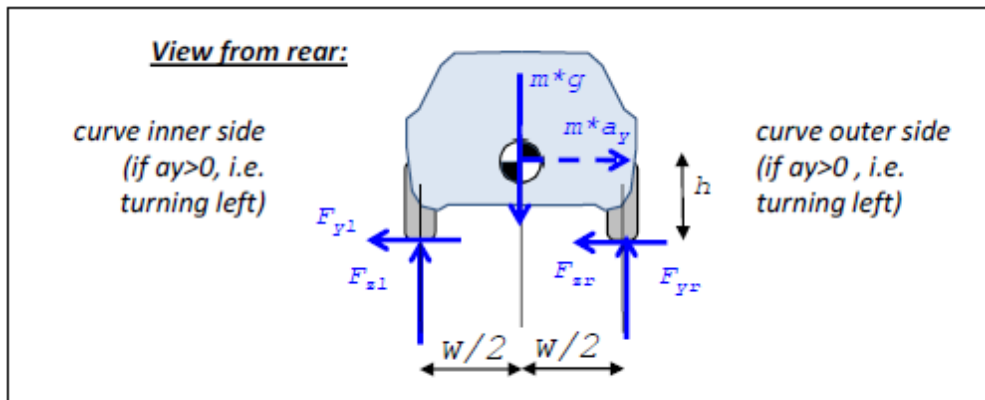
Ravnoteža momenta, oko lijevog kontakta s tlom:

$$m \cdot g \cdot \frac{w}{2} + m \cdot a_y \cdot h - F_{zr} \cdot w = 0 \Rightarrow F_{zr} = m \cdot \left( \frac{g}{2} + a_y \cdot \frac{h}{w} \right);$$

Moment ravnoteže, oko desnog kontakta s tlom:  $\Rightarrow F_{zl} = m \cdot \left( \frac{g}{2} - a_y \cdot \frac{h}{w} \right)$  (3.12)

Ove jednadžbe potvrđuju ono je poznato iz iskustva, lijeva strana je neopterećena ako vozilo skreće lijevo. Općenito, unutarnja strana krivulje je neopterećena.

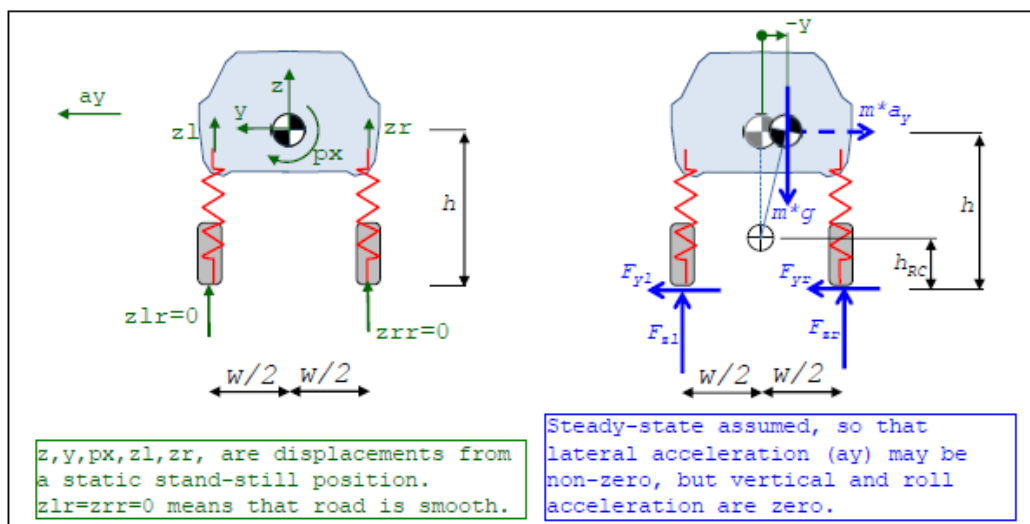




Slika 3.13 Dijagram slobodno tijelo vozila u zavoju. Sila  $m \cdot a_y$  je fiktivna sila. Indeks l i r ovdje znači lijevo i desno.

### 3.7.2 Izdizanje tijela i kotrljanje zbog bočnih sila kotača

Tijekom ravnomjernog skretanja u zavojima vozilo se valja i uzdiže. Prvo, posebno je formulirati model u "efektivnim krutostima", na isti način kao za uzdužni prijenos opterećenja u prethodnom poglavlju.



Slika 3.14 Model za ravnomjerno uzdizanje i valjanje zbog bočnog ubrzanja. Model ovjesa je nepovezan (ili "trivijalno vezan") i bez razlike sprijeda i straga.

Prigušenje nije uključeno u model, jer bi njihove sile bile jednake nuli, budući da nema brzine pomaka, zbog pretpostavke "kvazistacionarnog stanja". Kao konstitutivne jednadžbe za

podatljivost opruge pretpostavljamo da se pomaci mjere iz statičkih uvjeta i da su popustljivosti linearne. Pretpostavlja se da je cesta glatka, tj.  $z_{lr} = z_{rr} = 0$ .

$$\begin{aligned} F_{zl} &= F_{zl0} + c_{side} \cdot (z_{lr} - z_l) \quad \text{and} \quad F_{zr} = F_{zr0} + c_{side} \cdot (z_{rr} - z_r) \\ \text{where } F_{zl0} + F_{zr0} &= m \cdot g \quad \text{and} \quad F_{zl0} \cdot w/2 - F_{zr0} \cdot w/2 = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Krutosti  $c_f$  i  $c_r$  su efektivne krutosti svake osovine. Fizička opruga može imati različite vrijednosti krutosti, ali njen učinak je zarobljen u efektivnoj krutosti. Posebno se napominje da se ovaj model dalje razvija u sljedećem odjeljku, kako bi se uključile veze u ovjesu, što omogućuje validiranje za prolaznu bočnu dinamiku. Također, razvoj daje bolju refleksiju ravnomjernih razina pomaka,  $z$  i  $p_x$ . Već iz dijagrama slobodnog tijela je vidljivo da  $F_{yl}$  i  $F_{yr}$  uvijek djeluju zajedno, pa je potrebno preimenovati  $F_{yl} + F_{yr} = F_{yw}$  gdje se  $w$  odnosi na kotač. Ovo i ravnoteža daju:

$$\begin{aligned} F_{yw} - m \cdot a_y &= 0; \\ m \cdot g - F_{zl} - F_{zr} &= 0; \\ F_{zl} \cdot (w/2) - F_{zr} \cdot (w/2) + F_{yw} \cdot h + m \cdot g \cdot (-y) &= 0; \end{aligned} \quad (3.14)$$

Izraz  $m \cdot g \cdot (-y)$  je uzet u obzir, ali ne odgovara za  $m \cdot a_y$ , budući da simetrija vozila omogućuje da se valjanje odvija oko točke na vertikalnoj osi simetrije. Stoga je  $y$  značajan, ali odgovarajući pomak u okomitom smjeru nije. Ako pretpostavimo visinu za točku oko koje se odvija valjanje,  $h_{rc}$ , možemo izraziti  $-y = (h - h_{rc}) \cdot p_x$ . U ovom trenutku njegova vrijednost nije poznata, sve dok se u nastavku ne prouči dizajn ovjesa, ali već ovdje se može spomenuti da većina vozila ima  $h_{rc} \ll h$ . To uzrokuje značajan "efekt klatna", posebno za teške kamione.

Kompatibilnost, za uvođenje pomaka tijela,  $z$  i  $p_x$ , daje:

$$z_l = z + (w/2) \cdot p_x; \quad \text{i} \quad z_r = z - (w/2) \cdot p_x; \quad (3.15)$$

Kombinacija konstitutivnih odnosa, ravnoteže i kompatibilnosti daje:

$$\begin{aligned}
 F_{yw} &= m \cdot a_y; \\
 z &= 0; \\
 p_x &= \frac{2 \cdot m \cdot a_y \cdot h}{w^2 \cdot c_{side} - 2 \cdot m \cdot g \cdot (h - h_{RC})}; \\
 F_{zl} &= m \cdot \left( \frac{g}{2} - \frac{a_y \cdot h}{w} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot (h - h_{RC})}{c_{side} \cdot w^2}} \right) \right); \\
 F_{zr} &= m \cdot \left( \frac{g}{2} + \frac{a_y \cdot h}{w} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot (h - h_{RC})}{c_{side} \cdot w^2}} \right) \right);
 \end{aligned}$$

(3.16)

U skladu s intuicijom i iskustvom, tijelo se kotrlja s pozitivnim nagibom kada se upravlja ulijevo (pozitivno  $F_{yw}$ ). Nadalje, težište tijela je nepromijenjeno u uzdizanju (vertikalno  $z$ ). Formula koristi  $h_{rc}$  što ne možemo procijeniti bez analize ovjesa. Budući da su prednja i stražnja osovina obično različite, mogli bismo očekivati da je  $h_{rc}$  izraženo u nekim sličnim veličinama za svaku od prednje i stražnje osovine, što je također slučaj u našoj daljnjoj analizi, vidi jednadžbu (3.22).

### 3.7.2.1 Gradijent ravnomjernog valjanja

Gradijent ravnomjernog valjanja je kut nagiba karoserije po bočnom ubrzanju za vozilo tijekom ravnomjernog skretanja u zavoju s određenim bočnim ubrzanjem i određenim polumjernom putanje na ravnoj podlozi.

### 3.7.3 Bočni prijenos opterećenja

Za uzdužni prijenos opterećenja, tijekom čisto uzdužnih dinamičkih manevara, simetrija vozila čini razumnim da se vertikalno opterećenje na svakoj osovini ravnomjerno podijeli između lijevog i desnog kotača osovine. Za bočnu dinamiku nije baš realno pretpostaviti simetriju

između prednje i stražnje osovine. Stoga se ovjes mora razmatrati odvojeno za prednju i stražnju osovinu. Svojstva koja su važna za modeliranje za svaku osovinu nisu samo lijeva i desna elastičnost (kao što smo modelirali cijelo vozilo na slici 3.7). To je i način na koji se bočne sile gume prenose s mjesta kontakta s cestom na karoseriju vozila. Razlika za bočni prijenos opterećenja, u usporedbi s uzdužnim prijenosom opterećenja, je u tome što je on značajan i u stacionarnom stanju (zbog centrifugalne sile).

Dva načina modeliranja uključivanja ovjesa u prijenos opterećenja prikazana su na slici 3.9. Općenito govoreći, mogu se kombinirati, tako da se jedan koristi na prednjoj, a drugi na stražnjoj osovini. Međutim, u ovome završnom radu nećemo kombinirati, već odabrati jedan od koncepata za opis.

### 3.7.3.1 Model prijenosa opterećenja sa zakretnim točkama kotača

Ovaj model neće nadalje biti detaljno predstavljen. Međutim, treba spomenuti da ima dosta prednosti:

- Model ima i stupanj slobode uzdizanja i kotrljanja. (Model centra valjanja ograničen je na valjanje oko središta valjanja.)
- Model uzima u obzir distribuciju uzdužnih sila kotača između lijeve i desne strane. (Model središta valjanja koristi samo zbroj bočnih sila po osovini.)

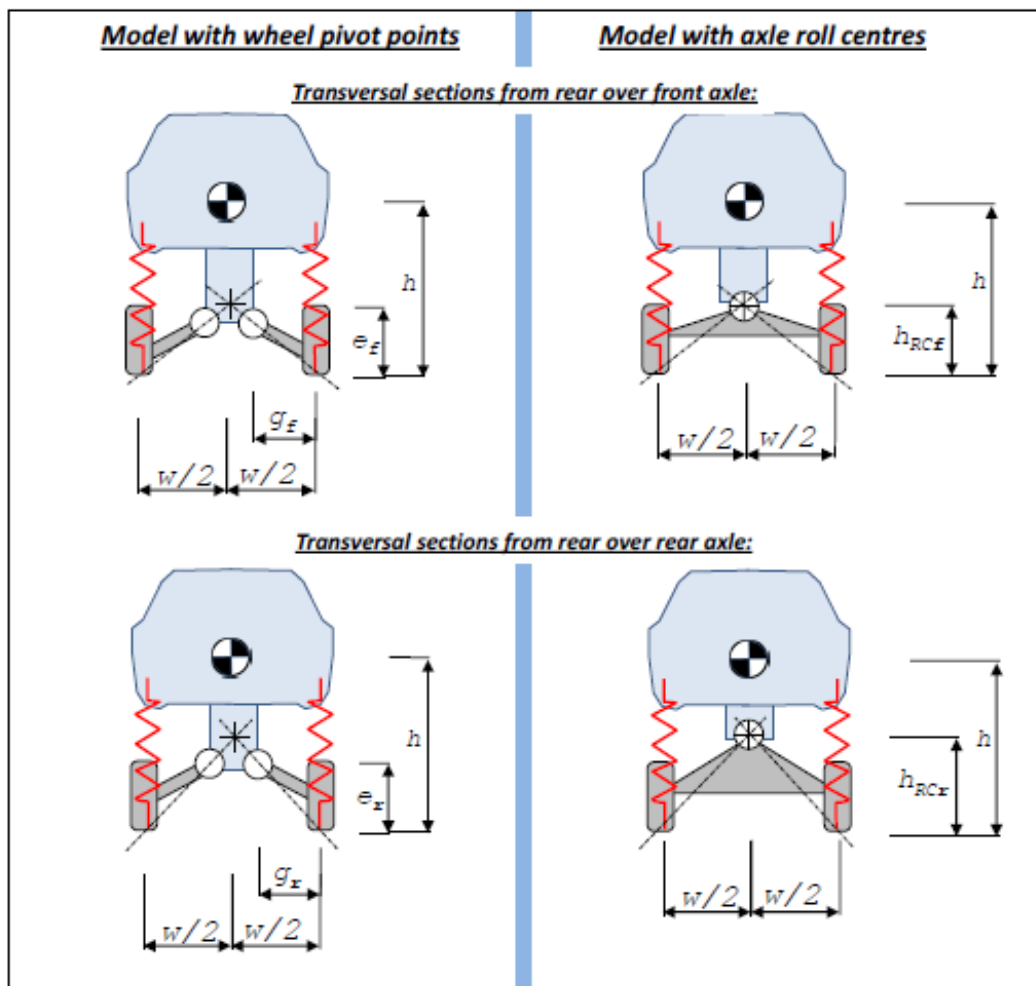
Općenito govoreći, ovaj model je točniji i nije mnogo računalno zahtjevniji i vjerojatno ga je lakše intuitivno razumjeti (za ne individualne, krute osovine ili gredne osovine, model središta valjanja dovoljno je točan i vjerojatno intuitivniji).

Slučajevi kada se preporučuje ovaj model za razliku od modela sa središtem valjanja su:

- Analiza ravnomjernog stanja i prijelaznih pojava gdje je važan pomak uzdizanja.
- Kada su prisutne velike razlike između bočnog opterećenja lijevog i desnog kotača, kao što su:
  - Veliki prijenos opterećenja, tj. visok CoG i velika bočna ubrzanja. Jedan primjer je proučavanje podizanja kotača i tendencija prevrtanja.

- Velike razlike između uzdužnog klizanja, dok osovina klizi bočno. Tada jedan kotač može imati nultu bočnu silu, jer se trenje koristi uzdužno, dok drugi može imati veliku bočnu silu.

- Ako bi se proučavalo pojedinačno upravljanje unutar osovine. Može se zamisliti ekstremni slučaj ako se aktivira iznenadno kretanje prema unutra ili prema van, što bi uzrokovalo velike, ali suprotno usmjerene bočne sile na lijevom i desnom kotaču.



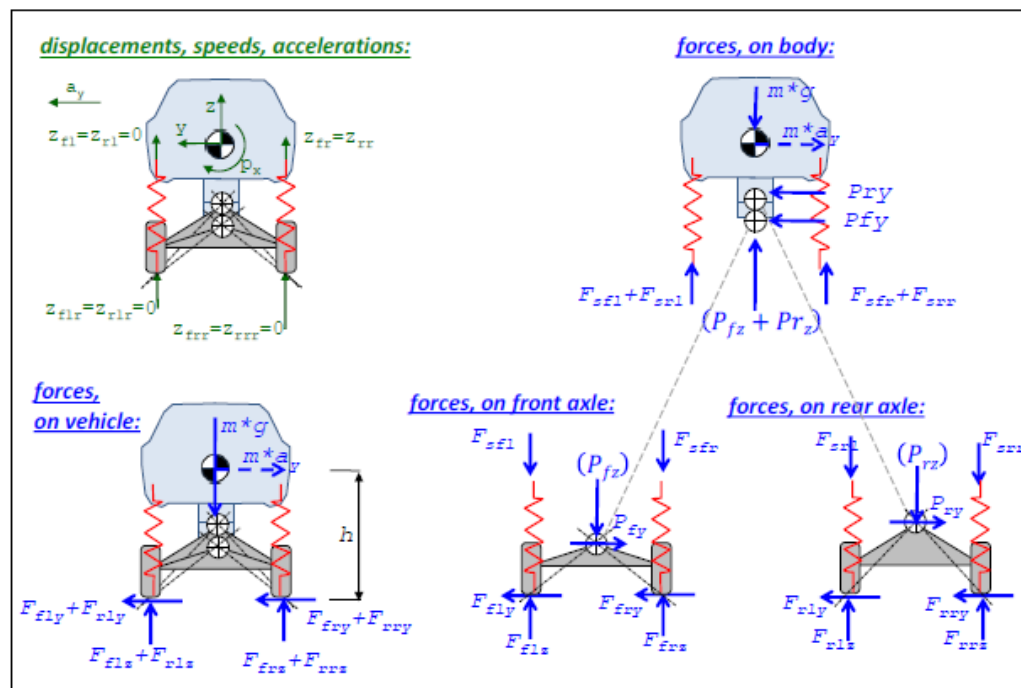
Slika 3.15 Dva alternativna modela za uključivanje učinaka ovjesa u bočni prijenos opterećenja

### 3.7.3.2 Model prijenosa opterećenja s centrima valjanja osovine

Model s centrima valjanja osovine ima neke nedostatke kao što je ranije navedeno. Vezano za neke prednosti, računalno je nešto manje zahtjevno. Međutim, glavni razlog zašto se u ovom

radu koristi model temeljen na središnjem valjanju je taj što što će nadalje biti objašnjena dva različita koncepta s uzdužnim i bočnim prijenosom opterećenja.

U dijagramima slobodnog tijela na slici 3.14, pretpostavlja se da je cesta ravna,  $z_{flr} = z_{frr} = z_{rlr} \equiv z_{rrr} = 0$ . U dijagram slobodnog tijela za prednju osovinu,  $P_{fz}$  i  $P_{fy}$  su sila reakcije u središtu stražnjeg nagiba. Odgovarajuće sile reakcije su određene za stražnju osovinu. Treba imati na umu da centri valjanja nemaju moment kotrljanja, što je ključna pretpostavka o centrima kotrljanja.  $F_{sfl}, F_{sfr}, F_{srl}$  i  $F_{srr}$  su sile u podatljivostima, tj. jedno polje je pohranjena potencijalna energija opruge. Može se shvatiti da središta valjanja također nisu u stanju preuzeti vertikalnu silu, za razliku od ograničavanja okomitog gibanja (kao što je nacrtano). Treba imati na umu da "učinak njihala" nije uključen u odjeljku 3.7.3 kao što je bio u odjeljku 3.7.2. Potrebno je nadalje dobiti jednostavnije jednadžbe iz obrazovnih razloga.



Slika 3.16 Model za ustaljeno stanje uzdizanja i valjanja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta valjanja, koji mogu biti različiti prednji i stražnji.

Prigušenje nije uključeno u model, jer bi njihove sile bile nula, budući da nema brzine pomaka, zbog pretpostavke o ravnomjernom stanju. Kao konstitutivne jednadžbe za podatljivot (opruge) pretpostavljamo da se pomaci mjere iz statičkih uvjeta i da su podatljivosti linearne. Radi

jednostavnosti, šipke protiv prevrtanja nisu modelirane, ali one su općenito važne i bit će dodane u odjeljku 3.9.4. Pretpostavlja se da je cesta glatka, tj.  $z_{flr} \equiv z_{frr} \equiv z_{rlr} \equiv z_{rrr} \equiv 0$ .

$$\begin{aligned} F_{sfl} &= F_{sfl0} + c_{fw} \cdot (z_{flr} - z_{fl}); \\ F_{sfr} &= F_{sfr0} + c_{fw} \cdot (z_{frr} - z_{fr}); \\ F_{srl} &= F_{srl0} + c_{rw} \cdot (z_{rlr} - z_{rl}); \\ F_{srr} &= F_{srr0} + c_{rw} \cdot (z_{rrr} - z_{rr}); \\ \text{gdje } F_{sfl0} &= F_{sfr0} = \frac{m \cdot g \cdot l_r}{2 \cdot L}; \text{ and } F_{srl0} = F_{srr0} = \frac{m \cdot g \cdot l_f}{2 \cdot L}; \end{aligned} \quad (3.17)$$

Krutosti  $c_{fw}$  i  $c_{rw}$  su efektivne krutosti po kotaču na prednjoj odnosno stražnjoj osovini. Fizička opruga može imati različitu vrijednost krutosti, ali njen učinak je zarobljen u efektivnoj krutosti.

Posebno se napominje da je ovaj model dalje razvijen u odjeljku 5, kako bi uključio fenomene neravnomjernog stanja (prigušenje kao i inercijski učinci uzdizanja i kotrljanja), što je potrebno za validiranje modela za intenzivnije prijelazne bočne dinamike.

Već u dijagramu slobodnog tijela vidimo da  $F_{fly}$  i  $F_{fry}$  uvijek djeluju zajedno, pa preimenujemo  $F_{fly} + F_{fry} = F_{fy}$  i  $F_{rly} + F_{rry} = F_{ry}$ . Ravnoteža za cijelo vozilo (okomito, bočno, skretanje, nagib, valjanje):

$$\begin{aligned} F_{flz} + F_{frz} + F_{rlz} + F_{rrz} &= m \cdot g; \\ m \cdot a_y &= F_{fy} + F_{ry}; \\ 0 &= F_{fy} \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r; \\ -(F_{flz} + F_{frz}) \cdot l_f + (F_{rlz} + F_{rrz}) \cdot l_r &= 0; \\ (F_{flz} + F_{rlz}) \cdot \frac{w}{2} - (F_{frz} + F_{rrz}) \cdot \frac{w}{2} + (F_{fy} + F_{ry}) \cdot h &= 0; \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ravnoteža za svaku osovину (valjanje, oko središta valjanja):

$$\begin{aligned} (F_{flz} - F_{sfl}) \cdot \frac{w}{2} - (F_{frz} - F_{sfr}) \cdot \frac{w}{2} + F_{fy} \cdot h_{RCf} &= 0; \\ (F_{rlz} - F_{srl}) \cdot \frac{w}{2} - (F_{rrz} - F_{srr}) \cdot \frac{w}{2} + F_{ry} \cdot h_{RCr} &= 0; \end{aligned} \quad (3.19)$$

Kompatibilnost, za uvođenje pomaka tijela,  $z$ ,  $p_x$  i  $p_y$ , daje:

$$\begin{aligned}
 z_{fl} &= z + \frac{w}{2} \cdot p_x - l_f \cdot p_y; \\
 z_{fr} &= z - \frac{w}{2} \cdot p_x - l_f \cdot p_y; \\
 z_{rl} &= z + \frac{w}{2} \cdot p_x + l_r \cdot p_y; \\
 z_{rr} &= z - \frac{w}{2} \cdot p_x + l_r \cdot p_y; \\
 z_{fl} + z_{fr} &= 0; \\
 z_{rl} + z_{rr} &= 0;
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Mjera  $\Delta h$  je redundantna i može se povezati s drugim geometrijskim mjerama na sljedeći način. Geometrijska interpretacija dana je na slici 3.11

$$\Delta h = h - \frac{l_r \cdot h_{RCf} + l_f \cdot h_{RCr}}{L};
 \tag{3.21}$$

Kombiniranje jednadžbi (3.22) do (3.16) daje :

$$\begin{aligned}
 F_{fy} &= m \cdot a_y \cdot \frac{l_r}{L}; \\
 F_{ry} &= m \cdot a_y \cdot \frac{l_f}{L}; \\
 z &= 0; \\
 p_x &= \frac{m \cdot a_y \cdot \Delta h}{c_{roll,vehicle}} = \frac{(F_{fy} + F_{ry}) \cdot \Delta h}{c_{roll,vehicle}}; \\
 p_y &= 0; \\
 F_{flz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_r}{2 \cdot L} - a_y \cdot \left( \frac{h_{RCf} \cdot l_r}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{f,roll}}{c_{roll,vehicle}} \right) \right); \\
 F_{frz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_r}{2 \cdot L} + a_y \cdot \left( \frac{h_{RCf} \cdot l_r}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{f,roll}}{c_{roll,vehicle}} \right) \right); \\
 F_{rlz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_f}{2 \cdot L} - a_y \cdot \left( \frac{h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{r,roll}}{c_{roll,vehicle}} \right) \right); \\
 F_{rrz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_f}{2 \cdot L} + a_y \cdot \left( \frac{h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{r,roll}}{c_{roll,vehicle}} \right) \right);
 \end{aligned}$$

gdje koristi valjanje u [moment/kut] su:

$$\begin{aligned}
 c_{f,roll} &= 2 \cdot c_{fw} \cdot \left( \frac{w}{2} \right)^2 \left[ \frac{Nm}{rad} \right]; \\
 c_{r,roll} &= 2 \cdot c_{rw} \cdot \left( \frac{w}{2} \right)^2 \left[ \frac{Nm}{rad} \right]; \\
 c_{roll,vehicle} &= c_{f,roll} + c_{r,roll} \left[ \frac{Nm}{rad} \right];
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Ako se uspoređuje jednadžba (3.22) s jednadžbom (3.16). Vidljivo je da je jednadžba (3.16) uzima u obzir "učinak klatna", ali ne i razliku između prednjeg i stražnjeg ovjesa. Jednadžba (3.22) čini suprotno.



Pretpostavimo  $h = h_{rc}$  i pogledajmo zbroj okomite sile na jednoj strani,  $F_{zl}$  u jednadžbi (3.16).

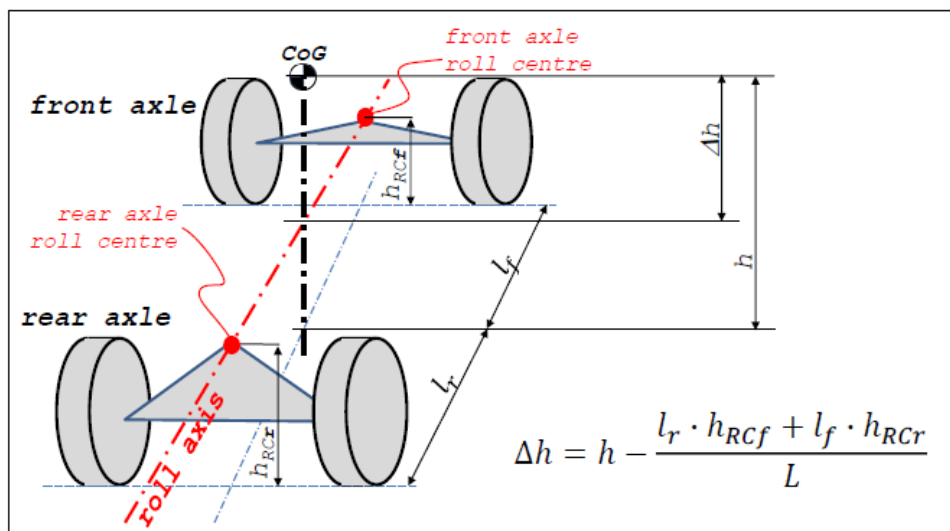
Nakon usporedbe  $F_{zl}$  u jednadžbi (3.16) i  $F_{flz} + F_{rlz}$  u jednadžbi (3.22) jednadžbe se slažu ako:

$$F_{flz} + F_{rlz} = F_{zl} \Rightarrow m \cdot \left( \frac{g}{2} - a_y \cdot \left( \frac{h_{RCf} \cdot l_r + h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \right) \right) = m \cdot \left( \frac{g}{2} - a_y \cdot \frac{h}{w} \right) = F_{zl} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h_{RCf} \cdot l_r + h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} = \frac{h}{w} \Rightarrow h_{RCf} \cdot l_r + h_{RCr} \cdot l_f = (h - \Delta h) \cdot L;$$

Ovo je točno u skladu s definicijom redundantnog geometrijskog parametra  $\Delta h$ , vidi jednadžbu (3.24). To znači da je konzistentan geometrijski model cijelog modela prikazan na slici 3.17.

Ovdje je također definirana os valjanja.



Slika 3. 17 Os valjanja za dvoosovinsko vozilo. (U manjem broju slučajeva slika može ukazivati na to da su središta valjanja i os valjanja iznad središta kotača, ali to obično nije slučaj.)

Izrazi tipa  $\frac{h_{RCi} \cdot l_j}{L \cdot w}$  u jednadžbi (3.22) mogu se promatrati kao dio bočnih sila gume koje prolaze kroz krutu vezu. Izrazi tipa  $\frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{iw}}{c_{iw} + c_{jw}}$  u jednadžbi (3.22) mogu se promatrati kao dio bočne sile gume koje prolaze kroz usklađenost. Potonji dio je raspoređen proporcionalno u krutosti valjanja ispitivane osovine, kao udio krutosti kotrljanja vozila. To bi trebalo biti u skladu s intuicijom i iskustvom iz drugih predopterećenih mehaničkih sustava (opterećenje se raspoređuje kao krutost).

Karoserija se valja s pozitivnim nagibom pri upravljanju ulijevo, sve dok je CoG iznad osi valjanja. Nadalje, težište tijela je nepromijenjeno pri uzdizanju (vertikalni z) jer model ne dopušta nikakve vertikalne pomake, što je već spomenuti nedostatak.

### 3.7.4 Utjecaj protuvaljnih šipki

U ovom odjeljku modelu će biti dodani stabilizatori. Slika 3.18 prikazuje fizički model koji uključuje stabilizatore. To je ažuriranje slike 3.2. Jednadžba (3.18) ostati će nepromijenjiva, a konstitutivna relacija za stabilizatore dodaje se kao u jednadžbi (3.23). I ovdje se pretpostavlja da je cesta glatka. Imajući na umu da se pretpostavlja da stabilizatori nemaju prednapetost, krutosti stabilizatora za svaku osovinu su projektni parametri,  $c_{ia}$  gdje  $i = f, r$  i iznose;

$$\begin{aligned} F_{af} &= c_{fa} \cdot ((z_{frr} - z_{fl}) - (z_{frr} - z_{fr})); \\ F_{ar} &= c_{ra} \cdot ((z_{frr} - z_{rl}) - (z_{frr} - z_{rr})); \end{aligned} \quad (3.23)$$

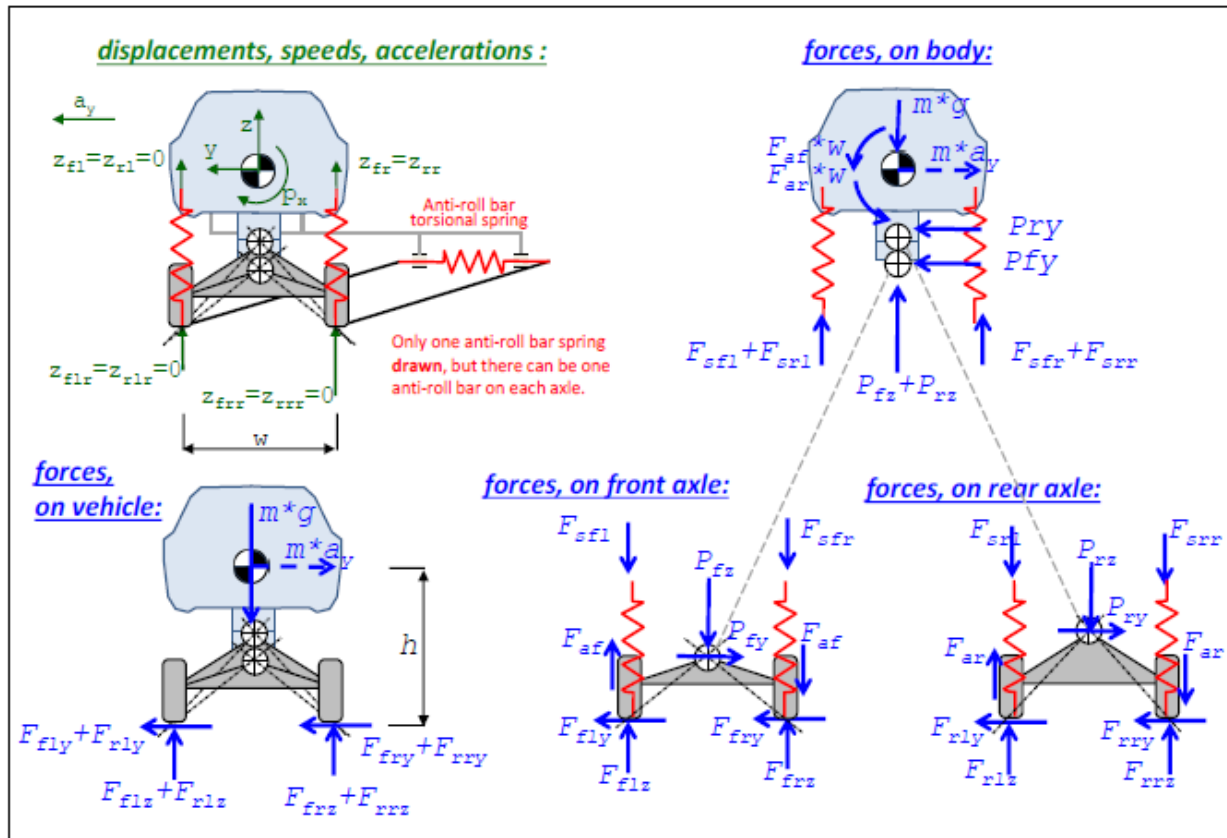
Postavljenjem ravnoteže za cijelo vozilo, jednadžba (3.18) se ne mijenja. Ravnoteža za svaku osovinu, jednadžba (3.20), mijenja se u sljedeće:

-Ravnoteža za svaku osovinu (poniranje, oko središta valjanja):

$$\begin{aligned} (F_{flz} - F_{sfl} + F_{af}) \cdot \frac{w}{2} - (F_{frz} - F_{sfr} - F_{af}) \cdot \frac{w}{2} + F_{fy} \cdot h_{RCf} &= 0; \\ (F_{rlz} - F_{srl} + F_{ar}) \cdot \frac{w}{2} - (F_{rrz} - F_{srr} - F_{ar}) \cdot \frac{w}{2} + F_{ry} \cdot h_{RCr} &= 0; \end{aligned} \quad (3.24)$$

Jednadžba kompatibilnosti, jednadžba (3.20), ne mijenja se i definicija  $\Delta h$ , jednadžba (3.21), također se može zadržati. To pokazuje da je jednadžba (3.22) još uvijek važeća, ali s novim definicijama krutosti valjanja kako slijedi:

$$\begin{aligned} c_{f,roll} &= 2 \cdot (c_{fw} + 2 \cdot c_{af}) \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^2 \left[\frac{Nm}{rad}\right]; \\ c_{r,roll} &= 2 \cdot (c_{rw} + 2 \cdot c_{ar}) \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^2 \left[\frac{Nm}{rad}\right]; \\ c_{roll,vehicle} &= c_{f,roll} + c_{r,roll} \left[\frac{Nm}{rad}\right]; \end{aligned} \quad (3.25)$$



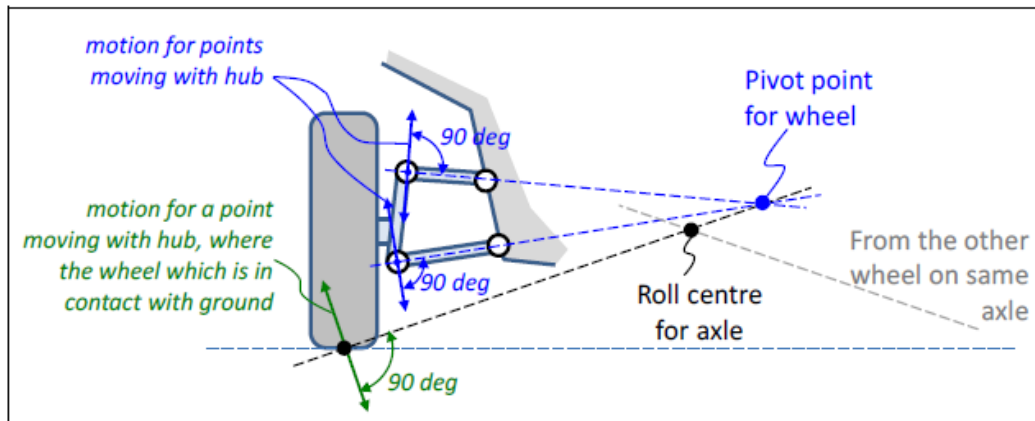
Slika 3.18 Model ravnomjernog uzdizanja i valjanja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta valjanja, koji mogu biti različiti prednji i stražnji. Uključujući stabilizator na svakoj osovine.

### 3.7.5 Sustav ovjesa osovine

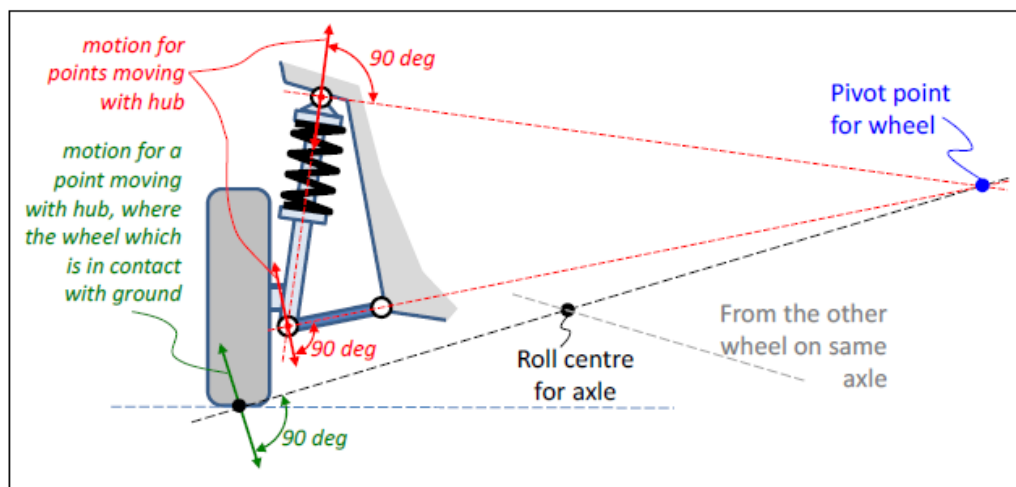
Postoje osovine s ovisnim ovjesima kotača, koje u osnovi izgledaju kao model kotrljajuće središnje osovine na slici 3.9, tj. da su lijevi i desni kotači kruto povezani jedan s drugim. Zatim, tu su osovine s ovisnim ovjesima kotača, koje više nalikuju modelu s točkama okretanja kotača na slici 3.9. Za njih nema (krutih) veza između lijevog i desnog kotača. Mnoge osovine imaju takozvani stabilizator, koja je elastična veza između lijeve i desne strane. Povezan je tako da ako se podigne kotač s jedne strane, podiže i kotač s druge strane. A ako je stabilizator dodan neovisnom ovjesu kotača, on se i dalje naziva neovisnim, jer veza nije kruta.

Slika 3.19 i Slika 3.20 prikazuju konstrukciju dviju osovina s neovisnim ovjesima kotača. Na slici 3.21 prikazana je osovina s ovisnim ovjesom kotača. Na svim ovim slikama prikazano je kako pronaći točke zakretanja kotača i središte valjanja. Kod McPhersonovog ovjesa na slici 3.19 treba spomenuti da je potporni podupirač konstruiran da izdrži momente savijanja. Za krutu

osovinu na slici 3.21 treba napomenuti da sama lisnata opruga preuzima bočne sile. Simetrija između lijevog i desnog ovjesa kotača je razumna pretpostavka i ona postavlja središte valjanja simetrično između kotača, što je pretpostavljeno u prethodnim modelima i jednadžbama u vezi sa središtem valjanja. (Nije razumno pretpostaviti simetriju za središte poniranja.)

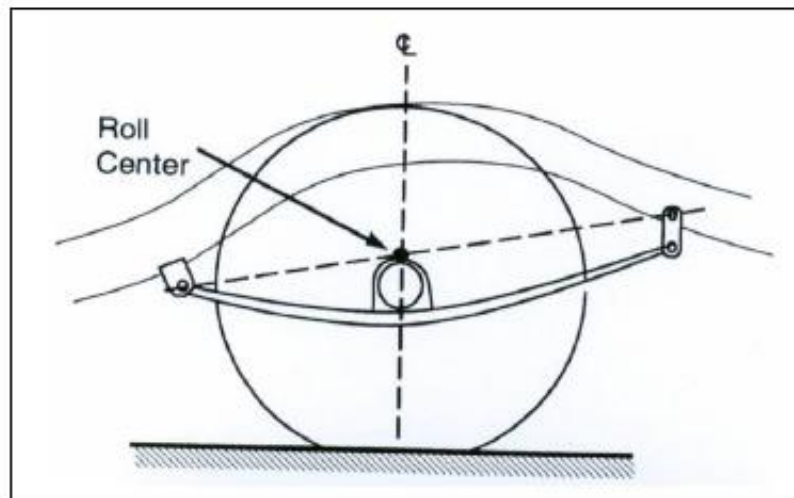


Slika 3.19 Primjer kako odrediti okretnu točku za jedan kotač i središte valjanja za osovину s dvostrukim ovjesom.



Slika 3.20 Primjer kako odrediti okretnu točku za jedan kotač i središte valjanja za osovину s dvostrukim McPhersonovim ovjesom.

Općenito, "kruta osovina" daje visinu središta valjanja na približno istoj veličini kao polumjer kotača, vidi sliku 3.15. S pojedinačnim ovjesom kotača omogućuje se puno veća fleksibilnost, a tipični odabrani dizajni su 30..90 [mm] sprijeda i 90..120 [mm] straga.



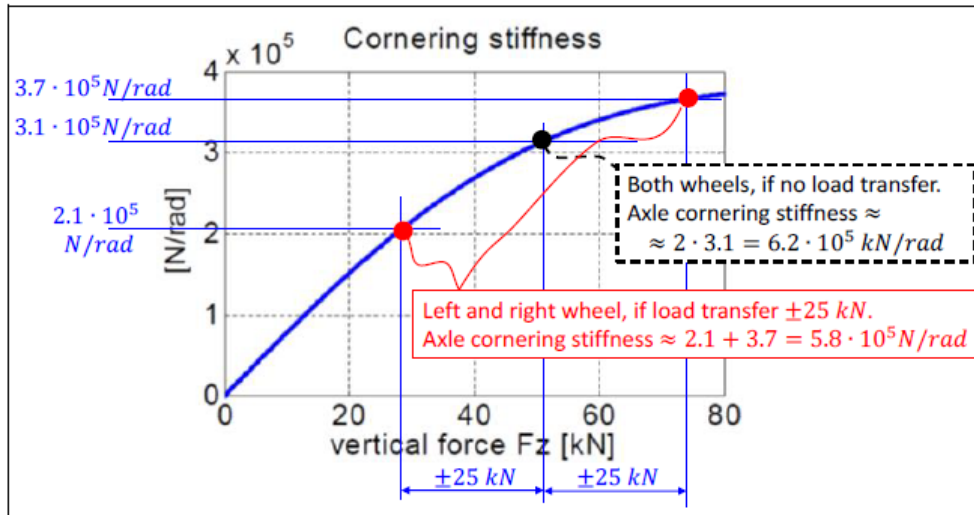
Slika 3.21 Primjer kako odrediti točku zakretanja za jedan kotač i središte valjanja za osovinu s krutom osovinom obješenom na lisnate opruge. Od (Gillespie, 1992)<sup>[3]</sup>.

Dizajn visine centra valjanja je kompromis. S jedne strane, visoko središte valjanja je dobro jer smanjuje naginjanje u stabilnom stanju u skretanju. S druge strane, niska visina valjanja je dobra jer daje male varijacije širine traga zbog varijacija nagiba vozila. Varijacije širine kolosijeka su nepoželjne, npr. jer tjera bočnu silu lijeve i desne gume da se suprotstavljaju jedna drugoj, ostavljajući manje dostupnog trenja za uzdužno i bočno prianjanje. Središte valjanja je obično više straga nego naprijed. Jedan od razloga za to je što se glavna os inercije nagine prema naprijed, a paralelnost između osi valjanja i glavne osi inercije je poželjna.

### 3.7.6 Utjecaj prijenosa bočnog opterećenja na ravnomjerno upravljanje

Bočni prijenos opterećenja utjecat će na stabilnu vožnju u zavojima na različite načine. Temeljno stajalište o gumi možda je da su sile proporcionalne okomitom opterećenju, a onda bi krutost u zavojima također trebala varirati na taj način. Ovo je dobra prva aproksimacija, ali zapravo postoji mehanizam koji čini povećanje degresivnim. To znači da se krutost osovine u zavojima smanjuje s povećanim prijenosom opterećenja. Ukupna krutost valjanja vozila ne utječe na gradijent podupravljanja, ali raspodjela krutosti valjanja između prednje i stražnje osovine utječe. Obično prednja osovina postaje kruća nego stražnja osovina. To znači da se vozilo postaje sve

više i više podupravljanje radi povećanog bočnog ubrzanja, npr. potreban je veći kut upravljanja za održavanje određenog polumjera staze ako se povećava brzina.



Slika 3. 22 Krutost kotača u zavoju ( $\left(\frac{\partial}{\partial \alpha} F_y\right)_{F_{s_y}=0}$ ) mijenja se degresivno s vertikalnim opterećenjem. Krutost osovine u zavoju stoga opada s prijenosom opterećenja.

### 3.8 Osjećaj upravljanja

Osjećaj upravljanja je odziv momenta upravljača na kut upravljača. Funkcija se koristi u vrlo širokom smislu; na visokoj razini, to je mjera okretnog momenta upravljača ili njegove varijacije za određene situacije u vožnji. Često se može samo subjektivno ocijeniti.

Pri ravnomjernoj vožnji velikom brzinom, u osnovi postoje tri aspekta osjećaja upravljanja:

- Povratna informacija bočnog upravljanja u zavojima. Obično se želi monotono povećavati moment upravljača s bočnim silama na prednjoj osovini. Ovo je u osnovi način na koji mehanika radi zbog staze kotača. Međutim, potrebne su neke specifikacije o sustavu pomoći pri upravljanju kako bi okretni moment upravljača bio dovoljno nizak za udobnost.
- Pad momenta upravljanja pri skretanju s niskim trenjem. Ugrađeno je u mehaniku traga kotača i pneumatskog traga da okretni moment upravljača lagano opada kada se približava granici trenja na prednjoj osovini. To je obično željeno ponašanje jer vozaču daje povratnu informaciju da se vozila približavaju ograničenjima.

- Osjećaj središta u vožnji ravnom linijom. Kada se vozilo vozi pravocrtno, obično je poželjno da se kolo upravljača vrati u središnji položaj nakon malih poremećaja. Ovo je funkcija udobnosti, s kojom proizvođači originalne opreme puno rade i često se prilično subjektivno procjenjuje.

### 3.9 Prevrtanje pri ravnomjernoj vožnji u zavoju

Kada ide u zavojima, vozilo će imati kutove valjanja od nekoliko stupnjeva. Na toj razini, valjanje je problem udobnosti. Međutim, postoje manevri koji mogu uzrokovati prevrtanje vozila, što u osnovi znači da se ono prevrne za najmanje 90 stupnjeva. Dakle, ovo rezultira događanjem stvarnih nesreća. Prevratanje se može smatrati posebnim događajem, ali ga je najbolje svrstati u poglavlje u bočnoj dinamici, vjerojatno najbolje odgovara ovom poglavlju, o bočnoj dinamici. Prevratanja se mogu kategorizirati u npr. 3 različite vrste:

- Spoticanje se pri prevrtanju. Događa se kada automobil klizne bočno i udari u rub, što uzrokuje prevrtanje. To može biti neka oštrica, na pr. pločnik ili bankina. To može biti također i suprotno, jarak ili rahli šljunak izvan ceste. U oba ova slučaja, jake bočne sile na kotačima s jedne strane vozila uzrokuju prevrtanje. Do prevrtanja može doći i kada je vozilo izloženo velikim jednostranim okomitim silama kotača, npr. Kod prelaska jednostrane neravnine. Treća varijanta prevrtanja je kada vozilo udari drugo vozilo toliko jako da se ono prevrne.

- Prevratanje bez spoticanja ili prevrtanje na cesti. Događaju se na cesti i pokreću ih velike bočne sile u gumama. Zbog toga im je potrebno veliko trenje na cesti. Za osobne automobile limuzine ovi događaji su gotovo nemogući, budući da je trenje na cesti rijetko veće od približno 1. Za SUV vozila može doći do prevrtanja bez spoticanja, ali zahtijevaju suhe asfaltne ceste, gdje je trenje oko 1. Za kamione, prevrtanje bez spoticanja, može se dogoditi već pri vrlo umjerenom trenju, poput 0,4, zbog njihovog visokog položaja CoG-a u odnosu na širinu traga. Unutar nepotaknutih prevrtanja, može se razlikovati između:

- Ravnomjerno bez spoticanja stanje prevrtanja. Ako se bočno ubrzanje polako povećava, npr. kao što je ulazak u zaobljenu krivinu ili izlaz s autoceste, vozilo se može polako podići s unutarnjih kotača i prevrnuti. Ovo je jedini slučaj prevrtanja za koji je model analiziran u ovome radu.

- Prolazno prevrtanje. Tada se složeni manevri, poput dvostruke promjene trake ili sinusoidnog upravljanja, izvode pri velikim bočnim ubrzanjima. To može pokrenuti vlastite modove valjanja.

Modeli analize iz Odjeljka 5 mogu se koristiti kao početak, ali je potrebno pažljivo modelirati prijenos opterećenja i uključiti podizanje kotača, krajnja zaustavljanja ovjesa i zaustavljanja neravnina.

### 3.9.1 Definicije praga prevrtanja

Opći zahtjev za vozilo je da se vozilo ne smije prevrnuti za određene manevre. Teški kamioni će se moći prevrnuti u uvjetima visokog koeficijenta trenja. Zahtjevi za njih temelje se na nekim manevrima koji ne iskorištavaju puno trenje ceste. Za osobne automobile često je planirano da se ne mogu prevrnuti, čak ni pri visokom koeficijentu trenja. Svaki zahtjev zahtijeva definiciju o tome što je točno prevrtanje, tj. definiciju praga prevrtanja. Kod određivanja praga prevrtanja, posebno je potrebno obratiti pažnju na:

- Podizanje jednog kotača s tla
- Svi kotači s jedne strane podižu se s tla
- CoG vozila prelazi svoju najvišu točku

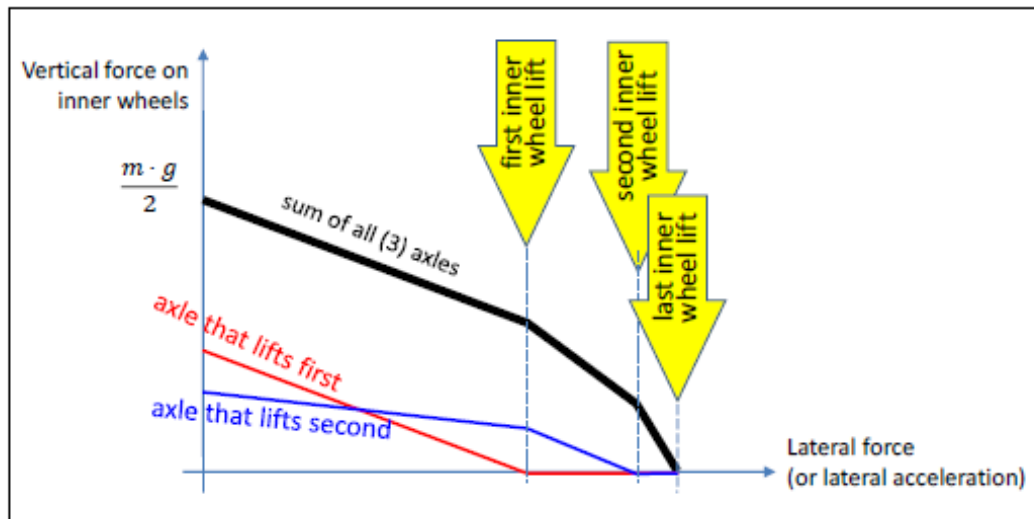
Vezano za navedene pragove prevrtanja, potrebno je istaknuti da:

- 3. prag je zapravo granica, ali ostali pragovi još uvijek mogu biti korisni u postavljanju zahtjeva. Korištenje 3. praga za postavljanje zahtjeva čini provjeru mnogo složenijom, naravno u stvarnim vozilima, ali i u simulaciji.
- 1. prag nije vrlo ozbiljna situacija za konvencionalno vozilo s 4 kotača. Međutim, za vozila s 3 kotača, poput malih "rikša" ili mopeda s 3 kotača, to je još uvijek relevantan prag.
- 2. prag je vjerojatno najkorisniji prag za dvotračna vozila, jer definira stanje iz kojeg je stvarno prevrtanje očiti rizik, a ipak ga je relativno lako testirati i simulirati. Za vozilo s 3 kotača, 2. i 3. prag općenito se podudaraju.

Slika 3.23 prikazuje kako se unutarnji kotači naknadno podižu tijekom polagano rastuće bočne sile (ili bočnog ubrzanja). Prije nego što se bilo koji kotač podigne, prijenos opterećenja proporcionalan je visinama središta valjanja i krutostima kotrljanja, kao što je prikazano u jednadžbi (3.22). Ali svaki put kad se kotač podigne, distribucija se mijenja, tako da se pojavljuje "koljeno" na krivuljama, vidi sliku 3.23. Dakle, relacija tipa kao jednadžba (3.22) više ne vrijedi.



Na primjer, nije fizički motivirano zadržati model centra valjanja osovinu koja je podigla jednu stranu. Dakle, analiza nije trivijalna, posebno za teška vozila koja imaju mnogo osovinu, a često i peti kotač koje u određenoj mjeri može prenijeti moment kotrljanja. Postoje približni standardi za izračunavanje ravnomjernih pragova za takvo vozilo, npr. UN ECE 111 .



Slika 3.23 Primjer dijagrama ravnomjernog prevrtanja podizanjem kotača.

U nastavku razmatrana prevrtanja će se pretpostaviti vozila s 2 osovine i 4 kotača, te će se koristiti 2. prag.

### 3.9.2 Faktor statičke stabilnosti, SSF

Jedna vrlo jednostavna mjera sklonosti vozila prevrtanju je faktor statičke stabilnosti, SSF. Predlaže ga NHTSA ([http://www.nhtsa.gov/cars/rules/rulings/roll\\_resistance/](http://www.nhtsa.gov/cars/rules/rulings/roll_resistance/)), a jednostavno se definira kao:

$$SSF = \frac{\text{pola širine trake}}{\text{vi} \sin a \text{ zupčanika}} = \frac{w}{2h} \quad (3.26)$$

Zahtjev koji zahtijeva  $SSF > \text{broj}$  ne može se izravno tumačiti u smislu određenog manevra i određenog praga prevrtanja. To nije zahtjev temeljen na performansama, već zahtjev temeljen na

dizajnu. Međutim, jedno od mnogih mogućih tumačenja temeljenih na performansama je da se vozilo ne smije prevrnuti za ravnomjerno skretanje na ravnoj podlozi s određenim koeficijentom trenja, koristeći jednostrano podizanje kotača kao prag. Budući da zahtjev nije istinski temeljen na performansama, svako će tumačenje također odrediti određenu metodu provjere; ovdje bi to bila teorijska provjera pomoću modela krutog ovjesa. Takav model i prag prikazani su na slici 3.24.

Izvođenje zahtjeva temeljenog na SSF-u izgleda kako slijedi:

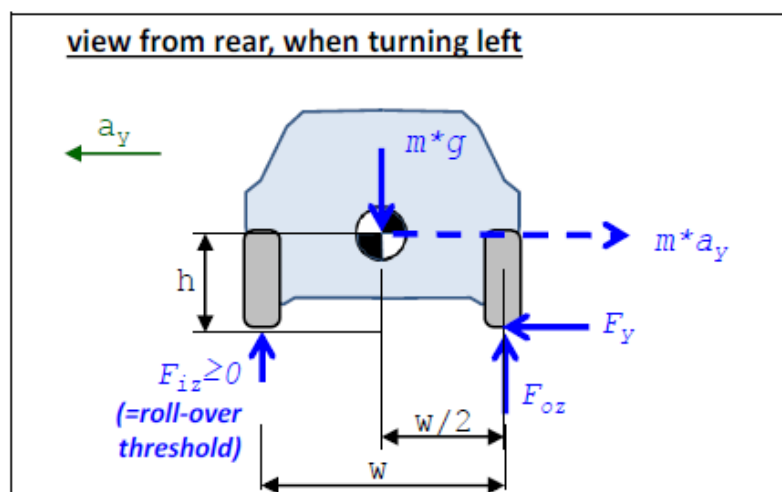
$$\text{:Model } \left\{ \begin{array}{l} F_{iz} \cdot w + m \cdot a_y \cdot h = m \cdot g \cdot \frac{w}{2}; \\ F_{iz} + F_{oz} = m \cdot g; \\ m \cdot a_y = F_y = \mu \cdot (F_{iz} + F_{oz}); \end{array} \right\} \Rightarrow F_{iz} = m \cdot g \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{h \cdot \mu}{w} \right); \Rightarrow$$

Uvjet:  $F_{iz} \geq 0;$

$$\text{Zahtjev : } \frac{1}{2} > \frac{h \cdot \mu}{w} \Rightarrow \frac{w}{2 \cdot h} = SSF > \mu;$$

(3.27)

Maksimalno trenje na cesti,  $\mu$ , obično je 1, zbog čega bi  $SSF > \mu = 1$  bio razuman. Međutim, tipične vrijednosti SSF za osobna vozila su između 0,95 i 1,5. Za teške kamione može biti puno niži, možda 0,3...0,5, uvelike ovisno o tome kako je teret postavljen. Postoje prigovori na korištenje SSF-a kao mjere, jer SSF zanemaruje usklađenost ovjesa, karakteristike upravljanja, elektroničku kontrolu stabilnosti, oblik i strukturu vozila.



Slika 3.24 Model za verifikaciju zahtjeva temeljen na faktoru statičke stabilnosti, SSF

### 3.9.3 Prevrtnanje u zavoju pri ravnomojnoj vožnji

Otpor pri prevrtanju u ravnomojnoj vožnji je maksimalno bočno ubrzanje koje vozilo može podnijeti u ravnomojnoj vožnji u zavoju bez podizanja svih unutarnjih kotača, na ravnom tlu s dovoljnim trenjem ceste i određenom težinom i položajem korisnog tereta.

Za dugo kombinirano vozilo s nekoliko zglobnih točaka često je potrebno voziti duge udaljenost nakon promjene kuta upravljanja prije nego što se postignu ravnomojne vrijednosti kutova zgloba. Stoga može biti relevantnije formulirati odgovarajuću funkciju prevrtanja u smislu zakrivljenosti za praćenje, ukupnog kuta skretanja za skretanje i uzdužne brzine. Uobičajen način je i, donekle umjetno ispitivanje nagnutog stola, što znači da se može mjeriti ravnomojno prevrtanje stabilnom stanju sa (stvarnim ili virtualnim) nagibnim stolom pri čemu je maksimalni kut nagiba ceste prije podizanja kotača na jednoj strani mjera za postavljanje zahtjeva.

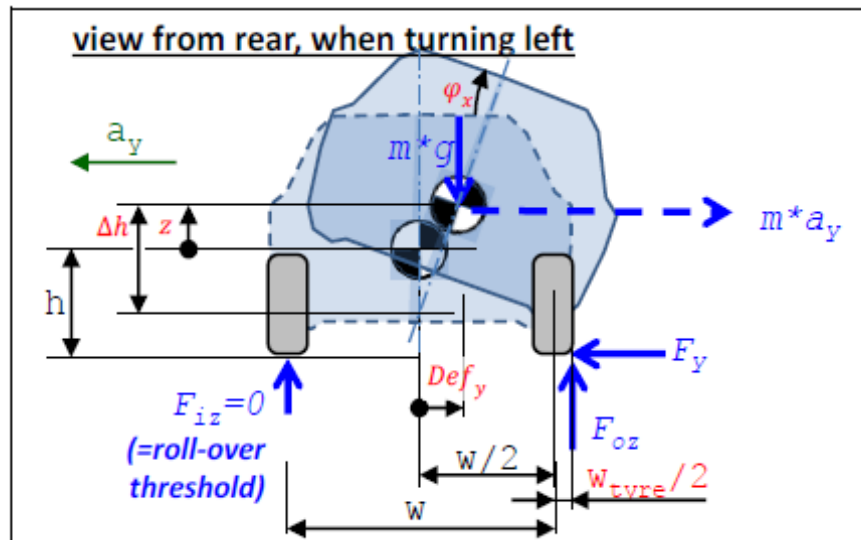
#### 3.9.3.1 Model s prednjom/stražnjom simetrijom

Model na slici 3.24 i jednadžbi (3.27) pretpostavlja simetriju naprijed/straga. Može se izvesti ovaj zahtjev na dizajnu:  $\frac{w}{2 \cdot h} > \mu$ , a ovo tumačenje ograničenja izvedbe ( $a_y$ ) zbog prevrtanja:  $\frac{a_y}{g} < \frac{w}{2 \cdot h}$ . U nastavku će biti razrađena 4 dodatna efekta i izvedeno kako oni utječu na:  $\frac{a_y}{g} < \frac{w}{2 \cdot h} > \mu$ . Svaki od 4 efekta je povezan s jednom mjerom, koja je označena na slici 3.25.

- Guma će preuzeti okomito opterećenje na svom vanjskom rubu u situaciji prevrtanja. Ovo sugerira promjenu izvedbe i zahtjeva za:  $\frac{a_y}{g} < \frac{w + w_{tyre}}{2 \cdot h} > \mu$ . Ovaj učinak je naglašen kod niskog profila gume i/ili visokog tlaka u gumama. Ovaj učinak smanjuje rizik od prevrtanja.
- Zbog bočne deformacije ovjesa i gume, tijelo će se pomaknuti bočno prema van, u odnosu na gumu. Ovo bi moglo motivirati  $\frac{a_y}{g} < \frac{w - Def_y}{2 \cdot h} > \mu$ . Ovaj učinak povećava rizik od prevrtanja.
- Zbog poluge ovjesa i podatljivosti, tijelo će se valjati. Budući da je visina CoG-a iznad osi kotrljanja, obično pozitivna, to bi moglo motivirati  $\frac{a_y}{g} < \frac{w - \Delta h \cdot \varphi_x}{2 \cdot h} > \mu$ . Ovaj učinak povećava rizik od prevrtanja. Kod teških vozila ovaj "učinak njihala" je velik.
- Zbog poluga ovjesa i podatljivosti, karoserija će se također dignuti. Ovo zahtijeva uzimanje u obzir model ovjesa s točkama okretanja za kotač, za razliku od središta valjanja. Dizanje je

obično pozitivno. Ovo bi moglo motivirati  $\frac{a_y}{g} < \frac{w}{2 \cdot (h+z)} > \mu$ . Učinak se ponekad naziva "jacking" i povećava rizik od prevrtanja.

- Naginjanje ceste lijevo/desno ili vožnja s jednom stranom na drugoj razini (npr. izvan ceste ili na kolniku) također utječu na performanse prevrtanja.



Slika 3.25 Ravnomjerni prevrtanja, sa simetrijom naprijed/straga. Mjere  $w_{tyre}$ ,  $Def_y$ ,  $\Delta h \cdot \varphi_x$  i  $z$  označavaju dodatne učinke u odnosu na ono što je pokriveno jednostavnim SSF pristupom.

### 3.9.3.2 Model bez prednje/stražnje simetrije

Ravnomjerni prag prevrtanja koji uzima u obzir razlike između prednjeg i stražnjeg ovjesa prikazan je u jednadžbi (3.224). Ako pretpostavimo prevrtanje u lijevom zavoju, kotači za promatranje bili bi prednji lijevi i stražnji lijevi. Dakle, vozilo će se prevrnuti kada:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 F_{flz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_r}{2 \cdot L} - a_y \cdot \left( \frac{h_{RCf} \cdot l_r}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{fw}}{c_{fw} + c_{rw}} \right) \right) < 0; \text{ AND} \\
 F_{rlz} &= m \cdot \left( \frac{g \cdot l_f}{2 \cdot L} - a_y \cdot \left( \frac{h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{rw}}{c_{fw} + c_{rw}} \right) \right) < 0;
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow a_y > \frac{g}{2 \cdot L} \cdot \max \left( \frac{l_r}{\frac{h_{RCf} \cdot l_r}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{fw}}{c_{fw} + c_{rw}}}; \frac{l_f}{\frac{h_{RCr} \cdot l_f}{L \cdot w} + \frac{\Delta h}{w} \cdot \frac{c_{rw}}{c_{fw} + c_{rw}}} \right);
 \end{aligned}
 \tag{3.28}$$

Treba napomenuti da je ovaj uvjet prevrtanja približan, jer se učinci u odjeljku 3.9.3.1 ne uzimaju u obzir. Nadalje, krajnji graničnik unutarnjeg kotača koji se prvi podiže ne uzima se u obzir, tj. Nije modelirano da kotač koji se podigao više ne preuzima vertikalne sile.

### 3.9.3.3 Korištenje prolaznog modela za prevrtanje u stabilnom stanju

Još jedno zaobilazno rješenje za izbjegavanje složene algebre je pokretanje potpuno prolaznog modela, uključujući ovjes, i njegovo pokretanje dok se ne pojave uvjeti stabilnog stanja u zavojima. Ako se tada bočno ubrzanje polako povećava, može se utvrditi kada je ili je li dosegnut prag prevrtanja. Povećanje bočnog ubrzanja može biti povećanjem uzdužne brzine ili kuta upravljanja. Treba napomenuti da bi model trebao razumno moći upravljati podizanjem barem jednog kotača od tla. Ovaj način provjere zahtjeva za prevrtanje u ravnomojnoj vožnji u zavojima ima prednost u tome što se, ako se koriste modeli guma sa zasićenjem trenjem, ograničenje o kojem se govori u uvodu ne mora posebno provjeravati.

### 3.9.3.4 Prevrtanje i podupravljanje/pogon

S gornjim formulama za prevrtanje uvijek će postojati određena bočno ubrzanje koje dovodi do prevrtanja, jer još nisu modelirana niti ograničenja zbog trenja na cesti niti pogonska snaga. Budući da su vozila općenito podupravljana, ograničena su u razvoju bočnog ubrzanja, vidi sliku 3.4. Za vozila sa slabom pogonskom snagom također postoji ograničenje bočnog ubrzanja zbog ograničene uzdužne brzine, što je opet zbog otpora vožnje upravljanih kotača (= bočna sila kotača \* sin (kut upravljanja)) i gubitka pogonske snage zbog uzdužnog proklizavanja kotača. Međutim, treba uzeti u obzir da je ograničenje pogona manje u vožnji nizbrdo, što opet povećava rizik od prevrtanja. Također, ako vozila prijeđu relativno brzo u stabilno stanje skretanja, uzdužna brzina neće imati vremena usporiti do svoje stvarne (uzdužne) vrijednosti u stabilnom stanju.

Za teške kamione, kritično bočno ubrzanje je obično 0,3...0,4 g, što je sasvim moguće postići u normalnim uvjetima na cesti, jer je trenje na cesti oko 1. Za osobna vozila, kritično bočno ubrzanje je obično u području od 1, tako da nije očito da je moguće postići kritično bočno ubrzanje prevrtanja. Ovo također vrijedi za teške kamione na cesti s niskim trenjem.

## 4. PROLAZNO RUKOVANJE

Prijelazno upravljanje u općoj dinamici vozila je pojava kada se vozilom manevrira na proizvoljan, ali ne konstantan ili ciklički način. Općenito, to može biti skretanje i kočenje/ubrzanje u isto vrijeme kroz manevar. U ovom poglavlju ćemo se zadržati samo na prolaznom rukovanju unutar bočne dinamike. Ovo treba shvatiti kao da pretpostavljamo razumno konstantnu uzdužnu brzinu vozila i male uzdužne sile na kotačima. Kasnije pretpostavke omogućuju da se većina sadržaja u ovom poglavlju temelji na modelu izvedenom u prijašnjem poglavlju.

### 4.1 Prolazni manevri vožnje

Prilikom testiranja manevara vožnje u prolaznom stanju, tipični dio ispitne staze je područje dinamike vozila ili staza za rukovanje, vidi sliku 2.7. Staza za rukovanje je cesta normalne širine, namjerno zakrivljena i sa sigurnosnim područjima pored krivina radi sigurnosti u slučaju slijetanja s ceste tijekom ispitivanja.

Tipični prijelazni testovi su:

- Koračno upravljanje, gdje se mogu mjeriti prolazne veličine

o Odziv brzine skretanja

o Odziv na bočno ubrzanje

o Odziv na zakrivljenost

o Prigušivanje skretanja

- Manevri bočnog izbjegavanja:

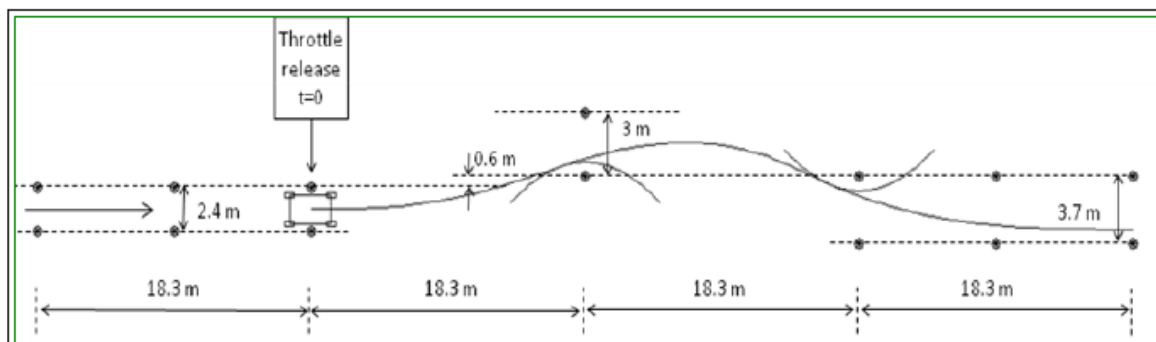
o Promjena jedne trake u stazi s čunjevima

o Dvostruka promjena trake u stazi s čunjevima, vidi primjer na slici 4-26

o Promjena trake tijekom punog kočenja

o Sinusni manevar sa zadržavanjem

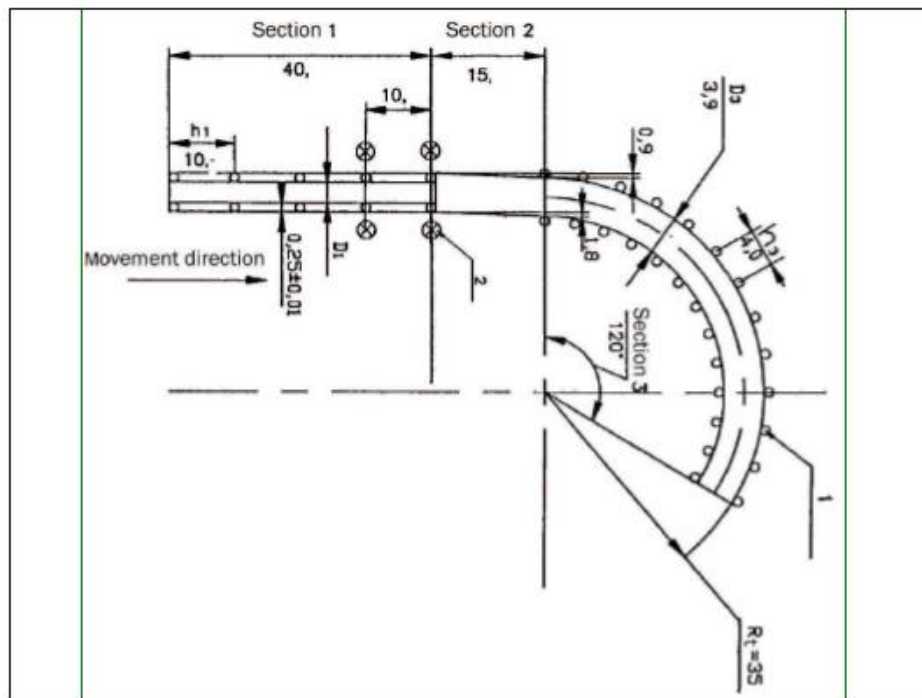
- o Napor upravljanja u manevrima izbjegavanja
- Testovi iz ravnomjerne vožnje u zavojima
- o Kočenje ili ubrzavanje u zavoju
- o Podizanje gasa i upravljanje tijekom skretanja
- o Prebrza vožnja u zavoju
- Rukovanje tipskim ispitivanjima
- o Slalom između čunjeva
- o Upravljanje stazom, opće iskustvo vožnje
- Testovi prevrtanja



Slika 4.1 Staza s čunjevima za jednu standardiziranu promjenu voznog traka

Standardi koji su relevantni za ove ispitne manevre su, npr. Reference (ISO 3888), (ISO 7401), (ISO 7975, 2006), (ISO 11026), (ISO 14791), (ISO 14793), (ISO 14794, 2011) i (NHTSA).

Opća napomena je da je testove u stvarnim vozilima često potrebno izvesti i u simulaciji, i obično ranije u procesu razvoja proizvoda.

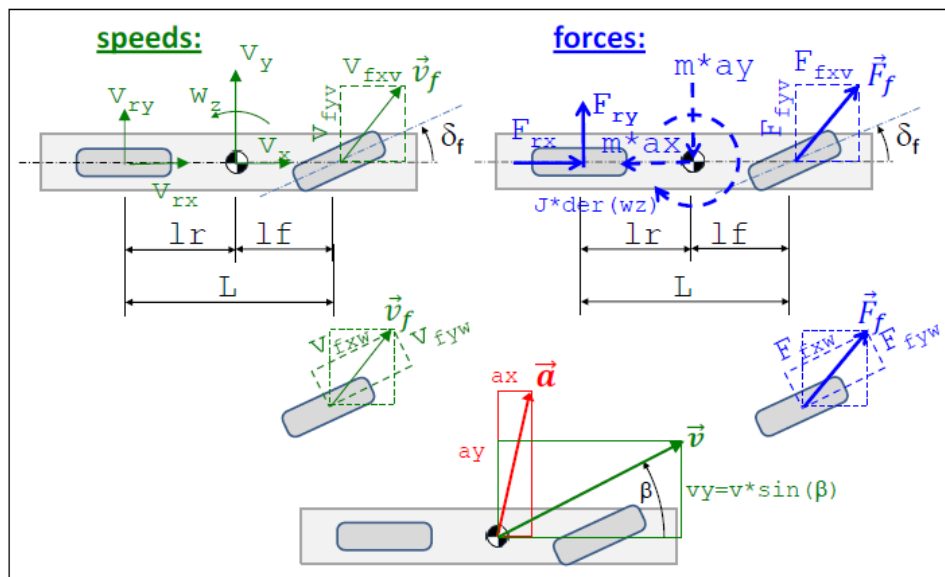


Slika 4.2 Staza s čunjevima za jedno standardizirano ispitivanje prekoračenja brzine u zavoju

#### 4.2 Prijelazni model s jednim kolosijekom, bez prijenosa bočnog opterećenja

Prijelazno upravljanje unutar bočne dinamike vozila treba shvatiti kao pretpostavljanje razumne konstantne uzdužne brzine vozila i manjim uzdužnim silama na kotačima. Potonje pretpostavke omogućuju da se većina sadržaja u ovom poglavlju temelji na modelu izvedenom na slici 4.3 i jednadžbama (4.29). Međutim, u kontekstu prolazne dinamike relevantnije je koristiti model za intenzivnije manevre, a također i aktivnu kontrolu kao što su ESC intervencije.





Slika 4.3 Jednotračni model za prolaznu dinamiku. Crkane sile i moment su fiktivne sile.  
Usporedi sa slikom 3.4.

Ravnoteža:

$$\begin{aligned} m \cdot (\dot{v}_x - \omega_z \cdot v_y) &= F_{fxw} \cdot \cos(\delta_f) - F_{fyw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{rx}; \\ m \cdot (\dot{v}_y + \omega_z \cdot v_x) &= F_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{fyw} \cdot \cos(\delta_f) + F_{ry}; \\ J \cdot \dot{\omega}_z &= (F_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{fyw} \cdot \cos(\delta_f)) \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r; \end{aligned}$$

Konstituiranje:

$$F_{fyw} = -C_f \cdot s_{fy}; \quad \text{and} \quad F_{ry} = -C_r \cdot s_{ry};$$

Kompatibilnost:

$$s_{fy} = \frac{v_{fyw}}{v_{fxw}}; \quad \text{and} \quad s_{ry} = \frac{v_y - l_r \cdot \omega_z}{v_x};$$

Transformacija iz vozila u koordinatni sustav kotača na prednjoj osovini:

$$\begin{aligned} v_{fxw} &= (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \sin(\delta_f) + v_x \cdot \cos(\delta_f); \\ v_{fyw} &= (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \cos(\delta_f) - v_x \cdot \sin(\delta_f); \end{aligned}$$

(4.29)

Stoga model proširujemo na dva načina:

- Konstitutivni odnos je zasićen, kako bi odražavao da svaka osovina može doseći granicu trenja, koeficijent trenja pomnožen s normalnim opterećenjem na osovini. Vidi maksimalne funkcije u jednadžbi (4.30)

- Da bi se moglo ispraviti navedeno ograničenje, modelira se prijenos opterećenja, ali samo u najjednostavnijem obliku koristeći modela s krutim ovjesom. U osnovi je to isti model kao što je dano jednadžbom (3.4).

- Moment poniranja predstavlja (lijevo/desno) nesimetrično kočenje/pogon. To je viljivo iz izraza  $M_{act,z}$  u ravnoteži skretanja u jednadžbi (4.30). Treba napomenuti da modelu još uvijek nedostaje nešto: Prolazni procesi u prijenosu opterećenja i smanjena krutost u zavojima i smanjeno maksimalno trenje zbog prijenosa opterećenja te iskorištenje trenja za uzdužne sile kotača.

Ravnoteža u ravnini ceste (uzdužno, bočno, skretanje):

$$\begin{aligned} m \cdot (\dot{v}_x - \omega_z \cdot v_y) &= F_{fxw} \cdot \cos(\delta_f) - F_{fyz} \cdot \sin(\delta_f) + F_{rx}; \\ m \cdot (\dot{v}_y + \omega_z \cdot v_x) &= F_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{fyz} \cdot \cos(\delta_f) + F_{ry}; \\ J \cdot \dot{\omega}_z &= (F_{fxw} \cdot \sin(\delta_f) + F_{fyz} \cdot \cos(\delta_f)) \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r + M_{act,z}; \end{aligned}$$

Ravnoteža izvan ravnine ceste (vertikalno pomicanje):

$$-F_{fz} \cdot l_f + F_{rz} \cdot l_r - (F_{fxw} \cdot \cos(\delta_f) - F_{fyz} \cdot \sin(\delta_f) + F_{rx}) \cdot h = 0;$$

Konstruiranje:

$$\begin{aligned} F_{fyz} &= -\text{sign}(s_{fy}) \cdot \min(C_f \cdot |s_{fy}|; \mu \cdot F_{fz}); \\ F_{ry} &= -\text{sign}(s_{ry}) \cdot \min(C_r \cdot |s_{ry}|; \mu \cdot F_{rz}); \end{aligned}$$

Kompatibilnost :

$$s_{fy} = \frac{v_{fyz}}{v_{fxw}}; \quad \text{and} \quad s_{ry} = \frac{v_y - l_r \cdot \omega_z}{v_x};$$

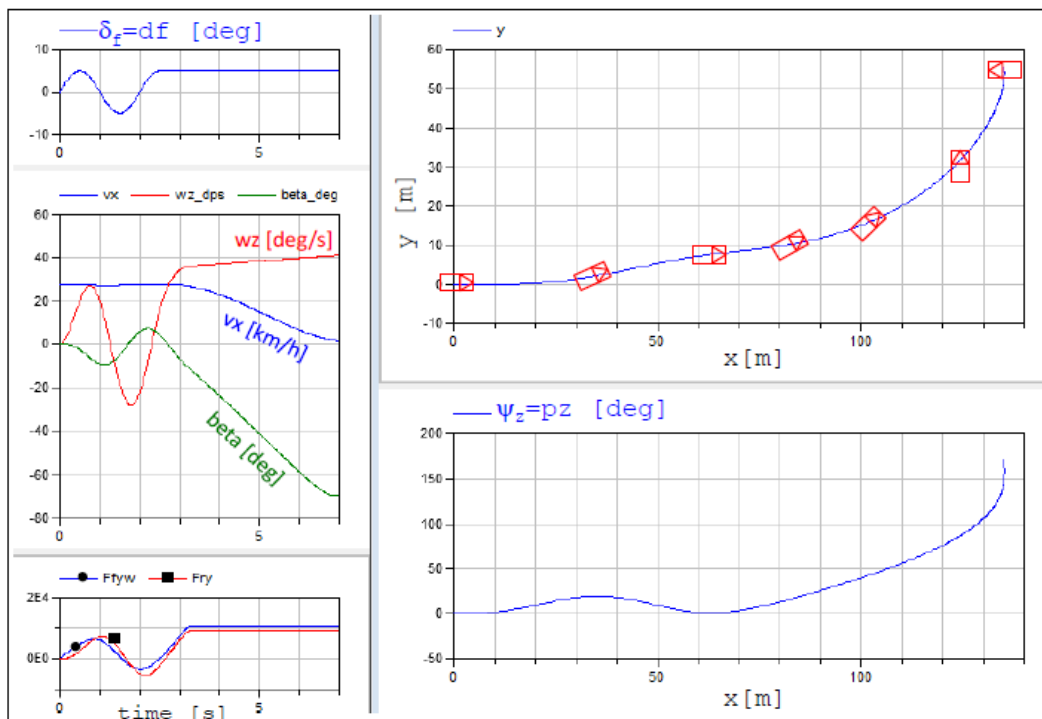
Transformacija iz koordinatnog sustava vozila u koordinatni sustav kotača na prednjoj osovini:

$$\begin{aligned} v_{fxw} &= (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \sin(\delta_f) + v_x \cdot \cos(\delta_f); \\ v_{fyz} &= (v_y + l_f \cdot \omega_z) \cdot \cos(\delta_f) - v_x \cdot \sin(\delta_f); \end{aligned} \tag{4.30}$$

Pri simulaciji ovog modela, s istim ulazom upravljanja kao što se koristi na slici 4.3,  $M_{act,z}$  je nula. Krutosti u zavojima su odabrane tako da je vozilo ranomjerno podupravljano. Koeficijent

trenja na cesti je 1. Vidimo da vozilo sada postaje nestabilno i da se okreće stražnjim dijelom udesno. To je uglavnom zato što uzdužni prijenos opterećenja rasterećuje stražnju osovinu, budući da zadržani kut upravljanja usporava vozilo. U ovom manevru, bilo bi razumno također modelirati da se stražnja krutost u zavojima smanjuje sa smanjenim stražnjim normalnim opterećenjem, a suprotno na prednjem. Ovakav dodatak modelu dodatno bi zaokrenuo vozilo (spin-out). S druge strane, uzdužni pomak opterećenja je modeliran da se dogodi odmah. Kod modela s ovjesom, ova promjena opterećenja bi zahtijevala nešto više vremena, što bi smirilo spin-out. U zaključku, manevar je dovoljno intenzivan da pokrene spin-out, tako da bi daljnja elaboracija o tome kako kontrolirati  $M_{act,z}$  mogla biti od interesa.

Vozilo postiže nultu brzinu već nakon 7 sekundi, jer široko bočno proklizavanje dosta usporava vozilo. Simulacija se zaustavlja u vremenu = 7 sekundi, jer model ne može podnijeti nultu brzinu. Vrlo je uobičajeno da modeli vozila postaju singularni pri nultoj brzini, budući da definicija klizanja postaje singularna zbog nulte brzine u nazivniku. Velika razlika u usporedbi sa slikom 4.3 nastala je zbog nove korištene konstitutivne jednadžbe, koja pokazuje važnost provjere područja valjanosti za svaki model koji se koristi.



Slika 4.4 Rezultati simulacije modela s jednim kolosijekom za prolaznu dinamiku. Vozilo nacrtano na dijagramu staze nije u ispravnom mjerilu, ali je orijentacija približno točna.

### 4.3 Prolazni model, s prijenosom bočnog opterećenja

U modelu uzdužnog prijenosa opterećenja u odjeljku 3.3.10 pretpostavili smo trenutni prijenos opterećenja. U ovom poglavlju nastojimo bolje "uhvatiti" prolazne pojave.

#### 4.3.1 Matematički model prolaznog stanja s prijenosom bočnog opterećenja

U usporedbi s modelom prikazanim na slici 3.16 i jednadžbama (3.4)..(3.10), dodajemo sljedeće:

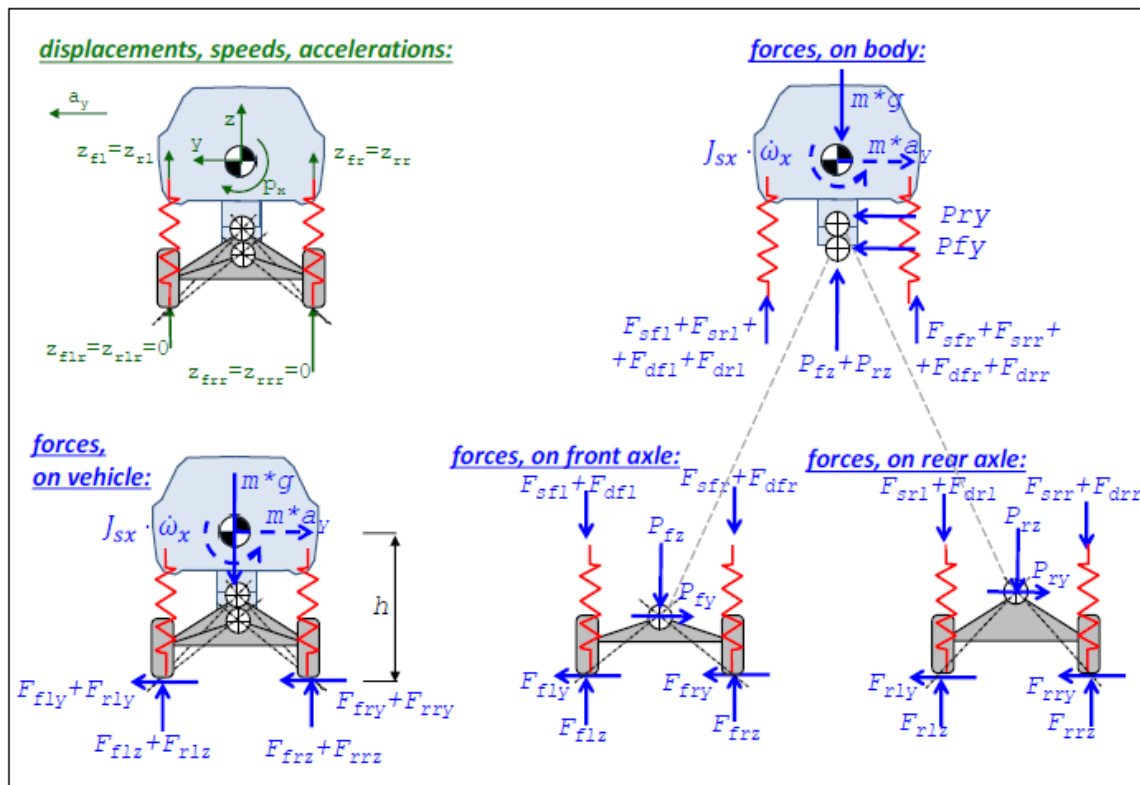
- Inercijalni izraz za rotaciju valjka, tj.  $J_{sx} \cdot \omega_x$ . Treba imati na umu da se inercija kotrljanja s oprugom karoserije ( $J_{s,x}$ ), a ne inercija kotrljanja cijelog vozila ( $J_x$ ), koristi u ravnoteži kotrljanja jer neopruženi dijelovi ne sudjeluju u kotrljanju.

- Inercijski izraz za bočno ubrzanje treba obuhvatiti bočno ubrzanje,  $a_y = \dot{v}_y \cdot v_x \cdot \omega_z$ , a ne samo centripetalno ubrzanje,  $a_y = v_x \cdot \omega_z$ .

-Sile prigušenja paralelne su svakoj sili opruge, tj. zbrajaju se  $F_{dfl}, F_{dfr}, F_{drl}$  i  $F_{drr}$ .

Zbog modela središta osi valjanja, za razliku od modela točke zakretanja kotača, ubrzanje zakretanja je nula. Stoga ne treba uvesti inercijalnu silu  $m \cdot a_z$ .

Dijagrami slobodnog tijela dati su na slici 4.5, koju treba usporediti sa slikom 4.3.



Slika 4. 5 Model prijenosa prijelaznog opterećenja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta osi

Konstitutivne jednačbe za podatljivost (ili opruge) su sljedeće, vidi jednačbu (3.16). Šipke protiv prevrtanja nisu modelirane. Jednačbe raspodjele sila glase:

$$\begin{aligned}
 F_{sfl} &= F_{sfl0} + c_{fw} \cdot (z_{fwr} - z_{fl}); \Rightarrow \dot{F}_{sfl} = -c_{fw} \cdot \dot{z}_{fl} = -c_{fw} \cdot v_{flz}; \\
 F_{sfr} &= F_{sfr0} + c_{fw} \cdot (z_{fwr} - z_{fr}); \Rightarrow \dot{F}_{sfr} = -c_{fw} \cdot \dot{z}_{fr} = -c_{fw} \cdot v_{frz}; \\
 F_{srl} &= F_{srl0} + c_{rw} \cdot (z_{rwr} - z_{rl}); \Rightarrow \dot{F}_{srl} = -c_{rw} \cdot \dot{z}_{rl} = -c_{rw} \cdot v_{rlz}; \\
 F_{srr} &= F_{srr0} + c_{rw} \cdot (z_{rwr} - z_{rr}); \Rightarrow \dot{F}_{srr} = -c_{rw} \cdot \dot{z}_{rr} = -c_{rw} \cdot v_{rrz}; \\
 \text{gdje } F_{sfl0} &= F_{sfr0} = \frac{m \cdot g \cdot l_r}{2 \cdot L}; \text{ and } F_{srl0} = F_{srr0} = \frac{m \cdot g \cdot l_f}{2 \cdot L};
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

Potrebno je dodati konstitutivne jednačbe za prigušivače:

$$\begin{aligned}
 F_{dfl} &= -d_{fw} \cdot v_{flz}; \\
 F_{dfr} &= -d_{fw} \cdot v_{frz}; \\
 F_{drl} &= -d_{rw} \cdot v_{rlz}; \\
 F_{drr} &= -d_{rw} \cdot v_{rrz};
 \end{aligned}
 \tag{4.32}$$

Kao usporedivo s jednadžbom (3.17), dobivamo sljedeću jednadžbu za ispunjavanje ravnoteže. Promjena u usporedbi s jednadžbom (3.17) je ta da također imamo izraze za valjanje i bočnu inerciju i 4 sile prigušivača, koje djeluju paralelno sa svakom od 4 sile opruge. Zapravo, prilikom postavljanja jednadžbi također razumijemo da je potreban model za uzdužni prijenos opterećenja, zbog čega je najjednostavniji mogući takav, a to je kruti ovjes .

U ravnini ceste: Ravnoteža za vozilo (uzdužno, bočno, skretanje):

$$\begin{aligned} m \cdot a_x &= m \cdot (\dot{v}_x - \omega_z \cdot v_y) = F_{fx} + F_{rx}; \\ m \cdot a_y &= m \cdot (\dot{v}_y + \omega_z \cdot v_x) = F_{fy} + F_{ry}; \\ J_z \cdot \dot{\omega}_z &= F_{fy} \cdot l_f - F_{ry} \cdot l_r; \end{aligned}$$

Ravnina izvan ceste: Ravnoteža za vozilo (okomito, nagib, valjanje):

$$\begin{aligned} F_{flz} + F_{frz} + F_{rlz} + F_{rrz} - m \cdot g &= 0; \\ -(F_{flz} + F_{frz}) \cdot l_f + (F_{rlz} + F_{rrz}) \cdot l_r - (F_{fx} + F_{rx}) \cdot h &= 0; \\ J_{s,x} \cdot \dot{\omega}_x &= (F_{flz} + F_{rlz}) \cdot \frac{W}{2} - (F_{frz} + F_{rrz}) \cdot \frac{W}{2} + (F_{fy} + F_{ry}) \cdot h; \end{aligned}$$

Ravnoteža za svaku osovinu (nagib, oko središta valjanja):

$$\begin{aligned} (F_{flz} - (F_{sfl} + F_{dfl})) \cdot \frac{W}{2} - (F_{frz} - (F_{sfr} + F_{dfr})) \cdot \frac{W}{2} + F_{fy} \cdot h_{RCf} &= 0; \\ (F_{rlz} - (F_{srl} + F_{drl})) \cdot \frac{W}{2} - (F_{rrz} - (F_{srr} + F_{drr})) \cdot \frac{W}{2} + F_{ry} \cdot h_{RCr} &= 0; \end{aligned} \quad (4.33)$$

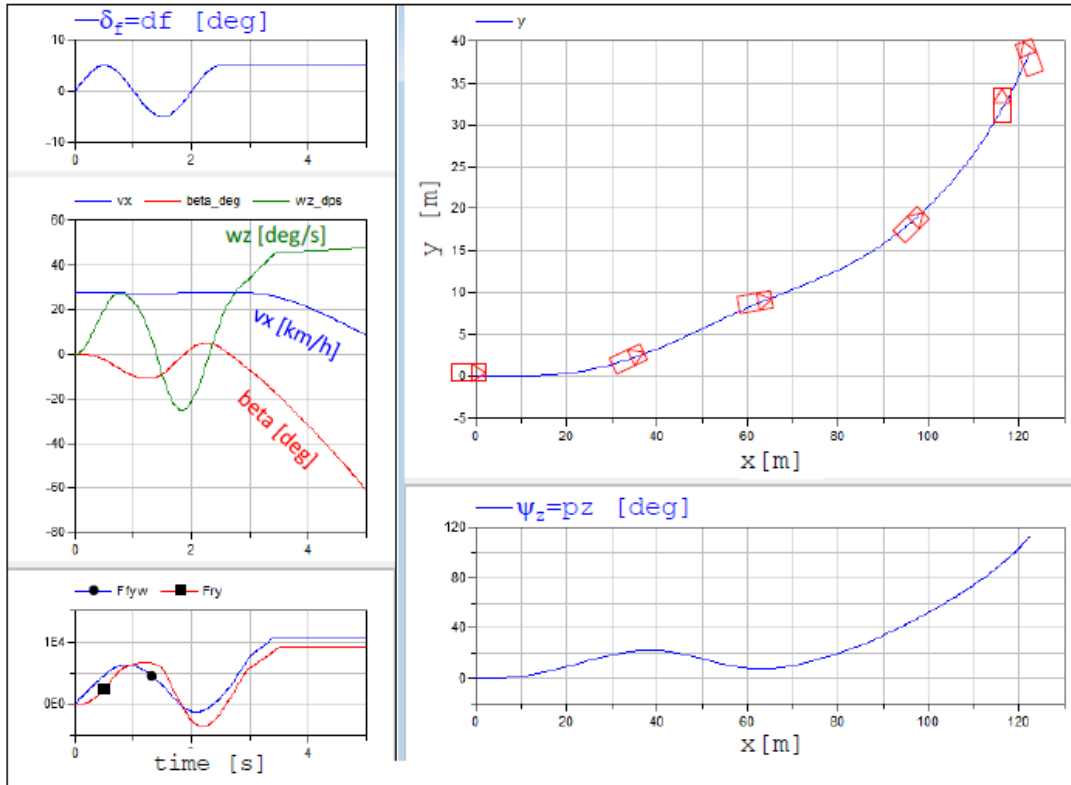
Kompatibilnost daje, imajući na umu da je  $\omega_x$  jedina kutna brzina izvan ravnine ceste koja nije nula (tj.  $\dot{z} = \omega_y = 0$ );

$$\begin{aligned} \dot{z}_{fl} = v_{flz} &= +\frac{W}{2} \cdot \omega_x; \quad \text{and} \quad \dot{z}_{fr} = v_{frz} = -\frac{W}{2} \cdot \omega_x; \\ \dot{z}_{rl} = v_{rlz} &= +\frac{W}{2} \cdot \omega_x; \quad \text{and} \quad \dot{z}_{rr} = v_{rrz} = -\frac{W}{2} \cdot \omega_x; \end{aligned} \quad (4.34)$$

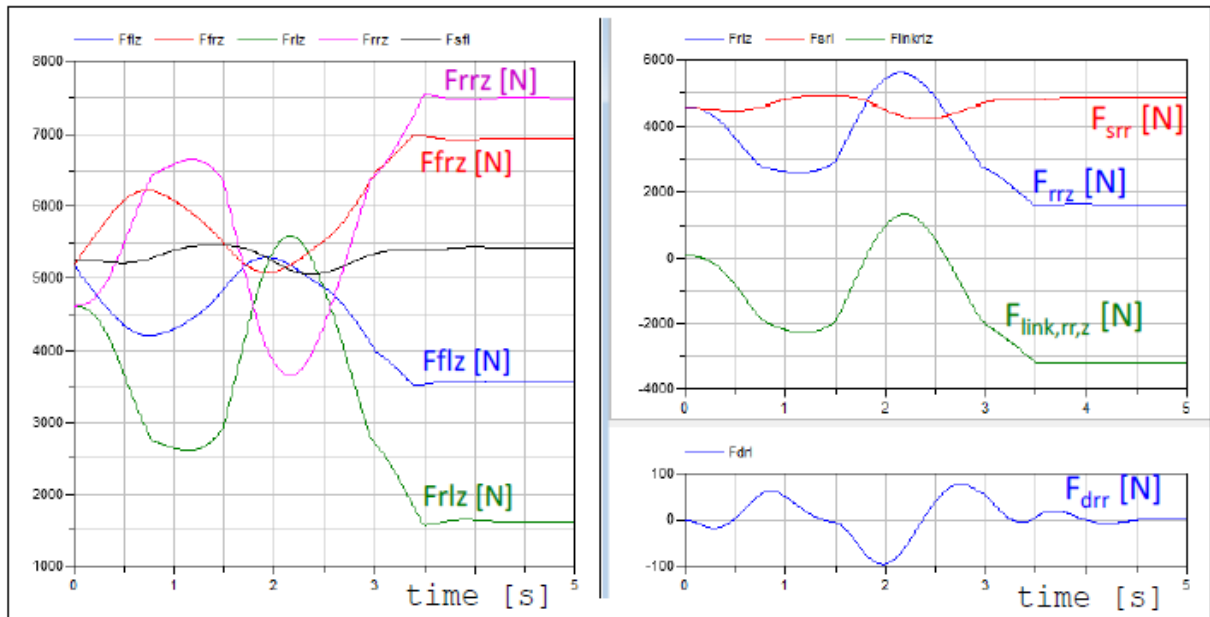
Simulaciju ovog modela treba usporediti sa simulacijom na slici 4.4. Kada ih uspoređujemo, vidimo malu razliku, a to je da se osovine postupno zasićuju tijekom  $3 < \text{vrijeme} < 3,5$ , umjesto obje odjednom u vremenu=3,25.

Čak i ako model prijenosa opterećenja ne utječe puno na putanju vozila u ovom slučaju, može biti važno uključiti ga u provjeru valjanosti modela kroz provjeru podizanja kotača. Dizanje kotača može se identificirati kao negativne vertikalne sile kotača, zbog čega crtamo neke vertikalne sile kotača, vidi sliku 4.5. U ovom slučaju vidimo da nemamo podizanje kotača (što bi

diskvalificiralo simulaciju). U desnom dijelu slike također možemo vidjeti odvojeni doprinos opruge ( $F_{srr}$ ), prigušivače ( $F_{drr}$ ) i poluge ( $F_{link}, f_{l,z} = F_{flz} - F_{sfl} - F_{dfl}$ ).



Slika 4.6 Rezultati simulacije modela jednog kolosijeka za prijelaznu dinamiku s bočnom dinamikom prijenosa opterećenja. Vozilo nacrtano na dijagramu staze nije u ispravnom mjerilu, ali je orijentacija približno točna.



Slika 4.7 Dijagrami vertikalne sile ovjesa iz simulacije s modelom jednog kolosijeka za prijelaznu dinamiku s bočnom dinamikom prijenosa opterećenja (ista simulacija kao na slici 4.55). Lijevo: Kontaktne sile na cesti za sve kotače. Desno: Različite sile za jedan kotač, straga lijevo.

#### 4.3.1.1 Dodatni fenomeni

Važno je istaknuti sljedeće, a što nije modelirano u ovom radu:

- Isto kao što je istaknuto što nedostaje za uzdužni prijenos opterećenja, vidi odjeljak 3.4.8.5.
- Osim toga, sustavi za sprječavanje prevrtanja (elastični spojevi između lijevog i desnog kotača na jednoj osovinu, često izgrađeni kao torzijska poluga) nisu modelirani u ovom radu. S istim konceptom modeliranja koji je korišten gore, svaki takav bi se tretirao kao zasebna opruga s jednom varijablom stanja, npr.  $F_{af}$  (Force-antiroll-front). Ova sila će djelovati paralelno s  $F_{sf}$  i  $F_{df}$  sa svake strane. Imajte na umu da će se dodati s jedne strane, a oduzeti s druge strane.

## 4.4 Koračni odziv upravljača

Konačni odziv upravljača je odgovor na konačni model kuta upravljača izmjeren u određenim mjerama vozila. Korak je napravljen od određenog stabilnog stanja u zavojima do određenog



kuta upravljača. Odgovor može biti vremenska povijest ili određene mjere na vremenskoj povijesti, kao što je vrijeme kašnjenja i prekoračenja.

#### 4.4.1 Blagi odziv upravljača

Ovaj odjeljak treba usporediti s odjeljkom 5.4.2, koji koristi napredniji model. U ovom dijelu koristit će se manje napredan model, koji je dovoljan za male korake upravljanja.

Model koji se koristi za jedno frekventno stacionarno oscilirajuće upravljanje također se može koristiti u druge svrhe, sve dok su ograničena bočna ubrzanja. Najčešća interpretacija je napraviti korak upravljanja iz početne vožnje po ravnoj liniji. U stvarnosti će korak biti brza rampa. U simulacijama se može koristiti idealan korak. Jednadžba omogućuje jednostavnu analizu ravnomojnog oscilirajućeg upravljanja, ali i jednostavnu analizu odziva koraka:

$$\text{Početak s jednadžbom: } \begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{B} \cdot \delta_f;$$

$$\text{Početni uvjeti: } \begin{bmatrix} v_y(0) \\ \omega_z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix}; \text{ or } \begin{bmatrix} v_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \delta_{f0};$$

$$\begin{aligned} \text{Pretpostavka: } \begin{bmatrix} v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ubaci: } \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} &= \\ &= \mathbf{A} \cdot \left( \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \right) + \mathbf{B} \cdot \delta_f; \end{aligned}$$

Riješite za svaki član vremenske funkcije (konstanta,  $e^{\lambda_1 t}$  i  $e^{\lambda_2 t}$  izrazi):

$$\begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \delta_f; \text{ and } \left[ \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \right] = \text{eig}(\mathbf{A});$$

Definiran je kao svojstvene vrijednosti i svojstveni vektori za ulazni argument matrice.

$$\begin{aligned} \text{Početni uvjeti: } \begin{bmatrix} v_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \left[ \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \right]^{-1} \cdot \left( \begin{bmatrix} v_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} \right); \end{aligned}$$

Rješenje ukratko:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \\ a_y = \dot{v}_y + v_x \cdot \omega_z = \lambda_1 \cdot \hat{v}_{y1} \cdot e^{\lambda_1 t} \cdot a_1 + \lambda_2 \cdot \hat{v}_{y2} \cdot e^{\lambda_2 t} \cdot a_2 + v_x \cdot \omega_z; \end{cases}$$

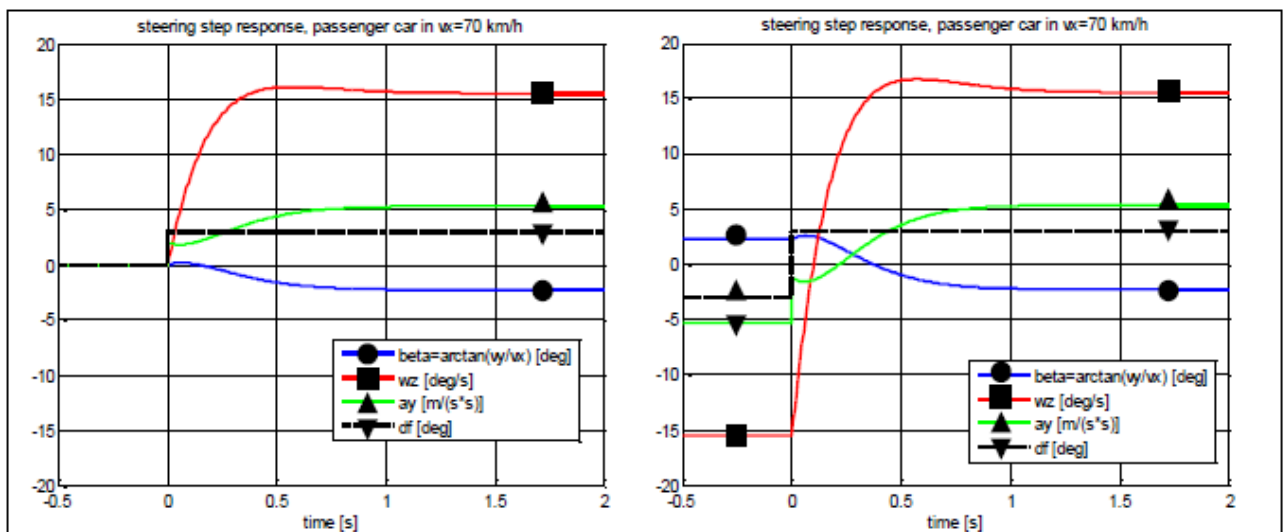
gdje:  $\begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \delta_f;$

i  $\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \text{eig}(\mathbf{A});$

i  $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{y1} & \hat{v}_{y2} \\ \hat{\omega}_{z1} & \hat{\omega}_{z2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot (\begin{bmatrix} v_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{y\infty} \\ \omega_{z\infty} \end{bmatrix});$

(4.35)

Rezultati ovog modela za koračno upravljanje za +3 stupnja prikazani su na slici 4.8. Lijevi dijagram prikazuje koračno upravljanje od vožnje po ravnoj liniji, dok desni dijagram prikazuje korak od ravnomjernog skretanja s kutom upravljanja od -3 stupnja.



Slika 4.8 Odziv na korak upravljača. Simulacija s modelom iz jednadžbe (4.36).

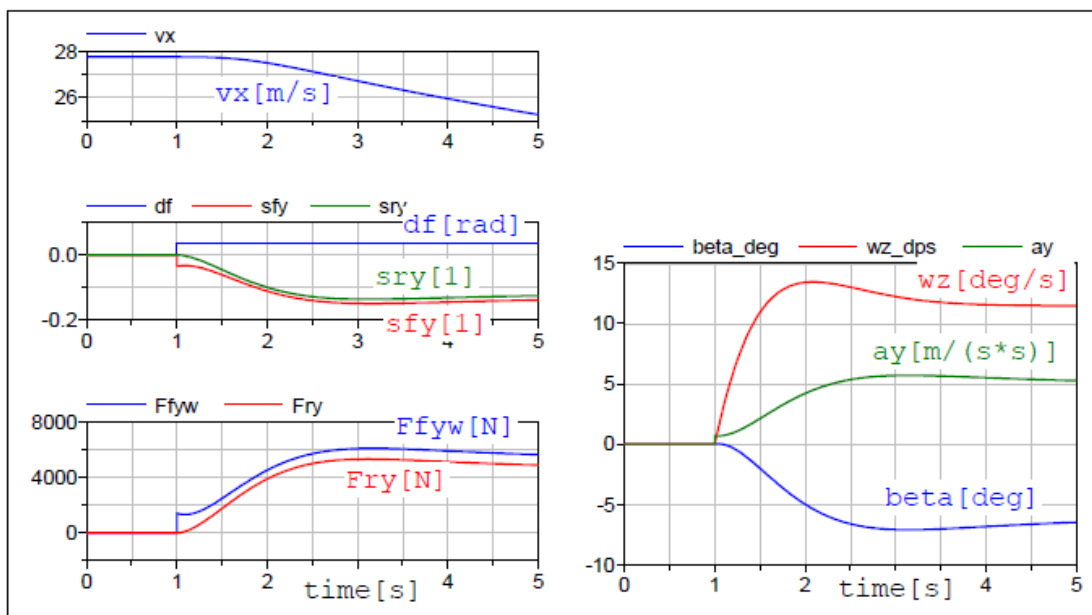
#### 4.4.2 Intenzivan odgovor na koračanje upravljača

Ovo poglavlje povezano je s poglavljem 4.4.1 Blagi odziv upravljača, koji koristi model s linearnim modelima guma bez zasićenja. Ovdje se koristi napredniji model, koji bi mogao biti potreban kada je koračno upravljanje intenzivnije. Najčešća interpretacija je da se napravi korak

upravljanja iz početne vožnje po ravnoj liniji. U stvarnosti će korak biti brza prepreka. U simulacijama se može koristiti idealan korak. Prijelazi lako mogu biti intenzivni da je potreban model kao što su jednadžbe [4.31]..[4.35]. Ako se želi simulirati ESC, potrebni su još detaljniji modeli (npr. potpuni modeli s dva kolosijeka). U svakom slučaju, ako primijenimo koračno upravljanje na model u jednadžbama [4.31]..[4.35], rezultati su prikazani na slici 4.9.

#### 4.5 Mjere manevriranja kombinacija dugih teških vozila

Ponekad je nevažno (ili teško) primijeniti funkcije/mjere dvoosovinskih vozila na kombinacije jedinica. To može biti slučaj za osobna vozila s prikolicom, ali je još očitije za duge kombinacije teških vozila. Neke tipične mjere za kombinaciju vozila s više jedinica dane su na slici 4.10, slici 4.11 i slici 4.12.



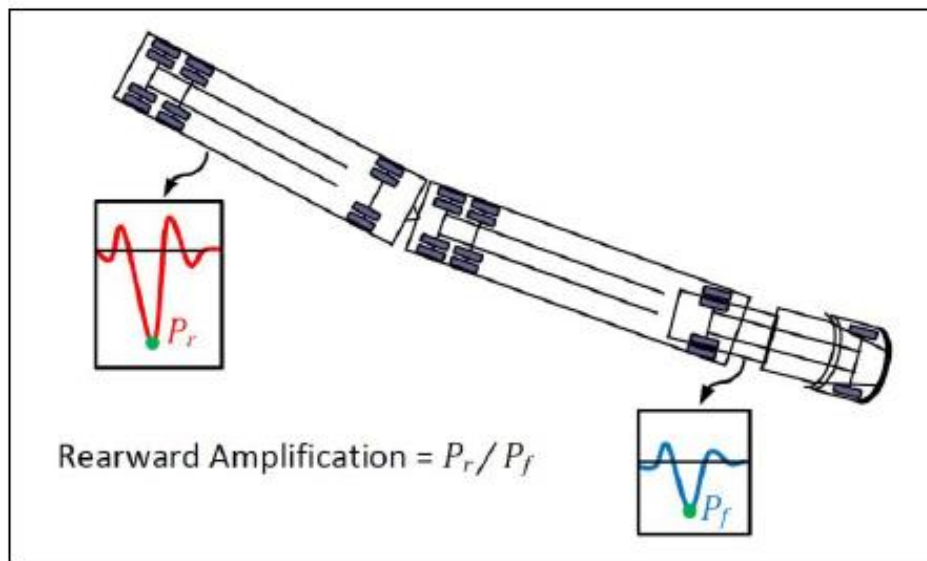
Slika 4.9 Koračno upravljanje s 2 stupnja na kotačima pri  $v_x = 100$  km/h. Simulirano s modelom u jednadžbama (4.31)..(4.35).

##### 4.5.1 Stražnje pojačanje

Stražnje pojačanje unatrag za duge kombinacije teških vozila je omjer maksimalne vrijednosti varijable gibanja od interesa (npr. brzina skretanja ili bočno ubrzanje težišta) najgore pobuđene

neke od jedinica vozila koje slijede prema onoj prve jedinice vozila tijekom određenog manevra pri određenoj razini trenja i konstantnoj brzini. Iz reference [ (Kati, 2013.)] [4].

Slika 4.10 ilustrira stražnje pojačanje RWA. RWA je definiran za poseban manevar, npr. određena promjena trake ili koračno upravljanje. RWA je omjer vršne vrijednosti brzine skretanja ili bočnog ubrzanja za krajnju stražnju jedinicu i vodeću jedinicu. Ova mjera performansi ukazuje na povećani rizik zakretanja ili prevrtanja zadnje jedinice u usporedbi s onim što vozač doživljava u glavnoj (prvoj) jedinici.



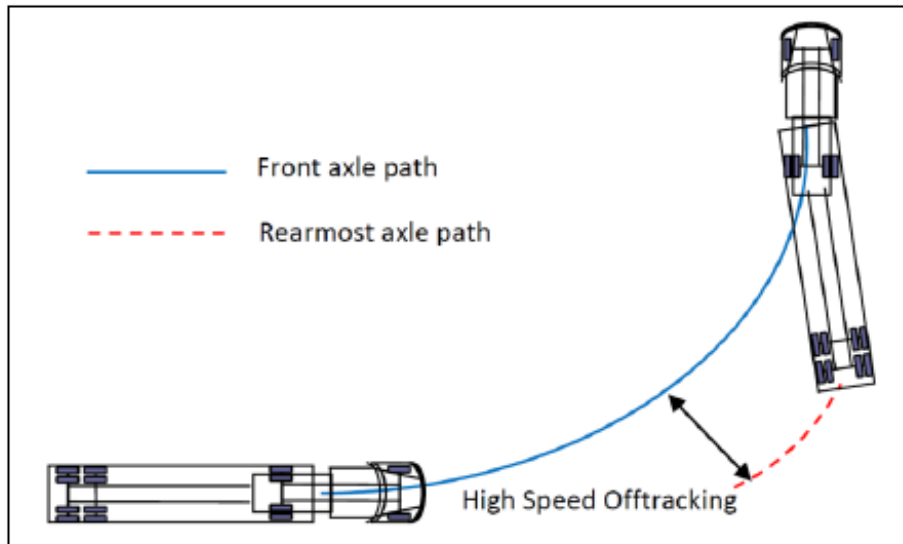
Slika 4.10 Prikaz stražnjeg pojačanja,  $P$  označava vršnu vrijednost varijable kretanja od interesa. Od (Kharrazi, 2012)[5].

#### 4.5.2 Praćenje izvana (Off-tracking)

Prolazno visokobrzinsko praćenje izvana za duge kombinacije teških vozila je prekoračenje u bočnoj udaljenosti između staza središta prednje osovine i središte osovine koja je u najvećem zaokretu bilo koje jedinice u određenom manevru pri određenoj razini trenja i određenoj konstantnoj uzdužnoj brzini. [4].

Može se definirati i kao bočni pomak između staza središta prednje osovine i središta osovine s najvećim odstupanjem od bilo koje jedinice u ravnomjernom zavoju pri određenoj razini trenja i određenoj konstantnoj uzdužnoj brzini. [4]

Slika 4.11 ilustrira praćenje izvana. Skretanje s putanje također je spomenuto u poglavlju 2. Mjera je, kao RWA, usporedba između vodeće i zadnje jedinice, ali u smislu dodatnog prostora na cesti potrebnog za manevriranje posljednje jedinice.

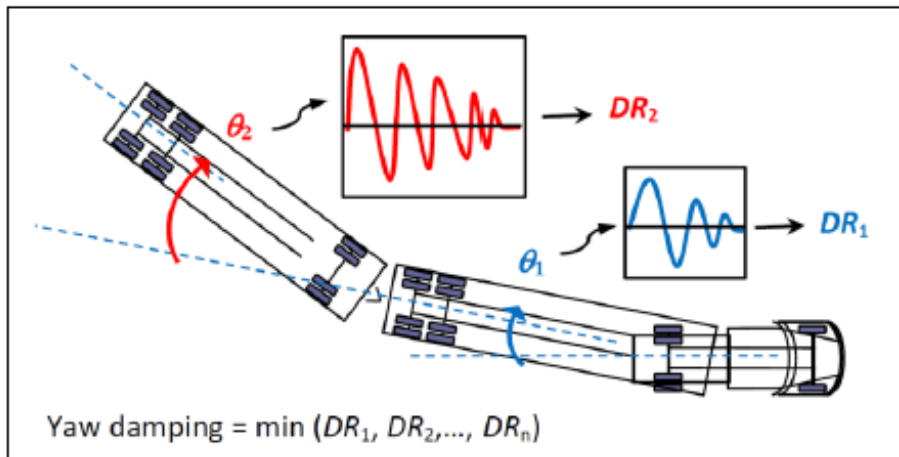


*Slika 4. 11 Ilustracija odstupanja od ravnomjerne vožnje pri velikoj brzini.[5]*

#### 4.5.3 Prigušenje skretanja

Prigušenje skretanja za duge teške kombinacije vozila je omjer prigušenja najmanje prigušenog kuta zgloba kombinacije vozila tijekom slobodnih oscilacija pobuđenih aktiviranjem kola upravljača s određenim impulsom ili određenim sinusnim valom upravljanja pri određenoj razini trenja. [4]

Slika 4.12 ilustrira prigušenje skretanja. To je omjer prigušenja najmanje prigušenog kuta zgloba skupine vozila tijekom slobodnih oscilacija. Omjer prigušenja skretanja zgloba određuje se iz amplituda kuta zgloba postignutih oscilacija.



Slika 4.12 Prikaz prigušenja skretanja za kombinaciju vozila s više jedinica, DR označava omjer prigušenja zgloba. [5]

## 5. FUNKCIJE BOČNE KONTROLE

Ukratko će biti predstavljene neke funkcije upravljanja koje uključuju bočnu dinamiku vozila. Ima ih više, ali odabrane su najbitnije. Na početku su dati neki opći aspekti bočne kontrole.

### 5.1 Dizajn bočne kontrole

Senzori koji su dostupni i koji se koriste za bočnu kontrolu općenito su oni koji se spominju kao dostupni za uzdužnu kontrolu, vidi odjeljak 3.5.

Senzori na upravljaču daju barem kut upravljača, ako je vozilo opremljeno ESC-om (što je zakonska obveza na mnogim tržištima). Osim toga, ako je pomoć pri upravljanju električna, može se osjetiti okretni moment upravljača.

Moderna vozila visokih specifikacija također imaju senzore okoline (kamera, radar, itd.) koji mogu dati zanimljive informacije, kao što su: Bočni položaj vozila u odnosu na oznake trake ispred i druga vozila sa strane ili iza vozila. Kao opća razmatranja za aktuatore, može se spomenuti da intervencije s tarnom kočnicom obično moraju imati pragove, jer intervencije primjećuje vozač i također generiraju gubitak energije. Zahvati s upravljanjem su manje osjetljivi, a mogu se projektirati i bez pragova.

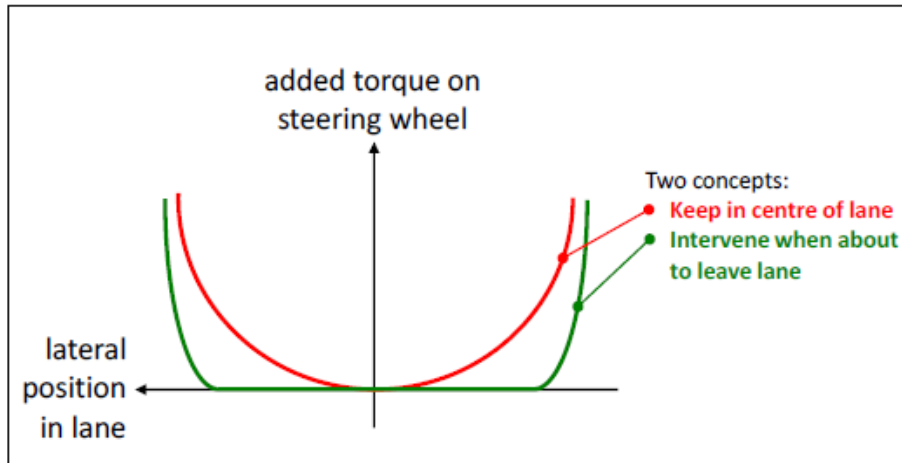
### 5.2 Funkcije bočne kontrole

#### 5.2.1 Pomoć za održavanje trake, LKA (Lane Keeping Aid)

Pomoć pri održavanju vozne trake upravlja vozilom bez potrebe vozača da upravlja, kada je vjerojatnost napuštanja vozne trake visoka. Obično se aktivira kao dodatni zakretni moment kola upravljača. Konceptualno, također se može aktivirati kao pomak kuta upravljača.

Pomoć za održavanje trake ima svrhu voditi vozača da ostane u traku. S obzirom na položaj u voznoj traci iz kamere, funkcija otkriva hoće li vozilo napustiti traku. Ako je tako, funkcija zahtijeva blagi okretni moment upravljača (obično 1..2 [Nm]) u odgovarajućem smjer. Vozač može lako prevladati dodatni okretni moment. Funkcija ne intervenira ako se koristi preniska brzina ili indikator skretanja (žmigavac). Postoje različiti koncepti treba li funkcija kontinuirano

imati za cilj zadržati vozilo u središtu trake ili samo intervenirati kada je blizu napuštanje trake, vidi sliku 5.1.



Slika 5. 1 Dva koncepta za pomoć pri održavanju trake.

### 5.2.2 Elektronička kontrola stabilnosti, ESC (Electronic Stability Control)

Elektronička kontrola stabilnosti usmjerava vozilo da se uskladi sa željenim ponašanjem, kada odstupanje od željenog ponašanja prijeđe iznad određenih pragova. ESC obično prati brzinu vozila, kut upravljanja i brzinu skretanja kako bi izračunao pogrešku brzine skretanja i koristi kočnice sa trenjem kao aktuator za smanjenje.

Postoje 3 konceptualna dijela ESC-a: kontrola preupravljanja, kontrola podupravljanja, kontrola prekoračenja brzine. Stvarna kontrolna pogreška na koju vozilo reagira obično je pogreška brzine skretanja između očitane brzine skretanja i željene brzine skretanja. Željena brzina skretanja računa se iz tzv. referentnog modela. Neki od današnjih naprednih ESC također interveniraju na osjećeno/procijenjeno bočno proklizavanje. Željena brzina skretanja (i bočno proklizavanje) izračunava se pomoću referentnog modela. Referentni model zahtijeva najmanje kut upravljanja i uzdužnu brzinu kao ulazne podatke. Referentni model može biti ravnomjernog tipa (približno kao jednačba [4.31]) ili prolaznog (približno kao jednačba [4.55]). Vozilo modelirano referentnim modelom prije bi trebalo biti željeno vozilo nego stvarno kontrolirano vozilo. Ali, kako bi se izbjegle prevelike intervencije kočnica na trenje, referentni model ne može biti previše različit. Također, kako bi se izbjeglo da vozilo skreće više od zakrivljenosti putanje, referentni model mora biti gotovo jednako podupravljan kao i kontrolirano vozilo, što se obično može popraviti zasićenjem bočnih sila guma na prednjoj osovini referentnog modela. Ovo zahtijeva



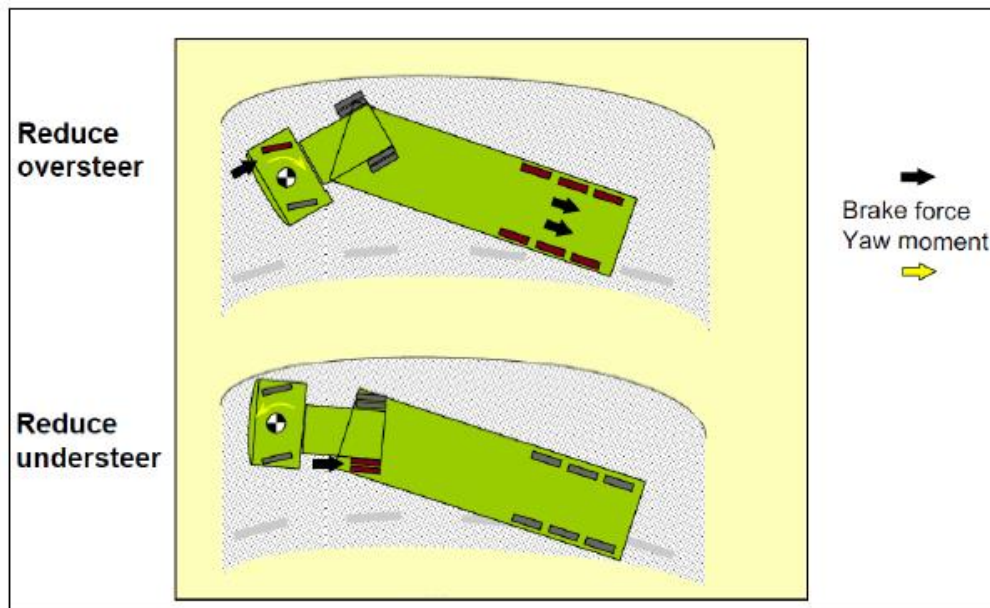
neke vrsta procjene trenja, posebno za vožnju s niskim koeficijentom trenja. Kada se kontrolira skretanje preko momenta kotača, mogu se identificirati različiti koncepti kao što su izravni i neizravni moment skretanja. Za ESC također postoji "pre-oprezna kontrola skretanja" koja ima za cilj smanjenje brzine, vidi odjeljak 5.2.2.3.

#### 5.2.2.1 Kontrola preupravljanja

Kontrola preupravljanja bila je prvi i najučinkovitiji koncept u ESC-u. Kada vozilo pretjerano upravlja, ESC će kočiti vanjski prednji kotač. Može kočiti do velikih razina proklizavanja (obično -50%) budući da je gubitak bočnog prijanjanja na prednjoj osovini pozitivan u situaciji preupravljanja. Naprednije ESC varijante također koče vanjske kotače straga, ali manje i ne do iste visoke razine klizanja. Za kombinacije vozila s više jedinica s prikolicama koje imaju kočnice koje se mogu kontrolirati, prikolica se također koči kako bi se izbjegao "jack-knife", vidi sliku 5.2, ili zakretanje vučenih jedinica.

#### 5.2.2.2 Kontrola podupravljanja

Kontrola podupravljanja znači da se unutarnji stražnji dio koči kada vozilo podupravlja. To pomaže vozilu da se okrene. Ova je intervencija najučinkovitija pri niskom koeficijentu trenja, jer pri visokom koeficijentu trenja unutarnji stražnji kotač obično ima vrlo malo normalno opterećenje. Također, razine klizanja obično nisu visoke kao što odgovaraju intervencijama preupravljanja, već -10%. To je zato što uvijek postoji opasnost od prevelikog kočenja na stražnjoj osovini, što može uzrokovati preupravljanje. Naprednije varijante ESC-a također koče unutarnje prednje kotače, što funkciju čini vrlo sličnom funkciji u odjeljku 5.2.2.3.



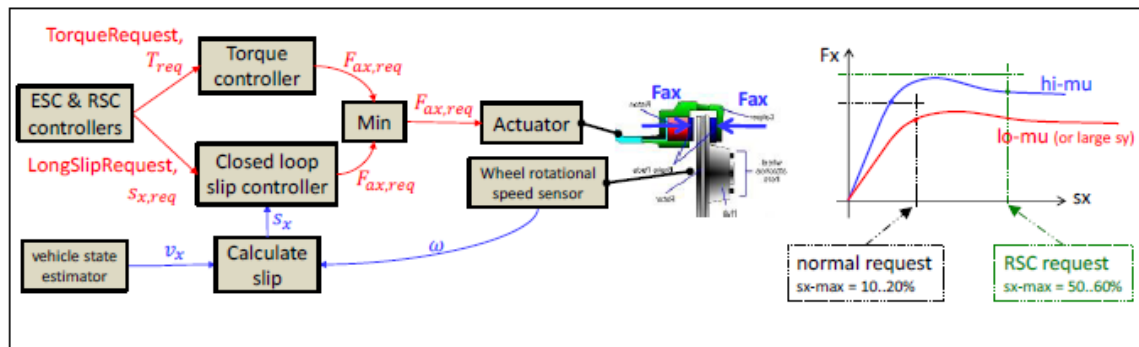
Slika 5.2 ESC kod preupravljanja i podupravljanja, na kamionu s prikolicom [7]

### 5.2.2.3 Kontrola prekoračenja brzine

Kontrola prekoračenja brzine nije uvijek prepoznata kao zaseban koncept, već kao dio kontrole podupravljanja. To znači da se koči više samo od unutarnjih stražnjih kotača. U ovom tekstu to identificiramo kao smanjenje brzine, što ima pozitivan učinak kasnije u krivulji.

### 5.2.2.4 Kontrola razine kotača

Preduvjet za sve gore navedene kontrole u odjeljku 5.2.2 je da aktuator zakretnog momenta kotača odgovori na zahtjev za zakretnim momentom, ali normalno je da odgovara i na zahtjev za uzdužnim proklizavanjem. Zahtjev za proklizavanje općenito se koristi kao neka vrsta "sigurnosne mreže" da se kotač ne blokira više od 10-20%, ali kod RSC intervencija (vidi poglavlje 5.2.3) bočni zahvat treba prekinuti.



Slika 5.3 Kontrola pojedinačnih kotača tarnim kočnicama za funkcije tipa ESC [7]

### 5.2.2.5 Druge intervencije osim kočenja pojedinačnih kotača

#### 5.2.2.5.1 Balansiranje s pogonom po osovini

Za vozila s kontroliranom raspodjelom pogonskog momenta između osovina, ESC može intervenirati i sa zahtjevom za preraspodjelom pogonskog momenta. U slučaju preupravljanja, pogon treba preraspodijeliti prema naprijed i suprotno za podupravljanje.

#### 5.2.2.5.2 Vektoriranje zakretnog momenta

Za vozila s kontroliranom raspodjelom pogonskog momenta između lijeve i desne strane, ESC može intervenirati i sa zahtjevom za preraspodjelom pogonskog momenta. U slučaju preupravljanja, pogon treba preraspodijeliti prema unutarnjoj strani i suprotno za podupravljanje.

#### 5.2.2.5.3 Usmjeravanje upravljanja

Za vozila s kontroliranim momentom na upravljaču, ESC može intervenirati i sa zahtjevom za dodatnim momentom na upravljaču. Najočitiya funkcija je usmjeravanje vozača da pokrene upravljanje (protupravljanje) kada vozilo preupravlja. Takve funkcije su danas na tržištu osobnih automobila. Manje je očito kako voditi vozača kada vozilo podupravlja.

### 5.2.3 Kontrola stabilnosti prevrtanja, RSC

Kontrola stabilnosti pri prevrtanju, RSC, sprječava prevrtanje vozila zbog bočnih sila kotača uzrokovanih trenjem na cesti. RSC koristi tarnu kočnicu kao aktuator. Svrha RSC-a je izbjegavanje prevrtanja bez spoticanja. Korišteni aktuator je tarni kočni sustav. Kada se otkrije opasnost od prevrtanja, preko senzora bočnog ubrzanja (ili u nekim naprednim RSC implementacijama, također senzora brzine prevrtanja), vanjski prednji kotač se koči. RSC može kočiti do dubokih razina proklizavanja (obično -70%..-50%) jer je gubitak bočnog prijanjanja na prednjoj osovini pozitivan u ovoj situaciji. Na teškim vozilima, RSC intervenira ranije i slično funkciji opisanoj u odjeljku 5.2.2.3 Kontrola prekoračenja brzine. U budućnosti bi se RSC mogao razvijati i prema korištenju upravljanja.

### 5.2.4 Izbjegavanje bočnog sudara, LCA (Lateral Collision Avoidance)

Lateral Collision Avoidance podržava vozača kada mora obaviti kasno bočno izbjegavanje prepreke, kada je vjerojatnost za prednji sudar predviđena kao visoka.

Na tržištu postoje sustavi za automatsko kočenje u nuždi, vidi odjeljak 3.5. Ako se na njih gleda kao na uzdužno izbjegavanje sudara, moglo bi se zamisliti i na funkcijama izbjegavanja bočnog sudara, koje bi automatski skrenule bočno od prepreke ispred predmetnog vozila. Na tržištu još nema takvih funkcija. Jedno od mogućih prvih uvođenja na tržište moglo bi biti da pokretanje zahtijeva da vozač pokrene upravljanje. Drugi bi bio aktiviranje pri prvom udaru sudara. [6]

## 6. ZAKLJUČAK

Kinematička i dinamička analiza ravnomojne vožnje vozila u zavoju je vrlo kompleksna tema koju pokušavamo teoretski analizirati u ovom radu. Bočno kretanje vozila potrebno je za praćenje zavoja cesta i odabir vlastite rute na raskrižjima, kao i za bočno izbjegavanje prepreka koje se pojavljuju. Kinematičku i dinamičku analizu kretanja vozila u zavoju smo proveli kroz nekoliko glavnih poglavlja: manevarska sposobnost pri malim brzinama, stabilno stanje u zavojima pri velikoj brzini, prijelazno rukovanje i funkcije bočne kontrole. Bočna dinamika vozila često se doživljava kao najzahtjevnija za novog automobilskeg inženjera, zato jer bočna dinamika uključuje analizu gibanja u koordinatnom sustavu vozila koja uvodi krivoljasto gibanje budući da koordinatni sustav rotira dok vozilo skreće. Koordinatne sustave vozila i kotača povezali smo preko Ackermannove geometrije i paralelne geometrije, te smo sveli vozilo na jednotračni model radi lakšeg računanja i razumijevanja, ali zadržava sve najvažnije pojave.

Koristili smo se rezultatima simulacija i izračune iz literature Bengt Jacobson [7].

Za sam kraj smo prikazali par funkcija koje služe za bočnu kontrolu vozila poput ESC.LKA i drugih.

Time smo dobili kompletnu analizu ponašanja vozila u zavoju te sustava koji pomažu za nesmetanu upravljivost vozila pri kretanju u zavoju.

## 7. LITERATURA

- [1] AB Volvo. 2011. Global Transport Application. 2011.
- [2] Drenth, Edo F. 1993. Brake Stability of Front Wheel Driven Cars at High Speed. Delft, Netherlands : Delft University of Technology., 1993. Master thesis.
- [3] Gillespie, T. 1992. Fundamentals of Vehicle Dynamics. s.l. : Society of Automotive Engineers, 1992.
- [4] Kati, Maliheh Sadeghi. 2013. Definitions of Performance Based Characteristics for Long Heavy Vehicle Combinations. Signals and Systems. u.o. : Chalmers University of Technology, 2013. ISSN 1403-266x.
- [5] Kharrazi , Sogol. 2012. Steering Based Lateral Performance Control of Long Heavy Vehicle Combinations. Göteborg, Sweden : Chalmers University of Technology, 2012. ISBN/ISSN: 978-91-7385-724-6.
- [6] Yang, Derong. 2013. Vehicle Dynamics Control after Impacts in Multiple-Event Accidents. Göteborg : Chalmers University of Technology, 2013. PhD thesis. ISBN 978-91-7385-887-8.
- [7] Bengt Jacobson, Göteborg, 2015. Bengt Jacobson et al, Vehicle Dynamics Group, Division of Vehicle and Autonomous Systems, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, [www.chalmers.se](http://www.chalmers.se)
- [8] [http://www.nhtsa.gov/cars/rules/rulings/roll\\_resistance/](http://www.nhtsa.gov/cars/rules/rulings/roll_resistance/)

## 8. POPIS SLIKA

Slika 2. 1 Model za povezivanje "puta s orijentacijom" sa brzinama u koordinatnom sustavu vozila7 .....	8
Slika 2. 2 Transformacija između sila i brzina u koordinatnom sustavu vozila i koordinatnom sustav kotača7 .....	9
Slika 2. 3 Ackermannova geometrija upravljanja. Lijevo: jedna osovina upravljana. Desno: Objekti upravljani uključujući "Ackermannove pogreške". Od (ISO8855).7 .....	11
Slika 2. 4 Lijevo: krivulja pojačanja s različitim radnim područjima ovisno o ovojnicu vožnje. Desno: Raspodjela zakretnog momenta između ručnog zakretnog momenta, $F_m$ , i pomoćnog zakretnog momenta, $F_a$ , ovisno o primijenjenom zakretnom momentu kola upravljača. Iz literature (Rösth, 2007)5. ....	12
Slika 2. 5 Geometrija upravljanja i pomaci7 .....	15
Slika 2.6 Učinak uzgona zbog kuta upravljanja i pozitivnog pomaka osi upravljanja u odnosu na tlo7 .....	15
Slika 2.7 Primjer trapeznog upravljanja. Lijevo: Konceptualna uporaba upravljačkih ruku. Desno: Točniji dizajn, danas uobičajen. Od (Gunnar Olsson, LeanNova)4 .....	16
Slika 2. 8 Sklapanje na jednotračni model7 .....	17
Slika 2.9 Gornji dio: dvotračni model kamiona s prikolicom. Donji: Jednotračni model kamiona s prikolicom . U SAE koordinatnom sustavu. Od (Kharrazi,2012)5.....	17
Slika 2.10 Jednotračni model s osovinama koje se idealno prate. Donji pogled na prednji kotač prikazuje transformaciju između koordinatnog sustava kotača i koordinatnog sustava vozila7 ..	19
Slika 2. 11 Rezultati simulacije jednotračnog modela s idealnim praćenjem7.....	21
Slika 2. 12 Dodavanje staza za kotače i točke tijela, površ rezultata na slici 2.117 .....	22
Slika 2.13 Dodavanje jednotračnog modela na vrh rezultata na slici 2.11 .....	24
Slika 2.14 Kruti kamion s 3 osovine, od kojih je samo prva upravljana7 .....	26
Slika 2.15 Jednotračni model. Gdje ne sadrži Ackermannovu geometriju, zbog neupravljenih stražnjih osovine7 .....	26
Slika 2.16 Rezultati simulacije jednotračnog modela s idealnim praćenjem. Ne-Ackermannova geometrija zbog dvije neupravljenih stražnjih osovine7 .....	27
Slika 2.17 Trenutno središte za vozilo s 3 osovine, s odgovarajućim vozilom s 2 osovine kao referencom.....	28
Slika 3.1 Ravnotežna vožnja u zavojima7 .....	29
Slika 3.2 Primjer ispitne staze i nekih dijelova od posebne važnosti za dinamiku vozila. Primjer je Hällered Proving Ground, Volvo Car Corporation.1 .....	30
Slika 3.3 Primjer testne staze. Primjer je AstaZero (Active Safety Test Arena), SP Technical Research Institute of Sweden i Chalmers University of Technology. ....	31
Slika 3.4 Jednotračni model. Crtkane sile i moment su fiktivne sile.7 .....	32
Slika 3.5 Rezultati simulacije modela s jednim kolosijekom u stacionarnom stanju. Vozilo skicirano na dijagramu staze nije u mjerilu, ali je ispravno orijentirano. ....	33
Slika 3.6 Kut klizanja tijela za krivulje ravnomojnog stanja male i velike brzine.....	35
Slika 3.7 Variranje bočnog klizanja s zakrivljenošću i uzdužnom brzinom vozila.7 .....	36
Slika 3.8 Jednostavnije dobivanje jednadžbe (3.3) .....	37

Slika 3.9 Gore: Podaci iz zapisnika iz osobnog vozila s ESC sustavom u dvostrukoj promjeni trake. Niže: $\delta_{neutral}$ može se koristiti za približnu procjenu "trenutačnog" pod-/preupravljanja (SAD/OS).....	40
Slika 3. 10 Normalizirani kut upravljanja ( $\delta f \cdot RL$ ) za ravnomjerno skretanje u stabilnom stanju .....	42
Slika 3.11 Konstrukcija "Dijagrama rukovanja". Karakteristike klizanja osovine (krute) odabrane su tako da vozilo prelazi iz podupravljanja u preupravljanje s povećanom uzdužnom brzinom, $vx$ . Isprekidano su prikazana dva druga primjera. ....	45
Slika 3.12 Primjer dijagrama rukovanja. ....	46
Slika 3.13 Dijagram slobodno tijelo vozila u zavoju. Sila $m \cdot ay$ je fiktivna sila. Indeks l i r ovdje znači lijevo i desno. ....	47
Slika 3.14 Model za ravnomjerno uzdizanje i valjanje zbog bočnog ubrzanja. Model ovjesa je nepovezan (ili "trivijalno vezan") i bez razlike sprijeda i straga. ....	47
Slika 3.15 Dva alternativna modela za uključivanje učinaka ovjesa u bočni prijenos opterećenja .....	51
Slika 3.16 Model za ustaljeno stanje uzdizanja i valjanja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta valjanja, koji mogu biti različiti prednji i stražnji. ....	52
Slika 3. 17 Os valjanja za dvoosovinsko vozilo. (U manjem broju slučajeva slika može ukazivati na to da su središta valjanja i os valjanja iznad središta kotača, ali to obično nije slučaj.).....	55
Slika 3.18 Model ravnomjernog uzdizanja i valjanja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta valjanja, koji mogu biti različiti prednji i stražnji. Uključujući stabilizator na svakoj osovinu. ....	57
Slika 3.19 Primjer kako odrediti okretnu točku za jedan kotač i središte valjanja za osovinu s dvostrukim ovjesom. ....	58
Slika 3.20 Primjer kako odrediti okretnu točku za jedan kotač i središte valjanja za osovinu s dvostrukim McPhersonovim ovjesom. ....	58
Slika 3.21 Primjer kako odrediti točku zakretanja za jedan kotač i središte valjanja za osovinu s krutom osovinom obješenom na lisnate opruge. Od (Gillespie, 1992)3.....	59
Slika 3. 22 Krutost kotača u zavoju ( $\partial \partial a F y \text{ } \vdash \text{ } sy = 0$ ) mijenja se degresivno s vertikalnim opterećenjem. Krutost osovine u zavoju stoga opada s prijenosom opterećenja. ....	60
Slika 3.23 Primjer dijagrama ravnomjernog prevrtanja podizanjem kotača. ....	63
Slika 3.24 Model za verifikaciju zahtjeva temeljen na faktoru statičke stabilnosti, SSF.....	64
Slika 3.25 Ravnomjerni prevrtanja, sa simetrijom naprijed/straga. Mjere $wtyre, Defy, \Delta h \cdot \varphi x$ i z označavaju dodatne učinke u odnosu na ono što je pokriveno jednostavnim SSF pristupom. ..	66
Slika 4.1 Staza s čunjevima za jednu standardiziranu promjenu voznog traka.....	69
Slika 4.2 Staza s čunjevima za jedno standardizirano ispitivanje prekoračenja brzine u zavoju ..	70
Slika 4.3 Jednotračni model za prolaznu dinamiku. Crtkane sile i moment su fiktivne sile. Usporedi sa slikom 3.4. ....	71
Slika 4.4 Rezultati simulacije modela s jednim kolosijekom za prolaznu dinamiku. Vozilo nacrtano na dijagramu staze nije u ispravnom mjerilu, ali je orijentacija približno točna. ....	73
Slika 4. 5 Model prijenosa prijelaznog opterećenja zbog bočnog ubrzanja, korištenjem središta osi .....	75
Slika 4.6 Rezultati simulacije modela jednog kolosijeka za prijelaznu dinamiku s bočnom dinamikom prijenosa opterećenja. Vozilo nacrtano na dijagramu staze nije u ispravnom mjerilu, ali je orijentacija približno točna. ....	77



Slika 4.7 Dijagrami vertikalne sile ovjesa iz simulacije s modelom jednog kolosijeka za prijelaznu dinamiku s bočnom dinamikom prijenosa opterećenja (ista simulacija kao na slici 4.55). Lijevo: Kontaktne sile na cesti za sve kotače. Desno: Različite sile za jedan kotač, straga lijevo.....	78
Slika 4.8 Odziv na korak upravljača. Simulacija s modelom iz jednadžbe (4.36).....	80
Slika 4.9 Koračno upravljanje s 2 stupnja na kotačima pri $v_x=100$ km/h. Simulirano s modelom u jednadžbama (4.31)..(4.35).....	81
Slika 4.10 Prikaz stražnjeg pojačanja, P označava vršnu vrijednost varijable kretanja od interesa. Od (Kharrazi, 2012)[5].....	82
Slika 4. 11 Ilustracija odstupanja od ravnomojne vožnje pri velikoj brzini.[5].....	83
Slika 4.12 Prikaz prigušenja skretanja za kombinaciju vozila s više jedinica, DR označava omjer prigušenja zgloba. [5].....	84
Slika 5. 1 Dva koncepta za pomoć pri održavanju trake.....	86
Slika 5.2 ESC kod preupravljanja i podupravljanja, na kamionu s prikolicom.....	88
Slika 5.3 Kontrola pojedinačnih kotača tarnim kočnicama za funkcije tipa ESC.....	89

## 9. SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI

Ovaj rad se temelji na kinematičkoj i dinamičkoj analizi ravnomojne vožnje vozila u zavoju. Bočno kretanje vozila potrebno je za praćenje zavoja cesta i odabir vlastite rute na raskrižjima, kao i za bočno izbjegavanje prepreka koje se pojavljuju. Bočna dinamika uključuje analizu gibanja u koordinatnom sustavu vozila koja uvodi krivoljasto gibanje budući da koordinatni sustav rotira dok vozilo skreće. Koordinatne sustave vozila i kotača povezali smo preko Ackermannove geometrije i paralelne geometrije, te smo sveli vozilo na jednotračni model radi lakšeg računanja i razumijevanja, ali zadržavajući sve najvažnije pojave.

Simulacije i izračune skretanja vozila u zavoju proveli smo u programu Modelica i tako dobili uvid u dinamiku i ponašanje vozila pri skretanju. Vozilo smo analizirali u stabilnom stanju skretanja, to se odnosi na to da su sve vremenske derivacije brzina vozila jednake nuli. Fizičko razumijevanje je onda da vozilo vozi po kružnici s konstantnom brzinom skretanja.

Zatim smo analizirali upravljivost vozila pri raznim uvjetima upravljanja (pod-, neutralno i pre-) i kretanja (ubrzanje, usporavanje).

Za sam kraj smo prikazali par funkcija koje služe za bočnu kontrolu vozila poput ESC, LKA i drugih.

Ključne riječi: vozilo, bočna dinamika, upravljanje vozilom, skretanje, jednotračni model osovina

## 10. SUMMARY AND KEY WORDS

This paper is based on the kinematic and dynamic analysis of smooth driving of a vehicle in a curve. The lateral movement of the vehicle is necessary to follow the bends of the roads and to choose one's own route at intersections, as well as to avoid obstacles that appear laterally. Lateral dynamics involves motion analysis in the vehicle coordinate system that introduces curvilinear motion as the coordinate system rotates as the vehicle turns. We connected the vehicle and wheel coordinate systems via Ackermann geometry and parallel geometry, and we reduced the vehicle to a single-track model for easier calculation and understanding, but retaining all the most important phenomena.

We carried out simulations and calculations of vehicle turning in a curve in the Modelica program and thus gained an insight into the dynamics and behavior of the vehicle when turning. We analyzed the vehicle in a stable state of turning, which means that all the time derivatives of the vehicle's speed are equal to zero. The physical understanding is then that the vehicle drives in a circle with a constant turning speed.

Then we analyzed the vehicle's controllability under various driving conditions (under-, neutral and over-) and movement (acceleration, deceleration).

At the very end, we presented a couple of functions that are used for lateral control of vehicles such as ESC.LKA and others.

Key words: vehicle, lateral dynamics, vehicle handling, turning, one-lane axle model