

# Usporedba PI i T nadomjesnih modela nadzemnih vodova

---

**Jozić, Matija**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:036186>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-12**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Sveučilišni prijediplomski studij elektrotehnike

Završni rad

**USPOREDBA PI I T NADOMJESNIH MODELA NADZEMNIH  
VODOVA**

Rijeka, rujan 2024.

Matija Jozić

0069090363

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Sveučilišni prijediplomski studij elektrotehnike

Završni rad

**USPOREDBA PI I T NADOMJESNIH MODELA NADZEMNIH  
VODOVA**

Mentor: prof. dr. sc. Dubravko Franković

Komentor: v. pred. mr. sc. Marijana Živić Đurović

Rijeka, rujan 2024.

Matija Jozić

0069090363

Rijeka, 13.03.2024.

Zavod: Zavod za elektroenergetiku  
Predmet: Elektroenergetske mreže

## ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

Pristupnik: **Matija Jozić (0069090363)**  
Studij: Sveučilišni prijediplomski studij elektrotehnike (1030)

Zadatak: **Usporedba PI i T nadomjesnih modela nadzemnih vodova / Comparison of the PI and T equivalent model of overhead lines**

### Opis zadatka:

U radu je potrebno opisati točne i približne PI i T modele nadzemnog elektroenergetskog voda. Analizirati strujno-naponske prilike na jednom kraju voda, ako su poznate vrijednosti struje i napona na njegovom drugom kraju za različite duljine vodova koristeći navedena dva nadomjesna modela.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanja diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

Zadatak uručen pristupniku: 20.03.2024.

Mentor:  
prof. dr. sc. Dubravko Franković

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:  
prof. dr. sc. Dubravko Franković

Komentor:  
v. pred. mr. sc. Marijana Živić Đurović

## Izjava o samostalnoj izradi završnog rada

Izjavljujem da sam ovaj završni rad samostalno izradio, uz vodstvo mentora prof. dr. sc. Dubravka Frankovića i komentorice v. pred. mr. sc. Marijane Živić Đurović, prema čl. 7. Pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku sveučilišnih prijediplomskih studija.

Rijeka, rujan 2024.

---

Matija Jozić

0069090363

# SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. NADZEMNI ELEKTROENERGETSKI VODOVI.....	2
2.1. Vodiči.....	3
2.2. Izolatori.....	5
2.3. Stupovi i temelji.....	6
2.4. Pribor.....	8
2.5. Zaštitno uže i uzemljenje.....	10
3. NADOMJESNI MODELI .....	11
3.1. $\pi$ nadomjesni model.....	11
3.2. T nadomjesni model.....	13
3.3. Parametri modela.....	15
3.4. Proračun prijenosa pomoću $\pi$ nadomjesnog modela.....	19
3.5. Proračun prijenosa pomoću T nadomjesnog modela.....	22
4. USPOREDBA PRIBLIŽNIH I TOČNIH $\pi$ I T NADOMJESNIH MODELA.....	24
4.1. Usporedba približnih i točnih uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija nadomjesnih modela $\pi$ i T.....	24
4.2. Usporedba strujno naponskih prilika snaga uz zadane vrijednosti na krajevima voda za približne i točne nadomjesne modele $\pi$ i T .....	28
5. ZAKLJUČAK.....	33
Literatura.....	34
Sažetak.....	35
Summary.....	36
Prilog.....	37

## 1. Uvod

Nadomjesni modeli elektroenergetskih nadzemnih vodova su matematički alat koji ima izrazito bitnu ulogu pri računskoj i eksperimentalnoj analizi strujno-naponskih prilika na počecima ili krajevima vodova. Njihova glavna prednost je što olakšavaju postupak računanja na način što ih možemo gledati kao zasebni već unaprijed određeni "blok" sa svojim pravilima bez da poznajemo stvarnu unutarnju strukturu električnih krugova koja je često i vrlo složena. Primjena ovih modela u elektroenergetici je česta, ali dolaskom računala sve više na način da se koriste kroz softverske alate za analizu mreža.

Postoje razni nadomjesni modeli, ali zajedničkim imenom ih nazivamo četveropoli (engl. *quadripole, two port network*). Nastaju kada se između izvora i potrošača postavi neki element koji utječe na njihov međusobni odnos (transformatori, prijenosni ili distribucijski sustavi, pojačala...). U tom slučaju u mreži se pojavljuje element koji zahtjeva dva priključka na strani izvora i dva na strani potrošača. U ovom radu fokus će isključivo biti na  $\pi$  i T nadomjesnim modelima, a u narednim poglavljima još će biti opisani materijali kojima gradimo nadzemne vodove, principe zaštite i sam njihov dizajn. Za točniju analizu i usporedbu koristiti će se softverski matematički program „MATLAB“ pomoću kojega ćemo uz željene vrijednosti dobiti potrebne grafove za usporedbu nadomjesnih  $\pi$  i T modela.

## 2. Nadzemni elektroenergetski vodovi

Nadzemni vodovi su ključni dio svakog modernog elektroenergetskog sustava. Njihov glavni zadatak je prijenos električne energije od mjesta proizvodnje do krajnjih korisnika uz što stabilniju i sigurniju opskrbu. Sastoje se od sedam elemenata: - vodič

- izolator
- stupovi
- zaštitni vodiči
- uzemljenje
- temelji
- zaštitni, spojni i ovjesni pribor

U današnjem svijetu imaju nezamjenjivu ulogu pri održavanju globalne i energetske stabilnosti, a njihova izgradnja i održavanje zahtijevaju pravovremeno i temeljito planiranje uzimajući u obzir tehnološke, ekonomske i ekološke čimbenike. Europa, kako bi osigurala što sigurniju energetska stabilnost, 2008. godine je osnovala udruženje ENTSO (European Network of Transmission System Operators for Electricity). Svrha takvog udruženja je međusobno povezivanje EES sustava europskih zemalja u svrhu veće pouzdanosti u slučaju kvarova i poremećaja. Hrvatski EES zajedno sa slovenskim i bosansko-hercegovačkim čini upravljački blok SLO-HR-BIH.



## 2.1. Vodiči

Vodič je zaslužen za prijenos električne energije, iz tog razloga je najvažniji dio nadzemnog voda, ali i najaktivniji. Kako bi dobili najbolji mogući vodič potrebno je odabrati materijal koji odgovara svim našim zahtjevima (dobra električna vodljivost, visoka mehanička čvrstoća, laka mogućnost obrade, niska cijena, otpornost na koroziju, oštećenje i starenje). Kako tih zahtjeva ima puno, jedan materijal ih ne može sve zadovoljiti, pa zato koristimo kombinaciju materijala, odnosno, osim homogenih vodiča (jedan materijal), pojavljuju se heterogeni (legure), ali i sve češće i kombinirani vodiči.

Materijali koji se koriste pri izradi su:

-bakar (Cu)

Materijal s najboljom vodljivošću i najmanjim specifičnim otporom. Veliki minus mu je njegova cijena, pa se iz tog razloga najčešće ne koristi za izradu nadzemnih vodova. Ima dobra mehanička svojstva i mogućnost obrade. Legura na bazi Al mu dodatno poboljšava mehanička svojstva.

-aluminij (Al)

U pravilu, najčešće korišten materijal za izradu vodiča nadzemnih vodova. Velika mu je prednost što ima 2-2,5 puta nižu cijenu od bakra. Mana mu je slaba mehanička čvrstoća i zato je često osjetljiv na oštećenja, uz to lako korodira.

-čelik (ČE)

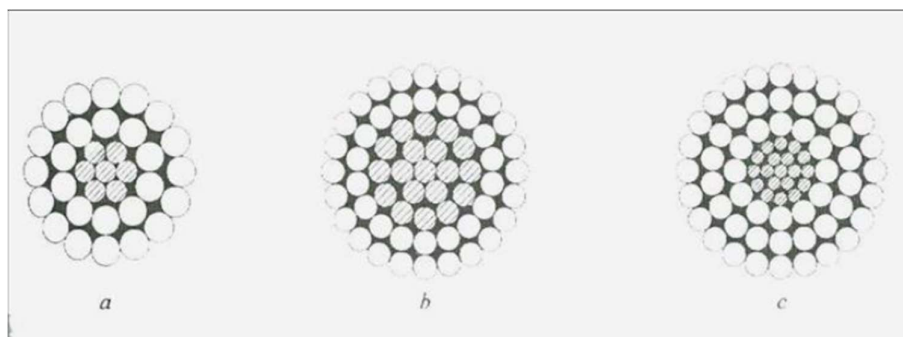
Primarno kao vodič gotovo da se ni ne koristi zbog svoje loše električne vodljivosti, ali dobra mehanička svojstva su glavni razlog njegove prisutnosti u nadzemnim vodovima. Koristimo ga kao jezgru vodiča koja preuzima mehanička opterećenja (vlak) u kombiniranom tipu vodiča.

-legure (bronz, aldrej, alučel)

	Električna vodljivost [S/m · 10 <sup>6</sup> ]	Specifična masa $\gamma$ [kg/m <sup>3</sup> · 10 <sup>3</sup> ]	Prekidna čvrstoća $\sigma_p$ [daN/mm <sup>2</sup> ]
Bakar	56	8,9	40
Aluminij	34,8	2,7	17-19
Bronza (Cu, Sn, Si)	48-18	8,56-8,9	50-70
Aldrej (Al, Mn, Si, Fe)	30	2,7	30
Čelik (pocinčani)	7-8	7,8	40-150
Alučel (6:1)		3,45	17/120

Slika 2.1. Svojstva najčešće korištenih materijala u izradi vodiča [1]

Za nadzemne vodove standardna izvedbe vodiča jesu sukani vodiči. Njihova prednost je u tome da imaju veću gipkost, prekidnu čvrstoću i manju osjetljivost na vanjske uvjete (vjetar). Prevladavaju kombinirani sukani vodiči koji se izrađuju tako da se oko jedne žice suču najprije žice jezgre (čelika), a onda žice plašta (aluminija). U toj kombinaciji čelik preuzima mehanička opterećenja dok aluminij provodi električnu energiju. Omjeri aluminija i čelika u Republici Hrvatskoj najčešće iznose 6:1, ali u posebnim slučajevima mogu se koristiti i drugi omjeri npr. 2,2:1, 8:1. Standardizirani presjeci su redom: 10, 16, 25, 35, 70, 95, 120, 150, 185, 240, 300 mm<sup>2</sup>.



Slika 2.2. Omjeri kombiniranih alučel vodiča: a) 6:1, b) 2,2:1, c) 8:1 [4]

Uz sukane vodiče postoje i specijalne izvedbe, pa tako nailazimo na šuplje i ekspanzirane čija se izvedba temelji na „skin efektu“ prolaska električne energije, odnosno karakteristike prolaska struje vanjskim rubom kabela. OPGW (optical ground wire) vodiči koji u sebi sadrže svjetlovodnu nit i uz današnju potrebu za komunikacijom su sve češći, tu još postoje izolirani vodiči za SN i NN i snopovi vodiča koji povećavaju prijenosnu moć voda i sprječavaju pojavljivanje korone.

## 2.2. Izolatori

Uloga izolatora u nadzemnim vodovima je dvostruka. Koristimo ih kao električni izolator između vodiča i stupa, ali i kao element koji podnosi mehanička naprezanja na način da vodiče drži u potrebnom položaju. Materijal od kojeg se izrađuju je najčešće prihvaćen porculan, ali postoje i zamjene koje nisu nužno lošije već imaju i neke svoje prednosti npr. staklo na kojem se nakon probijanja električnog luka jasno vidi oštećenje. Uz staklo i porculan koriste se još steatit i umjetni materijali (silikonska guma, epoksidna smola, standardna guma). Bitno je navesti da je zapravo osnovna izolacija nadzemnih vodova zrak.

Zahtjevi koje svaki od navedenih materijala mora zadovoljavati su: električna i mehanička čvrstoća, otpornost na atmosferske i temperaturne promjene, ekonomičnost i jednostavno održavanje.

Postoje dvije izvedbe izolatora, a dijelimo ih prema načinu na koji „nose“ vodiče.

### 1. Potporni izolatori

Koristimo ih kod NN i SN vodova do maksimalnog napona 35 kV. Sastoje se od izolatorske mase koja predstavlja najbitniji dio strukture jer je ona glavni odvojak od stupa, zatim imamo slojeve od pijeska i cementa čiji je zadatak povezivanje metalnih dijelova sa izolacijom ili samo povezivanja dva dijela izolacije. Posljednji, odnosno krajnji gornji dio je mjesto koje je namijenjeno za montiranje vodiča, a vodič se za taj dio pričvršćuje posebnom metalnom kopčom.

### 2. Ovjesni (viseći) izolator

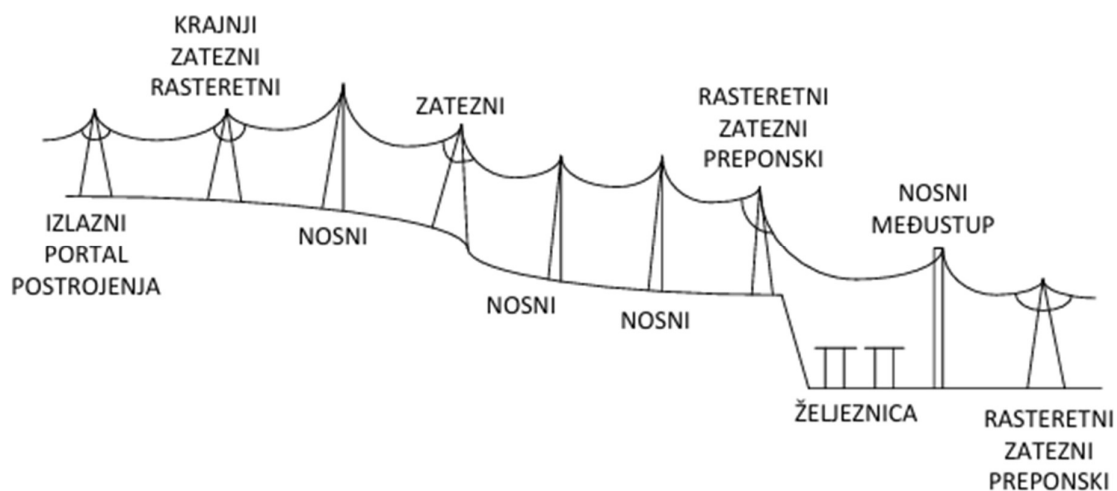
Ovaj tip izolatora je prikladniji za VN vodove. Njegova prednost i razlika u odnosu na potporne izolatore proizlazi iz toga što se kod ovjesnih izolatora vodič pričvršćuje sa donje strane i samim time je dodatno zaštićen od gromova. Podijeljeni su na masivne, štapne i lančane.

## 2.3. Stupovi i temelji

Stupovi predstavljaju osnovni dio nadzemnih vodova. Njihova uloga je da na sebe preuzimaju razna mehanička opterećenja: vertikalna zbog težine kabela i horizontalna koja djeluju u smjeru kabela (vlak). Uz to, preuzimaju i opterećenja prouzrokovana vanjskim uvjetima (vjetar). Omogućavaju dovoljnu udaljenost od samog tla i nose sav potreban pribor.

Stupove djelimo na: - nosive

- zatezne
- rasteretne
- krajnje
- preponske
- međustupove
- križišne
- prepletne



Slika 2.3. Različiti tipovi stupova nadzemnih vodova [1]

Najbitniji tipovi su nosivi i zatezni stupovi. Uloga nosivih stupova je da preuzimaju opterećenje vodiča i drže dovoljnu udaljenost vodiča od tla, a zateznih, kao što im i samo ime govori, zatežu dodatno vodič i održavaju potrebnu napetost. Odlika zateznih je da su niži i čvršći zbog snažnijih

mehaničkih opterećenja koja moraju izdržati. Pravilo kod korištenja takvih stupova je da u ravnoj trasi nakon tri do četiri nosiva stupa slijedi po jedan zatezni. Rasteretni stupovi su dizajnirani tako da mogu pretrpjeti prekid svih vodiča zajedno, a krajnji stupovi su oni koji se nalaze pri kraju voda i često su upravo rasteretni. Preponski stup funkcionira tako da nije jednako napet sa svake strane zbog promjene presjeka vodiča. Koristimo ih blizu rijeka, autoputeva, željeznica i sl. Međustup koristimo radi dobivanja potrebne visine u otponskom polju (polje između dva zatezna stupa) zbog nižih visina zateznih stupova, a pripada grupi nosivih stupova. Prepletni stupovi na sebi imaju dodatnu opremu za preplet, a koriste se za postizanje simetrije između faza. Križišni stupovi se koriste u slučaju križanja vodova.

Beton, čelik i drvo su najčešći materijali koje koristimo za izradu stupova. Drvo koristimo kod NN mreže. Prihvatljivo je zbog niske cijene, jednostavne ugradnje i male mase. Mana mu je relativno kratak vijek trajanja. Čelik upotrebljavamo kod rešetkastih stupova koji su namijenjeni za VN. Prednosti su mu velika mehanička čvrstoća što je nužno za visoke stupove, a kao nedostatak je neizbježno pojavljivanje korozije. Posljednji materijal za izradu stupova je beton. Glavna prednost mu je dug vijek trajanja, a koristimo ga kod NN i SN.

Temelji kod drvenih i betonskih stupova nisu potrebni već se oni mogu direktno poleći u zemlju. Da bi omogućili duži vijek trajanja drvenog stupa, dio koji bi trebao ići u zemlju položimo preko betonskih nogara. Za čelično rešetkasti tip stupa potreban je armirano betonski temelj. Način gradnje temelja dodatno ovisi i o tipu tla na kojem gradimo, pa su ovisno o tlu troškovi i čvrstina temelja različiti. Kod kamenog tipa tla princip gradnje temelja funkcionira na način da u tlu izbušimo rupe i u njih umetnemo čelične šipke koje zatim zalijemo betonom, a kod močvarnog tipa tla potrebno je sagraditi temelje koji su duboki čak i preko deset metara.

## 2.4. Pribor

Nadzemni vodovi, osim svojih osnovnih dijelova, sadrže i razne „manje“ dijelove bez kojih funkcioniranje ne bi bilo moguće. „Manje“ dijelove odnosno pribor dijelimo u tri segmenta: ovjesni pribor, zaštitni i spojni.

Ovjesni pribor smatramo kritičnim dijelom infrastrukture nadzemnih vodova i zato se njemu posvećuje velika pažnja kod projektiranja. Kako je njihova uloga povezivanje vodiča i izolatora sa stupom, tako oni prolaze kroz razna mehanička opterećenja koja se pojavljuju u vodičima i direktno preko njih prenose na stupove. Postoje dvije vrste ovisno o tipu stupa, a to su noseće stezaljke za nosive stupove i zatezne stezaljke za zatezne stupove.

Spojni pribor nam služi za spajanje vodiča. Koristimo ga kod puknutih i oštećenih vodiča ili u samom početku kod postavljanja novih vodiča. Imamo četiri izvedbe spojnog pribora: vijčanu spojnicu koja koristi vijke kod spajanja vodiča i koju je, ako postoji potreba, moguće naknadno maknuti; zareznu spojnicu koja nakon što se upotrijebi ne može se vratiti u početno stanje kao ni kompresijska. Velika prednost kompresijske spojnice proizlazi iz toga što je u cijelosti izrađena od aluminija za razliku od vijčane i zarezne koje su izrađene od čelika. Zbog svojstva aluminija kod kompresijske javlja se minimalan prijelazni otpor između vodiča koje spaja i zato se često koristi. U spojni pribor, osim spojnica još ubrajamo i odstoynike čija je uloga razdvajanje i držanje vodiča iste faze u snopu. U suprotnom bez njih bi došlo do sudaranja tih istih vodiča što bi donijelo poremećaje u prijenosnoj mreži. Razlikujemo ih po broju vodiča koje mogu pridržavati (2,3,4) i mjestu montiranja.



Slika 2.4. Vijčana spojnica [1]

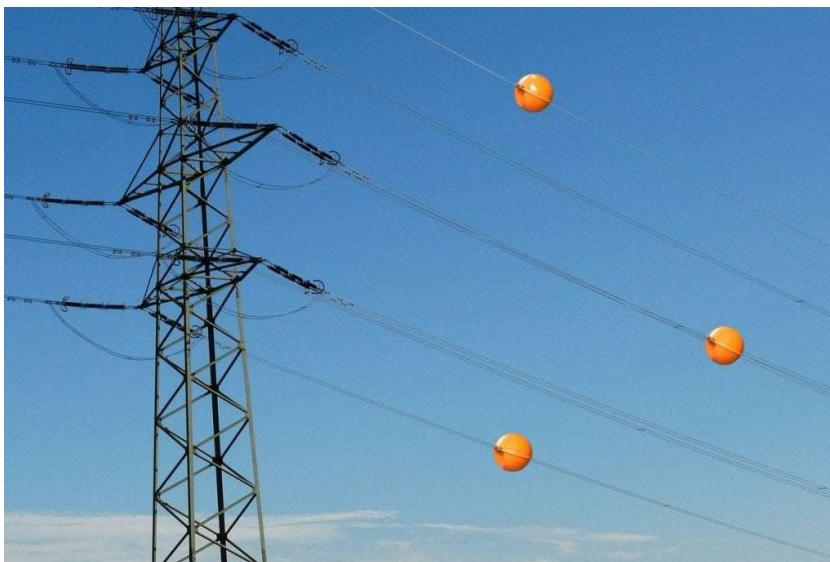


Slika 2.5. Zarezna spojnica [1]



Slika 2.6. Kompresijska spojnica [1]

Zaštitni pribor nužan je dio nadzemnih vodova. Razlikujemo više tipova zaštitnih pribora i svaki od njih ima posebnu ulogu. Za sprečavanje štete na izolatorima koja nastaje pojavom prenapona i posljedično stvaranjem velikih struja i pojavljivanjem proboja upotrebljavamo zaštitne rogove čiji je zadatak povećati vjerovatnost proboja kroz zrak (pojavljivanje električnog luka). Uz njih kao dodatnu zaštitu za članke izolatora koji su bliže vodiču koristimo zaštitne prstenove. Drugi tip zaštitnog pribora koji se koristi su prigušni utezi čija je funkcija prigušivati njihanje voda pod utjecajem vjetra. Osim prigušnih utega koriste se još maseni koji se vežu za izolatorske lance. Treći i ujedno posljednji tip su obojane kugle koje postavljamo na vodove za njihovu bolju vidljivost, često samo u blizini zračnih luka.



Slika 2.7. Obojane kugle postavljene za bolju vidljivost iz zraka [6]

## 2.5. Zaštitno uže i uzemljenje

Nadzemni vodovi svojom konstrukcijom (visinom i materijalom) nalaze se u nepovoljnom položaju s obzirom na udare gromova. Kako bi ih zaštitili koristi se zaštitna užad koja se nalazi se na vrhu stupova i koja je kvalitetno uzemljena galvanskom vezom. Uz funkciju zaštite često baš zaštitna užad u sebi ima i optički kabel zaslužen za prijenos informacija. Uzemljenje betonskih stupova postižemo u pravilu pocinčanom trakom, a kod čeličnih stupova je dovoljno samo uže povezati na konstrukciju stupa.



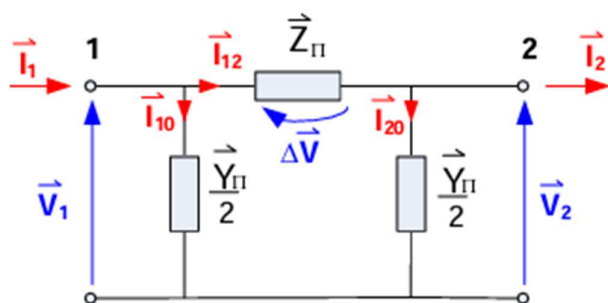
Slika 2.8. VN metalni dalekovod sa zaštitnim užetom



### 3. Nadomjesni modeli

Nadzemni elektroenergetski vodovi da bi savršeno funkcionirali potrebno je provesti veliki broj matematičkih proračuna. U tom postupku postoje alati koji olakšavaju proces računanja, a nazivaju se nadomjesni modeli „PI“ i „T“. Treba naglasiti da ti modeli za analiziranje sustava nisu najtočniji, već postoje prijenosne jednačbe koje predstavljaju potpunu točnost, no one su previše kompleksne. Nadomjesni modeli nemaju veću pogrešku od 0,5% što je zanemarivo i zato su baš oni zbog svoje relativne jednostavnosti i niskog postotka pogreške u stalnoj upotrebi

#### 3.1. $\pi$ nadomjesni model



Slika 3.1. Shema nadomjesnog  $\pi$  modela [5]

Oznake predstavljaju:

$\vec{I}_1 \rightarrow$  jakost struje na početku voda

$\vec{V}_1 \rightarrow$  napon faze na početku voda

$\vec{I}_2 \rightarrow$  jakost struje pri kraju voda

$\vec{V}_2 \rightarrow$  napon faze pri kraju voda

$\vec{Z}_\pi \rightarrow$  uzdužna impedancija

$\frac{\vec{Y}_\pi}{2} \rightarrow$  poprečna admitancija

$\vec{I}_{10} \rightarrow$  struja koja prolazi poprečnom admitancijom na početku voda

$\vec{I}_{12}$  → struja koja prolazi uzdužnom impedancijom

$\vec{I}_{20}$  → struja koja prolazi poprečnom admitancijom na kraju voda

Pretpostaviti ćemo da su struja i napon na kraju voda zadani. Potrebno je odrediti strujno-naponske prilike na početku voda. Napon je prema prijenosnoj jednačbi 2. oblika uz  $x = \ell$ , na početku voda jednak:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + ch\gamma\ell + \vec{V}_2 \frac{1}{Z_c} sh\gamma\ell \quad (3.1)$$

Iz slike 3.1. iščitavamo i zapisujemo strujno naponske jednačbe

$$\vec{I}_{20} = \vec{V}_2 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \quad (3.2)$$

$$\vec{I}_{12} = \vec{I}_2 + \vec{I}_{20} = \vec{I}_2 + \vec{V}_2 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \quad (3.3)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{I}_{12} \times \vec{Z}_\pi = \quad (3.4)$$

$$= \vec{V}_2 + (\vec{I}_2 + \vec{V}_2 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2}) \times \vec{Z}_\pi$$

$$\vec{I}_{10} = \vec{V}_1 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \quad (3.5)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{12} + \vec{I}_{10} \quad (3.6)$$

Izjednačimo li koeficijente 3.1 i 3.4 jednačbe dobivamo:

$$\vec{Z}_\pi = \vec{Z}_c sh\gamma\ell \quad (3.7)$$

$$1 + \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \vec{Z}_\pi = 1 + \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \vec{Z}_c ch\gamma\ell = ch\gamma\ell \quad (3.8)$$

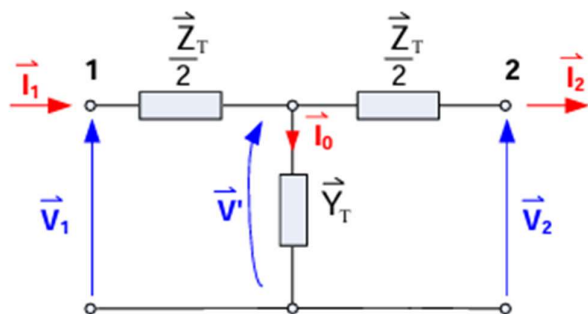
Naposljetku parametri su:

$$\vec{Z}_\pi = \vec{Z}_c sh\gamma\ell \quad (3.9)$$

$$\frac{\vec{Y}_\pi}{2} = \frac{1}{\vec{Z}_c} \frac{ch\gamma\ell - 1}{sh\gamma\ell} \quad (3.10)$$

Mogu biti izvedeni iz jediničnih konstanti voda, kao što su to i  $\vec{Z}_c$  i  $\gamma$ .

### 3.2. T nadomjesni model



Slika 3.2. Shema nadomjesnog T modela [5]

Oznake predstavljaju

$\vec{I}_1 \rightarrow$  jakost struje na početku voda

$\vec{V}_1 \rightarrow$  napon faze na početku voda

$\vec{I}_2 \rightarrow$  jakost struje pri kraju voda

$\vec{V}_2 \rightarrow$  napon faze pri kraju voda

$\vec{Y}_T \rightarrow$  poprečna admitancija

$\frac{\vec{Z}_T}{2} \rightarrow$  uzdužna impedancija

$\vec{I}_0 \rightarrow$  struja koja prolazi poprečnom admitancijom

$\vec{V}' \rightarrow$  napon na grani poprečne admitancije

Slično kao i kod nadomjesnog  $\pi$  modela ćemo pretpostaviti da su nam zadani struja i napon na kraju voda dok mi moramo odrediti strujno naponske prilike na početku voda. Struja prema prijenosnoj jednadžbi 2. oblika uz  $x = \ell$  iznosi:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma \ell + \vec{V}_2 \frac{1}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma \ell \quad (3.11)$$

Iz slike 3.2. iščitavamo i ispisujemo strujno naponske jednadžbe

$$\vec{V}' = \vec{V}_2 + \vec{I}_2 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_0 &= \vec{V}' \times \vec{Y}_T = \\ &= (\vec{V}_2 + \vec{I}_2 \times \frac{\vec{Z}_T}{2}) \times \vec{Y}_T \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_1 &= \vec{I}_2 + \vec{I}_0 = \\ &= \vec{I}_2 (1 + \frac{\vec{Z}_T}{2} \times \vec{Y}_T) + \vec{V}_2 \times \vec{Y}_T \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{I}_1 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} + \vec{V}' \quad (3.15)$$

Izjednačimo li koeficijente 3.11 i 3.14 jednadžbe dobivamo:

$$\vec{Y}_T = \frac{1}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma \ell \quad (3.19)$$

$$1 + \frac{\vec{Z}_T}{2} \vec{Y}_T = 1 + \frac{\vec{Z}_T}{2} \frac{1}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma \ell = \operatorname{ch} \gamma \ell \quad (3.20)$$

Naposljetku parametri su:

$$\vec{Y}_T = \frac{1}{\vec{Z}_c} \operatorname{ch} \gamma \ell \quad (3.21)$$

$$\frac{\vec{Z}_T}{2} = \vec{Z}_c \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell} \quad (3.22)$$

$\vec{Y}_T$  i  $\vec{Z}_T$  mogu biti izvedeni iz jediničnih konstanti voda.

### 3.3. Parametri modela

Nakon što smo raspisali strujno-naponske jednadžbe potrebno je odrediti parametre nadomjesnih modela koji su za oba modela jednaki. Razlikujemo dvije vrste parametara, točne i približne. Točne dodatno množimo sa korekcijskim faktorima, dok približne ne.

Na početku odredimo porečne impedancije i uzdužne admitancije uz zadane vrijednosti:

$$\vec{Z}_1 = \vec{R}_1 + j\vec{X}_1 = \vec{R}_1 + j\omega\vec{L}_1 \quad (3.23)$$

$$\vec{Y}_1 = \vec{G}_1 + j\vec{B}_1 = \vec{G}_1 + j\omega\vec{C}_1 \quad (3.24)$$

zatim ih množimo sa duljinom voda:

$$\vec{Z} = \vec{Z}_1 \times \ell \quad (3.25)$$

$$\vec{Y} = \vec{Y}_1 \times \ell \quad (3.26)$$

Nakon što smo dobili potrebne impedancije i admitancije određujemo približne i točne parametre za svaki od modela.

Približni parametri:

π model	T model
$\vec{Z}_\pi = \vec{Z}$	$\frac{\vec{Z}_T}{2} = \frac{\vec{Z}}{2}$ <span style="float: right;">(3.27), (3.28)</span>
$\frac{\vec{Y}_\pi}{2} = \frac{\vec{Y}}{2}$	$\vec{Y}_T = \vec{Y}$ <span style="float: right;">(3.29), (3.30)</span>

Približne parametre koristimo samo u slučajevima gdje je duljina voda manja od 200km, jer nakon toga pogreška počinje premašivati 0,5%. Računanje s njima dodatno pojednostavlja proračun iz razloga što možemo zanemariti korekcijske faktore, odnosno uzimamo vrijednosti korekcijskih faktora:

$$\frac{\text{sh}\Theta}{\Theta} \approx 1$$

$$\frac{\text{th}\Theta/2}{\Theta/2} \approx 1$$

Točne parametre koristimo kod većih napona vodova gdje su još dodatno prisutne velike udaljenosti.

Izrazi za točne parametre možemo dodatno transformirati iz 3.9 i 3.10 za  $\pi$  model i 3.21 i 3.22 za T model ako uzmemo u obzir:

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{\vec{Z}}{\vec{Y}}} = \frac{\vec{Z}}{\Theta} = \frac{\vec{Z}/2}{\Theta/2} \quad \vec{Z} = \vec{Z}_1 \times \ell \quad (3.31)$$

$$\frac{1}{\vec{Z}_c} = \frac{\vec{Y}}{\Theta} = \frac{\vec{Y}/2}{\Theta/2} \quad \vec{Y} = \vec{Y}_1 \times \ell \quad (3.32)$$

$$\frac{\text{ch}\Theta-1}{\text{sh}\Theta} = \text{th}\frac{\Theta}{2} \quad \Theta = \sqrt{\vec{Z} \times \vec{Y}} \quad (3.33)$$

Točni parametri:

$\pi$  nadomjesni model

$$\vec{Z}_\pi = \vec{Z}_c \text{sh}\gamma\ell = \vec{Z} \frac{\text{sh}\Theta}{\Theta} \quad (3.34)$$

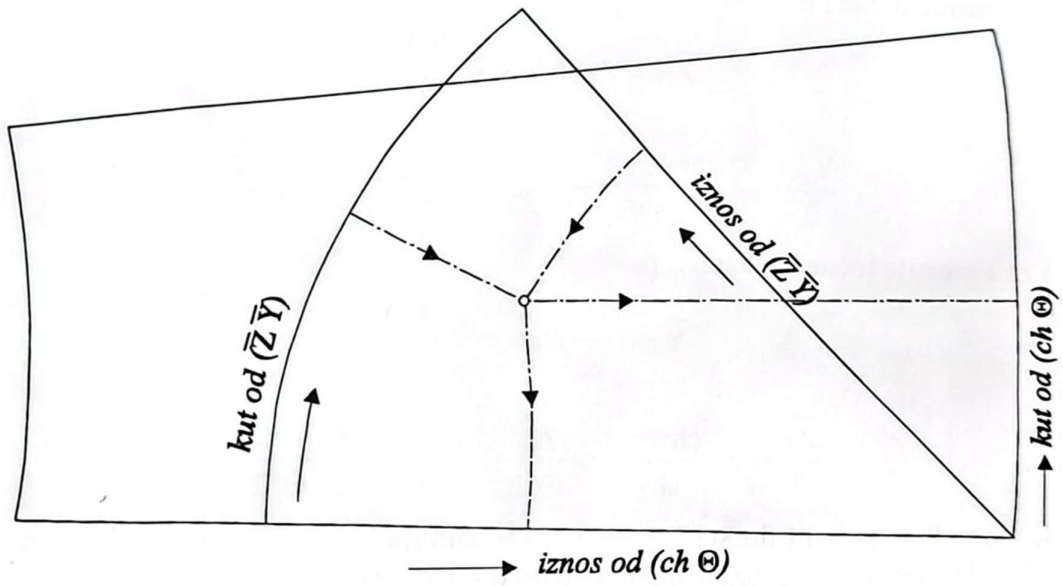
$$\frac{\vec{Y}_\pi}{2} = \frac{1}{\vec{Z}_c} \frac{\text{ch}\gamma\ell-1}{\text{sh}\gamma\ell} = \frac{\vec{Y}/2}{\Theta/2} \frac{\text{ch}\Theta-1}{\text{sh}\Theta} = \frac{\vec{Y}}{2} \frac{\text{th}\Theta/2}{\Theta/2} \quad (3.35)$$

T nadomjesni model

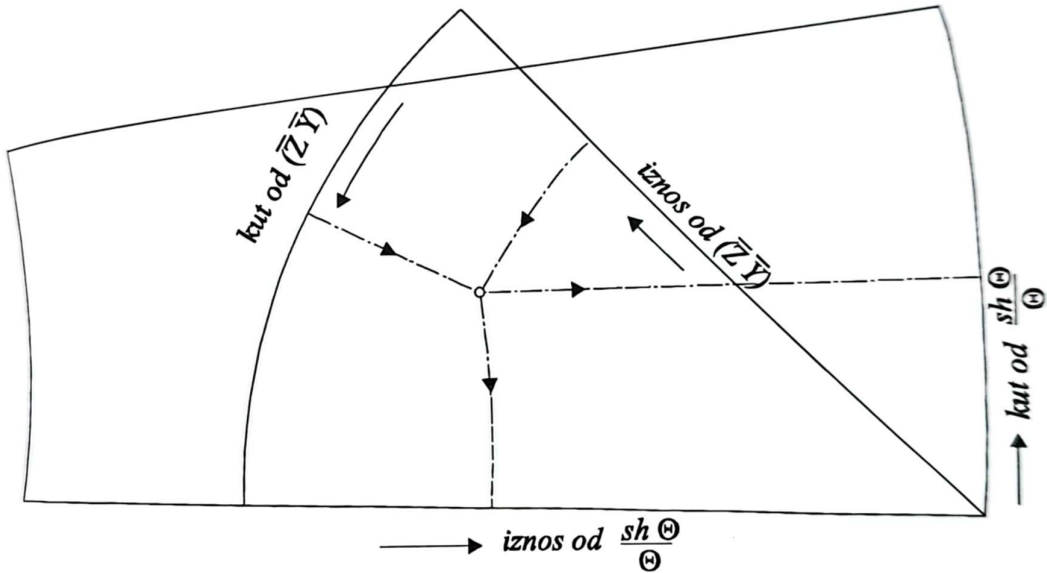
$$\vec{Y}_T = \frac{1}{\vec{Z}_c} \text{ch}\gamma\ell = \vec{Y} \frac{\text{sh}\Theta}{\Theta} \quad (3.36)$$

$$\frac{\vec{Z}_T}{2} = \vec{Z}_c \frac{\text{ch}\gamma\ell-1}{\text{sh}\gamma\ell} = \frac{\vec{Z}/2}{\Theta/2} \frac{\text{ch}\Theta-1}{\text{sh}\Theta} = \frac{\vec{Z}}{2} \frac{\text{th}\Theta/2}{\Theta/2} \quad (3.37)$$

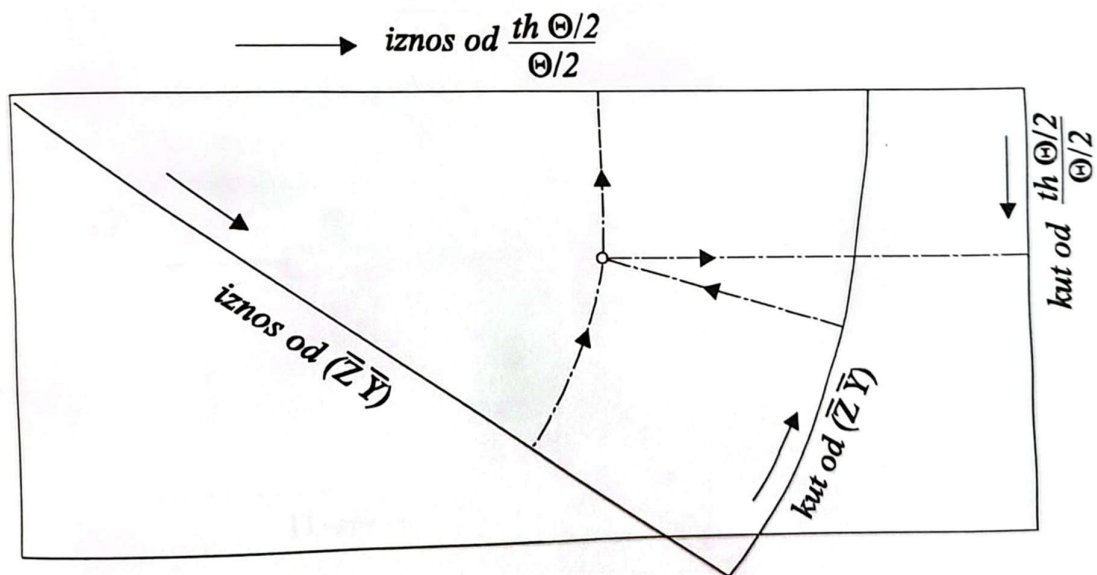
Za razliku od približnih parametara u ovom slučaju uzimamo u obzir i korekcijske faktore, tako da ih pomnožimo sa uzdužnom impedancijom i poprečnom admitancijom. Vrijednosti korekcijskih faktora moguće je i dobiti na način da se očitaju iz Woodruffovih dijagrama (Slika 3.3, 3.4, 3.5), no zbog mogućnosti pogreške i kompleksnosti očitavanja dolazi do njihovih izbacivanja iz svakodnevne upotrebe. Sukladno s današnjom tehnologijom taj posao radimo uz pomoć raznih računalnih programa koji nam znatno olakšavaju proces i pomažu da izbjegnemo pogrešku.



Slika 3.3. Princip očitavanja  $sh \Theta$  pomoću Woodruffovog dijagrama [2]



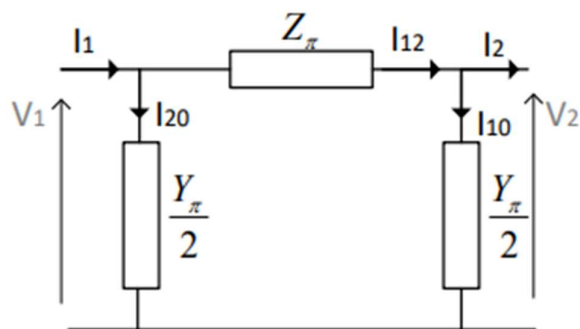
Slika 3.4. Princip očitavanja  $\frac{sh \Theta}{\Theta}$  pomoću Woodruffovog dijagrama [2]



Slika 3.5. Princip očitavanja  $\frac{th \Theta/2}{\Theta/2}$  pomoću Woodruffovog dijagrama[2]



### 3.4. Proračun prijenosa pomoću $\pi$ nadomjesnog modela



Slika 3.6. Strujno-naponske prilike  $\pi$  sheme [1]

Za početak proračuna najprije moramo odrediti poprečne i uzdužne impedancije, što je ranije objašnjeno u potpoglavlju 3.3.

Pretpostavimo da na krajevima voda imamo zadane vrijednosti  $U_2, P_2$  i  $Q_2$ . Napon  $U_2$  predstavlja linijski napon, dok se proračun odnosi na jednu fazu i zato je potrebno prvo odrediti fazni napon  $V_2$  i postaviti ga u referentnu os. Moramo obratiti i pažnju na jalovu snagu  $Q_2$  gdje je bitno razlikovati je li induktivnog ili kapacitivnog karaktera, a u ovom slučaju ćemo pretpostaviti da je induktivnog. Struju  $I_2$  ćemo odrediti pomoću izraza:

$$\vec{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{3V_2} \quad (3.38)$$

Daljnji proračun prijenosa izgleda ovako:

$$\vec{I}_{10} = \vec{V}_2 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \quad (3.39)$$

$$\vec{I}_{12} = \vec{I}_2 + \vec{I}_{10} \quad (3.40)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{I}_{12} \times \vec{Z} \quad (3.41)$$

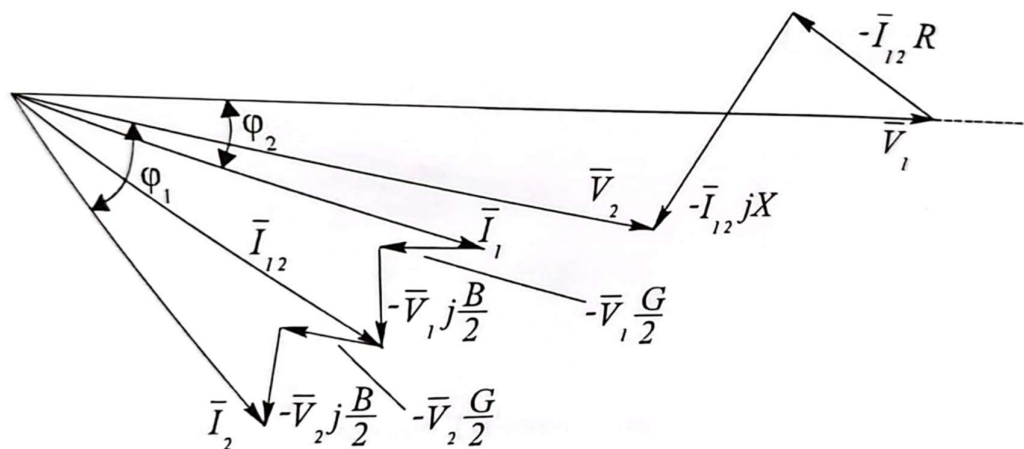
$$\vec{I}_{20} = \vec{V}_1 \times \frac{\vec{Y}_\pi}{2} \quad (3.42)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{12} + \vec{I}_{20} \quad (3.43)$$



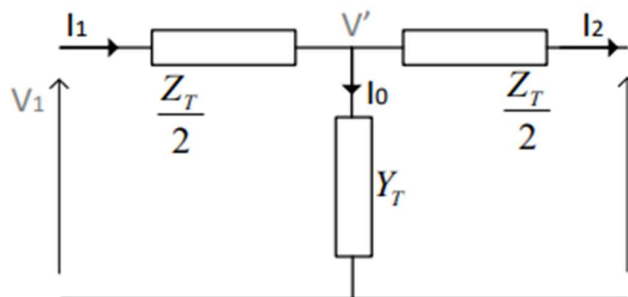
U ovom slučaju također određujemo snagu, ali ovog puta na kraju voda pomoću relacije 3.44.

Ponovo uzimamo za primjer da jalova snaga  $Q_1$  bude induktivna.



Slika 3.8. Vektorski dijagram  $\pi$  sheme za zadane vrijednosti na početku voda [2]

### 3.5. Proračun prijenosa pomoću T nadomjesnog modela



Slika 3.9. Strujno-naponske prilike T sheme [1]

U početku proračuna isto kao i kod  $\pi$  sheme moramo odrediti parametre. Zadane su nam prilike na kraju voda  $U_2, P_2$  i  $Q_2$ . Struju određujemo prema izrazu 3.38 i ponovo računamo sa faznim naponom kojeg postavljamo u referentnu os.

Daljnji proračun za takav slučaj izgleda ovako:

$$\vec{V}' = \vec{V}_2 + \vec{I}_2 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} \quad (3.50)$$

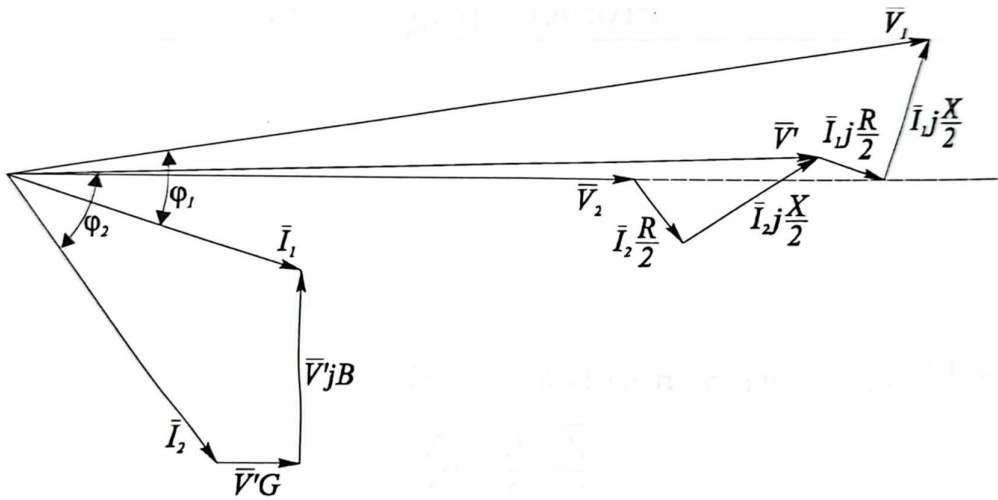
$$\vec{I}_0 = \vec{V}' \times \vec{Y}_T \quad (3.51)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{I}_0 \quad (3.52)$$

$$\vec{V}_1 = \vec{I}_1 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} + \vec{V}' \quad (3.53)$$

U ovom slučaju također određujemo snagu na početku voda pomoću relacije 3.44.

Određiti ćemo da se radi o jalovoj snazi induktivnog karaktera.



Slika 3.10. Vektorski dijagram T sheme za zadane vrijednosti na kraju voda [2]

Slično kao i kod  $\pi$  sheme zadane vrijednosti  $U, P, Q$  mogu biti i sa početka voda, što donekle mijenja jednadžbe koje koristimo u proračunu. Ostali postupci, vrijednosti i karakteri jalove snage ostaju isti kao što smo ranije ustvrdili. Snagu na kraju voda određujemo uz relaciju 3.34

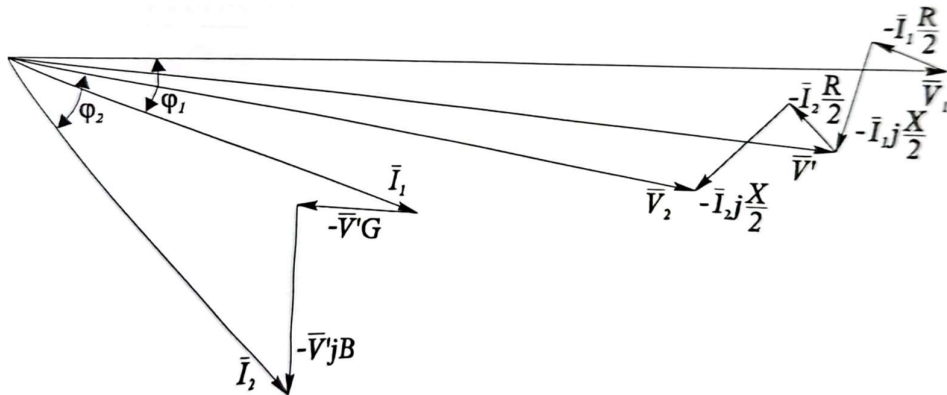
Daljnji proračun za takav slučaj izgleda ovako:

$$\vec{V}' = \vec{V}_1 - \vec{I}_2 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} \quad (3.54)$$

$$\vec{I}_0 = \vec{V}' \times \vec{Y}_T \quad (3.55)$$

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_1 - \vec{I}_0 \quad (3.56)$$

$$\vec{V}_2 = -\vec{I}_1 \times \frac{\vec{Z}_T}{2} + \vec{V}' \quad (3.57)$$



Slika 3.11. Vektorski dijagram T sheme za zadane vrijednosti na početku voda [2]

## 4. Usporedba približnih i točnih $\pi$ i T nadomjesnih modela

U ovom poglavlju ćemo usporediti računske i grafičke vrijednosti i odnose između točnih i nadomjesnih modela mijenjajući i zadavajući različite vrijednosti sa kojima računamo. Većina proračuna će se odraditi u matematičkom računalnom programu „MATLAB“ u kojem je prethodno napisan kod.

### 4.1. Usporedba približnih i točnih uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija nadomjesnih modela $\pi$ i T

Parametri približnih modela ovise o duljini voda, otporu, induktivitetu, kapacitetu i jediničnom odvodu. Tijekom računanja mijenjati ćemo samo iznose duljina i vidjeti na koji način se parametri mijenjaju. Za računanje željenih parametara koristiti ćemo postupak koji je objašnjen u potpoglavlju 3.3.

Zadane vrijednosti:

$$R_1 = 0.1 \Omega/km$$

$$L1 = 1,3 \text{ mH/km}$$

$$C1 = 8,7 \text{ nF/km}$$

$$G1 = 78,74 \text{ nS/km}$$

Duljina $\ell$ (km)	$\vec{Z}_\pi$ [ $\Omega$ ]	$\frac{\vec{Y}_\pi}{2}$ [S]
30	$3 + j12.2522$	$1.1811 \times 10^{-6} + j4.0998 \times 10^{-5}$
60	$6 + j24.5044$	$2.3622 \times 10^{-6} + j8.1996 \times 10^{-5}$
90	$9 + j36.7566$	$3.5433 \times 10^{-6} + j1.2299 \times 10^{-4}$
120	$12 + j49.009$	$4.7244 \times 10^{-6} + j1.6399 \times 10^{-4}$
150	$15 + j61.261$	$5.9055 \times 10^{-6} + j2.0499 \times 10^{-4}$
180	$18 + j73.513$	$7.0866 \times 10^{-6} + j2.4599 \times 10^{-4}$

Tablica 4.1. Dobivene vrijednosti približnih  $\pi$  uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija

Duljina $\ell$ (km)	$\frac{\vec{Z}_t}{2}$ [ $\Omega$ ]	$\vec{Y}_T$ [S]
30	$1.5 + j6.1261$	$2.3622 \times 10^{-6} + j8.1996 \times 10^{-5}$
60	$3 + j12.2522$	$4.7244 \times 10^{-6} + j1.6399 \times 10^{-4}$
90	$4.5 + j18.3783$	$7.0866 \times 10^{-6} + j2.4599 \times 10^{-4}$
120	$6 + j24.5044$	$9.4488 \times 10^{-6} + j3.2798 \times 10^{-4}$
150	$7.5 + j30.6305$	$1.1811 \times 10^{-5} + j4.0998 \times 10^{-4}$
180	$9 + j36.7566$	$1.4173 \times 10^{-5} + j4.9197 \times 10^{-4}$

Tablica 4.3. Dobivene vrijednosti približnih T uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija

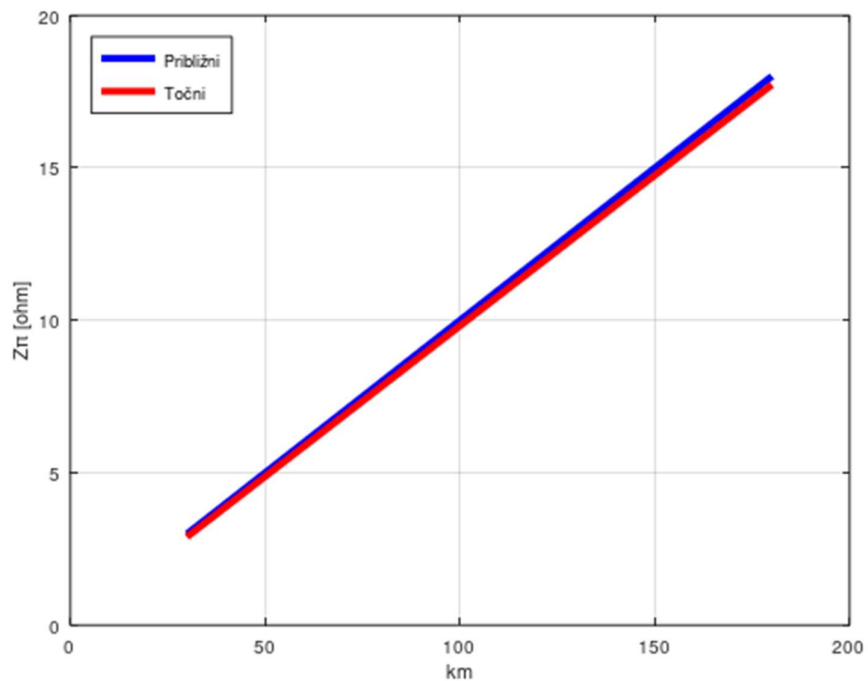
Duljina $\ell$ (km)	$\vec{Z}_\pi[\Omega]$	$\frac{\vec{Y}_\pi}{2}$ [S]
30	2.9989 + j12.2503	$1.1821 \times 10^{-6} + j4.1001 \times 10^{-5}$
60	5.9915 + j 24.4892	$2.3705 \times 10^{-6} + j8.2023 \times 10^{-5}$
90	8.9714+ 36.7054	$3.5714 \times 10^{-6} + j1.2308 \times 10^{-4}$
120	11.932 + j48.887	$4.7910 \times 10^{-6} + j1.6421 \times 10^{-4}$
150	14.868 + j61.024	$6.0358 \times 10^{-6} + j2.0541 \times 10^{-4}$
180	17.772 + j73.104	$7.3122 \times 10^{-6} + j2.4672 \times 10^{-4}$

Tablica 4.2. Dobivene vrijednosti točnih  $\pi$  uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija

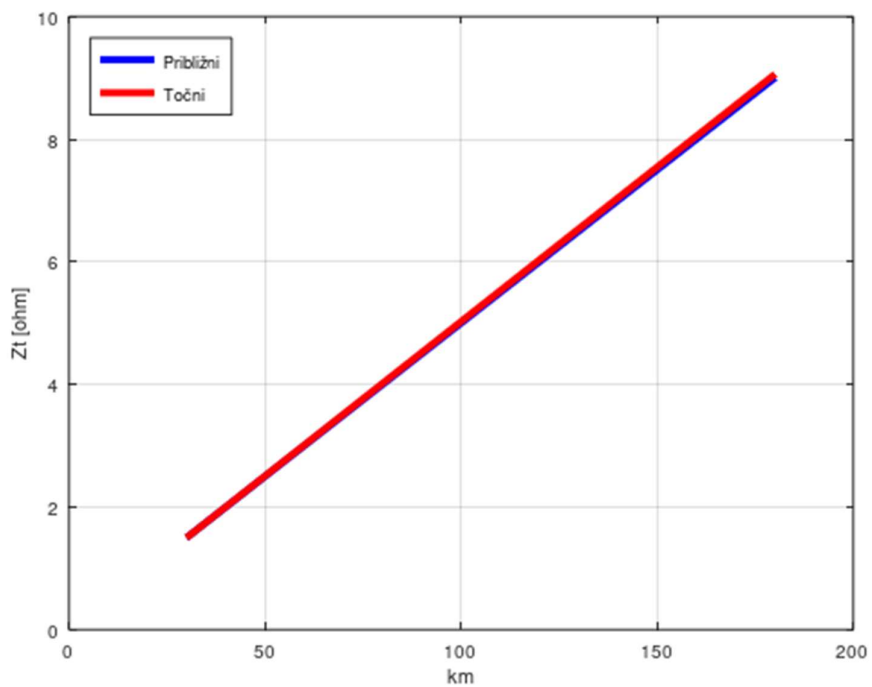
Duljina $\ell$ (km)	$\frac{\vec{Z}_t}{2}[\Omega]$	$\vec{Y}_T$ [S]
30	1.5003 + j6.1266	$2.3581 \times 10^{-6} + j8.1982 \times 10^{-5}$
60	3.0021 + j12.2560	$4.6912 \times 10^{-6} + j1.6388 \times 10^{-4}$
90	4.5072 + 18.3911	$6.9746 \times 10^{-6} + j2.4562 \times 10^{-4}$
120	6.0170 + j24.5349	$9.1836 \times 10^{-6} + j3.2712 \times 10^{-4}$
150	7.5333 + j30.6900	$1.1293 \times 10^{-5} + j4.0829 \times 10^{-4}$
180	9.0576 + j36.8595	$1.3280 \times 10^{-5} + j4.8906 \times 10^{-4}$

Tablica 4.4. Dobivene vrijednosti točnih T uzdužnih impedancija i poprečnih admitancija





Graf 4.1. Karakteristike točne i približne uzdužne impedancije  $\pi$  nadomjesnog modela



Graf 4.2. Karakteristike točne i približne uzdužne impedancije  $T$  nadomjesnog modela

Može se uočiti da su razlike između približnih i točnih parametara minimalne, ali ipak povećanjem duljine one postaju uočljivije. Sličan je slučaj kod usporedbe admitancija.

## 4.2. Usporedba strujno naponskih prilika snaga uz zadane vrijednosti na krajevima voda za približne i točne nadomjesne modele $\pi$ i T

Kod proračuna jedina vrijednost koja će biti promjenjiva je duljina voda. Ostale vrijednosti na krajevima vodova i općenite jedinične vrijednosti ostaviti ćemo nepromjenjivima. Za računanje željenih vrijednosti koristiti ćemo postupak koji je objašnjen u potpoglavljima 3.4. i 3.5.

Zadane vrijednosti:

$$U_2 = 395 \text{ kV}$$

$$S_2 = 150 + j49.3 \text{ MVA}$$

$$\cos\varphi = 0,95 \text{ ind}$$

$$R_1 = 0.1 \text{ } \Omega/\text{km}$$

$$L_1 = 1,3 \text{ mH/km}$$

$$C_1 = 8,7 \text{ nF/km}$$

$$G_1 = 78,74 \text{ nS/km}$$

Duljina $\ell$ (km)	$V_1$ [kV]	$I_1$ [A]	$S_1$ [MVA]	$\Delta S$ [MVA]
30	229.4802+j2.5014	0.2196-j0.0532	150.840+j38.341	0.8400- j10.9587
60	230.6796+j5.0656	0.2199-j0.0344	151.667+j27.171	1.6666- j22.1290
90	231.6515+j7.6924	0.2199-j0.0154	152.484+j15.841	2.4837- j33.4589
120	232.3960+j10.382	0.2197-j0.00349	153.2949+j4.4035	3.2949- j44.8965
150	232.913+j13.134	0.2192-j0.0225	154.1042-j7.0895	4.1042- j56.3895
180	233.202+j15.949	0.2185-j0.0415	154.915-j18.586	4.9152- j67.8863

Tablica 4.5. Približni  $\pi$  nadomjesni model

Duljina $\ell$ (km)	$V_1$ [kV]	$I_1$ [A]	$S_1$ [MVA]	$\Delta S$ [MVA]
30	229.4797+j2.5009	0.2196-j0.0532	150.841+j38.338	0.8407- j10.9623
60	230.6752+j5.0615	0.2199-j0.0343	151.673+j27.142	1.6725- j22.1575
90	231.6366+j7.6786	0.2199-j0.0153	152.504+j15.745	2.5039- j33.5546
120	232.360+j10.349	0.2198-j0.00379	153.3437+j4.1788	3.3437- 45.1212
150	232.844+j13.070	0.2194+j0.02309	154.2009-j7.5238	4.2009- j56.8238
180	233.083+j15.839	0.2188+j0.0425	155.085-j19.328	5.0849- j68.6278

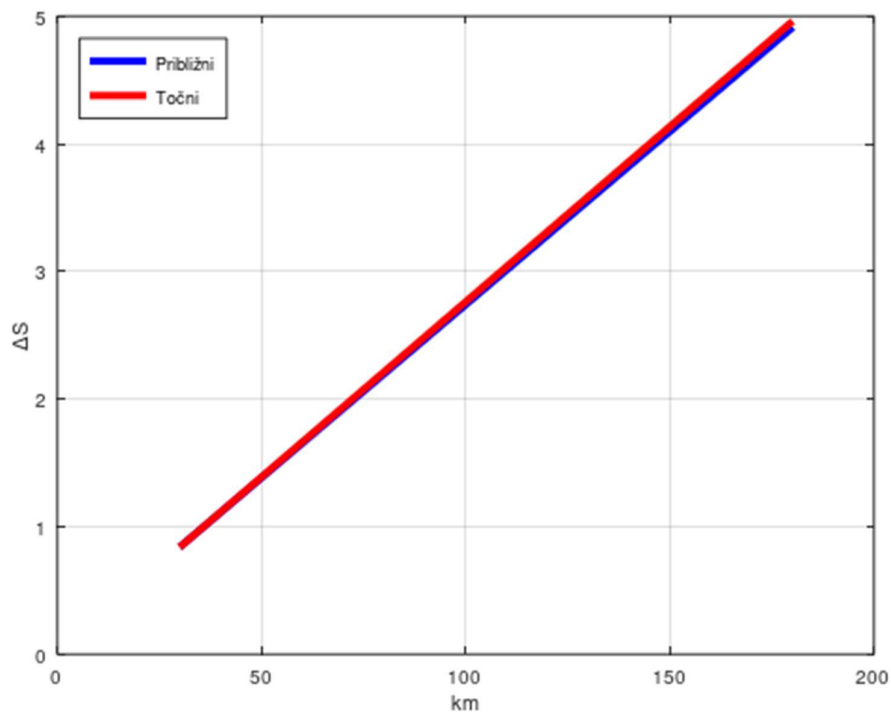
*Tablica 4.6. Približni T nadomjesni model*

Duljina $\ell$ (km)	$V_1$ [kV]	$I_1$ [A]	$S_1$ [MVA]	$\Delta S$ [MVA]
30	229.4799+j2.5011	0.2196+j0.0532	150.84+j38.340	0.8401- j10.9601
60	230.6768+j5.0628	0.2129-j0.0344	151.668+j27.161	1.6679- j22.1395
90	231.6423+j7.6828	0.2199-j0.0154	152.488+j15.806	2.4882- j33.4939
120	232.375+j10.359	0.2197+j0.00359	153.306+j4.322	3.306- j44.978
150	232.872+j13.088	0.2193+j0.0227	154.1262- j7.2459	4.1262- j56.5459
180	233.134+j15.869	0.218704+j0.0418	154.954-j18.852	4.9539- j68.1517

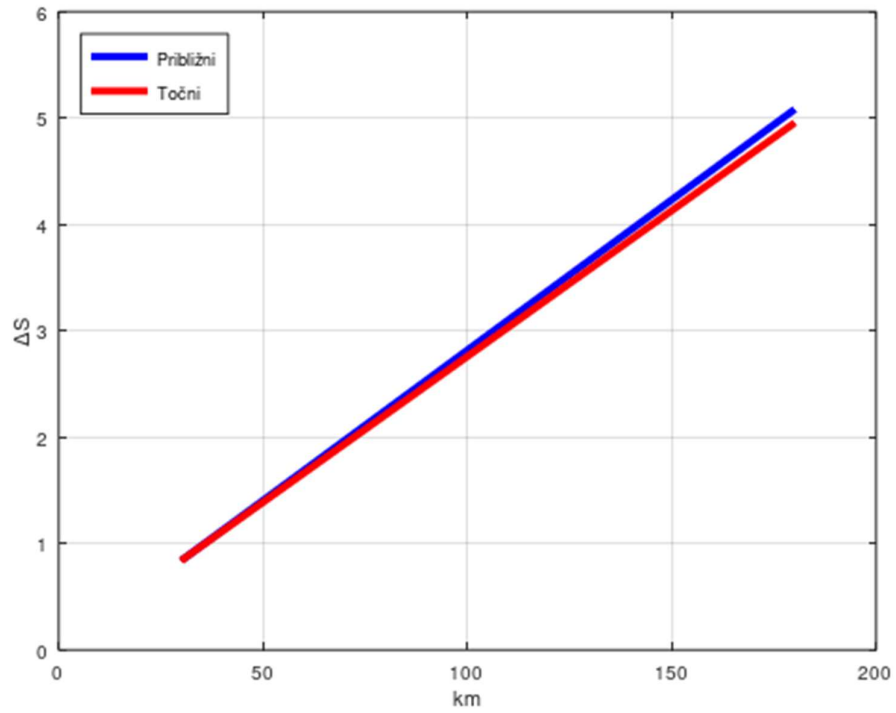
*Tablica 4.7. Točni  $\pi$  nadomjesni model*

Duljina $\ell$ (km)	$V_1$ [kV]	$I_1$ [A]	$S_1$ [MVA]	$\Delta S$ [MVA]
30	229.4799+j2.5011	0.2196+j0.0532	150.84+j38.340	0.8401- j10.9601
60	230.6768+j5.0628	0.2129-j0.0344	151.668+j27.161	1.6679- j22.1395
90	231.6423+j7.6828	0.2199-j0.0154	152.488+j15.806	2.4882- j33.4939
120	232.375+j10.359	0.2197+j0.00359	153.306+j4.322	3.306-j44.978
150	232.872+j13.088	0.2193+j0.0227	154.1262- j7.2459	4.1262- j56.5459
180	233.134+j15.869	0.218704+j0.0418	154.954-j18.852	4.9539- j68.1517

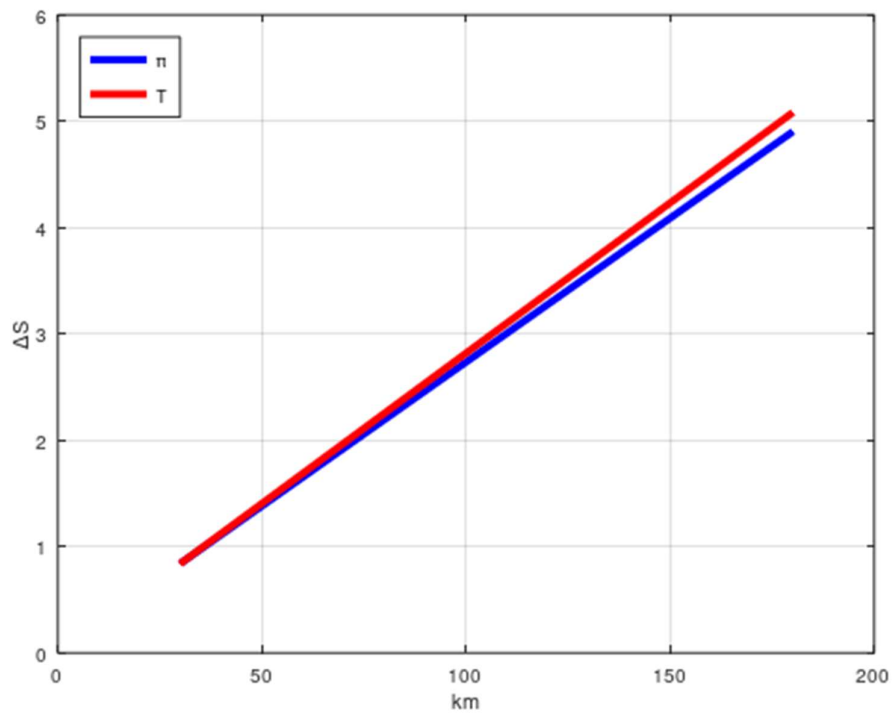
Tablica 4.8. Točni  $T$  nadomjesni model



Graf 4.3. Karakteristike  $\Delta S$  približnog i točnog  $\pi$  nadomjesnog modela



Graf 4.4. Karakteristike  $\Delta S$  približnog i točnog T nadomjesnog modela



4.5. Karakteristike  $\Delta S$  približnih  $\pi$  i T nadomjesnih modela

Uočavamo iz dobivenih karakteristika da u slučaju  $\pi$  nadomjesnog modela razlika između približne i točne karakteristike s obzirom na povećavanje duljine je relativno malena. U slučaju T nadomjesnog modela primjećujemo ipak nešto veće razlike, pa možemo zaključiti da je približni  $\pi$  model točniji od približnog T modela. Njihova međusobna odstupanja dodatno su vidljiva na grafu 4.2.3.

	Točan model	Približan model	Pogreška
$V_1$ [kV]	233.134+ j15.869	233.202+ j15.949	0.0313%
$I_1$ [A]	0.218704+ j0.0418	0.2185- j0.0415	0.0766%
$\Delta S$ [MVA]	4.9539- j68.1517	4.9152-j 67.8863	0.3922%

*Tablica 4.9. Usporedba vrijednosti napona, struje i snage dana u postocima za slučaj kada postoje zadane vrijednosti na kraju vodova ( $\pi$  model)*

	Točan model	Približan model	Pogreška
$V_1$ [kV]	233.134+ j15.869	233.083+ j15.839	0.0226%
$I_1$ [A]	0.218704+ j0.0418	0.2188+ j0.0425	0.1432%
$\Delta S$ [MVA]	4.9539- j68.1517	5.0849- j68.6278	0,7064%

*Tablica 4.10. Usporedba vrijednosti napona, struje i snage dana u postocima za slučaj kada postoje zadane vrijednosti na kraju vodova (T model)*

Vrijednosti koje se nalaze u tablicama 4.9. i 4.10. odnose se na duljinu voda od 180km.

## 5. Zaključak

Provedenom detaljnom analizom nadomjesnih modela  $\pi$  i T u ovom završnom radu, pokazalo se da zaista postoji osjetna razlika između približnih i točnih nadomjesnih modela, no ona dolazi do izražaja samo u slučajevima gdje postoje veće duljine vodova (>200km). Kod manjih duljina vodova grafički i računski je dokazano da je sasvim opravdano zanemarivanje korekcijskih faktora, odnosno računanje sa približnim modelima jer je pogreška izrazito mala. Razlika između  $\pi$  i T nadomjesnih modela kod točne izvedbe je nepostojeća i u slučaju računanja sa točnim parametrima jednostavno stvar je osobnog izbora ili dodatne provjere točnosti samih podataka. U slučaju usporedbe približnih  $\pi$  i T nadomjesnih modela,  $\pi$  model pokazuje manji postotak pogreške kod računanja snaga i zato smatram da je bolji izbor od T modela. Kod računanja isključivo napona i struja razlika je svedena na minimum.

Pristup nadomjesnim modelima na ovakav detaljan način pružio mi je bolje i dublje shvaćanje elektroenergetskih sustava gdje se pokazalo očitim, da su nadomjesni modeli nezamjenjivi dio suvremene elektroenergetike.

## Literatura

- [1]Marko Delimar; „Prijenos i razdjela električne energije“, s Interneta, [https://www.fer.unizg.hr/download/repository/PRIJENOS\\_I\\_RAZDJELA\\_ELEKTRICNE\\_EN\\_ERGIJE.pdf](https://www.fer.unizg.hr/download/repository/PRIJENOS_I_RAZDJELA_ELEKTRICNE_EN_ERGIJE.pdf), 25.svibnja 2017.
- [2] M. Ožegović i K. Ožegović, Električne energetske mreže 2, Split, 1997.
- [3] Ljubomir Malešević, Osnove elektrotehnike 2, Split, 2018
- [4]Živić Đurović, M.: “ 3\_Nadomjesni modeli vodova 1 dio“, s Interneta, [https://moodle.srce.hr/2022-2023/pluginfile.php/7795702/mod\\_resource/content/0/3\\_Nadomjesni%20modeli%20vodova%201%20dio.pdf](https://moodle.srce.hr/2022-2023/pluginfile.php/7795702/mod_resource/content/0/3_Nadomjesni%20modeli%20vodova%201%20dio.pdf)
- [5]Živić Đurović, M.: “ 4\_Nadomjesni modeli vodova 4 dio“ s Interneta, [https://moodle.srce.hr/2022-2023/pluginfile.php/7795705/mod\\_resource/content/0/4\\_Nadomjesni%20modeli%20vodova%204%20dio.pdf](https://moodle.srce.hr/2022-2023/pluginfile.php/7795705/mod_resource/content/0/4_Nadomjesni%20modeli%20vodova%204%20dio.pdf)
- [6] Ashish, „What are those colorful balls that are attached to power lines?“, s Interneta, <https://www.scienceabc.com/eyeopeners/what-are-those-colorful-balls-that-are-attached-to-power-lines.html>, 19. listopada 2023.



## Sažetak

U ovom završnom radu opisani su nadzemni vodovi i njihovi nadomjesni  $\pi$  i T modeli.

Prvo poglavlje posvećeno je općenitom opisu nadzemnih vodova. Spominju se osnovni elementi od kojih se oni sastoje i svaki od njih se posebno opisuje, a to su: vodiči, izolatori, stupovi, temelji, pribor, zaštitno užje i uzemljenje.

Kasnije u drugom poglavlju detaljno se obrađuju nadomjesni modeli  $\pi$  i T. Ispisuju se strujno-naponske jednačbe koje se iščitavaju iz njihovih karakterističnih shema, rade se proračuni prijenosa za svaki model i objašnjava se jasna razlika između približnih i točnih modela.

Naposljetku, u trećem poglavlju, uz pomoć softverskog matematičkog alata „MATLAB“ uspoređuju se nadomjesne sheme  $\pi$  i T na više načina. Uspoređuju se približne i točne vrijednosti istih modela, zatim različitih, kao i sami parametri nadomjesnih modela.

Ključne riječi: nadzemni vodovi, nadomjesni  $\pi$  i T modeli, strujno naponske jednačbe, približni, točni, parametri

## Summary

In this final paper, overhead lines and their replacement  $\pi$  and T models are described.

The first chapter is devoted to a general description of overhead lines. The basic elements of which they consist are mentioned and each of them is described separately, namely: conductors, insulators, poles, foundations, accessories, protective rope and grounding.

Later in the second chapter, the alternate models  $\pi$  and T are discussed in detail. The current-voltage equations read from their characteristic diagrams, transfer calculations are made for each model, and the clear difference between the approximate and exact models is explained.

Finally, in the third chapter, with the help of the mathematical software tool "Matlab", replacement schemes  $\pi$  and T are compared in several ways. Approximate and exact values of the same models are compared, then different as well as the parameters of the replacement models.

Keywords: overhead lines, substitute  $\pi$  and T models, current-voltage equations, approximate, exact, parameters

## Prilog

Kod napisan u matematičkom softveru „Matlab“ korišten za jednostavniji i brži proračun potrebnih vrijednosti prilikom pisanja završnog rada:

```
1 %Nadomjesni modeli nadzemnih vodova Jozić
2
3 clc
4 clear
5 U2=395
6 V2=228.05336
7 R1=0.1
8 L1=1.3e-3
9 C1=8.7e-9
10 G1=78.74e-9
11 l=180
12 S2=150+49.3i
13 S2x=conj(S2)
14
15
16 "1parametri modela"
17 Z1=R1+i*2*50*pi*L1
18 Z=Z1*l
19 Y1=G1+i*2*50*pi*C1
20 Y=Y1*l
21
22 "2približni parametri modela"
23 Z_PIp=Z
24 Y_PIp=Y/2
25
26 Z_Tp=Z/2
27 Y_Tp=Y
28
29 "3točni parametri modela"
30 theta=sqrt(Z*Y)
31 relacijal=sinh(theta)/theta
32 relacija2=(tanh(theta/2))/(theta/2)
33 Z_PIt=Z*relacijal
34 Y_PIt=(Y/2)*relacija2
35
36 Z_Tt=(Z/2)*relacija2
37 Y_Tt=Y*relacijal
38
39
40 "4PI nadomjesni model"
41 "točni"
42 I2=(S2x/(sqrt(3)*395))
43 I12=I2+V2*Y_PIt
44 V1t=V2+I12*Z_PIt
45 I1=I12+V1t*Y_PIt
46 I1x=conj(I1)
47 U1=sqrt(3)*V1t
48 S1=sqrt(3)*U1*I1x
49 deltaS= S1-S2
50
51 "približni"
52 I2=(S2x/(sqrt(3)*395))
53 I12=I2+V2*Y_PIp
54 V1p=V2+I12*Z_PIp
55 I1=I12+V1p*Y_PIp
56 I1x=conj(I1)
57 U1=sqrt(3)*V1p
58 S1=sqrt(3)*U1*I1x
59 deltaS= S1-S2
60
```

```

61 "T nadomjesni model"
62 "točni"
63 Vx=V2+I2*Z_Tt
64 Il=I2+Vx*Y_Tt
65 Vlt=Vx+Il*Z_Tt
66 Ilx=conj(Il)
67 Ul=sqrt(3)*Vlt
68 S1=sqrt(3)*U1*Ilx
69 deltaS= S1-S2
70
71
72 "približni"
73 Vx=V2+I2*Z_Tp
74 Il=I2+Vx*Y_Tp
75 Vlp=Vx+Il*Z_Tp
76 Ilx=conj(Il)
77 Ul=sqrt(3)*Vlp
78 S1=sqrt(3)*U1*Ilx
79 deltaS= S1-S2

```