

# ODREĐIVANJE INDUKTIVITETA NADZEMNIH VODOVA S VODIČIMA U SNOPU

---

Šegota, Igor

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:860511>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-20**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

**ODREĐIVANJE INDUKTIVITETA NADZEMNIH VODOVA S  
VODIČIMA U SNOPU**

Rijeka, srpanj 2022.

Igor Šegota

0069077191

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

**ODREĐIVANJE INDUKTIVITETA NADZEMNIH VODOVA S  
VODIČIMA U SNOPU**

Mentor: Mr. sc. Marijana Živić Đurović, v. pred.

Rijeka, srpanj 2022.

Igor Šegota

0069077191

Rijeka, 15. rujna 2020.

Zavod: **Zavod za elektroenergetiku**  
Predmet: **Električne energetske mreže**  
Grana: **2.03.01 elektroenergetika**

## ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

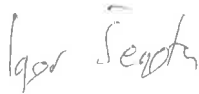
Pristupnik: **Igor Šegota (0069077191)**  
Studij: **Preddiplomski stručni studij elektrotehnike**

Zadatak: **Određivanje induktiviteta nadzemnih vodova s vodičima u snopu /  
Calculating the inductance of overhead lines with bundled conductors**

### Opis zadatka:

U radu je potrebno opisati jedinični induktivitet kao konstantu voda. Usporediti vrijednosti induktiviteta kod prepletenog i neprepletenog voda s različitim brojem vodiča u snopu za različite duljine vodiča. Analizirati kako ta promjena vrijednosti induktiviteta utječe na pad napona na vodu te gubitke snage.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanje diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.



Zadatak uručen pristupniku: 15. rujna 2020.

Mentor:



Mr. sc. Marijana Živić Đurović, v. pred.

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:



Prof. dr. sc. Saša Vlahinić

## IZJAVA

Ovim potpisom tvrdim da sam završni rad s naslovom "ODREĐIVANJE INDUKTIVITETA NADZEMNIH VODOVA S VODIČIMA U SNOPU" izradio samostalno prema "Pravilniku o završnom radu, završnom ispitu i završetku stručnih studija" pod vodstvom mentorice Mr. sc. Marijana Živić Đurović, v. pred. primjenjujući znanja stečena tokom studija.

Rijeka, srpanj 2022.

Igor Šegota

Igor Šegota

## **ZAHVALA**

Zahvalio bih se cijeloj svojoj obitelji na podršci, motivaciji strpljenju, potpori i žrtvi kojom su mi omogućili da uspješno završim ovaj studij.

Također se zahvaljujem svim profesorima i asistentima na pruženom znanju, posebno mentorici Mr. sc. Marijana Živić Đurović, v. pred. na pristupačnosti, razumijevanju, stručnom vodstvu prilikom izrade završnog rada.

# 1. SADRŽAJ

2. UVOD.....	1
3. KONSTANTE VODOVA.....	2
4. INDUKTIVITET .....	4
4.1. Ulančani tok kod punog cilindričnog vodiča .....	4
4.2. Ulančani tok dvaju paralelnih vodiča.....	9
4.3. Ulančani tok više paralelnih vodiča .....	10
4.4. Metoda SGU (metoda srednjih geometrijskih udaljenosti).....	14
4.5. Preplet.....	19
5. IZRAČUN VRIJEDNOSTI INDUKTIVITETA I GUBITAKA SNAGE NA ELEKTROENERGETSKOM NADZEMNOM VODU .....	21
5.1. Određivanje induktiviteta prema položaju vodiča na stupu tipa „jela“ .....	21
5.2. Određivanje gubitaka snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu .....	29
5.3. Određivanje gubitaka snage raznih induktiviteta vodiča za više slučajeva vodiča u snopu različitih duljina elektroenergetskih vodova.....	33
6. ZAKLJUČAK.....	41
LITERATURA.....	42
SAŽETAK.....	43
SUMMARY .....	43

## 2. UVOD

Na samom početku rada opisane su konstante vodova, odnosno svojstva vodova kojima se definiraju sve električne prilike na vodovima za sva pogonska stanja. Prikazan je njihov položaj, te je objašnjeno o čemu ovise, kako se označavaju i koja je njihova mjerna jedinica.

U drugom poglavlju obrazložen je pojam induktiviteta, pravilo desne ruke, te njegova ovisnost o ulančanom magnetskom toku unutar i izvan punog cilindričnog vodiča. Također je definiran ulančani tok dvaju i više paralelnih vodiča, te su međusobno uspoređeni slučajevi za 2 paralelna vodiča i 3 vodiča smještena u vrhu jednakokraničnog trokuta. Pojašnjena je metoda srednjih geometrijskih udaljenosti (SGU metoda) koja olakšava proračun, te je prikazano i definirano preplitanje jednostrukog i dvostrukog voda.

Treće se poglavlje sastoji od izračuna induktiviteta prema položaju vodiča na stupu tipa „jela“ za 2, 3 i 4 vodiča u snopu kod prepletenog i neprepletenog voda čije su vrijednosti kasnije korištene u proračunu gubitaka snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu. Kod proračuna gubitaka snage na nadzemnim vodovima korišteni su vodovi različitih duljina kako bi se vidio utjecaj jediničnog induktiviteta i duljine voda na gubitke snaga za približni  $\pi$  – model voda.



### 3. KONSTANTE VODOVA

Osnovna električna svojstva vodova kojima se definiraju sve električne prilike na vodovima za sva pogonska stanja nazivaju se parametrima (konstantama) vodova. Parametri vodova određuju se po jedinici duljine što je najčešće po kilometru, a njihove brojčane vrijednosti ovise o:

- Svojstvima materijala od kojih su napravljeni
- Svojstvima i prilikama okoline
- Međusobnom odnosu dijelova voda

Razlikujemo vremenski ovisne i neovisne konstante voda. Vremenski ovisne su:

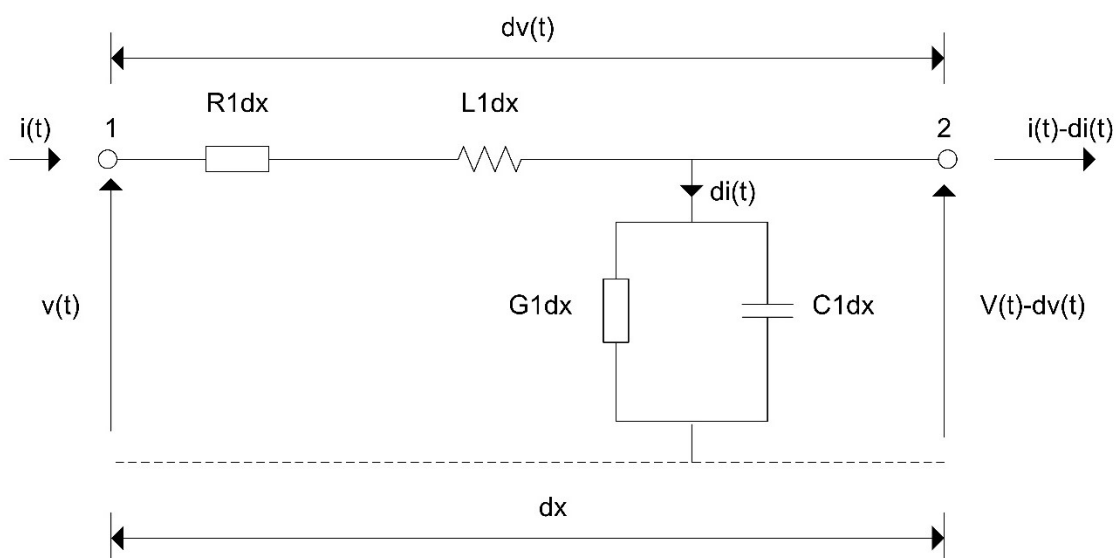
- Napon
- Struja
- Frekvencija

*Tablica 3.1. Prikaz vremenski neovisnih konstanti voda*

Vremenski ovisne konstante voda	Mjerna jedinica
Djelatni otpor voda $R_1$	$\Omega/\text{km}$
Induktivitet voda $L_1$	H /km
Kapacitet voda $C_1$	F/km
Odvod voda $G_1$	$\Omega /\text{km}$

Sve četiri jedinične vrijednosti su kod realnog elektroenergetskog voda različite od nule, a određuju se pomoću pokusa kratkog spoja i praznog hoda. [3]

Slika 3.1. prikazuje nadomjesnu shemu položaja konstanti voda za jednu fazu simetričnog trofaznog voda. Konstante voda se kod trofaznog sustava definiraju po fazi (za jedan fazni vodič), ali se zamišljeni neutralni vodič koristi kao povratni dio strujnog kruga. Može se primijetiti da udaljenost  $dx$  predstavlja jedan dio (odsječak) voda u kojem su prikazane konstante, gdje se jedinični djelatni otpor i jedinični induktivitet voda nalaze na uzdužnoj grani, a jedinični kapacitet i odvod voda na poprečnoj grani[1].



Slika 3.1. Položaj konstanti voda

## 4. INDUKTIVITET

U elektromagnetizmu, induktivitet je tendencija električnog vodiča da se suprotstavi promjeni električne struje koja kroz njega prolazi. Protok električne struje, oko vodiča stvara magnetsko polje čija snaga ovisi o veličini struje, te se pri svakoj njenoj promjeni mijenja i magnetsko polje. Iz Faradayevog se zakona može zaključiti da se pri svakoj promjeni magnetskog polja kroz krug, u vodičima stvara elektromotorna sila, odnosno inducira napon. Prema Lenzovom zakonu taj inducirani napon suprotstavlja se promjeni struje pa se zato naziva povratna elektromotorna sila. [2,3]:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (4.1)$$

Uvođenjem veličine induktivitet koja je jednaka omjeru obuhvatnog (ulančanog) toka i struje:

$$L = \frac{\Psi}{I} \quad (4.2)$$

Dobiva se:

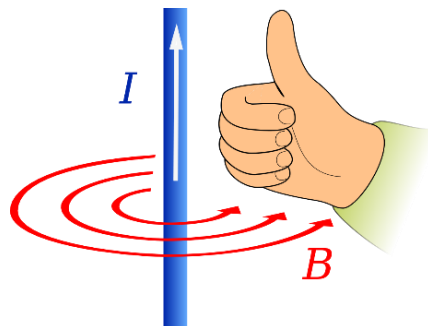
$$e = -L \frac{di(t)}{dt} \quad (4.3)$$

### 4.1. Ulančani tok kod punog cilindričnog vodiča

Pravilom desne ruke određuje se:

- smjer struje
- smjer magnetskog polja.

Na slici 4.1. smjer struje koja prolazi kroz vodič određuje palac, a smjer magnetskog polja (prouzrokovano strujom) koje djeluje izvan vodiča određuju prsti.



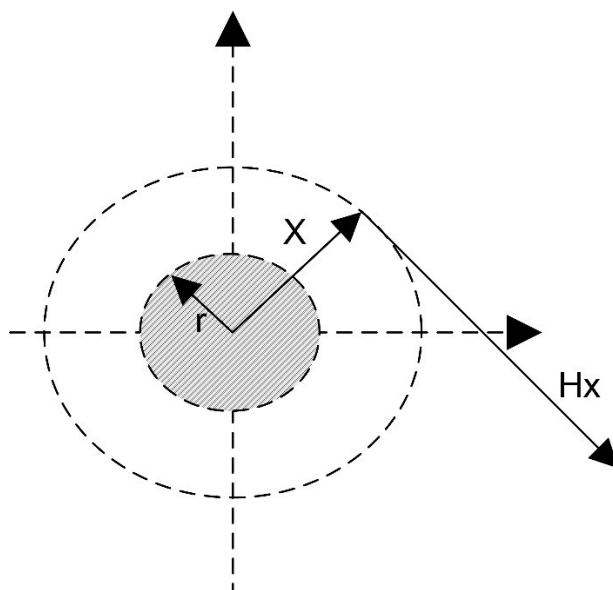
Slika 4.1. Pravilo desne ruke [5]

Ulančani magnetski tok punog cilindričnog vodiča čine:

- magnetsko polje izvan vodiča (Slika 4.2.)
- magnetsko polje unutar vodiča (Slika 4.3.)

Proračun ulančanog magnetskog toka **izvan vodiča** jednostavnije se izvodi uz pretpostavku da je:

- vakuum oko vodiča
- vodič od okrugle homogene žice
- jednako raspodijeljena struja u vodiču
- struja neodvojiva (nema odvajanja struje)



Slika 4.2. Magnetsko polje izvan vodiča

Jakost magnetskog polja opada s povećanjem udaljenosti od vodiča:

$$Hx = \frac{I}{2\pi x} \left[ \frac{A}{m} \right] \quad (4.4)$$

Gustoća magnetskog toka ovisi o permeabilnosti sredstva (u ovom slučaju vakuuma), zraku oko vodiča i jakosti magnetskog polja:

$$Bx = \mu * Hx \quad (4.5)$$

gdje permeabilnost vakuuma iznosi ( $\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7} \left[ \frac{Vs}{Am} \right]$ ). Tada je magnetska indukcija:

$$Bx = 4\pi * 10^{-7} * \frac{I}{2\pi x} = 2 * 10^{-7} \frac{I}{x} \left[ \frac{Vs}{Am} * \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = \frac{Wb}{m^2} = T \right] \quad (4.6)$$

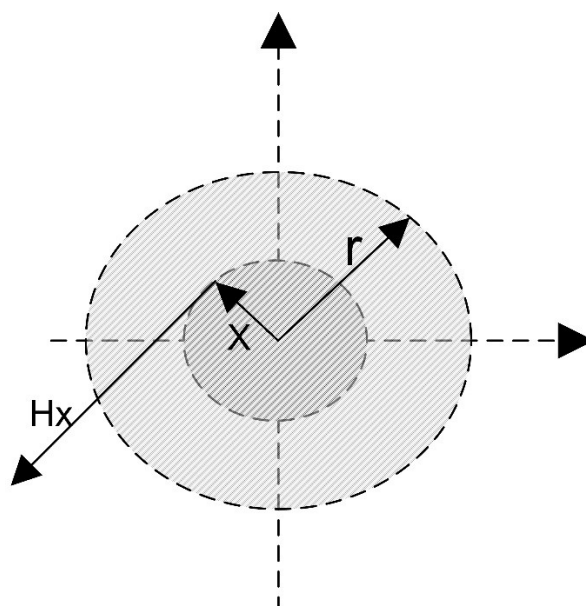
Magnetski tok ovisi o promjeni gustoće magnetskog toka za određenu udaljenost vodiča:

$$d\phi = Bx * l * dx = 2 * 10^{-7} * \frac{l}{x} * 1 * dx = 2 * 10^{-7} l \frac{dx}{x} \quad (4.7)$$

Ulančani magnetski tok jednak je magnetskom toku ( $d\Psi = d\phi$ ) jer obuhvaća cijelu struju I, pa tako ukupni ulančani (obuhvatni) tok po udaljenosti x na cijelom području iznosi:

$$\Psi_v = \int_r^x d\Psi = 2 * 10^{-7} l \int_r^x \frac{dx}{x} = 2 * 10^{-7} l \ln\left(\frac{x}{r}\right) \quad (4.8)$$

Proračun obuhvatnog magnetskog toka **unutar vodiča** izvodi se uz jednoličnu gustoću struje po presjeku.



Slika 4.3. Prikaz magnetskog polje unutar vodiča

Omjerom ukupne i obuhvaćene struje dobiva se struja  $I_x$  koja djeluje kroz presjek polumjera x:

$$\frac{I_x}{I} = \frac{x^2 \pi}{r^2 \pi} = \frac{x^2}{r^2} \quad (4.9)$$

Nakon sređivanja izraza 4.9 slijedi da je struja  $I_x$  jednaka:

$$I_x = I \frac{x^2}{r^2} \quad (4.10)$$

Jakost magnetskog polja na istoj udaljenosti od središta dobiva se preko struje  $I_x$ :

$$Hx = \frac{I_x}{2\pi x} = I \frac{x^2}{r^2} * \frac{1}{2\pi x} = \frac{I}{2\pi r^2} x \quad (4.11)$$

Isto kao i kod ulančanog toka izvan vodiča permeabilnost vakuuma iznosi ( $\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7} [\frac{Vs}{Am}]$ ), pa magnetska indukcija iznosi:

$$\mu = \mu_0 * \mu_r$$

$$Bx = \mu Hx = 4\pi * 10^{-7} \mu_r \frac{I}{2\pi r^2} x = 2 * 10^{-7} \mu_r \frac{I}{r^2} x \quad (4.12)$$

Pomoću magnetske indukcije dobiva se magnetski tok:

$$d\phi = Bx * l * dx = Bx * 1 * dx = 2 * 10^{-7} \mu_r \frac{I}{r^2} x dx \quad (4.13)$$

Pošto magnetski tok obuhvaća samo dio struje I, odnosno struju  $I_x$ , tada za obuhvatni magnetski tok koji je manji vrijedi:

$$d\Psi = d\phi \frac{x^2}{r^2} \quad (4.14)$$

Ukupni ulančani magnetski tok unutar vodiča:

$$\Psi_u = \int_0^r d\Psi = 2 * 10^{-7} \mu_r \frac{I}{r^4} \int_0^r x^3 dx = 2 * 10^{-7} \mu_r \frac{I}{r^4} \quad (4.15)$$

Zbroj ulančanih magnetskih tokova unutar i izvan vodiča daje iznos ukupnog ulančanog magnetskog toka vodiča:

$$\Psi = \Psi_v + \Psi_u = 2 * 10^{-7} I \left( \ln \frac{x}{r} + \frac{\mu_r}{4} \right) \quad [\frac{Vs}{m}] \quad (4.16)$$

Poznato je da je  $\mu_r = 1$  kada je materijal ne magnetski, te se iz toga dobije:

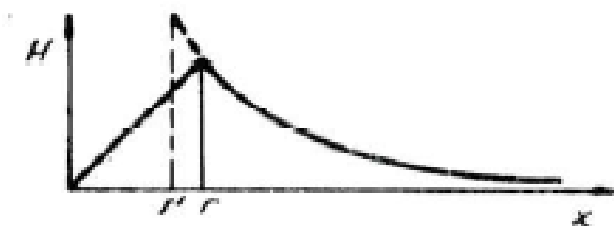
$$\begin{aligned} \Psi &= 2 * 10^{-7} I \left( \ln \frac{x}{r} + \frac{1}{4} \right) = 2 * 10^{-7} I \left( \ln \frac{x}{r} + \ln e^{\frac{1}{4}} \right) \\ &= 2 * 10^{-7} I \left( \ln x - \ln r + \ln e^{\frac{1}{4}} \right) = 2 * 10^{-7} I \left( \ln x - \left( \ln r - \ln e^{\frac{1}{4}} \right) \right) = 2 * 10^{-7} I \left( \ln x - \ln \frac{r}{e^{\frac{1}{4}}} \right) \\ &= 2 * 10^{-7} I * \ln \frac{x}{r'} \quad (4.17) \end{aligned}$$

Reducirani radijus vodiča  $r'$  je uvedena veličina koja je jednaka:

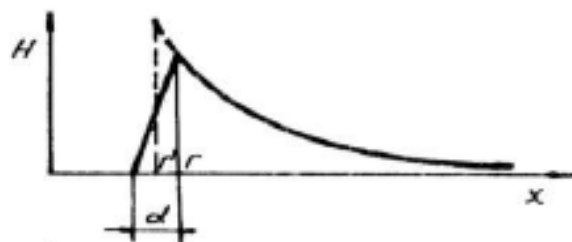
$$r' = r * e^{-\frac{1}{4}} = 0,7788 * r \quad (4.18)$$

Vidi se kako ukupni obuhvatni magnetski tok i obuhvatni magnetski tok izvan vodiča, uz istu struju I, imaju isti oblik što bi značilo da: homogeni puni vodič radijusa r ima isti obuhvatni tok kao i šuplji vodič beskonačno tanke stjenke čiji je  $r' < r$ .

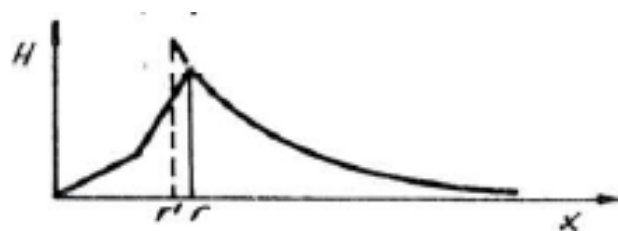
Reducirani radijus dobivene vrijednosti vrijedi samo za puni cilindrični vodič, dok su za uže ili cijev drugačiji što je prikazano na slikama ispod.



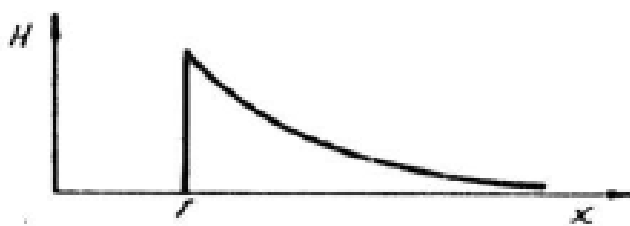
Slika 4.4. Homogeni puni vodič ( $r' = 0,7788 * r$ )



Slika 4.5. Šuplji vodič ( $d =$  debljina stjenke)



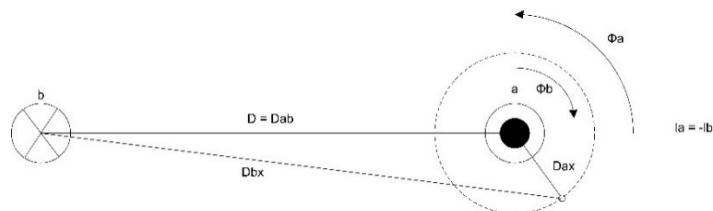
Slika 4.6. Nehomogeno uže



Slika 4.7. Cijev tanke stjenke ( $r' = r$ )

## 4.2. Ulančani tok dvaju paralelnih vodiča

Govoreći o dva paralelna vodiča od kojih je jedan polazni a drugi povratni, tada vrijedi  $I_a = -I_b$ . Struja  $I_a$  stvara ulančani magnetski tok u vodiču a, a struja  $I_b$  stvara ulančani tok u vodiču b na koji djeluje i struja  $I_a$ . Metodom superpozicije zbrajaju se ulančani tokovi  $\Psi_{aa}$  i  $\Psi_{ab}$  koji čine ukupni ulančani magnetski tok. [2]



Slika 4.8. Ulančani tok dva paralelna vodiča

Vodič a stvara obuhvatni magnetski tok  $\Psi_{aa}$  koji djeluje na udaljenosti  $D_{ax}$ , stoga je prema (4.15):

$$\Psi_{aa} = 2 * 10^{-7} * I_a * \ln \frac{D_{ax}}{r'} \quad (4.19)$$

U okolini vodiča a stvara se još jedan obuhvatni tok vodiča b za kojeg prema (4.7) vrijedi:

$$\begin{aligned} \Psi_{ab} &= 2 * 10^{-7} * I_b * \int_D^{D_{bx}} \frac{dx}{x} = 2 * 10^{-7} * I_b * \ln \frac{D_{bx}}{D} \\ &= -2 * 10^{-7} * I_a * \ln \frac{D_{bx}}{D} \quad (4.20) \end{aligned}$$

Sada su poznati obuhvatni tokovi  $\Psi_{aa}$  i  $\Psi_{ab}$  te iz toga možemo dobiti ukupni obuhvatni magnetski tok vodiča a:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= \Psi_{aa} + \Psi_{ab} = 2 * 10^{-7} * I_a * \left( \ln \frac{D_{ax}}{r'} - \ln \frac{D_{bx}}{D} \right) \\ &= 2 * 10^{-7} * I_a * \left( \ln \left( \frac{D}{r'} * \frac{D_{ax}}{D_{bx}} \right) \right) \quad (4.21) \end{aligned}$$

Pretpostavkom da x teži ka  $\infty$ , dobije se da su  $D_{ax} \approx D_{bx}$  iz čega slijedi:

$$\Psi_a = 2 * 10^{-7} * I_a * \ln \left( \frac{D}{r'} \right)$$

Induktivitet vodiča dobiva se razlikom ukupnog obuhvatnog toka vodiča i struje koja kroz njega prolazi:

$$L_a = \frac{\Psi_a}{I_a} = 2 * 10^{-7} * \ln \left( \frac{D}{r'} \right)$$

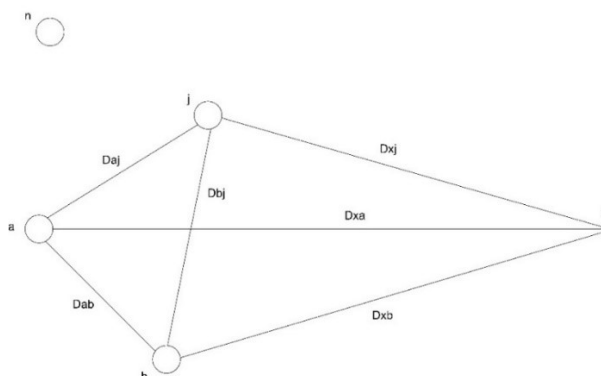


### 4.3. Ulančani tok više paralelnih vodiča

U slučaju  $n$  paralelnih vodiča koji se nalaze u istom strujnom krugu vrijedi:

$$\sum_{j=a}^n I_j = 0, \quad j = a, b, \dots, n \quad (4.22)$$

Iz izraza (4.20) možemo zaključiti da je magnetski tok dovoljno udaljen od grupe vodiča pa mu je vrijednost 0. Ako struje djeluju u svim vodičima uključujući i promatrani vodič, lako možemo izračunati ukupni obuhvatni magnetski tok. [2]



Slika 4.9. Grupa vodiča istog strujnog kruga

U vodiču  $a$  javlja se obuhvatni tok djelovanjem struje u ostalim vodičima pa računamo:

$$\Psi_a = 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{D_{xj}}{D_{aj}} = 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln D_{xj} + \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} \quad (4.23)$$

Pretpostavkom da  $x$  teži ka  $\infty$ , slijedi da je:

$$D_{xa} = D_{xb} = \dots = D_{xj} = \dots = D_{xn} \quad (4.24)$$

Tada ulančani tok iznosi:

$$\Psi_a = 2 * 10^{-7} (\ln D_{xj} \sum_{j=a}^n I_j + \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}}) \quad (4.25)$$

Zbog (4.21) prvi član je jednak nuli, pa (4.25) postaje:

$$\Psi_a = 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} \quad (4.26)$$

Te za ostale vodiče analogno:

$$\Psi_b = 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{bj}} \quad (4.27)$$

$$\Psi_n = 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{nj}} \quad (4.28)$$

Dobiven je sustav od  $n$  jednadžbi s  $n$  nepoznanica, te ga zbog preglednosti možemo napisati u obliku matrice:

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{aa}} & \ln \frac{1}{D_{ab}} & \ln \frac{1}{D_{an}} \\ \ln \frac{1}{D_{ba}} & \ln \frac{1}{D_{bb}} & \ln \frac{1}{D_{bn}} \\ \ln \frac{1}{D_{na}} & \ln \frac{1}{D_{nb}} & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_n \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Reducirani polumjeri vodiča  $a, b, \dots, n$  su  $D_{aa}, D_{bb}, \dots, D_{nn}$ , te nam  $D_{ab} = D_{ba}, D_{ac} = D_{ca} \dots$  dokazuju da je matrica simetrična. Jednadžba (4.27.) može se prikazati i na ovaj način:

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{an} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bn} \\ L_{na} & L_{nb} & L_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_n \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Odnosno:

$$[\Psi] = [L] * [I] \quad (4.31)$$

Matrica  $[L]$  je matrica parcijalnih induktiviteta koji se sastoje od dijagonalnih članova (vlastitih induktiviteta) i vandijagonalnih članova (međusobnih induktiviteta). Ona također povezuje ulančane tokove svakog pojedinog vodiča i struju kroz svaki vodič u strujnom krugu.

Jednofazni prikaz sustava omogućuje uvođenje pojma induktiviteta jedne faze, tj. induktiviteta jednog vodiča pa je fizikalno ispravno govoriti o induktivitetu zamke. Induktivitet jednog vodiča može se računati kod voda od 2 vodiča i 3 vodiča koji su međusobno jednako razmaknuti u vrhovima jednakostraničnog trokuta, te tada govorimo o pogonskom induktivitetu (induktivitetu direktnog sustava). [3]

Dijagonalne članove – vlastite induktivitete prikazujemo:

$$L_{ii} = \frac{\Psi_{ii}}{I_{ii}} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{1}{D_{ii}} \quad (4.32)$$

Vandijagonalni članovi – međusobni induktiviteti određuju se:

$$L_{ij} = \frac{\Psi_{ij}}{I_j} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{1}{D_{ij}} \quad (4.33)$$

Pritom vrijedi da su udaljenosti  $D_{aa} = D_{bb} = \dots = r'$

U prvom slučaju primjenjuju se gore navedeni izraz (4.23) za računanje ulančanog toka dvofaznog voda, dok se u drugom slučaju pomoću izraza (4.20 i 4.23) dolazi do ulančanog toka s vodičima u vrhovima jednakostraničnog trokuta. Ukoliko se pojavi neki slučaj gdje nisu dvije faze ili gdje u trofaznom vodu nisu svi vodiči u vrhovima trokuta, tada se koriste SGU metoda ili preplet voda.

## 1. Slučaj:

Ulančani tok dvofaznog voda:



Slika 4.10. Ulančani tok 2 vodiča

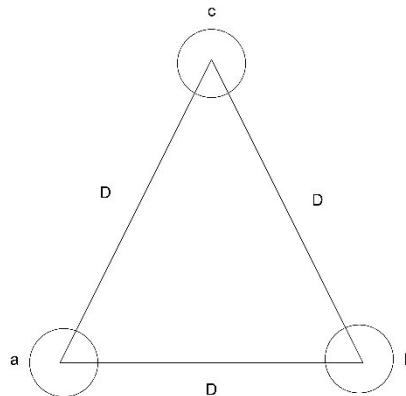
$$I_a = I \quad I_b = -I \quad D_{aa} = D_{bb} = r' \quad D_{ab} = D$$

Primijenimo li dobivenu formulu (4.23) dobiti ćemo ulančani tok vodiča a:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 * 10^{-7} * \left( I_a \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} \right) = 2 * 10^{-7} * \\ &\left( I * \ln \frac{1}{r'} - I * \ln \frac{1}{D} \right) = 2 * 10^{-7} * I * \ln \left( \frac{D}{r'} \right) \quad (4.34) \end{aligned}$$

## 2. Slučaj:

Ulančani tok trofaznog voda s vodičima u vrhovima jednakostraničnog trokuta:



Slika 4.11. Tri vodiča na vrhovima jednakostraničnog trokuta

Primjenom formule (4.20) na trofaznom simetričnomvodu:

$$\sum_{j=a}^c I_j = 0 \quad -I_a = I_b + I_c$$

Dobit ćemo ulančani tok vodiča a:

$$\begin{aligned}\Psi_a &= 2 * 10^{-7} \sum_{j=a}^c I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 * 10^{-7} * \left[ I_a \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} \right] \\ &= 2 * 10^{-7} \left[ I_a * \ln \frac{1}{r'} + (I_b + I_c) * \ln \frac{1}{D} \right] = 2 * 10^{-7} * I_a * \left[ \ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D} \right] \\ &= 2 * 10^{-7} * I_a * \ln \frac{D}{r'}\end{aligned}$$

Ulančani tokovi kod 2 i 3 vodiča imaju isti oblik, te to dokazuje kako simetrični trofazni sustav možemo posmatrati kao jednofazni.

#### 4.4. Metoda SGU (metoda srednjih geometrijskih udaljenosti)

Zbog jednostavnijeg računanja induktiviteta vodova koristimo metodu srednjih geometrijskih udaljenosti, čiji je glavni uvjet da je suma svih struja jednaka nuli ( $\sum I = 0$ ). To omogućava da sve vodiče, neovisno o njihovom broju, podijelimo na 2 grupe. [2]



Slika 4.12. Podjela vodiča na grupe A i B

Kao što prikazuje slika 4.12. vodiče dijelimo na grupe A i B. Grupa A se sastoji od  $n$  skupine vodiča kroz koje teče pozitivna struja  $I$ , dok se grupa B sastoji od  $m$  skupine vodiča kroz koje teče negativna struja  $-I$ . Tim se načinom na tako formiranu petlju izračunava induktivitet jedne skupine vodiča. SGU metoda omogućuje i određivanje reduciranog polumjera vodiča raznih presjeka, vodiča u snopu i užeta, te također nudi mogućnost izračuna pogonskog induktiviteta trofaznih prepletanih vodova. [3]

Za grupu A i B vrijedi:

$$\sum_{j=a}^n I_j = I \quad ; \quad \sum_{j'=1}^m I_{j'} = -I \quad (4.35)$$

Sve struje jedne grupe vodiča su iste:

$$I_j = \frac{I}{n} \quad ; \quad I_{j'} = -\frac{I}{m} \quad (4.36)$$

Određeni su polazni izrazi (4.35 i 4.36) za SGU metodu od kojih su (4.35) konkretni izrazi, a (4.36) samo proizvoljne pretpostavke čiji su rezultati ustvari točni ako se pravilno primjenjuju na određene slučajeve (vodiči istog materijala, presjeka...). Parametri konačnih izraza su srednje (geometrijske) vrijednosti što i rezultate čini srednjim vrijednostima.

Primjenom SGU metode na vod čiji snop vodiča mijenjamo s jednim nadomjesnim vodičem reduciranog polumjera kojim teče zbroj struja prvotne grupe, bez obzira kako je ona bila raspoređena na pojedine vodove, može se razmotriti prihvaćanje pretpostavke (4.36). Tada SGU metoda donosi induktivitet nadomjesnog vodiča, ali ne i induktivitet svakog pojedinog vodiča u prvobitnom snopu. [2,3]

Kod uređenih grupa od  $n$  vodiča, u najboljem se slučaju može uzeti da je induktivitet jednog vodiča u snopu  $n$ -ti dio induktiviteta, odnosno srednji induktivitet. Greška će biti zanemariva ako su vodiči promatrane grupe koncentriranog snopa dovoljno udaljeni od ostalih vodiča i istog ili približnog presjeka. Metoda SGU, kod trofaznih vodova, daje rezultate kao da je vod simetričan, neovisno je li ili nije. [2]

Prema slici 4.12. računamo obuhvatni tok grupe vodiča A:

$$\begin{aligned}
 \Psi_a &= 2 * 10^{-7} \left( \sum_{j=a}^n I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} + \sum_{j=1}^m I_j * \ln \frac{1}{D_{aj}} \right) \\
 &= 2 * 10^{-7} \left( \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{aj}} \right) \\
 \Psi_b &= 2 * 10^{-7} \left( \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{bj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{bj}} \right) \\
 \Psi_n &= 2 * 10^{-7} \left( \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{nj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{nj}} \right) \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

Ukupni ulančani tok sa svim vodičima grupe A računa se:

$$\begin{aligned}
 \Psi_a &= \frac{1}{n} (\Psi_a + \Psi_b + \dots + \Psi_n) \quad (4.38) \\
 \Psi_a &= 2 * 10^{-7} * \frac{1}{n} * \left( \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{aj}} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{bj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{bj}} + \right. \\
 &\quad \dots \\
 &\quad \left. + \frac{I}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{nj}} - \frac{I}{m} \sum_{j=1}^m \ln \frac{1}{D_{nj}} \right) \quad (4.39) \\
 \Psi_a &= 2 * 10^{-7} * I * \ln \frac{\sqrt[mn]{D_{a1} \dots D_{am} * D_{b1} \dots D_{bm} * D_{n1} \dots D_{nm}}}{\sqrt[n^2]{D_{aa} \dots D_{an} * D_{ba} \dots D_{bn} * D_{na} \dots D_{nn}}} \\
 \Psi_a &= 2 * 10^{-7} * I * \ln \frac{D_m}{D_s} \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Induktivitet grupe A iznosi:

$$La = \frac{\Psi}{I} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{D_m}{D_s} \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (4.41)$$

Gdje je:

$D_m$  – srednja geometrijska udaljenost vodiča od ostalih vodiča (međusobna SGU)

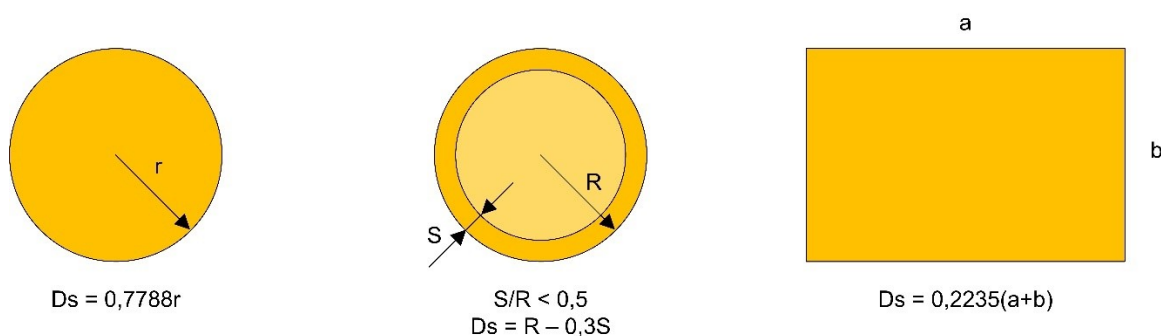
$D_s$  – reducirana vlastita SGU ( $r'$ )

$D_{ss}$  – udaljenost vodiča od samog sebe – vlastita SGU ( $r$ )

Kako smo napravili podjelu na A i B, tako se grupa A sastoji od  $n$  paralelnih vodiča, te je induktivitet jednog vodiča te skupine  $n$  puta veći:

$$L_j = n * La = 2 * 10^{-7} * n * \ln \frac{D_m}{D_s} \quad ; \quad j = a, v, \dots, n \quad (4.42)$$

Na slici 4.13. prikazane su neke vrijednosti za  $D_s$  određenih vodiča:



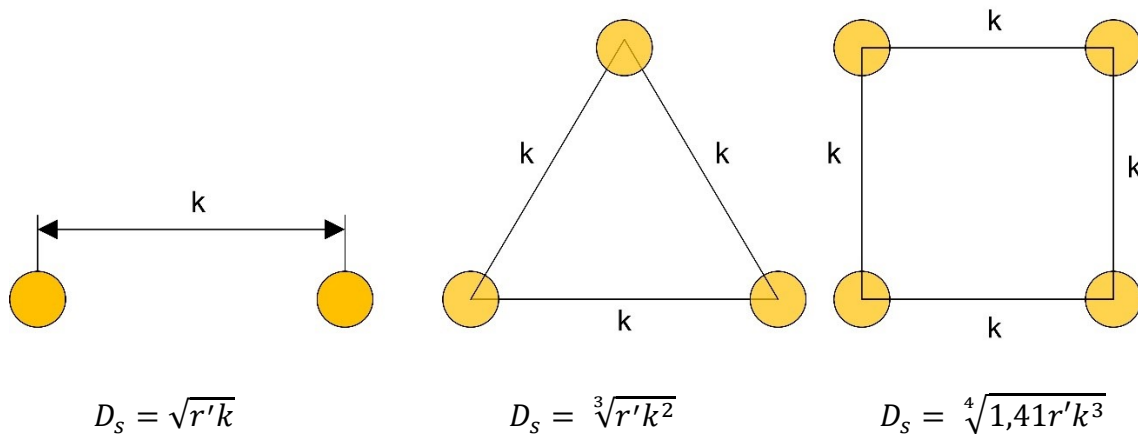
Slika 4.13.  $D_s$  vodiča raznih presjeka

Reducirana vlastita srednja geometrijska udaljenost za uže koje se sastoji od  $n$  žica i vanjskog promjera  $R$  iznosi:

Tablica 4.1. Reducirana vlastita SGU za uže od  $n$  žica

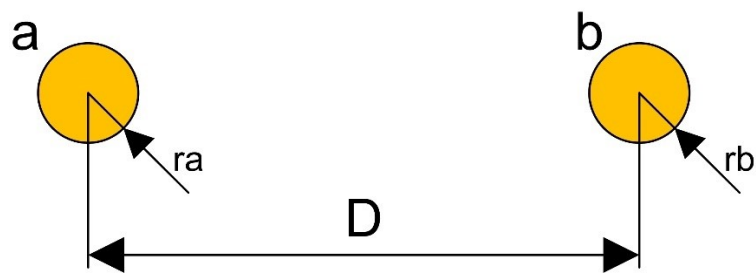
$n=3$	$D_s = 0,677 R$
$n=7$	$D_s = 0,726 R$
$n=19$	$D_s = 0,758 R$
$n=37$	$D_s = 0,768 R$
$n > 61$	$D_s = 0,7788 R$

Jedan vodič snopa može zamijeniti ostale vodiče raspoređene na međusobnoj udaljenosti  $k$ , pa su tako reducirane vlastite SGU za tipične snopove prikazane na slici 4.14.



Slika 4.14. Reducirane vlastite SGU za tipične snopove

Na jednom jednostavnijem primjeru odredit će se induktivitet voda sa i bez metode SGU. Računa se induktivitet voda od dva paralelna vodiča prikazanih na slici 4.15., čiji su presjeci različiti:



Slika 4.15. Dva paralelna vodiča

**1. Slučaj:** Izračun bez korištenja SGU metode

Računa se ulančani magnetski tok vodiča A:

$$\begin{aligned} \Psi_a &= 2 * 10^{-7} * \sum_{j=a}^n I_j \frac{1}{D_{aj}} = 2 * 10^{-7} \left( I_a * \ln \frac{1}{D_{aa}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{ab}} \right) \\ &= 2 * 10^{-7} \left( I_a * \ln \frac{1}{r'_a} - I_a * \ln \frac{1}{D} \right) = 2 * 10^{-7} * I_a * \ln \frac{D}{r'_a} \end{aligned}$$

Induktivitet vodiča A je:

$$L_{a1} = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_a}$$



Sve isto računamo za vodič B:

$$\begin{aligned}\psi_b &= 2 * 10^{-7} * \sum_{j=a}^n I_j \frac{1}{D_{bj}} = 2 * 10^{-7} \left( I_a * \ln \frac{1}{D_{ba}} + I_b * \ln \frac{1}{D_{bb}} \right) \\ &= 2 * 10^{-7} \left( -I_b * \ln \frac{1}{D} + I_b * \ln \frac{1}{r'_b} \right) = 2 * 10^{-7} * I_b * \ln \frac{D}{r'_b}\end{aligned}$$

Te je induktivitet jednak:

$$L_{b1} = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_b}$$

Ukupni induktivitet voda je:

$$L_1 = L_{a1} + L_{b1} = L_{a1} = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D^2}{r'_a r'_b}$$

## 2. Slučaj: Izračun pomoću SGU metode

$$m = 1 \quad ; \quad n = 1 \quad ; \quad D_m = D \quad ; \quad D_{sa} = r'_a \quad ; \quad D_{sb} = r'_b$$

Može se izračunati induktivite vodiča A i B:

$$L_a = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_a}$$

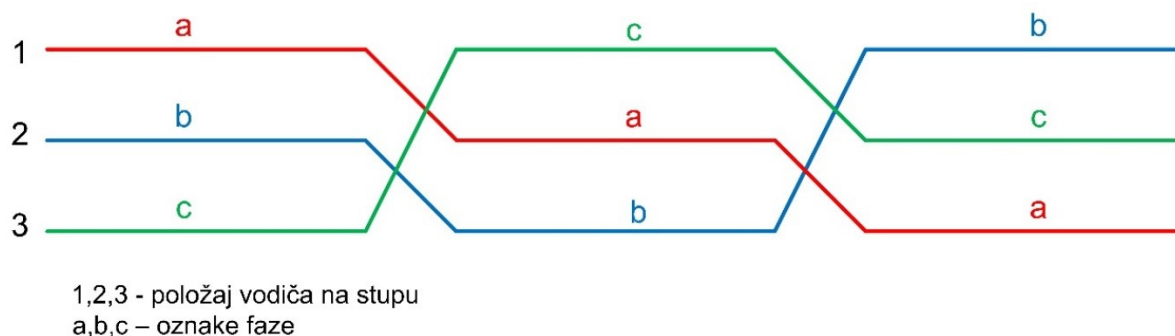
$$L_b = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_b}$$

$$L_1 = L_a + L_b = 2 * 10^{-7} \ln \frac{D^2}{r'_a r'_b}$$

Primjer dokazuje kako je izračun pomoću SGU metode puno jednostavniji i brži način dolaska do određenih rezultata, što je puno izraženije kod kompleksnijih primjera.

## 4.5. Preplet

Ukoliko se osi triju vodiča trofaznog sustava nalaze u vrhovima jednakostraničnog trokuta vod je simetričan, te da bi sva tri vodiča trebala imati jednaki induktivitet ako imaju isti presjek. Konstrukcijski je to gotovo nemoguće izvesti, vodiči nemaju jednake induktivite pa tako ni reaktancije što dovodi do različitih padova napona i različitih struja u pojedinim fazama, a sve to rezultira poteškoćama u pogonu. Iz tog se razloga osigurava električna simetrija na vodovima cikličkim preplitanjem, odnosno zamjenom položaja vodiča na stupu što prikazuje i slika 4.16. [3]



Slika 4.16. Preplet jednostrukog voda

Kako bi svaki vodič bio na svim položajima potrebna su 2 preplitanja, a vod se po dužini dijeli na 3 dijela.

Induktivitet prvog dijela trase voda za vodič a:

$$La1 = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{\sqrt{D_{12}D_{13}}}{r'} \quad (4.43)$$

Induktivitet drugog i trećeg dijela trase voda za vodič a:

$$La2 = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{\sqrt{D_{12}D_{23}}}{r'} \quad (4.44)$$

$$La3 = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{\sqrt{D_{13}D_{23}}}{r'} \quad (4.45)$$

Pošto su sve trase jednake duljine, ukupni induktivitet jednak je aritmetičkoj sredini prethodnih izraza (4.42., 4.43., 4.44.):

$$La = \frac{1}{3} (La1 + La2 + La3)$$

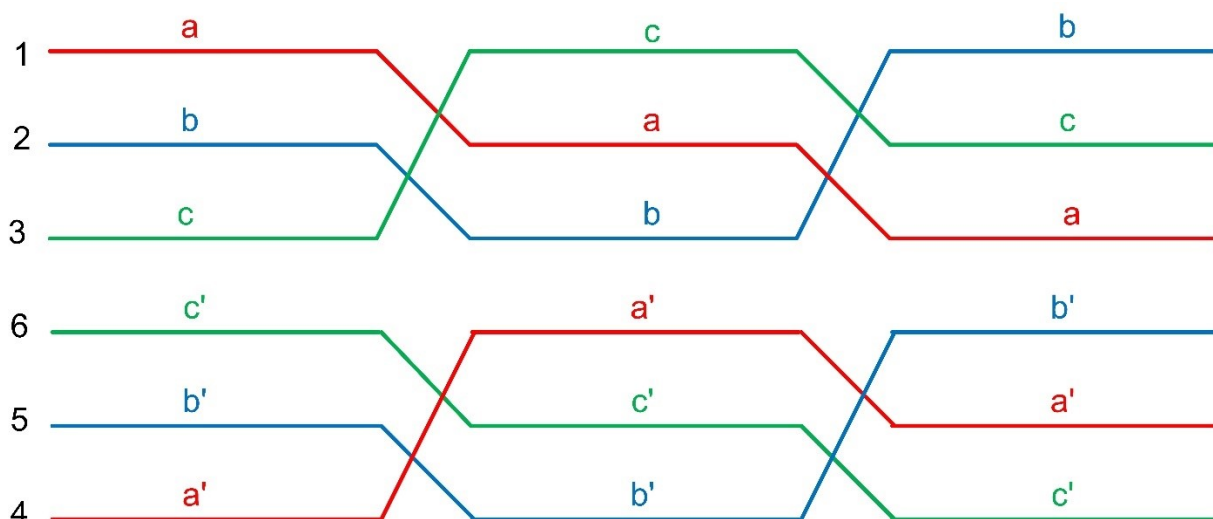
$$La = \frac{1}{3} * 2 * 10^{-7} \left( \ln \frac{\sqrt{D_{12}D_{13}}}{r'} + \ln \frac{\sqrt{D_{12}D_{23}}}{r'} + \ln \frac{\sqrt{D_{13}D_{23}}}{r'} \right)$$

$$La = \frac{1}{3} * 2 * 10^{-7} * \ln \frac{\sqrt{D_{12}^2 D_{13}^2 D_{23}^2}}{(r')^3} = 2 * 10^{-7} * \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}}{r'} \quad (4.46)$$

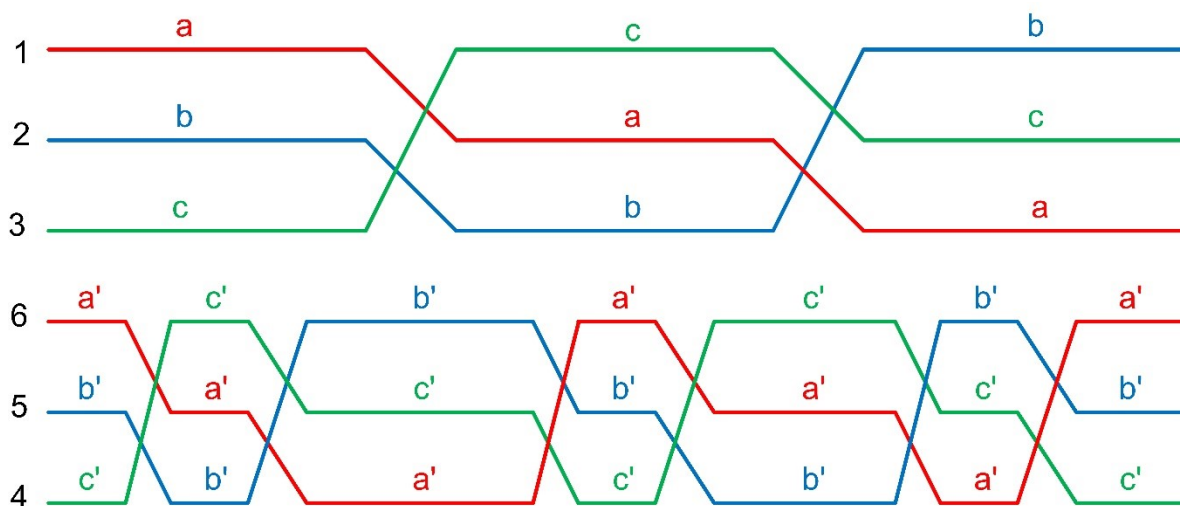
Međusobna srednja geometrijska udaljenost za trofazni prepleteni vod iznosi:

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}} \quad (4.47)$$

Preplitanje dvostrukog voda je malo kompleksnije ali su uvjeti isti kao i kod jednostrukog, a slike 4.17. i 4.18. to i prikazuju. Razlika između djelomičnog i potpunog prepleta je u simetriji i međusobnom induktivitetu, odnosno kod djelomičnog prepleta je simetriju nemoguće postići iako su vodovi svaki za sebe simetrirani, a međusobni induktiviteti između vodova su nejednaki.



Slika 4.17. Djelomični preplet dvostrukog voda



Slika 4.18. Potpuni preplet dvostrukog voda

## 5. IZRAČUN VRIJEDNOSTI INDUKTIVITETA I GUBITAKA SNAGE NA ELEKTROENERGETSKOM NADZEMNOM VODU

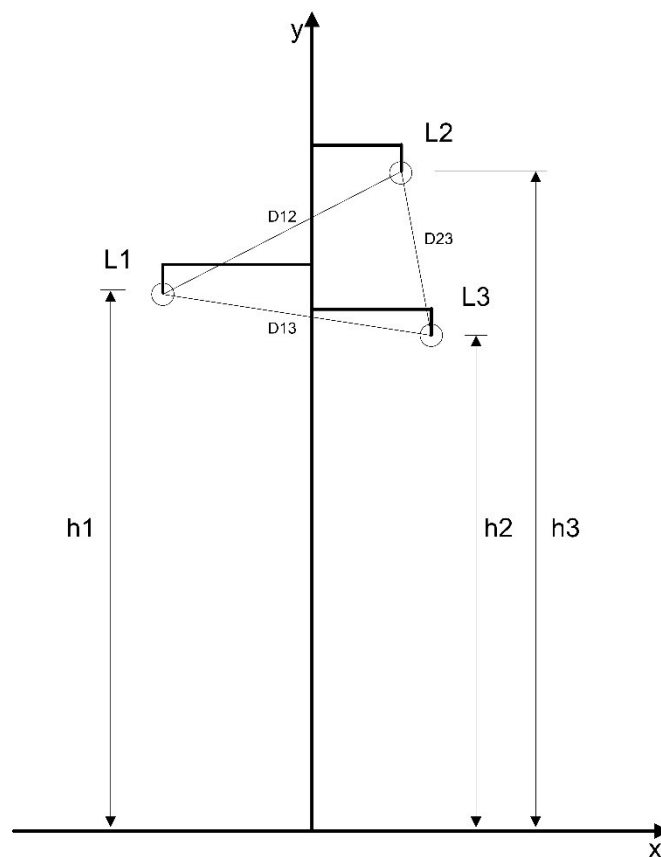
### 5.1. Određivanje induktiviteta prema položaju vodiča na stupu tipa „jela“

Na slici 5.1. prikazan je 110-kV trofazni elektroenergetski nadzemni vod čija je trasa napravljena od čelično-rešetkastih stupova tipa „jela“. Ishodište se nalazi u dnu stupa, a vodiči su napravljeni od Al/Fe užeta čiji je presjek  $240/40 \text{ mm}^2$ . Vodovi na stupu tipa „jela“ smješteni su prema sljedećim koordinatama L1 (-4, 26), L2 (3, 31) i L3 (3,5, 25).

U izračunu će se odrediti induktivitet homogenog vodiča za 3 različita slučaja za prepleteni i neprepleteni vod:

1. 2 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 22 cm)
2. 3 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 14 cm)
3. 4 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 35 cm)

Za sva tri slučaja je vodič je uže od 19 žica.



Slika 5.1. Prikaz trofaznog voda, položaj vodiča na stupu tipa „jela“

Vodiči su napravljeni od užeta koje je sastavljeno od aluminija i željeza u omjeru 240/40 mm<sup>2</sup>.

Ukupni presjek užeta dobije se na način:

$$S_{užeta} = S_{Al} + S_{Fe} = 243 + 39,5 = 282,5 \text{ mm}^2$$

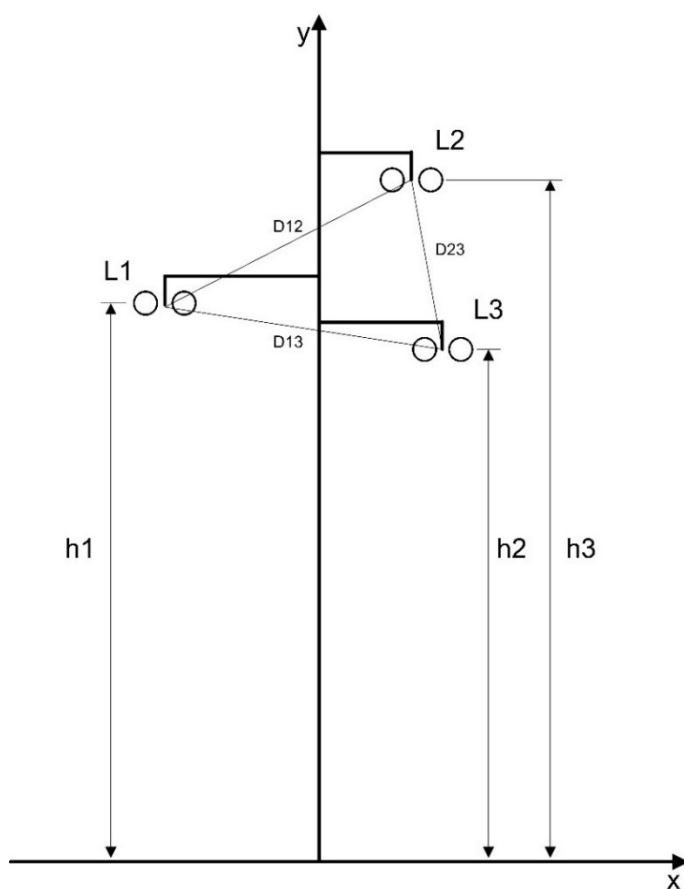
Do radijusa se dođe izračunom površine kružnice, koja je jednaka umnošku kvadrata radijusa i  $\pi$ :

$$S = r^2 \cdot \pi \rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 9,441 \text{ mm} = 0,0094827 \text{ m}$$

Nakon određivanja radijusa kružnice može se doći do reducirane vlastite srednje geometrijske udaljenosti  $D_s$ . Iz tablice 4.1. uzima se formula za određivanje vlastite srednje geometrijske udaljenosti koja ovisi o broju žica u užetu. U ovom izračunu broj žica iznosi 19, pa formula glasi:

$$r' = D'_s = 0,758 \cdot r = 0,758 \cdot 0,0094827 = 0,0071878 \text{ m}$$

### 1. SLUČAJ: 2 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 22 cm)



Slika 5.2. Prikaz trofaznog voda za 2 vodiča u snopu

Međusobna udaljenost vodiča u snopu  $k$  iznosi 22 cm, a u snopu se nalaze 2 vodiča (prikazano na slici 4.14), pa vrijedi da je:

$$D_s = \sqrt{r'k} = \sqrt{0,0071878 \cdot 0,22} = 0,039766 \text{ m}$$

Korištenjem Pitagorinog poučka ( $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ) izračunati će se međusobne udaljenosti između vodiča  $L_1$ ,  $L_2$  i  $L_3$ .

$$D_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (31 - 26)^2} = 8,6 \text{ m}$$

$$D_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = \sqrt{(3,5 - (-4))^2 + (25 - 26)^2} = 7,56 \text{ m}$$

$$D_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \sqrt{(3,5 - 3)^2 + (25 - 31)^2} = 6,02 \text{ m}$$

Gdje je:

$D_{12}$  – udaljenost vodiča  $L_1$  od vodiča  $L_2$

$D_{13}$  – udaljenost vodiča  $L_1$  od vodiča  $L_3$

$D_{23}$  – udaljenost vodiča  $L_2$  od vodiča  $L_3$

### Prepleteni vod

Međusobna srednja geometrijska udaljenost za trofazni prepleteni vod računa se prema izrazu (4.47):

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}} = \sqrt[3]{8,6 \cdot 7,56 \cdot 6,02} = 7,31 \text{ m}$$

Prema izrazu (4.41) slijedi da je induktivitet prepletenog voda jednak:

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{7,31}{0,039766} = 1,0428 \text{ mH/km}$$

## Neprepleteni vod

Pošto je riječ o induktivitetu neprepletenog voda, on se računa za svaku fazu posebno jer svaka faza ima drugačije međusobne udaljenosti pojedinih faza, pa se induktivitet računa prema izrazima (4.43, 4.44, 4.45)

$$L_{L1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{13}}}{D_s} = 1,0624 \text{ mH/km}$$

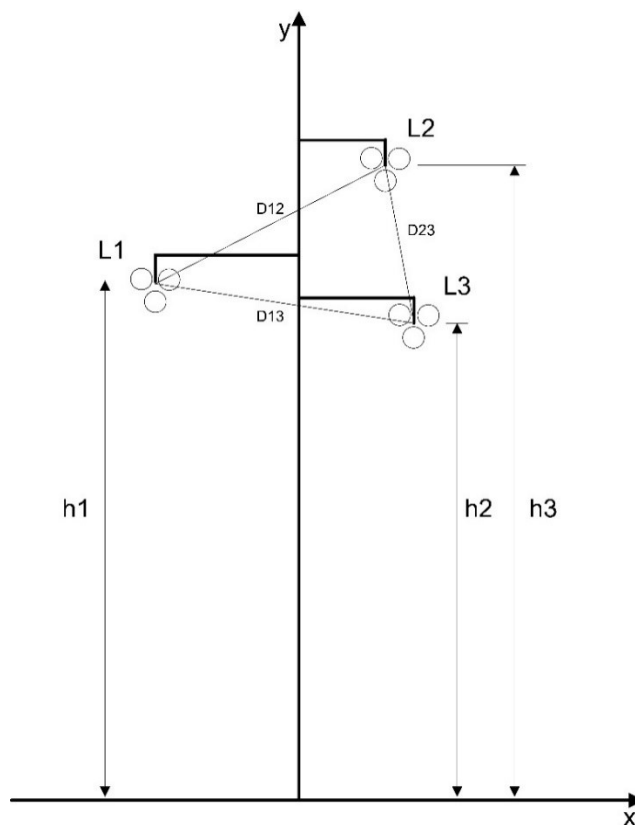
$$L_{L2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{23}}}{D_s} = 1,0396 \text{ mH/km}$$

$$L_{L3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{13} \cdot D_{23}}}{D_s} = 1,0267 \text{ mH/km}$$

Ukupni induktivitet računa se prema izrazu (4.46) te je jednak aritmetičkoj sredini prethodno izračunatih induktiviteta pojedinih faza:

$$L_{SR} = \frac{L_{L1} + L_{L2} + L_{L3}}{3} = \frac{1,0624 + 1,0396 + 1,0267}{3} = 1,0429 \text{ mH/km}$$

## 2. SLUČAJ: 3 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 14 cm)



Slika 5.3. Prikaz trofaznog voda za 3 vodiča u snopu

Međusobna udaljenost vodiča u snopu  $k$  iznosi 14 cm, a u snopu se nalaze 3 vodiča (prikazano na slici 4.14), pa vrijedi da je:

$$D_s = \sqrt[3]{r'k} = \sqrt[3]{0,0071878 \cdot (0,22)^2} = 0,07033 \text{ m}$$

Korištenjem Pitagorinog poučka ( $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ) izračunati će se međusobne udaljenosti između vodiča  $L_1$ ,  $L_2$  i  $L_3$ .

$$D_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (31 - 26)^2} = 8,6 \text{ m}$$

$$D_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = \sqrt{(3,5 - (-4))^2 + (25 - 26)^2} = 7,56 \text{ m}$$

$$D_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \sqrt{(3,5 - 3)^2 + (25 - 31)^2} = 6,02 \text{ m}$$

### Prepleteni vod

Međusobna srednja geometrijska udaljenost za trofazni prepleteni vod računa se prema izrazu (4.47):

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}} = \sqrt[3]{8,6 \cdot 7,56 \cdot 6,02} = 7,31 \text{ m}$$

Prema izrazu (4.43) slijedi da je induktivitet prepletenog voda jednak:

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{7,31}{0,07033} = 0,9287 \text{ mH/km}$$

### Neprepleteni vod

Kako se radi o induktivitetu neprepletenog voda, on se računa za svaku fazu posebno jer svaka faza ima drugačije međusobne udaljenosti pojedinih faza, pa se induktivitet računa prema izrazima (4.43, 4.44, 4.45)

$$L_{L1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{13}}}{D_s} = 0,9483 \text{ mH/km}$$

$$L_{L2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{23}}}{D_s} = 0,9256 \text{ mH/km}$$

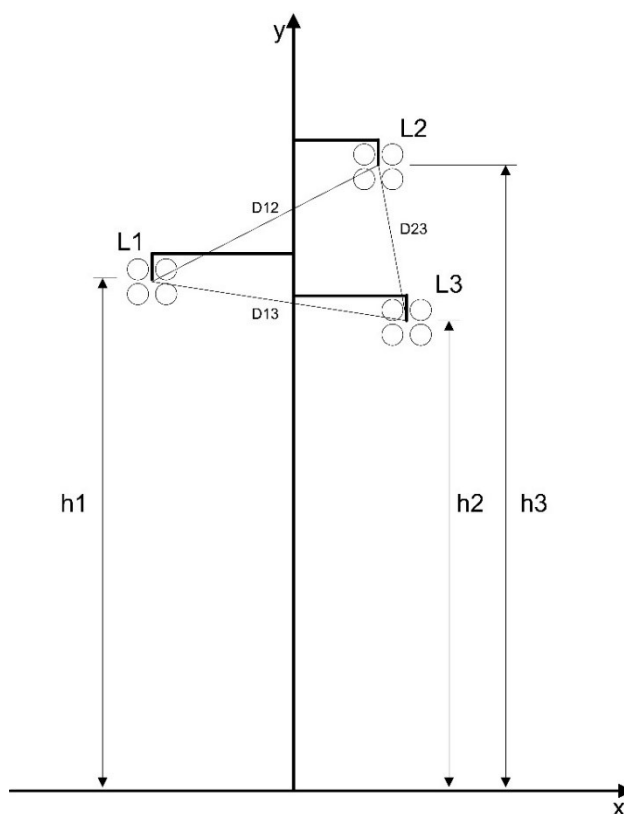
$$L_{L3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{13} \cdot D_{23}}}{D_s} = \text{mH/km}$$



Ukupni induktivitet računa se prema izrazu (4.46) te je jednak aritmetičkoj sredini prethodno izračunatih induktiviteta pojedinih faza:

$$L_{SR} = \frac{L_{L1} + L_{L2} + L_{L3}}{3} = \frac{0,9483 + 0,9256 + 0,9127}{3} = 0,9288 \text{ mH/km}$$

### 3. SLUČAJ: 4 vodiča u snopu (međusobna udaljenost vodiča 35 cm)



Slika 5.4. Prikaz trofaznog voda za 4 vodiča u snopu

Međusobna udaljenost vodiča u snopu  $k$  iznosi 35 cm, a u snopu se nalaze 4 vodiča (prikazano na slici 4.14), pa vrijedi da je:

$$D_s = \sqrt[4]{1,41 \cdot r' \cdot k^3} = \sqrt[4]{1,41 \cdot 0,0071878 \cdot (0,22)^3} = 0,101923 \text{ m}$$

Korištenjem Pitagorinog poučka ( $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ) izračunati će se međusobne udaljenosti između vodiča  $L_1$ ,  $L_2$  i  $L_3$ .

$$D_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - (-4))^2 + (31 - 26)^2} = 8,6 \text{ m}$$

$$D_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} = \sqrt{(3,5 - (-4))^2 + (25 - 26)^2} = 7,56 \text{ m}$$

$$D_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \sqrt{(3,5 - 3)^2 + (25 - 31)^2} = 6,02 \text{ m}$$

## Prepleteni vod

Međusobna srednja geometrijska udaljenost za trofazni prepleteni vod računa se prema izrazu (4.47):

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{13} \cdot D_{23}} = \sqrt[3]{8,6 \cdot 7,56 \cdot 6,02} = 7,31 \text{ m}$$

Prema izrazu (4.41) slijedi da je induktivitet prepletenog voda jednak:

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{7,31}{0,101923} = 0,8546 \text{ mH/km}$$

## Neprepleteni vod

Pošto je riječ o induktivitetu neprepletenog voda, on se računa za svaku fazu posebno jer svaka faza ima drugačije međusobne udaljenosti pojedinih faza, pa se induktivitet računa prema izrazima (4.43, 4.44, 4.45)

$$L_{L1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{13}}}{D_s} = 0,8742 \text{ mH/km}$$

$$L_{L2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{12} \cdot D_{23}}}{D_s} = 0,8514 \text{ mH/km}$$

$$L_{L3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt{D_{13} \cdot D_{23}}}{D_s} = 0,8385 \text{ mH/km}$$

Ukupni induktivitet računa se prema izrazu (4.46) te je jednak aritmetičkoj sredini prethodno izračunatih induktiviteta pojedinih faza:

$$L_{SR} = \frac{L_{L1} + L_{L2} + L_{L3}}{3} = \frac{0,8742 + 0,8514 + 0,8385}{3} = 0,8547 \text{ mH/km}$$

Tablica 5.1. Prikaz dobivenih vrijednosti induktiviteta za različiti broj vodiča u snopu

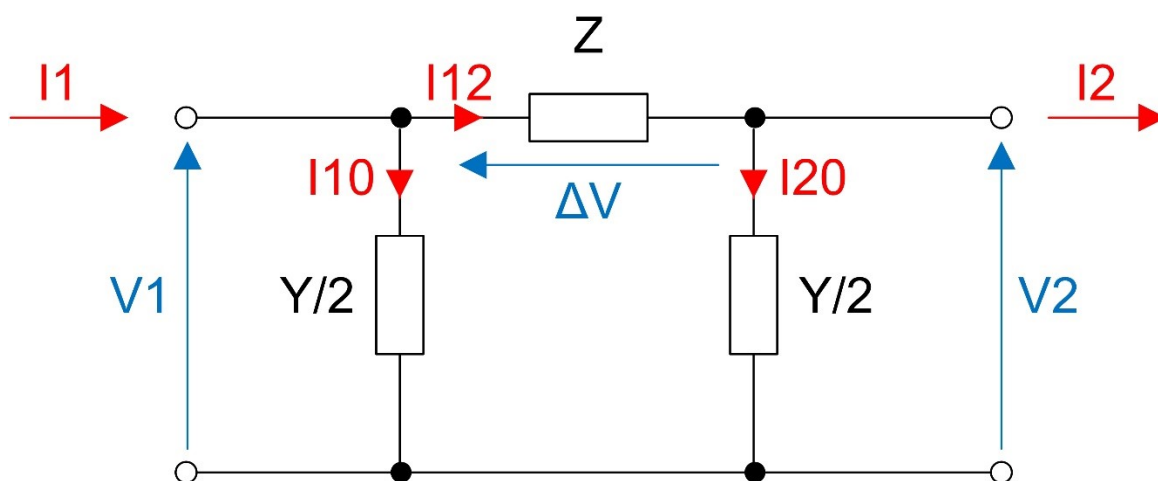
INDUKTIVITET	2 vodiča u snopu	3 vodiča u snopu	4 vodiča u snopu
Prepleteni vod [mH/km]	1,0428	0,9287	0,8546
Neprepleteni vod [mH/km]	1,0429	0,9288	0,8547

Induktivitet ovisi o puno faktora kao što su broj vodiča u snopu, broj užadi u vodiču, vlastita reducirana udaljenost, udaljenost vodiča od samog sebe, ali najviše ovisi o srednjoj geometrijskoj udaljenosti između vodiča. Međusobne udaljenosti između vodiča imaju najveći utjecaj na krajnju vrijednost induktiviteta.

U tablici 5.1. dobivene su vrijednosti induktiviteta prepletenih i neprepletenih vodova za različiti broj vodiča u snopu. Vidljivo je da su vrijednosti za neprepleteni vod veće od vrijednosti prepletenog voda. Neprepleteni vod se smatra nesimetričnim pa se induktivitet na njemu računa za svaki vodič posebno gdje se gleda udaljenost vodiča te faze od preostala 2 vodiča, te se ukupni induktivitet računa kao aritmetička sredina sve 3 faze. Kod prepletenog je voda nešto jednostavniji izračun gdje se međusobna udaljenost između vodiča računa uključujući sve tri vrijednosti odjednom.

## 5.2. Određivanje gubitaka snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu

Gubici snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu definiraju se pomoću  $\pi$ -modela voda. Općenito se  $\pi$ -model voda može prikazati kao približan i točan  $\pi$ -model voda. Osnovne razlike približnog i točnog  $\pi$ -modela voda su te da se kod točnog pojavljuju korekcijski faktori, dok kod približnog to nije slučaj, odnosno ne uzima ih se u obzir prilikom izračuna gubitaka snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu. Korekcijski faktori su približno jednaki jedinici kod vodova koji su duljine manje od 200 km, pa se zanemaruju jer je greška koja se pojavljuje manja od 0,5%, te ulazi u granice točnosti kod analiza mreža. [2]



Slika 5.5. Prikaz nadomjesnog približnog  $\pi$ -modela voda

Impedancija uzdužne grane definira se kao umnožak jedinične impedancije  $\vec{Z}_1$  i duljine voda  $l$ .

$$\vec{Z}_\pi = \vec{Z} = \vec{Z}_1 \cdot l \quad [\Omega] \quad (5.1)$$

Admitancija poprečne grane definira se kao umnožak jedinične admitancije  $Y_1/2$  i duljine voda  $l$ .

$$\frac{\vec{Y}_\pi}{2} = \frac{\vec{Y}}{2} = \frac{\vec{Y}_1}{2} \cdot l \quad [S] \quad (5.2)$$

Kod vodova koji su duljine manje od 200 km zanemaruju se korekcijski faktori  $\frac{sh \Theta}{\Theta}$  i  $\frac{th \frac{\Theta}{2}}{\frac{\Theta}{2}}$ , gdje je  $\Theta$  konstanta prodiranja za duljinu  $l$ .

$$sh \Theta \approx \Theta, \quad ch \Theta \approx 1, \quad th \Theta \approx \Theta, \quad \frac{sh \Theta}{\Theta} \approx 1, \quad \frac{th \frac{\Theta}{2}}{\frac{\Theta}{2}} \approx 1 \quad (5.3)$$

Objasniti će se prilike na vodu kada je poznat napon na početku voda  $U_1$ , djelatna (radna) snaga na početku voda  $P_1$  i jalova (reaktivna) snaga na početku voda  $Q_1$ .

Prividna snaga  $\vec{S}_1$  na početku voda jednaka je sumi djelatne snage  $P_1$  na početku voda i jalove snage  $Q_1$  na početku voda.

$$\vec{S}_1 = P_1 + jQ_1 \text{ [VA]} \quad (5.4)$$

Prividna snaga jednaka je umnošku  $\sqrt{3}$ , linijskog napona  $\vec{U}_1$  i konjugirano kompleksne struje  $\vec{I}_1^*$ . Iz te jednakosti slijedi da je struja  $\vec{I}_1$  jednaka omjeru konjugirano kompleksne prividne snage  $\vec{S}_1^*$  i napona  $\vec{U}_1$  pomnoženog s  $\sqrt{3}$ . Konjugirano kompleksno znači korekciju predznaka jalovoj komponenti snage  $Q_1$ .

$$\vec{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \vec{U}_1 \cdot \vec{I}_1^* \rightarrow \vec{I}_1 = \frac{P_1 - jQ_1}{\sqrt{3} \cdot U_1} \text{ [A]} \quad (5.5)$$

Temeljem prvog Kirchhoffovog zakona iz kojeg proizlazi da je struja koja ulazi u čvor jednaka zbroju struja koje iz njega izlaze. Iz slike 5.5. proizlazi da je struja  $I_1$  jednaka zbroju struja  $I_{10}$  koja stvara pad napona na poprečnoj admitanciji  $Y/2$  i struje  $I_{12}$  koja stvara pad napona na uzdužnoj impedanciji  $Z$ . Struja  $I_{12}$  računa se prema izrazu:

$$\vec{I}_{12} = \vec{I}_1 - \vec{I}_{10} = \vec{I}_1 - \vec{V}_1 \cdot \frac{\vec{Y}}{2} \text{ [A]} \quad (5.6)$$

Temeljem drugog Kirchhoffovog zakona vrijedi je napon izvora jednak sumi svih ostalih napona u krugu. Iz slike 5.5. proizlazi da je napon  $V_1$  jednak sumi napona  $\Delta V$  i  $V_2$ , iz čega proizlazi da se napon  $V_2$  na kraju voda računa prema izrazu:

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_1 - \overline{\Delta V} = \vec{V}_1 - \vec{I}_{12} \cdot \vec{Z} \text{ [V]} \quad (5.7)$$

Linijski napon na kraju voda  $\vec{U}_2$  jednak je umnošku  $\sqrt{3}$  te faznog napona  $V_2$ .

$$\vec{U}_2 = \sqrt{3} \cdot \vec{V}_2 \text{ [V]} \quad (5.8)$$

Temeljem prvog Kirchhoffovog zakona iz kojeg proizlazi da je struja koja ulazi u čvor jednaka zbroju struja koje iz njega izlaze. Iz slike 5.5. proizlazi da je struja  $I_{12}$  jednaka zbroju struja  $I_{20}$  koja stvara pad napona na poprečnoj admitanciji  $Y/2$  i struje  $I_2$  koja izlazi iz čvora 2. Struja  $I_2$  računa se prema izrazu:

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_{12} - \vec{I}_{20} = \vec{I}_{12} - \vec{V}_2 \cdot \frac{\vec{Y}}{2} \text{ [A]} \quad (5.9)$$

Snaga na kraju voda  $\vec{S}_2$  jednaka umnošku  $\sqrt{3}$ , linijskog napona na kraju voda  $\vec{U}_2$  i konjugirano kompleksne struje na kraju voda  $\vec{I}_2^*$ .

$$\vec{S}_2 = \sqrt{3} \cdot \vec{U}_2 \cdot \vec{I}_2^* \text{ [VA]} \quad (5.10)$$

Gubitci snage na vodu definirani su kao razlika snage na početku voda  $\vec{S}_1$  i snage na kraju voda  $\vec{S}_2$ .

$$\vec{S}_{gubitci} = \vec{S}_1 - \vec{S}_2 \text{ [VA]} \quad (5.11)$$

Opisati će se prilike na vodu kada su poznati napon na kraju voda  $U_2$ , djelatna (radna) snaga na kraju voda  $P_2$  i jalova (reaktivna) snaga na kraju voda  $Q_2$ .

Prividna snaga  $\vec{S}_2$  na kraju voda jednaka je sumi djelatne snage na kraju voda  $P_2$  i jalove snage na kraju voda  $Q_2$ .

$$\vec{S}_2 = P_2 + jQ_2 \text{ [VA]} \quad (5.12)$$

Prividna snaga jednaka je umnošku  $\sqrt{3}$ , linijskog napona  $\vec{U}_2$  i konjugirano kompleksne struje  $\vec{I}_2^*$ . Iz te jednakosti slijedi da je struja  $\vec{I}_1$  jednaka omjeru konjugirano kompleksne prividne snage  $\vec{S}_2^*$  i napona  $\vec{U}_2$  pomnoženog s  $\sqrt{3}$ . Konjugirano kompleksno znači korekciju predznaka jalovoj komponenti snage  $Q_1$ .

$$\vec{S}_2 = \sqrt{3} \cdot \vec{U}_2 \cdot \vec{I}_2^* \text{ [kVA]} \quad (5.13)$$

Iz izraza (5.14) slijedi da je struja  $\vec{I}_2$  jednaka:

$$\vec{I}_2 = \frac{P_2 - jQ_2}{\sqrt{3} \cdot U_2} \text{ [A]} \quad (5.14)$$

Temeljem prvog Kirchhoffovog zakona iz kojeg proizlazi da je struja koja ulazi u čvor jednaka zbroju struja koje iz njega izlaze. Iz slike 5.5. proizlazi da je struja  $I_{12}$  jednaka zbroju struja  $I_{20}$  koja stvara pad napona na poprečnoj admitanciji  $Y/2$  i struje  $I_2$  koja izlazi iz čvora. Struja  $I_{12}$  računa se prema izrazu:

$$\vec{I}_{12} = \vec{I}_2 + \vec{I}_{20} = \vec{I}_2 + \vec{V}_2 \cdot \frac{\vec{Y}}{2} \text{ [A]} \quad (5.15)$$

Temeljem drugog Kirchhoffovog zakona vrijedi je napon izvora jednak sumi svih ostalih napona u krugu. Iz slike 5.5. proizlazi da je napon  $V_1$  jednak sumi napona  $\Delta V$  i  $V_2$ , iz čega proizlazi da se napon  $V_2$  na kraju voda računa prema izrazu:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \Delta\vec{V} = \vec{V}_2 + \vec{I}_{12} \cdot \vec{Z} \quad [V] \quad (5.16)$$

Temeljem prvog Kirchhoffovog zakona iz kojeg proizlazi da je struja koja ulazi u čvor jednaka zbroju struja koje iz njega izlaze. Iz slike 5.5. proizlazi da je struja  $I_1$  jednaka zbroju struja  $I_{10}$  koja stvara pad napona na poprečnoj admitanciji  $Y/2$  i struje  $I_{12}$  koja stvara pad napona na uzdužnoj impedanciji  $Z$ . Struja  $I_{12}$  računa se prema izrazu:

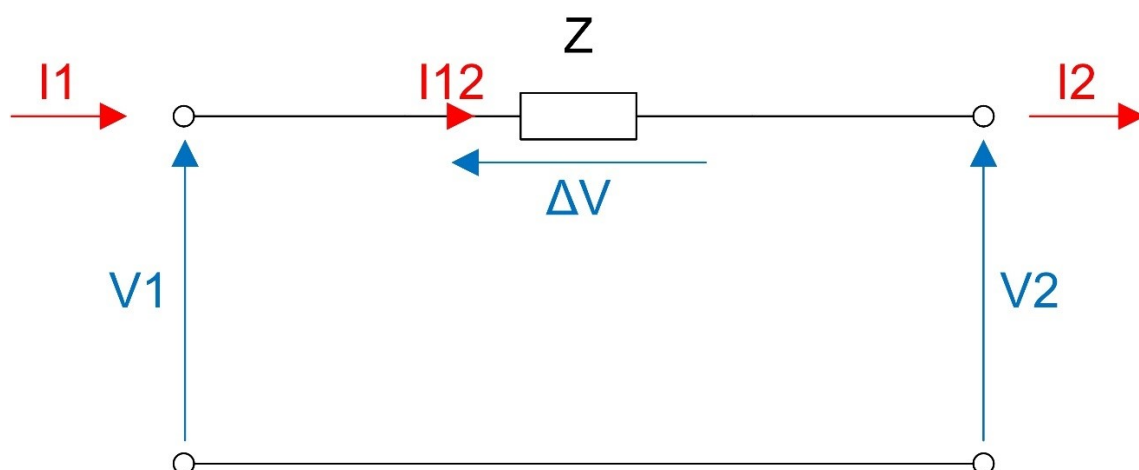
$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{12} + \vec{I}_{10} = \vec{I}_{12} + \vec{V}_1 \cdot \frac{\vec{Y}}{2} \quad [A] \quad (5.17)$$

Snaga na kraju voda  $\vec{S}_1$  umnožak  $\sqrt{3}$ , linijskog napona na kraju voda  $\vec{U}_2$  i konjugirano kompleksne struje na kraju voda  $\vec{I}_2^*$ .

$$\vec{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \vec{U}_1 \cdot \vec{I}_1^* \quad [VA] \quad (5.18)$$

### 5.3. Određivanje gubitaka snage raznih induktiviteta vodiča za više slučajeva vodiča u snopu različitih duljina elektroenergetskih vodova

Na sljedećem primjeru izračunati će se snaga  $\vec{S}_1$  i napon na početku voda  $\vec{U}_1$  različitih duljina vodova (50km, 75km, 100km, 125km i 150km). Na svakomvodu koristiti će se izračunati jedinični induktiviteti prikazani u tablici 5.1. Radi se o elektroenergetskom nadzemnom vodu nazivnog napona 110 kV koji je ujedno i napon na kraju voda  $\vec{U}_2$ . Snaga na kraju voda  $\vec{S}_2$  iznosi  $50+j10$  MVA, jedinični otpor iznosi  $0,12 \Omega/\text{km}$ , zanemarujući jedinični kapacitet i jedinični odvod što znači da je admitancija poprečnih grana jednaka nuli.



Slika 5.6. Prikaz nadomjesnog približnog  $\pi$ -modela voda uz zanemarivanje poprečnih grana

Iz slike 5.6. može se vidjeti da su, zanemarivanjem jediničnog kapaciteta i jediničnog odvoda voda koji formiraju admitanciju u poprečnim granama, sve tri struje jednake ( $I_1 = I_{12} = I_2$ ), odnosno kroz uzdužnu protječe samo jedna struja iznosa jednakog struji  $I_2$ .

Korištenjem izraza 5.11, 5.14, 5.16 i 5.18 dobivene su vrijednosti prikazane u tablicama 5.2., 5.3., 5.4., 5.5., 5.6. i 5.7.



## 1. Slučaj za dva vodiča u snopu

Izračun vrijednosti za induktivitet prepletenog vodiča koji iznosi 1,0428 [mH/km].

Tablica 5.2. Prikaz vrijednosti prilika na vodu prepletenog vodiča s dva vodiča u snopu

Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,942861 +j3,983782	67,160027 +j5,975674	68,377193 +j7,967565	69,594359 +j9,959456	70,811525 +j11,951347
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289256 +j13,519723	51,933884 +j15,279585	52,578512 +j17,039446	53,223140 +j18,799308	53,867769 +j20,559169
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j3,519723	1,933884 +j5,279585	2,578512 +j7,039446	3,223140 +j8,799308	3,867769 +j10,559169

Izračun vrijednosti za induktivitet neprepletenog vodiča koji iznosi 1,0429 [mH/km].

Tablica 5.3. Prikaz vrijednosti prilika na vodu neprepletenog vodiča s dva vodiča u snopu

Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,942945 +j3,984202	67,160153 +j5,976304	68,377361 +j7,968405	69,594569 +j9,960506	70,811777 +j11,952607
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289256 +j13,520066	51,933884 +j15,280101	52,578512 +j17,040134	53,223140 +j18,800167	53,867769 +j20,560201
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j3,520066	1,933884 +j5,280101	2,578512 +j7,040134	3,223140 +j8,800167	3,867769 +j10,560201

## 2. Slučaj za tri vodiča u snopu

Izračun vrijednosti za induktivitet prepletenog vodiča koji iznosi 0,9287 [mH/km].

Tablica 5.4. Prikaz vrijednosti prilika na vodu prepletenog vodiča s tri vodiča u snopu

Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,84879 +j3,513426	67,01892 +j5,270139	68,189051 +j7,026851	69,359181 +j8,783564	70,529311 +j10,540277
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289256 +j13,134601	51,933884 +j14,701902	52,578512 +j16,269202	53,223140 +j17,836502	53,867769 +j19,403802
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j3,134601	1,933884 +j4,701902	2,578512 +j6,269202	3,223140 +j7,836502	3,867769 +j9,403802

Izračun vrijednosti za induktivitet neprepletenog vodiča koji iznosi 0,9288 [mH/km].

Tablica 5.5. Prikaz vrijednosti prilika na vodu neprepletenog vodiča s tri vodiča u snopu

Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,848874 +j3,513846	67,019046 +j5,270768	68,189218 +j7,027691	69,359391 +j8,784614	70,529563 +j10,541537
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289256 +j13,134945	51,933884 +j14,702417	52,578512 +j16,269889	53,223140 +j17,837362	53,867769 +j19,404834
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j3,134945	1,933884 +j4,702417	2,578512 +j6,269889	3,223140 +j7,837362	3,867769 +j9,404834

### 3. Slučaj za četiri vodiča u snopu

Izračun vrijednosti za induktivitet prepletenog vodiča koji iznosi 0,8546 [mH/km].

Tablica 5.6. Prikaz vrijednosti prilika na vodu prepletenog vodiča s četiri vodiča u snopu

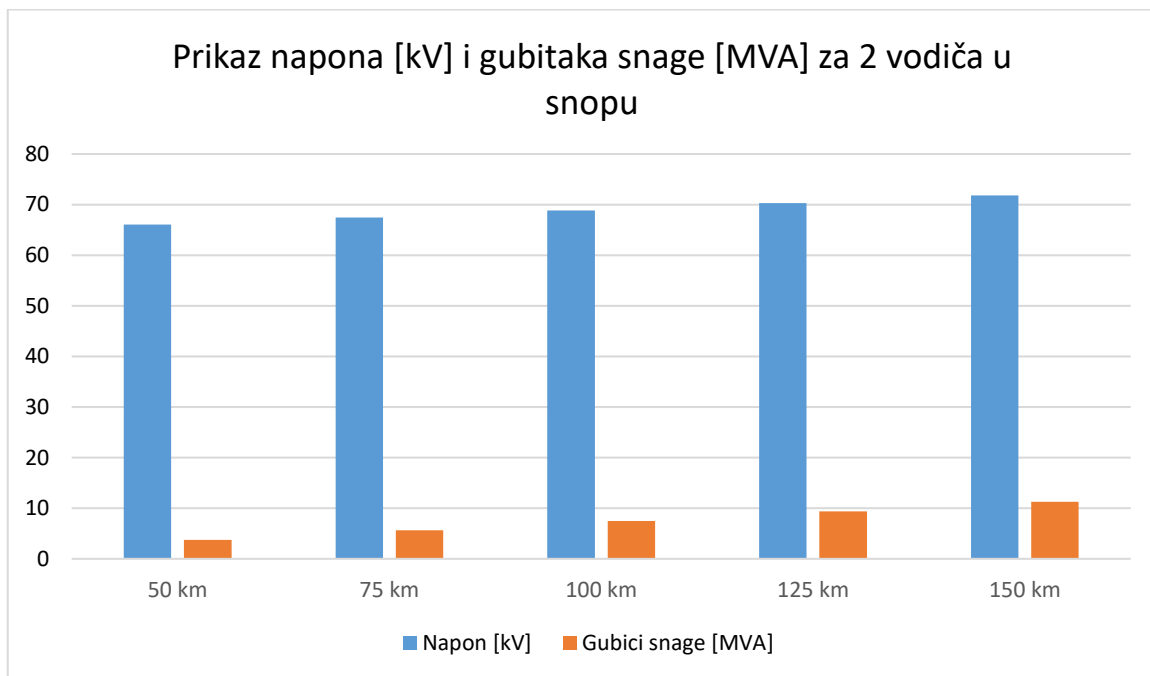
Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,787699 +j3,207968	66,927283 +j4,811952	68,066867 +j6,415936	69,206452 +j8,01992	70,346036 +j9,623904
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289257 +j12,884496	51,933884 +j14,326744	52,578512 +j15,768992	53,223140 +j17,211239	53,867769 +j18,653488
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j2,884496	1,933884 +j4,326744	2,578512 +j5,768992	3,223140 +j7,211239	3,867769 +j8,653488

Izračun vrijednosti za induktivitet neprepletenog vodiča koji iznosi 0,8547 [mH/km].

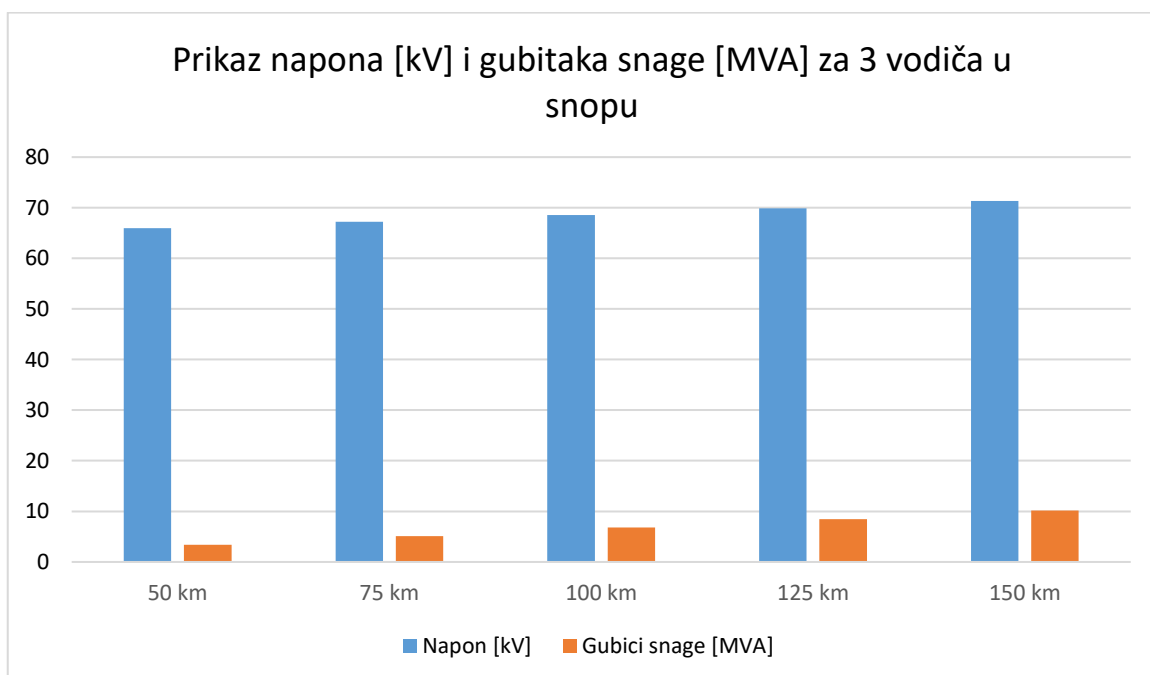
Tablica 5.7. Prikaz vrijednosti prilika na vodu neprepletenog vodiča s četiri vodiča u snopu

Duljina voda [km]	50	75	100	125	150
Uzdužna impedancija $\vec{Z}$ [ $\Omega$ ]	6 +j16,38025	9 +j24,570375	12 +j32,7605	15 +j40,950625	18 +j49,14075
Snaga na kraju voda $\vec{S}_2$ [MVA]	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10	50+j10
Struja na kraju voda $\vec{I}_2$ [kA]	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486	0,2624319 -j0,052486
Napon na kraju voda $\vec{U}_2$ [kV]	110	110	110	110	110
Fazni napon na kraju voda $\vec{V}_2$ [kV]	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529	63,508529
Početni fazni napon $\vec{V}_1$ [kV]	65,787783 +j3,208388	66,927409 +j4,812582	68,067035 +j6,416776	69,206662 +j8,020969	70,346288 +j9,625164
Snaga na početku voda $\vec{S}_1$ [MVA]	51,289257 +j12,884839	51,933884 +j14,327259	52,578512 +j15,769679	53,223140 +j17,212099	53,867769 +j18,654519
Gubici snage $\vec{S}_{gubitaka}$ [MVA]	1,289256 +j2,884839	1,933884 +j4,327259	2,578512 +j5,769679	3,223140 +j7,212099	3,867769 +j8,654519

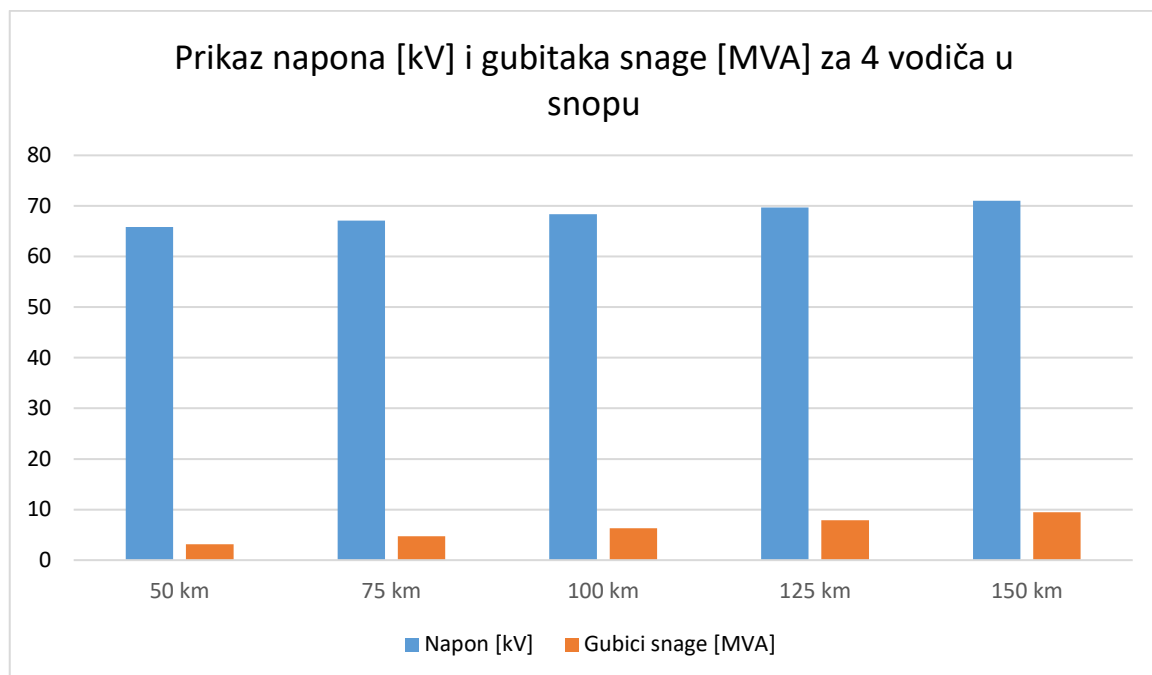
Podaci iz tablica prikazani su u grafičkom obliku radi preglednosti podataka i lakšeg uspoređivanja vrijednosti, a upotrebljavane su vrijednosti samo za prepletene vodove. Slike 5.7., 5.8., i 5.9. prikazuju odnos napona i snage za različite duljine vodova u slučajevima gdje su 2, 3 i 4 vodiča u snopu.



*Slika 5.7. Prikaz napona [kV] i gubitaka snage [MVA] za 2 vodiča u snopu*

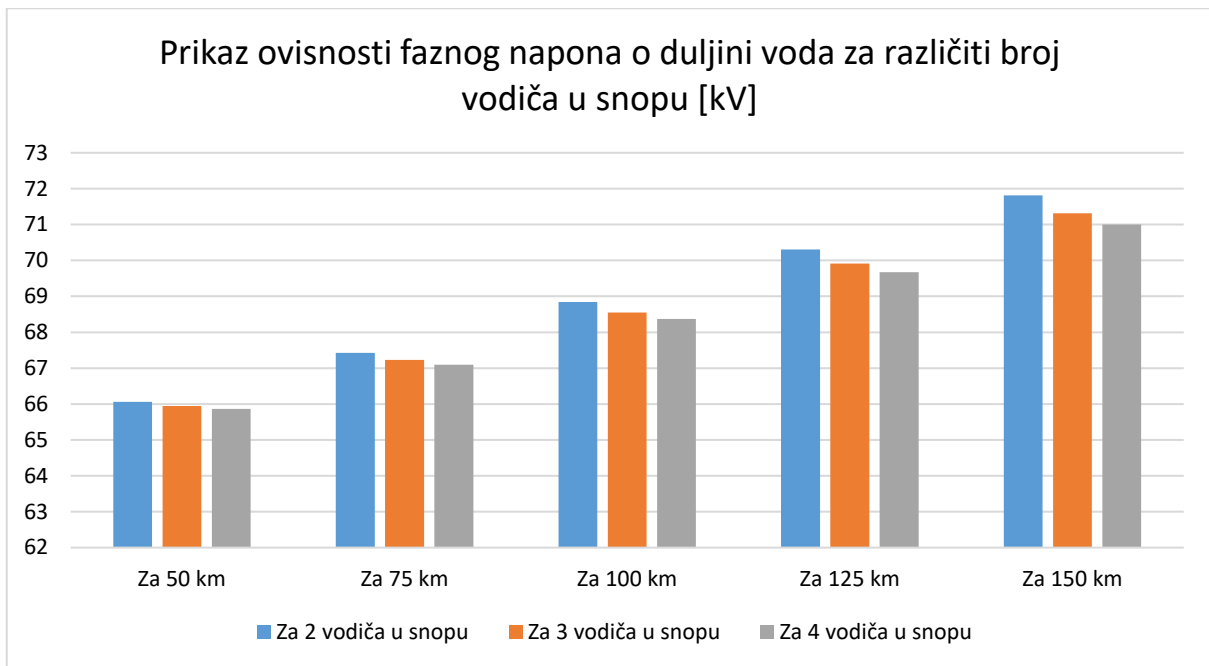


*Slika 5.8. Prikaz napona [kV] i gubitaka snage [MVA] za 3 vodiča u snopu*



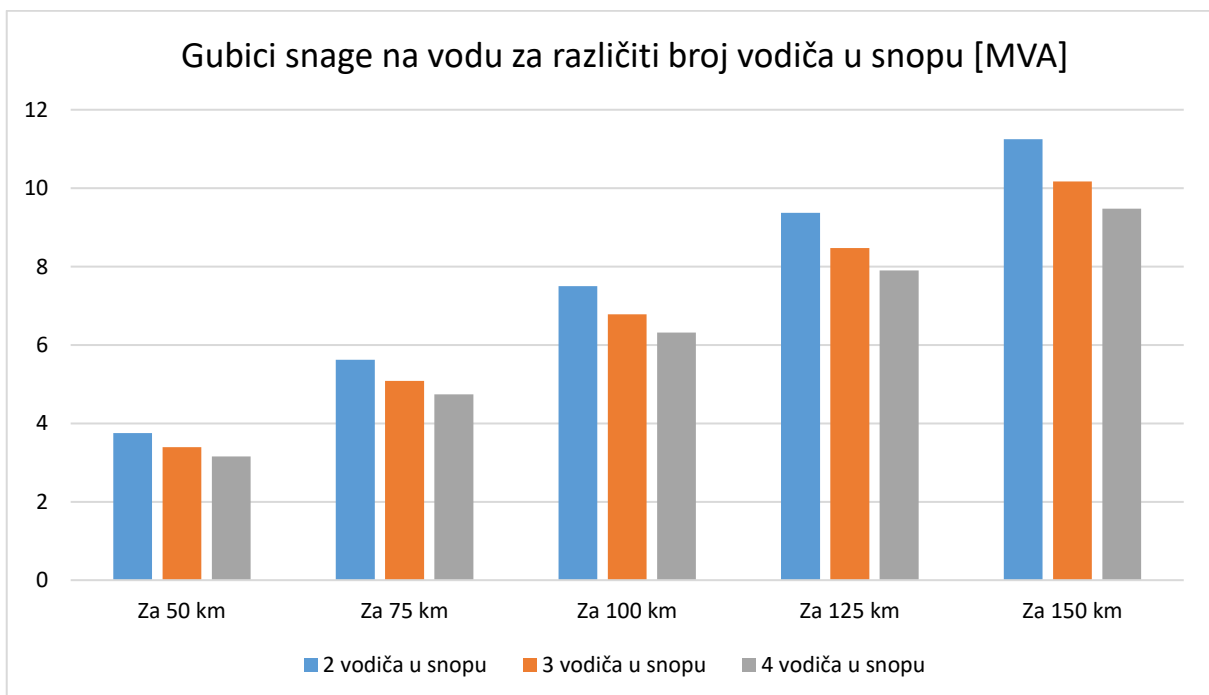
*Slika 5.9. Prikaz napona [kV] i gubitaka snage [MVA] za 4 vodiča u snopu*

Promatrajući slike (5.7.,5.8. 5.9.) vidljivo je da su u sva tri slučaja i napon i gubici snage veći što je vod duži. Isto tako se može primijetiti da su za različite duljine vodova najveći naponi i najveći gubici snage kod 2 vodiča u snopu, a najmanji kod 4 vodiča u snopu. Lako je zaključiti kako s porastom duljine vodova linearno rastu napon i gubici snage, odnosno što je vod duži to su napon i gubici snage veći.



*Slika 5.10. Prikaz ovisnosti faznog napona o duljini voda za različiti broj vodiča u snopu*

Promatrajući vrijednosti na slici 5.10. vidljivo je da je fazni napon u sva tri slučaja (2, 3 i 4 vodiča u snopu) veći što je vod duži, ali je s povećanjem duljine voda veća i razlika između napona za 2, 3 i 4 vodiča u snopu.



*Slika 5.11. Prikaz gubitaka snage na vodu za različiti broj vodiča u snopu*

Objašnjenje slike 5.11. je isto kao i objašnjenje slike 5.10. samo što se ovdje radi o gubicima snage na vodu, odnosno gubici snage linearno rastu s povećanjem duljine voda, a isto tako raste i razlika između gubitaka snage za slučaj 2, 3 i 4 vodiča u snopu.

Promatranje utjecaja različitih induktiviteta u uzdužnoj grani približnog  $\pi$  – modela dovodi do bitnih promjena u impedanciji. Impedancija ne ovisi samo o induktivitetu već i o jediničnom otporu, te duljini voda. Duljina voda isto ima veliki utjecaj na izračunate vrijednosti. Što su jedinični induktivitet i duljina voda veći to je veća impedancija u uzdužnoj grani. Veća impedancija rezultira većim naponom na početku voda pa tako i većom strujom na početku voda. Veći napon i struja daju veću ulaznu snagu. Kada je riječ o snazi, jedinični induktivitet ne utječe na djelatnu komponentu već na jalovu, odnosno reaktivnu komponentu snage na nadzemnom vodu. Prema vrijednostima iz tablica i grafova lako se može zaključiti da su na većoj duljini voda veći naponi i gubici snage kod 2, 3 i 4 vodiča u snopu. Što je vod dulji to je veća i razlika između napona za slučaj 2, 3 i 4 vodiča u snopu. To isto vrijedi i za gubitke snage. Usporedbom napona i gubitaka snage kod sva tri slučaja (2, 3 i 4 vodiča u snopu), najveći naponi i gubici snage su kod 2, a najmanji kod 4 vodiča u snopu.

## 6. ZAKLJUČAK

Prijenos energije ostvaruje se preko elektroenergetskih nadzemnih vodova, čije su karakteristične veličine objašnjene u radu. Jedna od karakterističnih veličina je ujedno i glavna tema završnog rada, a to je induktivitet nadzemnih elektroenergetskih vodova. Poblize je objašnjena i ovisnost induktiviteta o položaju vodiča na stupu, te na koji način utječe na stvaranje gubitaka na vodu. Za proračun induktiviteta upotrijebljena je metoda srednjih geometrijskih udaljenosti (SGU) koja je uvelike pojednostavila izračun vrijednosti induktiviteta po fazi. Induktivitet ovisi o puno faktora kao što su broj vodiča u snopu, broj užadi u vodiču, vlastita reducirana udaljenost, udaljenost vodiča od samog sebe, ali najviše ovisi o srednjoj geometrijskoj udaljenosti između vodiča. Međusobne udaljenosti između vodiča imaju najveći utjecaj na krajnju vrijednost induktiviteta. Dobivene su vrijednosti induktiviteta prepletenih i neprepletenih vodova za različiti broj vodiča u snopu. Vidljivo je da su vrijednosti za neprepleteni vod veće od vrijednosti prepletenog voda. Neprepleteni vod se smatra nesimetričnim pa se induktivitet na njemu računa za svaki vodič posebno gdje se gleda udaljenost vodiča te faze od preostala 2 vodiča, te se ukupni induktivitet računa kao aritmetička sredina sve 3 faze. Kod prepletenog je voda nešto jednostavniji izračun gdje se međusobna udaljenost između vodiča računa uključujući sve tri vrijednosti odjednom. Promatranje utjecaja različitih induktiviteta u uzdužnoj grani približnog  $\pi$  – modela dovodi do bitnih promjena u impedanciji. Impedancija ne ovisi samo o induktivitetu već i o jediničnom otporu, te duljini voda. Duljina voda isto ima veliki utjecaj na izračunate vrijednosti. Što su jedinični induktivitet i duljina voda veći to je veća impedancija u uzdužnoj grani. Veća impedancija rezultira većim naponom na početku voda pa tako i većom strujom na početku voda. Veći napon i struja daju veću ulaznu snagu. Kada je riječ o snazi, jedinični induktivitet ne utječe na djelatnu komponentu već na jalovu, odnosno reaktivnu komponentu snage na nadzemnom vodu. Prema vrijednostima iz tablica i grafova lako se može zaključiti da su na većoj duljini voda veći naponi i gubici snage kod 2, 3 i 4 vodiča u snopu. Što je vod duži to je veća i razlika između napona za slučaj 2, 3 i 4 vodiča u snopu. To isto vrijedi i za gubitke snage. Usporedbom napona i gubitaka snage kod sva tri slučaja (2, 3 i 4 vodiča u snopu), najveći naponi i gubici snage su kod 2, a najmanji kod 4 vodiča u snopu.



## LITERATURA

[1] Predavanja „Električne energetske mreže“, Mr.sc. Marijana Živić Đurović, v. pred. Tehnički fakultet u Rijeci

[2] Sveučilište u Zagrebu: FER „Prijenos i razdjela električne energije“ s Interneta  
[https://www.fer.unizg.hr/download/repository/PRIJENOS\\_I\\_RAZDJELA\\_ELEKTRICNE\\_ENERGIJE.pdf](https://www.fer.unizg.hr/download/repository/PRIJENOS_I_RAZDJELA_ELEKTRICNE_ENERGIJE.pdf)

Pristupljeno: 15.5.2022.

[3] M. Ožegović, K. Ožegović, Električne energetske mreže I, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Split, 1996.

[4] M., Ožegović, K., Ožegović, Električne energetske mreže II, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Split, Split, 1997

[5] [https://bs.wikipedia.org/wiki/Pravilo\\_desne\\_ruke](https://bs.wikipedia.org/wiki/Pravilo_desne_ruke)

## SAŽETAK

U završnom radu opisani su karakteristični parametri elektroenergetskih nadzemnih vodova te je opisan induktivitet nadzemnih elektroenergetskih vodova te njegova zavisnost o ostalim parametrima. Definirana je metoda srednjih geometrijskih vrijednosti (SGU-metoda) koja je upotrijebljena u izračunu. Također je prikazan približni  $\pi$ -model elektroenergetskog nadzemnog voda koji se koristio kako bi se odredili gubici snage na nadzemnom vodu. Gubici snage na elektroenergetskom nadzemnom vodu izračunati su za induktivitete vodiča za više slučajeva vodiča u snopu i određene duljine elektroenergetskih vodova

**Ključne riječi: : elektroenergetski nadzemni vodovi, parametri elektroenergetskih nadzemnih vodova, induktivitet elektroenergetski nadzemnih vodova, metoda srednjih geometrijskih udaljenosti (SGU), približni  $\pi$ -model nadomjesnih elektroenergetskih nadzemnih vodova, gubici snage za različite duljine nadzemnih vodova**

## SUMMARY

The final work describes the characteristic parameters of overhead power lines and describes the inductance of overhead power lines and its dependence on other parameters. The method of geometric mean values (SGU-method) was defined and used in the calculation. An approximate  $\pi$ -model of the overhead power line used to determine power losses on the overhead line is also presented. Power losses on the overhead power line are calculated for the inductance of the conductor for several cases of the conductor in the bundle and certain lengths of the power line

**Keywords: overhead power lines, parameters of overhead power lines, inductance of overhead power lines, method of geometric mean distance (GMD), approximate  $\pi$ -model equivalent overhead power lines, losses for different lengths of overhead power lines.**