

# ANALIZA ČVRSTOĆE OKVIRA MOTOCIKLA POMOĆU METODE KONAČNIH ELEMENATA

---

**Gašparić, Leonardo**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:145556>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-20**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**ANALIZA ČVRSTOĆE OKVIRA MOTOCIKLA POMOĆU  
METODE KONAČNIH ELEMENATA**

Mentor: Prof. Dr. Sc. Marko Čanađija

Rijeka, rujan 2022.

Leonardo Gašparić

0069083783

**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**TEHNIČKI FAKULTET**

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

**IZJAVA**

Prema članku 11. Pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku preddiplomskih sveučilišnih studija, izjavljujem da sam samostalno, uz vodstvo mentora prof. Dr. sc. Marka Čanađije, izradio zadatak pod nazivom „Analiza čvrstoće okvira motocikla pomoću metode konačnih elemenata“.

Rijeka, rujan 2022.

Leonardo Gašparić

## SAŽETAK

Tema završnog rada koja se obrađuje jest „Analiza čvrstoće okvira motocikla pomoću metode konačnih elemenata“ gdje će se provesti statička analiza čvrstoće i krutosti okvira motocikla pod opterećenjima koja nastaju tokom korištenja samog motocikla poput statičkog opterećenja u uspravnom položaju i opterećenja koje se javlja tokom kočenja.

Za dobivanje rezultata korišten je računalni programski paket *Simcenter FEMAP* u koji unosimo geometriju izrađenu u 3D CAD programima *Solidworks* i *Inventor*.

Geometrija okvira će biti umrežena jedno dimenzijskim konačnim elementima veličine koji daju dobre rezultate analize.

Model je analiziran više puta u svrhu detaljnijeg uvida u pomake i naprezanja koja se javljaju u pojedinim slučajevima te elaboriranje mogućih nedostataka i solucija za iste.

Ključne riječi: metoda konačnih elemenata, analiza, okvir, motocikl, naprezanje, pomaci

## SUMMARY

The topic of the thesis is " Finite element structural analysis of motorcycle frame" where a static analysis of the strength and stiffness of the motorcycle frame will be carried out under the loads that arise during the use of the motorcycle itself such as static load occurring during upright position aswell as loads present during hard braking.

To obtain the results, the computer software package *Simcenter FEMAP* was used, in which we enter the geometry created in the 3D CAD programs Solidworks and Inventor.

The geometry of the frame will be meshed using one dimensional finite elements of size which gives best results.

The model was analyzed several times in order to have a detailed insight to translations and stresses that arise in particular cases alongside discussing potential problems and weaknesses as well as finding a solution how to fix them.

Keywords: finite element method, analysis, frame, motorcycle, stress, translation

# SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	
POPIS TABLICA.....	
1. Uvod.....	1
2. Motocikli.....	2
2.1. Povijest motocikala.....	2
2.2. Motocikli danas .....	4
2.3. Okvir motocikla.....	5
2.3.1. Kičmeni okvir (backbone).....	6
2.3.2. Trellis okvir.....	7
2.3.3. Okvir kolijevka (cradle) .....	8
2.3.4. Monokok okvir (monocoque).....	9
2.3.5. Twin – spar okvir .....	10
3. Metoda konačnih elemenata.....	11
3.1. Povijest metode konačnih elemenata.....	12
3.2. Vrste konačnih elemenata.....	13
3.2.1. Jedno dimenzijski konačni elementi .....	13
3.2.2. Dvodimenzionalni konačni elementi.....	16
3.2.3. Trodimenzionalni konačni elementi.....	17
4. Analiza konstrukcije.....	18
4.1. Model konstrukcije.....	18
4.2. Izrada okvira u programu FEMAP .....	19
4.3. Odabir materijala i konačnih elemenata .....	20
4.4. Određivanje rubnih uvjeta .....	23
4.5. Definiranje opterećenja analiza .....	24
4.5.1. Opterećenja pri prvoj analizi.....	24
4.5.2. Opterećenja pri drugoj analizi.....	26
4.6. Diskretizacija mreže .....	28
5. Rezultati analize .....	30
5.1. Rezultati prve analize .....	30
5.1.1. Najveći pomaci.....	30
5.1.2. Maksimalna i minimalna kombinirana naprezanja .....	31
5.2. Rezultati druge analize .....	33
5.2.1. Najveći pomaci.....	33

5.2.2. Maksimalna i minimalna kombinirana naprezanja .....	34
Zaključak.....	38
Literatura .....	39

## POPIS SLIKA

Slika 1. "Hobby Horse", 1817.[1] .....	2
Slika 2. "Roper parni motocikl", 1869.[3].....	3
Slika 3. Daimler Reitwagen, 1885.[4].....	4
Slika 4. Motocikl današnjice, Yamaha R1M [5].....	5
Slika 5. "Kičmeni" okvir [7] .....	7
Slika 6. KTM Duke 690 [8] .....	8
Slika 7. Honda CRF250R [9] .....	9
Slika 8. Ducati SLV4 [10].....	10
Slika 9. Twin-spar okvir [5] .....	11
Slika 10. Jedno dimenzijski štapni element .....	14
Slika 11. Osnovni dvodimenzionalni konačni elementi [14].....	16
Slika 12. Primjer trodimenzionalnih konačnih elemenata [15].....	17
Slika 13. Dimenzije okvira Honde CB750 K1 [9] .....	18
Slika 14. Alati za izradu geometrije u programu FEMAP .....	19
Slika 15. "Žičani" model okvira motocikla .....	20
Slika 16. Odabir materijala konačnih elemenata.....	21
Slika 17. Cijevni elemnti od 1 cola .....	22
Slika 18. Cijevni element "headset" .....	22
Slika 19. Definiranje prednjih oslonaca .....	23
Slika 20. Definiranje zadnjih oslonaca.....	24
Slika 21. Okvir za definiram osloncima i opterećenjima .....	25
Slika 22. Deceleracija pri kočenju iskusnih vozača [17] .....	26
Slika 23. Prikaz svih sila i oslonaca na okvir .....	28
Slika 24. Umrežen okvir motocikla spreman za prvu analizu.....	29
Slika 25. Najveće translacije .....	30
Slika 26. Najveća kombinirana naprezanja .....	31
Slika 27. Minimalna kombinirana naprezanja.....	32
Slika 28. Najveće deformacije pri kočenju .....	33
Slika 29. Naprezanja cijelog okvira pri kočenju .....	34
Slika 30. Najveća kombinirana naprezanja u elementima prilikom kočenja .....	35
Slika 31. Najveća kombinirana naprezanja u pojedinom elementu .....	35
Slika 32. Minimalna kombinirana naprezanja.....	36
Slika 33. Minimalna kombinirana naprezanja po elementima.....	36

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Primjena MKE u raznim područjima .....	13
Tablica 2. Opterećenja koja djeluju na okvir .....	25
Tablica 3. Podaci kreirane mreže .....	29
Tablica 4. Najveće deformacije.....	31
Tablica 5. Maksimalna kombinirana naprezanja u elementima.....	33
Tablica 6. Minimalna kombinirana naprezanja u elementima .....	33



Tablica 7. Najveći pomaci okvira pri kočenju .....	34
Tablica 8. Maksimalna kombinirana naprezanja.....	37
Tablica 9. Minimalna kombinirana naprezanja u elementima .....	37

# 1. Uvod

Većina vozila koja se koriste danas imaju ugrađen ovjes koji služi za umanjivanje udaraca i smanjivanje opterećenja uzrokovanih neravninama podloga kojima se vozila kreću. Ovjes je najčešće sastavljen od dvaju elementa, opruge koje dolaze u raznim izvedbama kao obične čelične opruge ili zračni jastuci i prigušivača ili takozvanog amortizera koji prigušuje vibracije nastale tokom vožnje. Unatoč tome, ovjes nije jedina komponenta vozila koja prigušuje vibracije i udarce. Svaki dio vozila pod utjecajem određenih opterećenja sudjeluje u prigušenju sila svojom deformacijom koliko god one bile malene i neznčajne. Kod motocikla vrlo značajan dio koji pridonosi prigušenju vibracija je upravo njegov okvir.

Okvir je struktura koja povezuje sve glavne dijelove motocikla kao što su pogonski motor, prednji i zadnji ovjes, spremnik za gorivo, sjedište vozača i ostalo. Okvir daje čvrstoću i krutost motociklu koji djelomično definira osobinu samog motocikla poput okretnosti, upravljivosti i mogućnosti za većim prijanjanjem za podlogu. Motocikl tokom mijenjanja smjera poput skretanja u zavoju prestaje biti uspravan i naginje se sami motocikl. Kako motocikl više nije u uspravnom stanju tako i njegov ovjes više ne prigušuje udarce u smjeru za koji je dizajniran i postaje više sličan krutom tijelu. U tom slučaju jedino što omogućava amortizaciju jesu deformacije dijelova od kojih većinski tome pridonosi okvir. Ovo je razlog zašto okvir motocikla mora imati veliku čvrstoću kako bi mogao podnijeti sva opterećenja, a također i određenu elastičnost i fleksibilnost kako bih prigušio same udarce i pridonio pri većem prijanjanju i kontroli samog motocikla.

Cjelokupni rad podijeljen je u pet poglavlja od kojih drugo poglavlje ovog rada obuhvaća povijest i nastanak samih motocikala kako su napredovali i razvijani u nešto što nam je danas neophodno u svakidašnjem prijevozu ili ponekom užitku. Također su pojašnjene i vrste motociklističkih okvira kojima se mnogi koriste ili su se koristili u prošlosti. Trećim poglavljem će se pojasniti metoda konačnih elemenata, čime se bavi i kako je neophodna za današnje inženjerstvo. Priprema konstrukcije za analizu u programu FEMAP bit će objašnjena u četvrtom poglavljju dok će se rezultati analize i poboljšanja izvedbe okvira objasniti u posljednjem i petom poglavljju.

## 2. Motocikli

### 2.1. Povijest motocikala

Povijest motocikala može se usko povezati i samom povijesti bicikala. Prvi bicikli koji su vidjeli svjetlo dana datiraju u početak i sredinu 19. stoljeća. Karl Freiherr von Drais bio je njemački službenik njihovih šuma kao i izumitelj koji je predstavio prvi bicikl koji je bio predstavljen kao zamjena za konje. Sam bicikl nije imao pedale već se kretao tako što se vozač odgurivao vlastitim nogama. Koncept ovog bicikla nije oduševio javnost svojim čvrstim okvirom i cestama koje su bile daleko od idealnog te je ubrzo otišao u zaborav.



*Slika 1. "Hobby Horse", 1817.[1]*

Godinama se ovaj dizajn unaprjeđivao pa su do 1870. godina dodane pedale na prednjem kotaču kako bi se postigle bolje brzine i stabilnost. Otprilike 3 godine ranije, 1867. je Sylvester Howard Rope izumio prvi motocikl pokretan dva cilindričnim parnim motorom[2]. Bio je napravljen od željeznog okvira pričvršćenog na dva drvena kotača koji su imali željezne obruče kao podlogu na kojoj su vozili dok je samo sjedalo na kojem je vozač sjedio ujedno služilo kao spremnik za vodu koja bi zatim bila pretvorena u paru i pokretala sam motocikl. Nakon više godina unapređenja motocikl je mogao postići brzine od 64 km/h što je bilo skoro nestvarno za to doba.



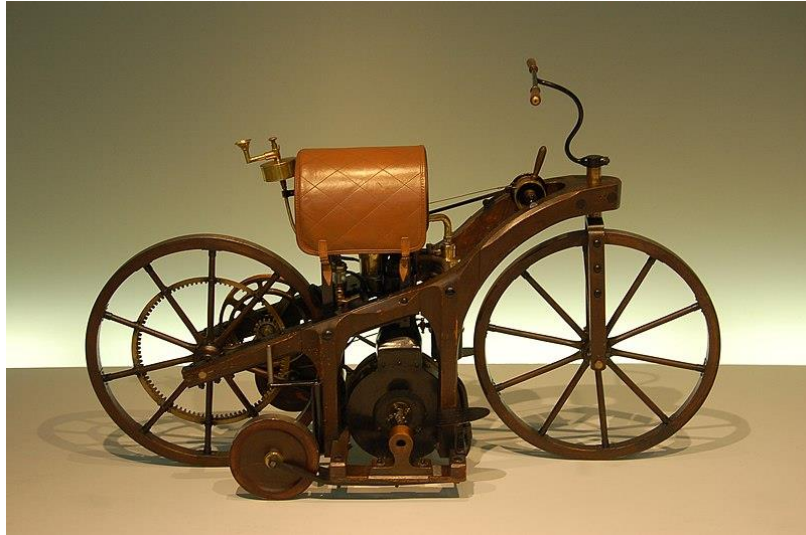
Slika 2. "Roper parni motocikl", 1869.[3]

Obzirom da mnogi definiraju motocikl kao vozilo pokretano motorom na unutarnje izgaranje ovo zapravo i nije bio prvi motocikl u povijesti. Za to su se 1885. godine pobrinuli njemački izumitelji Gottlieb Daimler i Wilhelm Maybach kada su napravili prvi motocikl pokretan motorom na unutarnje izgaranje[2]. Motor je bio četverotaktni i sastojao se od jednog cilindra zapremnine  $264 \text{ cm}^3$  i snage  $0.37 \text{ kW}$ , a montiran je bio u središte drvenog okvira. Ono što je također činilo ovaj motocikl drugačijim od drugih bicikala i sličnih vozila je bilo to što je imao jedan kotač sa obje strane motocikla kako bi sam motocikl bio stabilniji.

Problem stabilnosti ovog motocikla dolazi od činjenice da je prednja vilica koja povezuje prednji kotač i volan postavljena u potpunosti vertikalno. Ovo daje prednost obzirom da je motocikl lakše i oštrije skretao pri niskim brzinama, ali imao problema kod većih brzina.

Kada je prednja vilica motocikla ili bicikla postavljena pod kut koji nije  $90^\circ$  vozilo će pri većim brzinama dobiti uvelike na stabilnosti iz razloga što će se sama vilica uvijek htjeti izravnati u smjeru kretanja. Ovo naravno otežava i samo zakretanja volana, ali to nije ni važno zato što pri većim brzinama mali pomaci vilice i kotača rezultiraju velikim skretanjem.

Jednocilindrični motor na ovom motociklu je snagu prenosio na zadnji kotač putem remena koji je imao napinjač kojim je upravljao vozač kako bi zategnuo ili otegnuo remen i time prenosio snagu ili ne. Ovakav sustav prenošenja snage je sličan nekim današnjim sustavima uz naravno tehnološki napredak koji je olakšao i uvelike poboljšao prvotni sustav prijenosa snage.



*Slika 3. Daimler Reitwagen, 1885.[4]*

Ubrzo nakon shvatilo se da bi motocikli mogli imati veliku ulogu u životu ljudi i sve više se ulagalo u njihovo poboljšanje. Prvu veliku upotrebu motocikli su vidjeli tokom prvog svjetskog rata kada su se koristili za brzi prijevoz ljudi, a posebno poruka između baza[2]. Motociklima su se dodavale bočne prikolice koje su služile za brzi prijevoz drugih osoba, a posebno ranjenih sa bojišnice ili sa ugrađenim vatrenim oružjem natrag na bojišnicu. Američka vojska je tokom rata koristila na desetke tisuća vojnih motocikala koje su primarno proizvodile tvrtke poput Indiana i Harley-Davidsona.

Povodom ovih, a posebice i doprinosa koje su pridonijeli motocikli i u drugom svjetskom ratu motocikl je u potpunosti bio usvojen u javnost i njihovo tržište izvan vojne industrije je procvjetalo. Nicale su tvrtke poput BMW-a i Moto Guzzi-a u Europi, a zatim Suzuki, Yamaha i Honda u Japanu što je dovelo do ogromnog razvoja i poboljšanja motocikala.

## 2.2. Motocikli danas

Motocikl današnjice je prijevozno sredstvo koje veličina ljudi danas koristi kao hobi, neku vrstu odmora od svakodnevnice ili već zbog lakoće i brzine transporta koji nudi. Motocikl je okarakteriziran kao vozilo koje ima velik omjer snage i težine što ga čini odličnim za korištenje zemljama u razvoju za prijevoz stvari bez velikog utroška goriva ili početnih cijena ulaganja

kao i dugoročnog korištenja i servisiranja istog. Sigurnost vožnje motocikla je malena dok su posljedice od pada ili nesreće velike što ga čini poprilično odbojnim za velik broj ljudi.



*Slika 4. Motocikl današnjice, Yamaha R1M [5]*

### 2.3. Okvir motocikla

Motocikli su vrlo složena vozila kojima svaki dio koji čini cjelinu podjednako djeluje i na upravljivost cijelog motocikla. Situacije u kojima vozač nije zadovoljan upravljivošću motocikla ili njegovim prianjanjem za podlogu može s lakoćom riješiti na način da se na motociklu promjeni stari komplet za novi svježih guma čime će u većini situacija upravljivost ili prianjanje biti bolje ili veće. Podjednako uz nešto veći ulog novaca može se ugraditi novi ovjes na motocikl čime se karakteristike motocikla ponovno mogu unaprijediti i optimizirati za vozačeve potrebe. No, postoji jedna vrlo bitna stavka na motoru koja se ne može promijeniti, a da se ne izmjeni sami motocikl, a to je okvir motocikla. Napravljen specifično za svaki model motocikla, terena na kojem će voziti ili svrhu za koju će biti korišten. Pravilno zamišljen, iskonstruiran, testiran i napravljen okvir jedna je od najvažnijih stavki na svakom motociklu jer je upravo okvir temelj upravljivosti svakog motocikla koji ne može biti promijenjen.

Pri korištenju motocikla okvir je jedna od stvari na koju se iziskuju najveći stresovi tokom vožnje. Svaka nepravilnost podloge po kojoj motocikl vozi stotinama ili tisućama kilometara

biti će djelomično prigušena samim okvirom. Ovo je razlog iz kojeg proizlazi potreba za visokom čvrstoćom i krutosti okvira kako ne bi došlo do lomova u područjima velikog stresa koja su pod stalnim utjecajem promjenjivih opterećenja. Lomovi nisu jedini problem kojim se zahtjeva povećana čvrstoća i krutost okvira. Kroz povijest motocikli su postajali sve brži i brži tako da su zahtjevi za većom stabilnošću samog motocikla postali sve veći i veći. Njegova opiranja torzijskim deformacijama pri nagnjanju ili pod utjecajem motora koji ga pokreće su ono što mu daje njegovu povećanu stabilnost. Godinama se smatralo kako su maksimalna čvrstoća i krutost cilj dobre stabilnosti i čvrstog prijanjanja. Kako je razvoj tehnologije približio detaljan uvid u vibracije generirane silama tokom ubrzavanja, kočenja ili skretanja inženjeri su shvatili da prekomjerna krutost okvira konstruktivno djeluje na iste. Današnji trkaći motocikli se u zavojima nagnju i preko 60° što rezultira smanjenim učinkom samog ovjesa motocikla koji postaje sličan krutom tijelu. Stoga je jedino elastična deformacija okvira ono što pri visokobrzinskom skretanju u zavoju, velikom stupnju nagnjanja i prelasku preko ravnina daje njegovu stabilnost i ne manjak gubitka prijanjanja za podlogom[6].

Postoje mnogi tipovi i modeli okvira motocikla od kojih će oni najvažniji i uvelike usvojeni biti objašnjeni u sljedećim pod poglavljima.

### 2.3.1. Kičmeni okvir (backbone)

Smatran jednim od jednostavnijih okvira kojima se služe motocikli, vrlo jednostavno povezuje grlo u kojem se rotiraju vilice zatim iznad samog motora koji ga pokreće do podokvira na kojem se nalazi vozačevo sjedalo i sve do spoja u kojem se rotira stražnja vilica motocikla, a koja se spaja na sam okvir.

Ovaj dizajn okvira vrlo je popularan na jeftinijim i slabijim motociklima zbog svoje slabije čvrstoće i krutosti. Također vrlo je jeftin za izradu koja je najčešće napravljena od neke vrste čelika.



*Slika 5. "Kičmeni" okvir [7]*

### 2.3.2. Trellis okvir

Trellis u određenom smislu riječi znači „mreža“. Kao što ime sugerira Trellis okviri napravljeni su od mreže čeličnih, aluminijskih ili čak titanijskih cijevi spojenih u neku vrstu trokuta. Sam okvir djelomično okružuje motor s gornje strane gdje ga i povezuje. Ova vrsta okvira odlična je za proizvodnju obzirom da su nisu potrebni neki dodatni i specijalni alati te su male mase i odlične čvrstoće što ih čini vrlo pogodnima za većinu motocikala na tržištu. Jedne od najpoznatijih tvrtki koje su koristile ovu vrstu okvira su KTM i Ducati, a iste te ih dan danas koriste na svojim motorima. Mogućnost za većom elastičnom deformacijom odlično je svojstvo za motore van cestovne upotrebe kao za enduro i motocross. Naime u ovoj vrsti motociklizma dolazi do većih udarnih opterećenja uslijed prelaska preko raznih rupa te skakanja motociklom više metara u zrak i slijetanja na podlogu.





*Slika 6. KTM Duke 690 [8]*

### 2.3.3. Okvir kolijevka (cradle)

Naziv ove vrste okvira u potpunosti objašnjava i način na koji se podupire motor. Naime, postoje dvije vrste ovakvih okvira, a to su jednostruka ili dvostruka kolijevka kod koje jednostruka ima samo jedan dužni element koji podupire i nosi motor dok dvostruka kolijevka ima dva dužna elementa koji podupiru motor odozdo. Kolijevka je jedna od najstarije korištenih okvira radi svoje jednostavnosti i jeftine proizvodnje. Stabilnost jednostruke kolijevke je dobra kod motora koji nemaju preveliku snagu i težinu, ali ovom tipu okvira nedostaje čvrstoće i krutosti pogotovo kada je izložen situacijama gdje je motor pod velikim brzinama i velikim stupnjevima naginjanja u kojima dolazi do nestabilnosti, savijanja samog okvira i nepouzdanosti vozača u sami motor.

Evolucija jednostruke kolijevke dolazi u obliku dvostruke kolijevke kod koje su čvrstoća i krutost okvira mnogo veće. Naravno da time dolazi do veće težine i većih troškova proizvodnje, ali ovi nedostaci su zanemarivi obzirom na poboljšanja koja nosi dvostruka kolijevka.

Okviri ovoga oblika najčešće su izrađeni od aluminija ili čelika i izrađeni su od cijevnih elemenata.



*Slika 7. Honda CRF250R [9]*

#### 2.3.4. Monokok okvir (monocoque)

Monokok je naziv i vrsta strukture uvezena iz svijeta automobila gdje je primarno korišten u trkaćim i egzotičnim automobilima velike snage i brzine. Ideja je da imate veliku šuplju kutiju sa svim dijelovima vozila unutar nje. To zapravo ne funkcionira na isti način za motocikle. U pravoj monokok šasiji, sve sile prenose se kroz vanjsku školjku okvira, a sve komponente ovjesa pričvršćene su izravno na njega. Kod monokok šasija mnogo dijelova motocikla poput kutije za usis zraka u kojoj se nalazi filter za zrak, dijelova ožičenja i drugo stavljeno je upravo unutar tog šupljeg okvira. Ducati je tvrtka koja na nekim od svojih motocikala koristi takozvani monokok okvir iako to nije njegova ispravna definicija. Naime Ducati za dio svojeg okvira koristi upravo motor koji ga pokreće kao nosivu šasiju na koju se priključuju svi ostali dijelovi kao i zadnja vilica motocikla. Ovime se stavlja dodatni stres na kućište samog motora, ali kada je pravilno dizajniran, svojstva poput krutosti, čvrstoće i malena masa okvira ogromni su faktori u poboljšanju karakteristike motocikla. Okviri ove vrste koriste se u nekolicini modela motocikala najviših performansi, ali troškovi i složenost proizvodnje istih je mnogostruko veća.

Materijali koji se mogu koristiti u njihovoj izradi su čelik i aluminij, ali obzirom da se koriste u modelima motocikala najviših performansi i cijene koriste se i skuplji materijali poput magnezija ili kompozitnih materijala.



*Slika 8. Ducati SLV4 [10]*

### 2.3.5. Twin – spar okvir

Twin-spar okvir je vjerojatno najkorištenija vrsta okvira kod današnjih sportskih motocikala. Drugi naziv je „perimeter“ okvir ili obodni/opsežni okvir. Naziv je dobio prema obliku okvira koji se sastoji od dva velika gredna elementa koji okružuju motor i spajaju nosač prednje vilice što kraćom udaljenošću do spoja zadnje vilice motocikla. Kako bi težina ovog okvira bila što manja skoro svi koriste aluminijem kao materijalom izrade ili u nekim slučajevima i kompozitnim materijalima. Twin-spar okvir daje ogromnu čvrstoću i krutost i stoga je idealan za motocikle sa snažnim motorima.

Velik otvor s gornje strane okvira pruža odličnu mogućnost za brzim i lakim servisiranjem motora dok nedostatak potpornih cijevi ispod motora pruža velik iskoristivi prostor za ispušne cijevi i dijelove hlađenja motora.



*Slika 9. Twin-spar okvir [5]*

### 3. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička tehnika koja se koristi za dobivanje aproksimacije rješenja problema koji uključuje rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi rubnim uvjetima uz dijeljenje same domene na konačan broj elemenata nekog tijela. Metoda se koristi za simulaciju zadanog problema usvajanjem tehnike numeričke analize. Kako bi računala aproksimativno riješila ove parcijalne diferencijalne jednačbe, razvijena je jedna od najčešće korištenih numeričkih tehnika poznata kao metoda konačnih elemenata[11].

Matematika je neophodna tehnika za razumijevanje bilo kojeg problema kako bi ustanovili naprezanja, deformacije i pomake bilo koje strukture, a one se opisuju pomoću parcijalnih diferencijala jednačbi[11].

Raznim softverima kao što su NASTRAN, ANSYS, FEMAP analize različitih inženjerskih problema mogu se riješiti s lakoćom u vrlo malo vremena što je u nekim slučajevima nekad bilo i nemoguće. Ova tehnika uvelike je usvojena u inženjerstvu kako bi se smanjio broj fizičkih primjera i eksperimenata, a konstruiranje novih komponenata s boljim mogućnostima skratili na vremenski minimum.

### 3.1. Povijest metode konačnih elemenata

Koncept geometrijske podjele datira iz Arhimedovog vremena, koji je za izračunavanje površine nepravilnog oblika, podijelio cijeli oblik na jednake trokute te četverokute čije se površine mogu lako izračunati, a zatim zbrajanje svih površina nije predstavljalo nikakav problem. Formulirana je ideja nakon mnogo istraživanja i rezultat je doprinosa mnogih istraživača. Može se reći da je sam naziv „konačni element“ nastao nedavno uzimajući u obzir da je ovaj koncept usvojen od davnina kada su matematičari za izračunavanje i aproksimiranje opsega kruga koristili mnogokute.

Iako je teško navesti datum izuma metode konačnih elemenata, metoda je nastala iz potrebe za rješavanjem složenih problema elastičnosti i analize konstrukcija u građevinarstvu i zrakoplovstvu. Njegov razvoj može se pratiti unatrag do radova Alexandra Hrennikoffa i Richarda Couranta ranih 1940-ih. U SSSR-u se uvođenje praktične primjene metode obično povezuje s imenom Leonarda Oganesyana. Također ju je neovisno ponovno otkrio Feng Kang u Kini kasnih 1950-ih i ranih 1960-ih, na temelju proračuna konstrukcija brana, gdje je nazvana metoda konačnih razlika temeljena na principu varijacije[12]. Iako su pristupi koje koriste ovi pioniri različiti, dijele jednu bitnu karakteristiku: mrežastu diskretizaciju kontinuirane domene u skup diskretnih pod domena, obično zvanih konačnim elementima.

Metoda konačnih elemenata daljnji poticaj dobila je 1960-ih i 1970-ih godina kada je NASA sponzorirala izvornu verziju NASTRAN-a, a UC Berkeley je učinio široko dostupnim program konačnih elemenata *SAP IV*. U Norveškoj, društvo za klasifikaciju brodova Det Norske Veritas, danas DNV GL razvio je *Sesam* 1969. godine za korištenje u analizi brodova. Metoda je od tada generalizirana za numeričko modeliranje fizičkih sustava u velikom broju inženjerskih disciplina.

Primjena metode konačnih elemenata nije ograničena samo na analizu zrakoplovnih, građevinskih i strojarских konstrukcija, već ima velike primjene u području provođenja topline, geomehanike, nuklearnog inženjerstva, biomedicinskog inženjerstva, električnih strojeva, hidrodinamike i mnogog drugog.

Tablica 1. Primjena MKE u raznim područjima

	Svojstvo [K]	Ponašanje {u}	Djelovanje {F}
<i>Elastičnost</i>	krutost	pomak	silu
<i>Termalno</i>	provodljivost	temperatura	izvor topline
<i>Tekućine</i>	viskoznost	brzina fluida	
<i>Elektrostatičko</i>	dielektrična	električni	napon
	permitivnost	potencijal	

## 3.2. Vrste konačnih elemenata

### 3.2.1. Jedno dimenzijski konačni elementi

Jedno dimenzijski konačni elementi spadaju u najjednostavnije konačne elemente kojima se korisnik može koristiti. Ovi konačni elementi služe za analizu rešetkastih i grednih konstrukcija gdje će u većini slučajeva rešetkaste konstrukcije biti sačinjene od štapnih elemenata dok će gredne konstrukcije biti sačinjene od greda. Iako su oboje jedno dimenzijski elementi njih opis i uporaba su veoma drugačiji. Štapnim konačnim elementima možemo pridodati samo aksijalna opterećenja te deformaciju koja nastaje prilikom opterećenja dok je grednim konačnim elementima uz aksijalna opterećenja moguće pridodati i poprečna opterećenja pri čemu nastaju momenti uvijanja i savijanja.

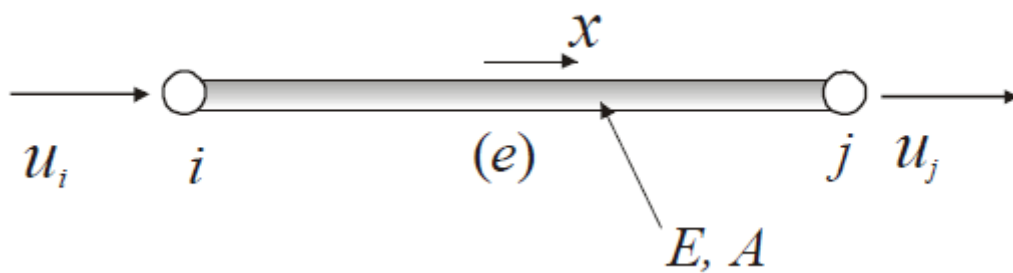
Kako bi smo riješili problem sa štapom potrebno je izvesti matricu krutosti koja izgleda(3.1.) :

$$\mathbf{K} = \int_V^0 (\mathbf{B})^T \mathbf{C} \mathbf{B} dV \quad (3.1.)$$

gdje je:

$K$  matrica aksijalne krutosti

$C = [E]$  matrica modula elastičnosti



Slika 10. Jedno dimenzijski štapni element

U slučajevima rješavanja štapnih konačnih elemenata koristi se linearna interpolacija za aksijalni pomak (3.2.):

$$\frac{u_i - u_j}{L} = \frac{u - u_i}{x} \quad (3.2.)$$

gdje je:

$u_i$  pomak čvora  $i$

$u_j$  pomak čvora  $j$

$L$  duljina štapa

Nakon transformacija dobivamo:

$$u = \left[ 1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix}$$

Povodom jednadžbe (3.3.) :

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{u}^e = \mathbf{N}\mathbf{U} \quad (3.3.)$$

Iz čega možemo zaključiti da je:

$$\mathbf{N} = \left[ 1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right]$$

Matrica deformacije u općem slučaju ima sljedeći oblik (3.4.):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{d}\mathbf{u} = \mathbf{dNU} = \mathbf{BU} \quad (3.4.)$$

Nakon što se matrica deformacije raščlani ona poprima oblik:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xy} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{yz} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta}{\delta z} \\ \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta z} & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta z} & 0 & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \mathbf{dNU} = \mathbf{BU}$$

Kako je poznato da štapni elementi mogu biti opterećeni samo aksijalnim opterećenjem istoznačno vrijedi da je jedino aksijalna deformacija različita od nule:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xx} \neq 0$$

Daljnijim sređivanjem matrice dolazimo do izraza:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \mathbf{U}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (3.5.)$$

Kako su nam naprezanja i deformacije povezani kod štapova imamo sljedeće (3.6.):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.6.)$$

$$\mathbf{C} = [E] \quad (3.7.)$$

Volumen rastavljajmo kao (3.8.):

$$dV = A dx \quad (3.8.)$$



Sada se može riješiti matrica krutosti uvrštavanjem (3.5.), (3.7.) i (3.8.) u:

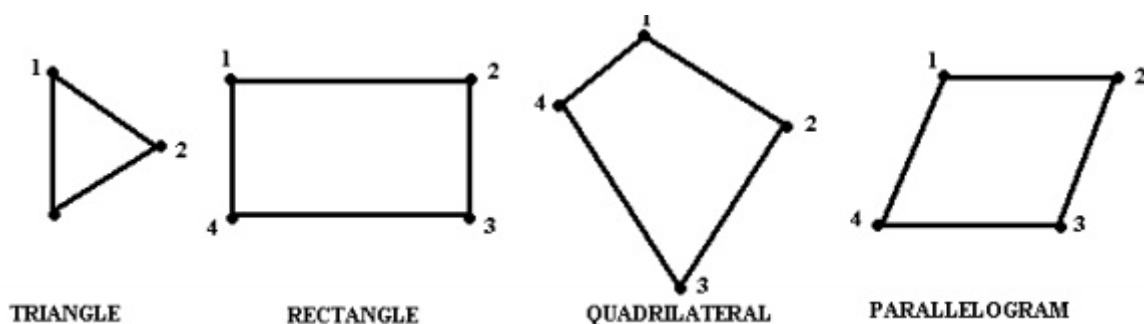
$$\mathbf{K} = AE \int_0^1 \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} dx$$

$$\mathbf{K} = AE \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.2.2. Dvodimenzionalni konačni elementi

Dvodimenzionalni elementi su elementi koji se sastoje od tri ili četiri čvora koji su povezani ravnim linijama.

Dvodimenzionalne konačne elemente najčešće se koristi u analizi ravninskog dvoosnog stanja naprezanja i ravninskog stanja deformacije. Kod dvoosnog stanja naprezanja sve komponente naprezanja leže u međusobno paralelnim ravninama dok se radi o troosnom stanju deformacije. Usporedno tome kod ravninskog stanja deformacije sve komponente deformacije leže u međusobno paralelnim ravninama što znači da se radi o troosnom stanju naprezanja. U oba slučaja, komponenta naprezanja odnosno komponenta deformacije koja pripada trećoj osi je automatski određena iz prve dvije komponente[13].

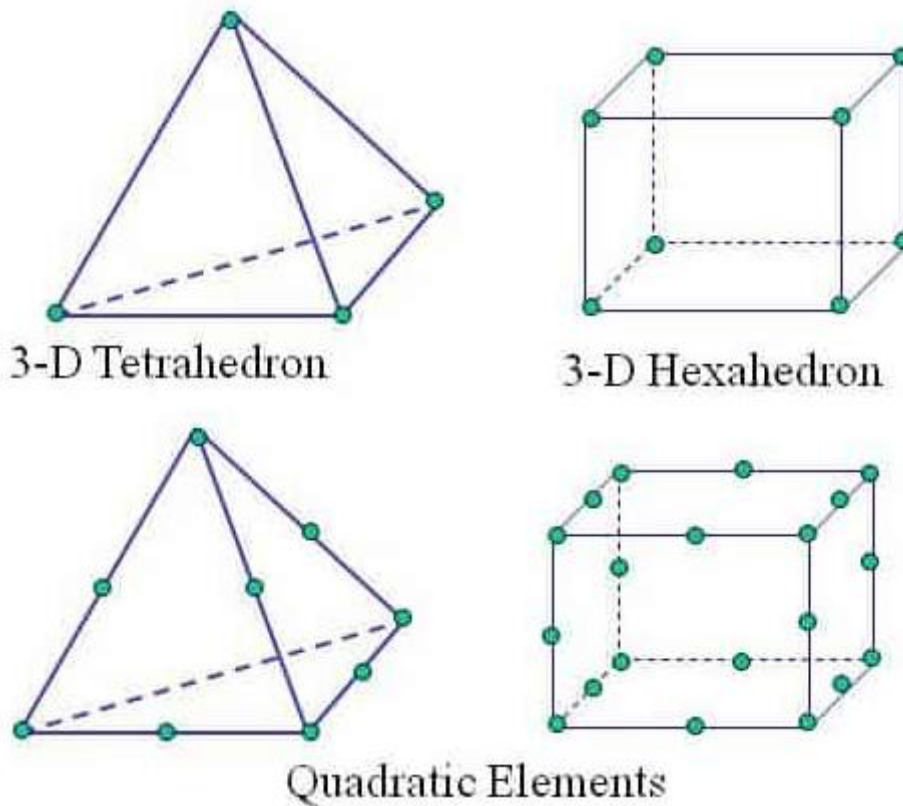


Slika 11. Osnovni dvodimenzionalni konačni elementi [14]

### 3.2.3. Trodimenzionalni konačni elementi

Najkompleksniji elementi ove metode su trodimenzionalni konačni elementi. Postoji šest mogućih komponenti naprezanja, a to su tri normalne i tri posmične koje je potrebno uzeti u obzir. Tipično korišteni trodimenzionalni elementi koji se koriste su tetraedri i heksaedri ravnih ili zakrivljenih površina.

Trodimezionalni elementi se mogu koristiti za modeliranje svih vrsta struktura, uključujući rešetkaste konstrukcije, grede, ploče i svih tijela koja imaju volumen. Posebno se koriste za analize tijela koja imaju kompleksnu geometriju te ih je teško modelirati jednodimenzionalnim i dvodimenzionalnim elementima. Najveći nedostatak je potreba za jakim računalnim resursima zbog količine elemenata koja definira geometriju te bi ih trebalo izbjeći ako je to moguće.

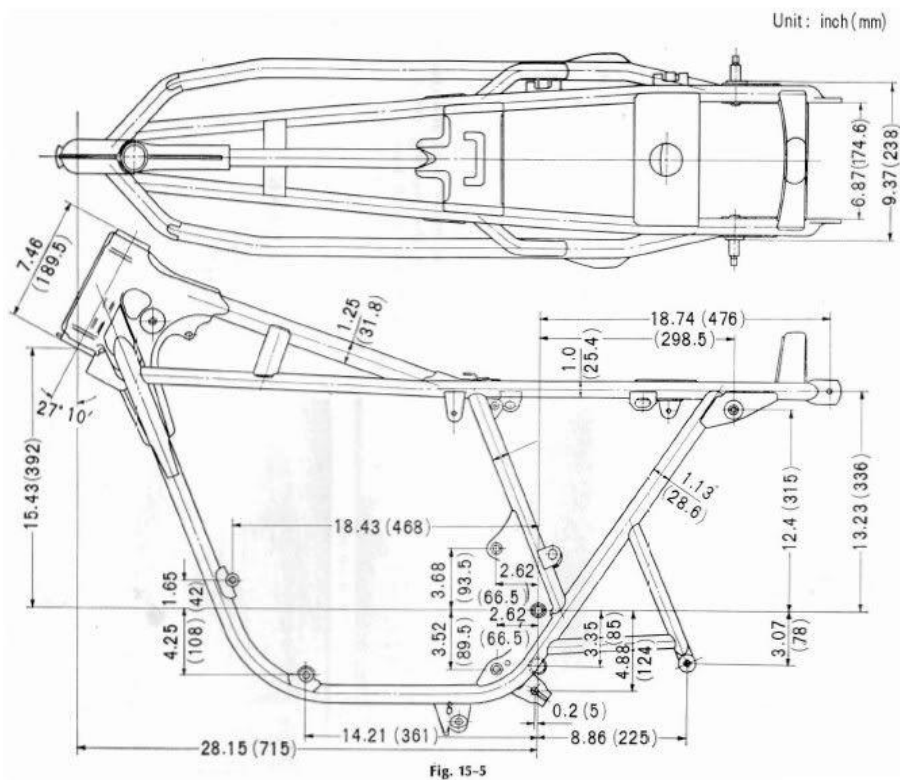


Slika 12. Primjer trodimenzionalnih konačnih elemenata [15]

## 4. Analiza konstrukcije

### 4.1. Model konstrukcije

Model konstrukcije koja će se analizirati metodom konačnih elemenata je napravljen pomoću programa Autodesk Inventor. Konstrukcija je približno identična onoj koju posjeduje Honda CB750 izrađena između 1969. i 1974. godine. Razlog odabira ovog okvira motocikla je u tome što osoba koja piše rad osobno ima ovaj motocikl kao i radi lakoće kreiranja konstrukcije u samom programu zato što je geometrija većine okvira motocikala veoma promjenjiva i komplicirana i zahtijevala bi 3D skeniranje okvira kako bi se mogao importirati u program.



Slika 13. Dimenzije okvira Honde CB750 KI [9]

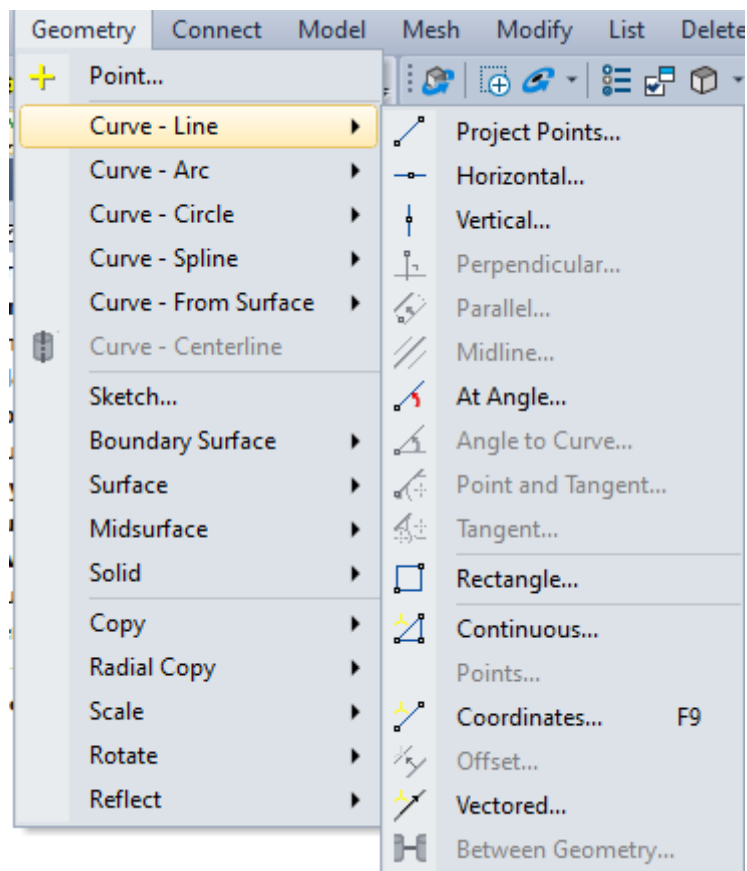
U početnoj analizi okvir je pojednostavljen tako što su maknute ukrute i rupe radi pojednostavljenja same analize. Ovjes motocikla također nećemo analizirati iz razloga što se sastoji od vrlo komplicirane geometrije i različitih materijala kojima ne znamo dimenzije niti sastav samih materijala. Stoga će se ti dijelovi konstrukcije okvira smatrati krutim elementima

i bit će uvršteni u analizu samo iz razloga što povećavaju momente torzije i savijanja na samom okviru i poboljšavaju rezultate analize.

## 4.2. Izrada okvira u programu FEMAP

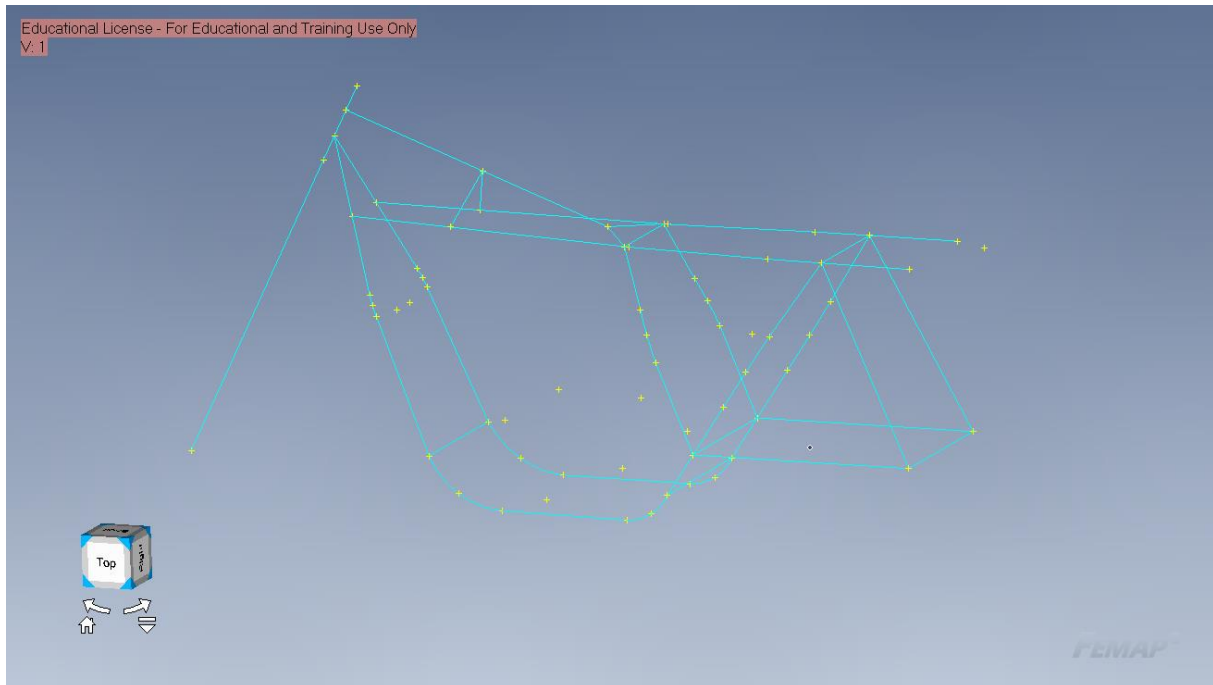
Rad se sastoji od dvije analize gdje su obje modelirane jedno dimenzijskim konačnim elementima, ali će se razlikovati u opterećenjima i uvjetima u kojima se provodi analiza.

Za provedbu analize jedno dimenzijskim cijevnim elementima prvo je potrebno napraviti geometriju okvira u programu FEMAP. Ovaj proces biti će olakšan tako da se prethodno nacrtana geometrija u Inventoru prebaci u neutralni oblik (.neu) koji omogućava otvaranje geometrije u FEMAP-u. Geometrija koja je otvorena u FEMAP-u se ne može direktno analizirati već se koristi kao precizna šablona prema kojoj je potrebno preslikati i napraviti nešto poput žičanog okvira koristeći alate za crtanje u samom programu.



Slika 14. Alati za izradu geometrije u programu FEMAP

Programski softver FEMAP ima razne alate za izradu geometrije jednodimenzionalnih, dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih tijela i konstrukcija. Obzirom da mi analiziramo trodimenzionalnu konstrukciju napravljenu pomoću cijevnih elemenata koristit ćemo se samo jedno dimenzijskim alatima poput linija, krugova, splajnova i kružnih lukova.



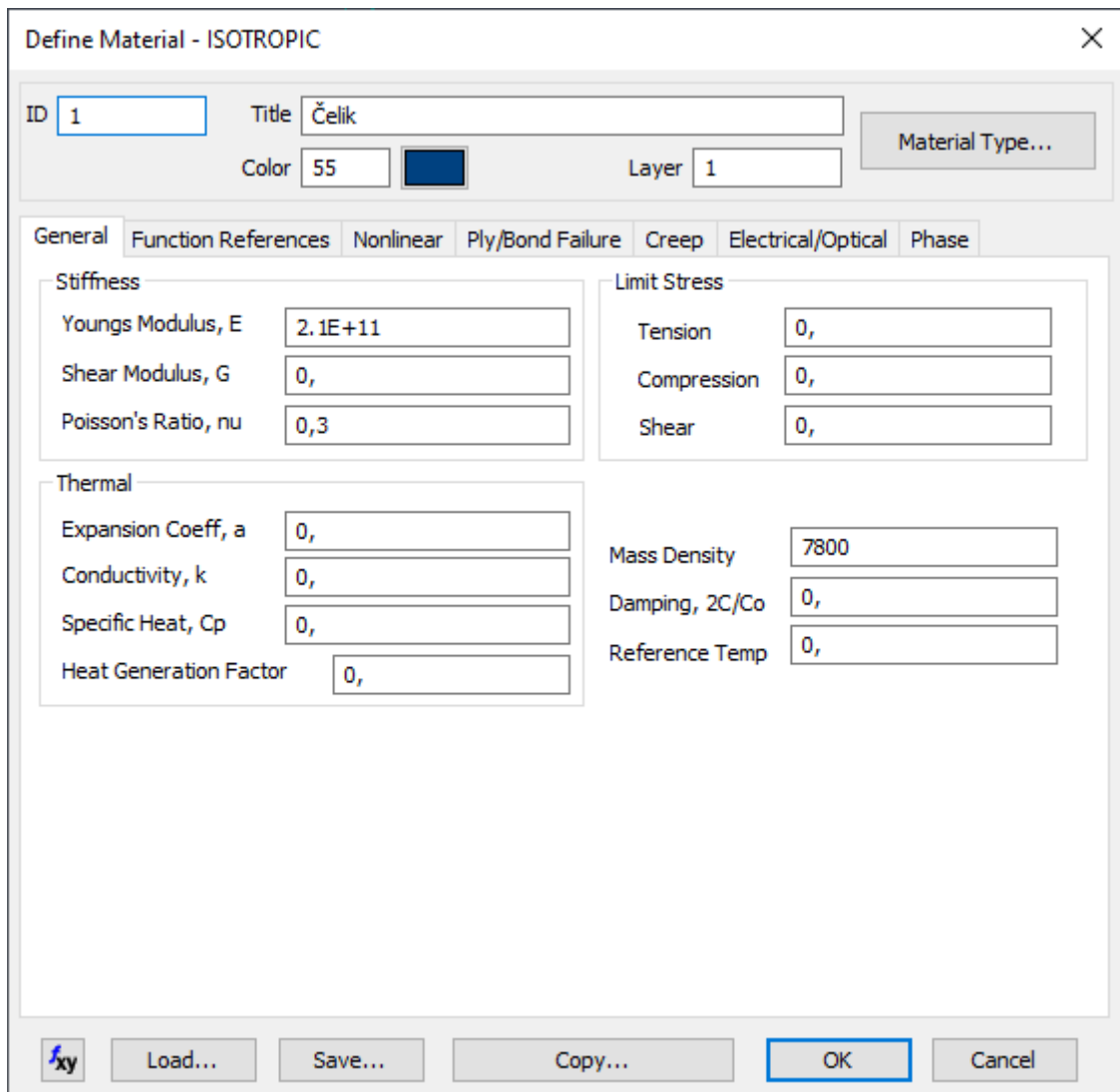
Slika 15. "Žičani" model okvira motocikla

### 4.3. Odabir materijala i konačnih elemenata

Materijali izrade okvira motocikla mogu biti razni poput čelika, aluminija, magnezija, kompozitnih materijala i mnogo drugog. Okvir motocikla koji se koristi izrađen je od čeličnih cijevi različitih promjera i debljina stijenki.



Noviji i napredniji motocikli koji imaju dizajn Trellis okvira izrađeni su od krom-molibden čelika koji je lagan i čvrst, a cijevi izrađene od njega izdržljive su i otporne na savijanje. Obzirom da je nepoznat točan sastav čelika korištenog za izradu okvira koristit ćemo konstrukcijski čelik čija su svojstva sljedeća:

- Youngov modul elastičnosti [  $E$  ] – 210 GPa
- Poissonov koeficijent [  $\nu$  ] – 0,3
- Gustoća materijala [  $\rho$  ] – 7800 kg/m<sup>3</sup>

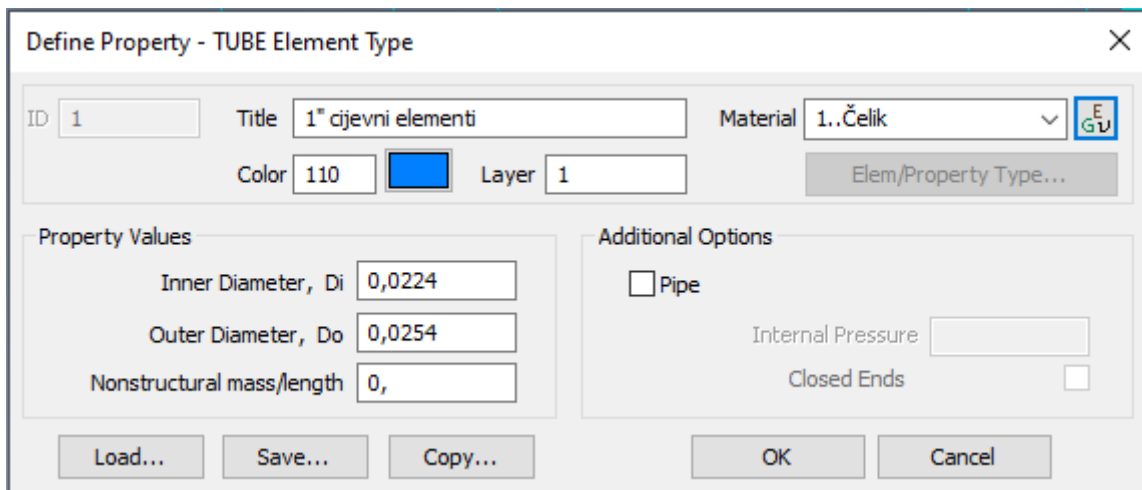


Slika 16. Odabir materijala konačnih elemenata

Nakon što je određen materijal izrade konačnih elemenata potrebno je odrediti i same konačne elemente koji će se koristiti. Okvir se sastoji od dva cijevna elementa čije se dimenzije razlikuju.

Element određujemo tako da se u programu FEMAP klikne na ikonu  („Model“) te zatim otvaramo novi prozor klikom na ikonu  „Property...“ („Property“). Ovdje možemo odabrati materijal koji će definirati konačni element, ime elementa te vanjski i unutarnji promjer koji iznose:

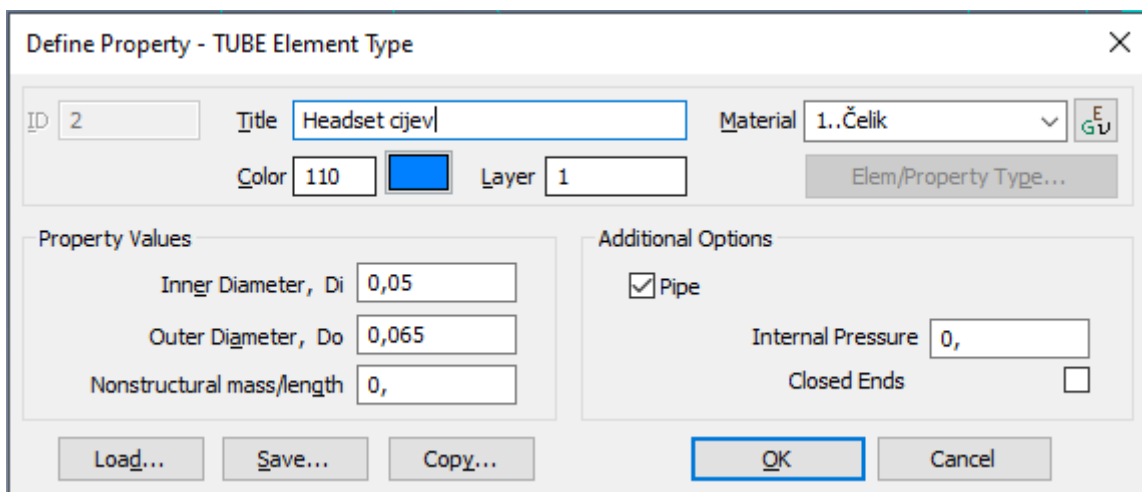
- Unutarnji promjer [  $D_i$  ] – 0.0224 mm
- Vanjski promjer [  $D_o$  ] – 0.0254 mm
- Materijal – 1. Čelik



Slika 17. Cijevni elementi od 1 cola

Drugi element kojim opisujemo geometriju dijela koji povezuje prednji ovjes motocikla i ostatak okvira naziva se „headset“ cijev, a njegove dimenzije su:

- Unutarnji promjer [  $D_i$  ] – 0.05 mm
- Vanjski promjer [  $D_o$  ] – 0.065 mm
- Materijal – 1. Čelik



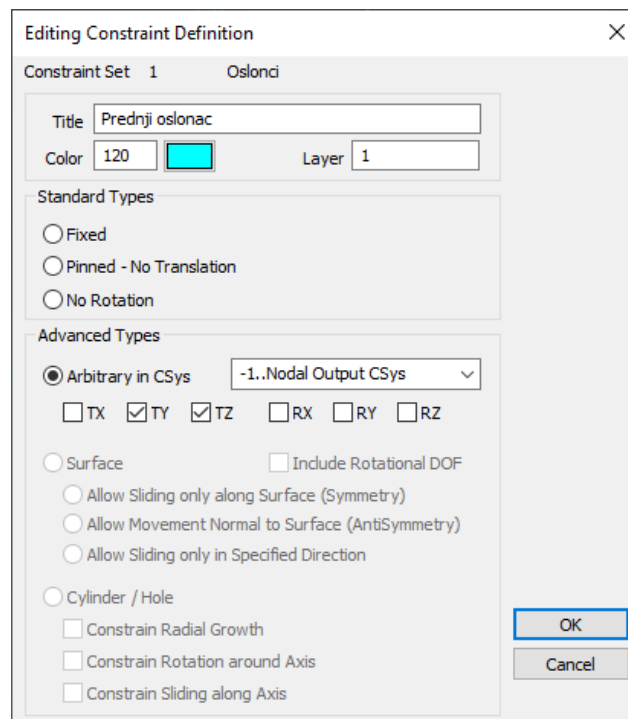
Slika 18. Cijevni element "headset"

#### 4.4. Određivanje rubnih uvjeta

Prilikom statičke analize konstrukcije vrlo je važno postaviti rubne uvjete koji na najbolji način prikazuju stvarno stanje okvira. Rubni uvjeti služe kako bi konstrukciji mogli ograničiti i onemogućiti gibanje u određenim smjerovima. Konstrukcija koja se koristi ima šest stupnjeva slobode od kojih su tri translacije i tri rotacije oko osi x, osi y i osi z.

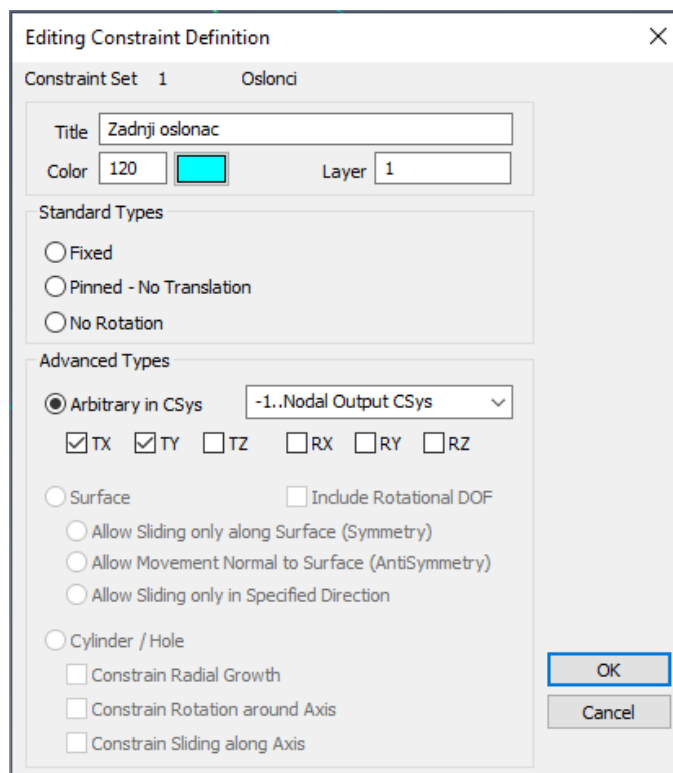
U slučaju pogrešno postavljenih rubnih uvjeta dolazi do greške i nemogućnosti rješavanja jednadžbi koje opisuju konačne elemente te nemogućnosti provedbe same analize.

Rubne uvjete moguće je postaviti na površine, trodimenzionalne elemente, duž neke krivulje ili u jednu točku elementa. U našem slučaju rubni uvjeti su postavljeni u točkama zadnje vilice gdje je ona spojena na kotač motocikla. Ovdje je postavljeno da se tijelo ne može translacijski kretati u svima trima osima dok je drugi oslonac postavljen na kraju prednje vilica gdje se ona također spaja na drugi kotač. U prednjem osloncu zabranjeno je kretanje u y-osi i z-osi čime smo omogućili okviru da se deformira i kreće u x-osi te smo zabranili rotaciju istog u svima trima osima postavljajući oslonce u tri diskretne točke.



Slika 19. Definiranje prednjih oslonaca





Slika 20. Definiranje zadnjih oslonaca

## 4.5. Definiranje opterećenja analiza

### 4.5.1. Opterećenja pri prvoj analizi

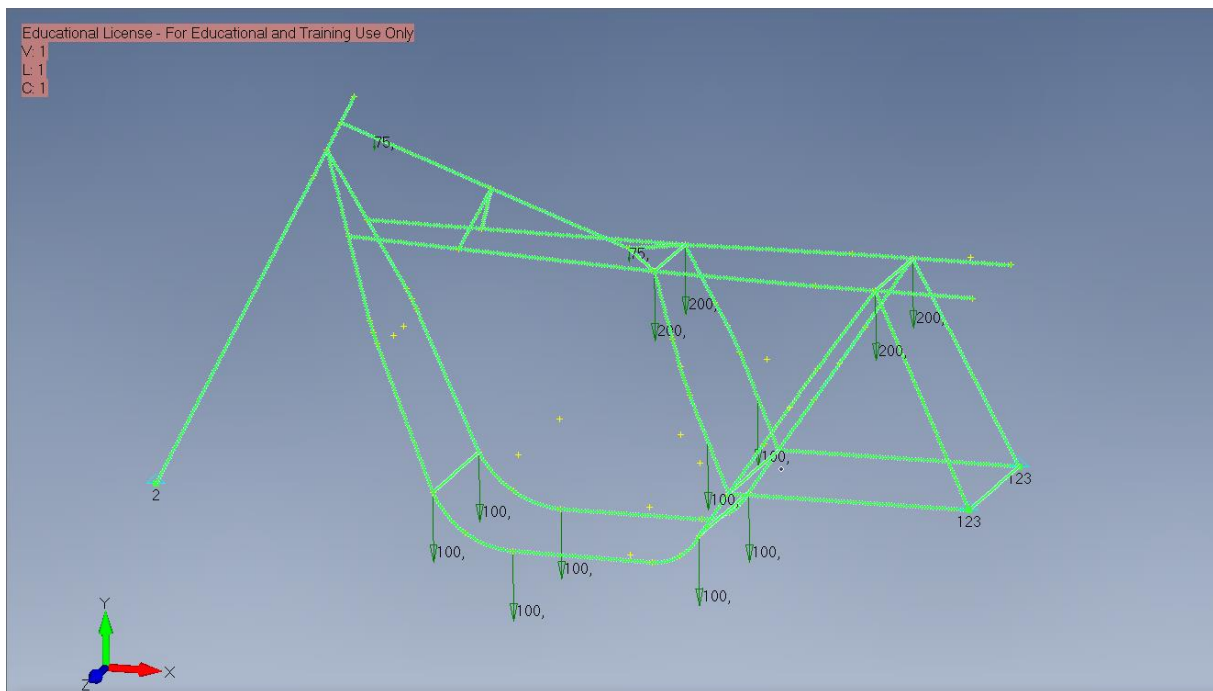
Isto značajno osloncima od velike je važnosti i pravilno definiranje opterećenja za detaljnu i točnu analizu. Za potrebe statičke analize razmatrat će se slučaj gdje motocikl stoji u uspravnom položaju pod opterećenjem svoje i vozačeve težine uključujući sve tekućine koje se nalaze u motoru motocikla.

Ova opterećenja potrebno je pravilno postaviti na njihova mjesta poput opterećenja na okvir koje stvara masa goriva će se staviti u blizini mjesta gdje se sam spremnik benzina spaja na okvir. Zatim postavljanje opterećenja vozačeve težine na mjestu gdje sjedi i opterećenje motora na mjestima gdje se pričvršćuje na okvir motocikla.

Sva opterećenja koja djeluju na okvir motocikla navedena su u tablici ispod.

Tablica 2. Opterećenja koja djeluju na okvir

	opterećenje
motocikl bez goriva i motora	1550 N
gorivo u spremniku	130 N
motor	800 N
vozač	800 N



Slika 21. Okvir za definiram osloncima i opterećenjima

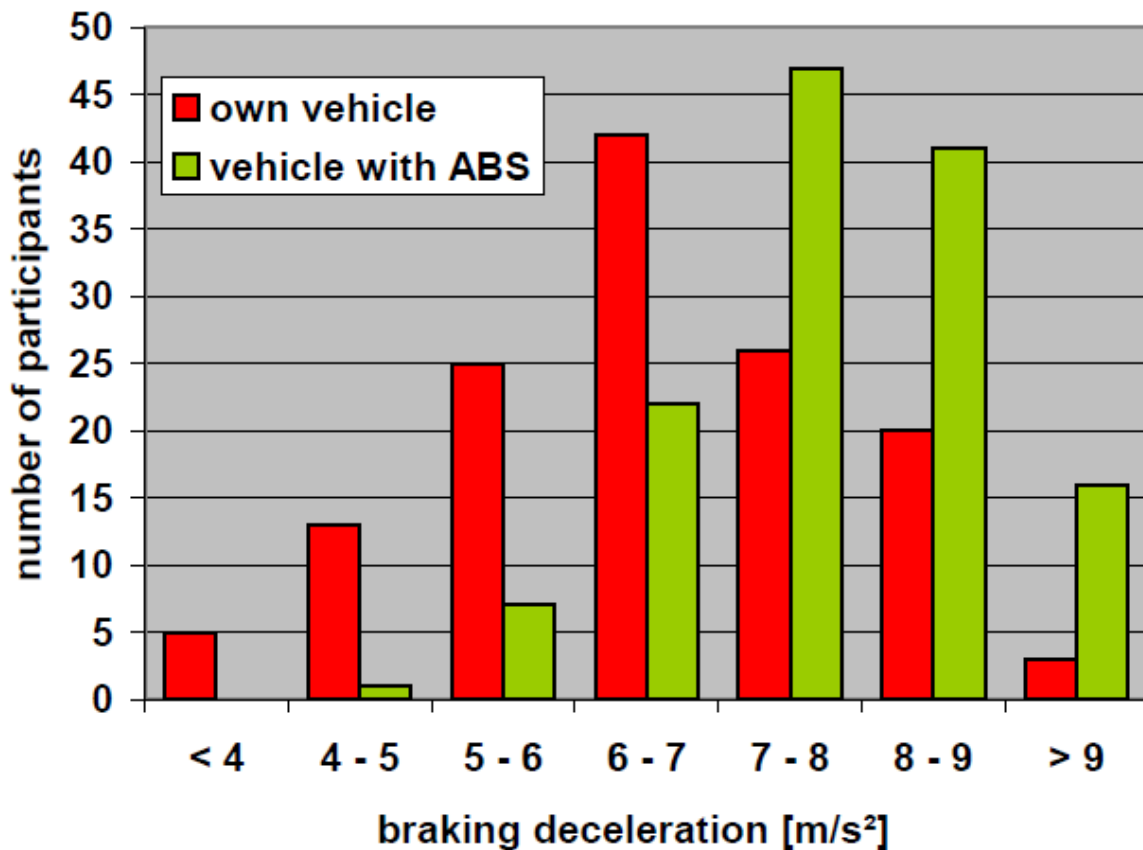
Opterećenja su postavljena na čvorovima elemenata u blizini hvatišta gdje ona uobičajeno djeluju. Težina motora je oslonjena na okvir u 8 čvorova, težina vozača u 4 čvora, težina goriva u također 4 čvora dok je ostatak težine svih preostalih dijelova jednako podijeljen i postavljen u svaki čvor koji postoji. Na slici 21. iznad nije prikazano opterećenje svih ostalih dijelova motora zato što bi slika bila nepregledna od količine pojedinačnih opterećenja.

Sva opterećenja koja se pojavljuju djeluju u negativnom smjeru y-osi pa se pretpostavlja da će i sve deformacije također biti u negativnom smjeru y-osi.

#### 4.5.2. Opterećenja pri drugoj analizi

Drugom analizom će biti obuhvaćena naprezanja i deformacije koje se pojavljuju u okviru prilikom vrlo jako kočenja.

Pri ovoj analizi važno je znati da sva vozila imaju drugačiju raspodjelu mase na svakom kotaču te tako i različitu učinkovitost kočenja na svakom kotaču. Također je važno znati da prilikom kočenja centar mase vozila stvara okretni moment na udaljenosti od podloge. Ovdje dolazi do fenomena nazvanog prijenos težine gdje će prednji kotač/kotači biti više opterećeni nego zadnji te samim time pridonose kočenju puno više nego zadnji[16]. Stoga ćemo pretpostaviti da pri kočenju prednji kotač opterećuje 70% ukupne težine motocikla dok zadnji opterećuje 30%.



Slika 22. Deceleracija pri kočenju iskusnih vozača [17]

Iz grafa iznad koji je objavljen u [17] vidljivo je da otprilike 15% vozača postiže deceleracije od  $8 - 9 \text{ m/s}^2$ . Na temelju ovoga će biti usvojena i vrijednost za ovu analizu, a to je:

- $a = -8 \text{ m/s}^2$

Silu koja se javlja pri kočenju možemo time lako izračunati iz:

$$F = m * a$$

$$F = 315 * (-8)$$

$$F = 2520 \text{ N}$$

gdje je:

$m$  masa vozila i vozača [kg]

$a$  deceleracija vozila [ $\text{m/s}^2$ ]

Nakon što smo dobili sveukupnu silu kočenja možemo izračunati silu kočenja svakog kotača raspodjelom masa 70/30 iz sljedećega:

$$F_{PK} = 0.7 * F_K$$

$$F_{PK} = 0.7 * 2520$$

$$F_{PK} = 1764 \text{ N}$$

$$F_{ZK} = 0.3 * F_K$$

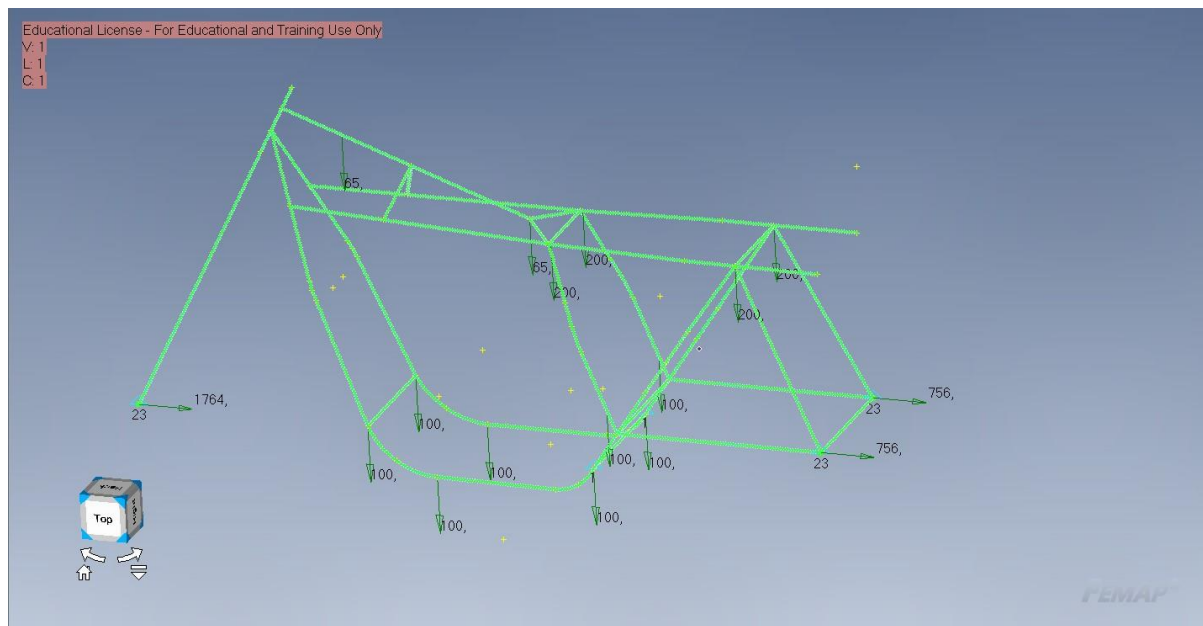
$$F_{ZK} = 0.3 * 2520$$

$$F_{ZK} = 756 \text{ N}$$

gdje je:

$F_{PK}$  sila kočenja u prednjem kotaču [N]

$F_{ZK}$  sila kočenja u zadnjem kotaču [N]



Slika 23. Prikaz svih sila i oslonaca na okvir

U ovom slučaju nije moguće staviti oslonce u samom čvorovima gdje se spajaju kotači iz razloga što je problematično pravilno odrediti gdje djeluju opterećenja i kolikom silom na svaki kotač. Kako bi bili u mogućnosti stvarno rasporediti sile kočnja 70/30 potrebno je staviti oslonce u kotačima za y i z os dok se u x-osi okvir može kretati te je potrebno staviti oslonac i zabraniti kretanje x-osi u sredinu okvira gdje je čvorište vezanja samog motora za okvir motocikla jer je poznato da će tamo deformacije u x-osi uvijek biti jednake nuli.

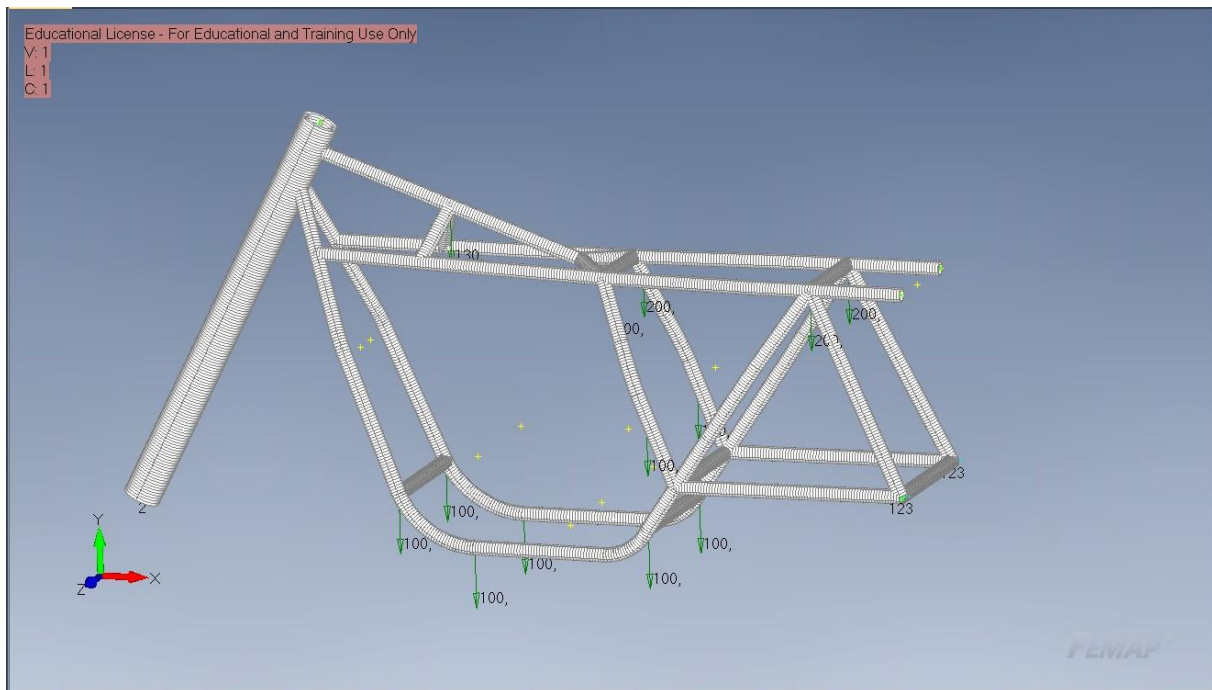
Popratno prvoj statičkoj analizi opterećenja koja nastaju svim dijelovima koji čine motocikl osim glavnih poput motora, vozača i goriva nisu prikazana na slici 23. radi preglednosti slike.

#### 4.6. Diskretizacija mreže

Kreiranje mreže elemenata je najvažniji postupak kod analize metodom konačnih elemenata. Pravilna diskretizacija mreže važna je za dobivanje točnih vrijednosti gdje mnogo elemenata poboljšava rezultate dok manje većih elemenata daje lošije rezultate u kojima se mogu pojaviti koncentracije naprezanja bez da su oni prisutni u stvarnoj konstrukciji.

Također je vrlo važno ne pretjerivati s brojem konačnih elemenata iz razloga što se uvelike povećava vrijeme provedbe analize. U slučajevima kada korisnik koji izvodi analizu ima računalo velike računalne snage može se dopustiti veći broj elemenata.

Posebno problematična mjesta su čvorovi u kojima se spajaju elementi. Kako bi njih dobro diskretizirali, a ujedno i ne pretjerali s elementima dobra praksa je koristiti se pristranosti („bias“) gdje se više manjih elementa može staviti na rubne dijelove štapa ili cijevnog elementa, a manje u središte istog. Ovime se dobiva precizna diskretizacija na spojevima elemenata u kojima često dolazi do koncentracija naprezanja uz korištenje manje konačnih elemenata čime ubrzavamo samu analizu.



Slika 24. Umrežen okvir motocikla spreman za prvu analizu

Tablica 3. Podaci kreirane mreže

Veličina elemenata [mm]	Broj čvorova	Broj elemenata
0.005	2161	2176

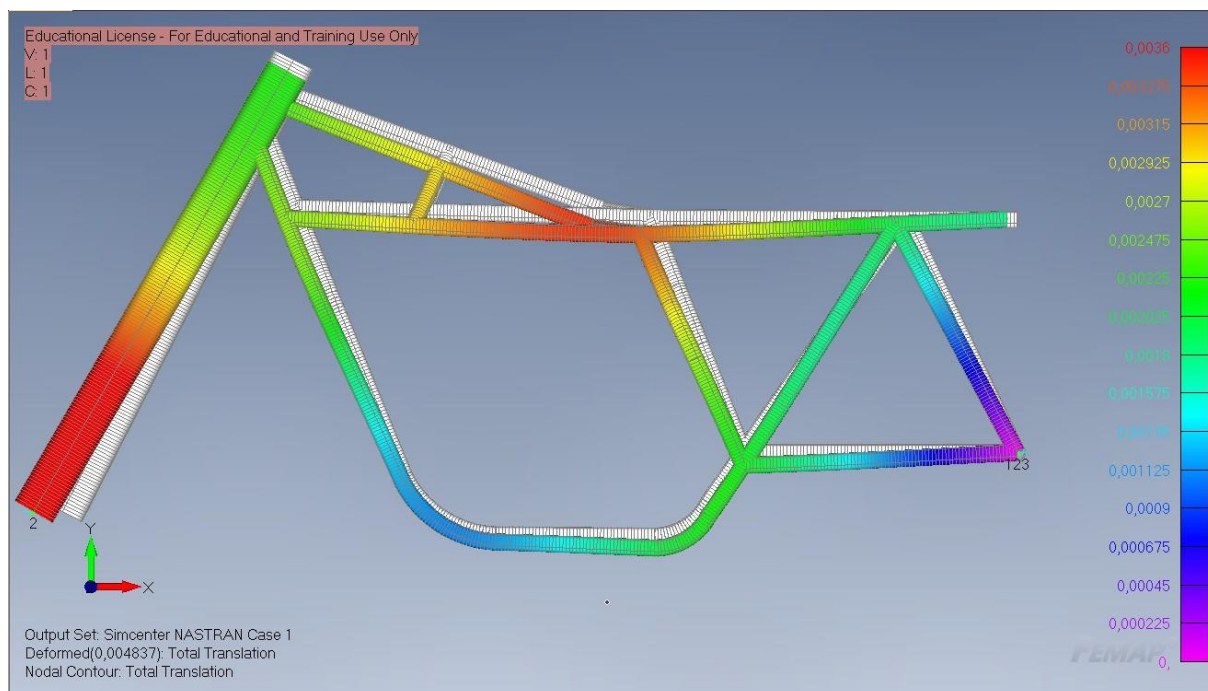
## 5. Rezultati analize

Petim poglavljem su obuhvaćeni rezultati analize konstrukcije. Rezultati analize su objašnjeni najvećim deformacijama i najvećim kombiniranim opterećenjem koje uzrokuje statičko normalno opterećenje na okvir.

Prikazana rješenja analize objašnjena su jarko obojanim slikama gdje različite boje prikazuju različite deformacije i različita napreznja. Rješenja će također biti prikazana kao ispis informacija u pojedinim čvorovima i elementima te će se tako najdetaljnije prikazati pomaci i napreznja samih elemenata.

### 5.1. Rezultati prve analize

#### 5.1.1. Najveći pomaci



Slika 25. Najveće translacije

Na slici iznad prikazane su najveći pomaci okvira pri statičkom opterećenju. Pomaci su prikazani bojama na desnoj strani dok su mjerne jedinice prikazane u metrima [m]. Iz slike se može razumjeti da se najveći pomaci javljaju na kraju prednjeg ovjesa koji je zamijenjen gređnim elementom u svrhu pojednostavljenja konstrukcije. Za ovaj dio konstrukcije pomak je najveći u smjeru x-osi te iznosi 4,84 milimetra.

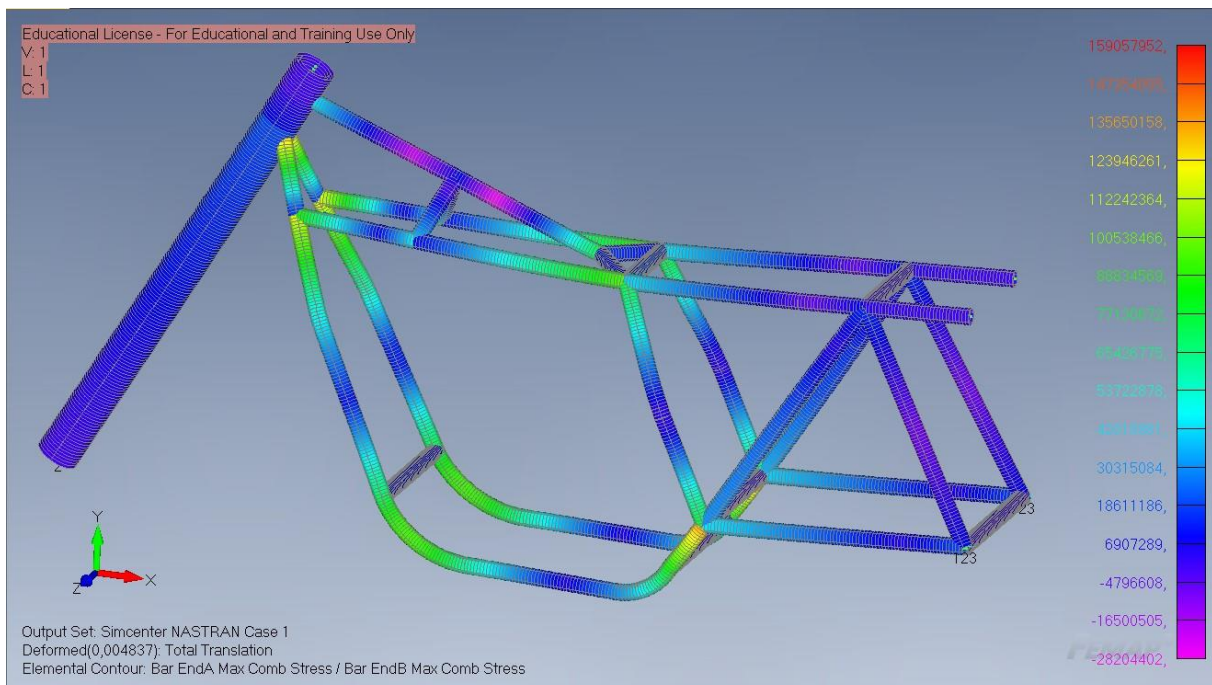
Drugi najveći pomaci javljaju se u gornjem središtu okvira, blizu mjesta spajanja spremnika za gorivo i mjesta nosača sjedala za vozača. Ovdje vidimo da se najveći pomaci okvira javljaju u y-osi dok najveći sveukupno iznose 3,5, a prosječno 3,4 milimetra.

Tablica 4. Najveće deformacije

	Pomaci $\Delta L$ [ mm ]
<i>prednji dio ovjesa</i>	4,84
<i>središte gornjeg dijela okvira</i>	~ 3,5

### 5.1.2. Maksimalna i minimalna kombinirana naprezanja

Kombinirana naprezanja usvajaju sve vrste opterećenja koja djeluju na različitim točkama konačnih elementa poput aksijalnog opterećenja te momenata savijanja i uvijanja. Kombinirana naprezanja se prikazuju kao maksimalna i minimalna kombinirana naprezanja gdje maksimalna predstavljaju vlačna naprezanja dok minimalna prikazuju tlačna naprezanja u pojedinim točkama elementa.



Slika 26. Najveća kombinirana naprezanja





Slika 27. Minimalna kombinirana naprezanja

Rezultati analize za najveća kombinirana naprezanja prikazuju da su ona najveća u točkama gdje se nalaze čvorovi spajanja prednjih i zadnjih vilica na ostatak okvira. Također je vidljivo da su to čvorovi gdje se spaja više grednih elemenata što znači da su to točke gdje će biti potrebno spajati / zavarivati elemente. Obzirom da se ovakvi okviri izvijaju pod stalno promjenjivim opterećenjem prilikom vožnje potrebno bi bili na ova karakteristična mjesta postaviti ukrute kako ne bih došlo do zamornog loma materijala i pucanja vara ili nosećeg elementa.

Najveće kombinirano naprezanje je postignuto u prednjem spoju okvira na vilice i tamo iznosi  $159 \text{ MPa}$  dok u drugom čvoru spajanja zadnjih vilica na okvir vlada naprezanje u iznosu od  $132 \text{ MPa}$ .

Najmanja kombinirana naprezanja se javljaju u elementima koji su u blizini zadnje vilice i ona prosječno iznose  $160 \text{ MPa}$

Tablica 5. Maksimalna kombinirana naprezanja u elementima

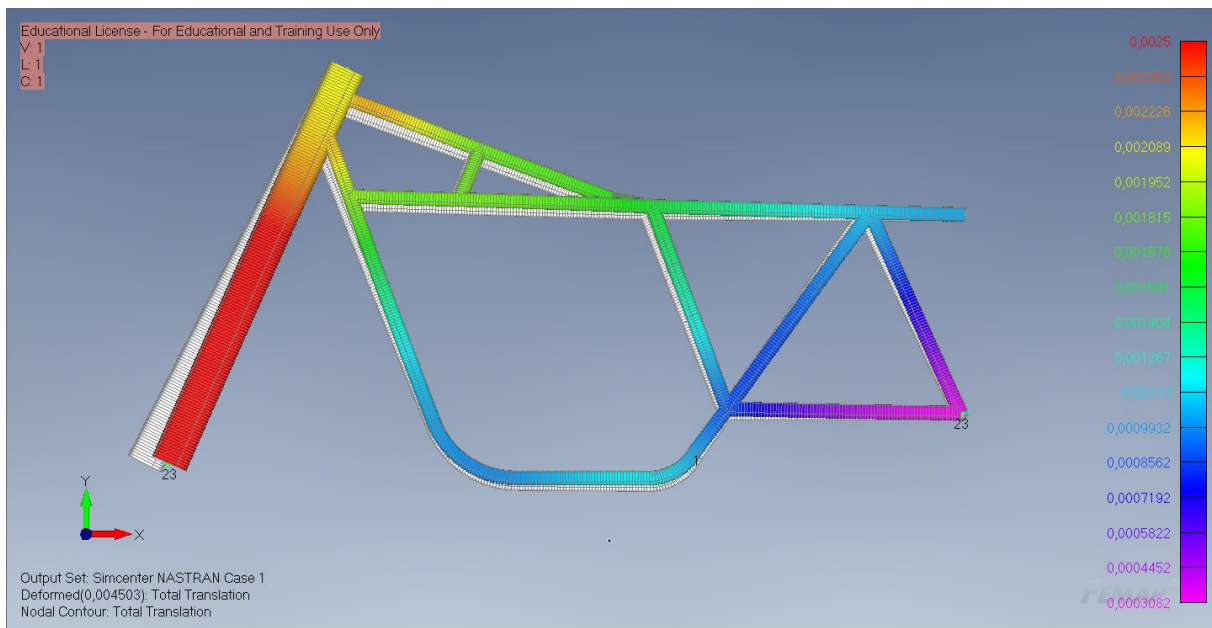
	Vlačno naprezanje [MPa ]
Prednji čvor	159
Zadnji čvorovi	132

Tablica 6. Minimalna kombinirana naprezanja u elementima

	Tlačno naprezanje [MPa ]
Zadnji elementi 1993. i 1776.	160

## 5.2. Rezultati druge analize

### 5.2.1. Najveći pomaci



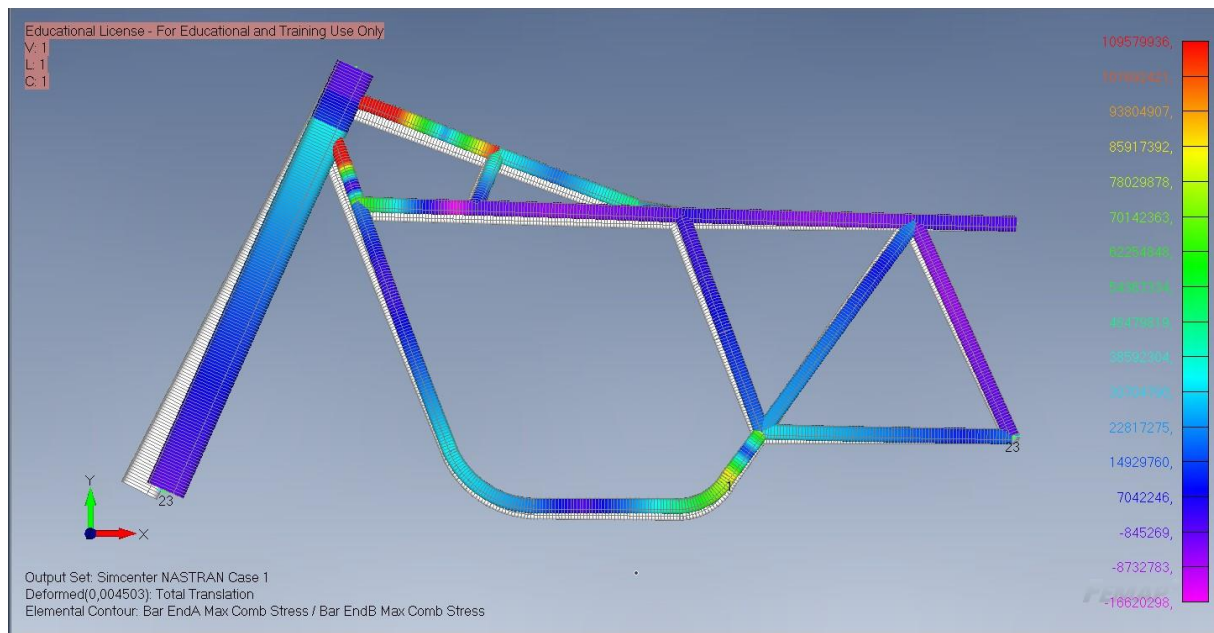
Slika 28. Najveće deformacije pri kočenju

Kao i u prethodnoj statičkoj analizi ponovno je vidljivo da se najveći pomaci javljaju u prednjem gornjem dijelu okvira gdje se spajaju cijevni elementi s prednjim ovjesom. Jedina razlika je što se u ovoj situaciji pomaci javljaju prema okviru u pozitivnim smjeru xy – ravnine što je suprotno onome iz prethodne analize.

Tablica 7. Najveći pomaci okvira pri kočenju

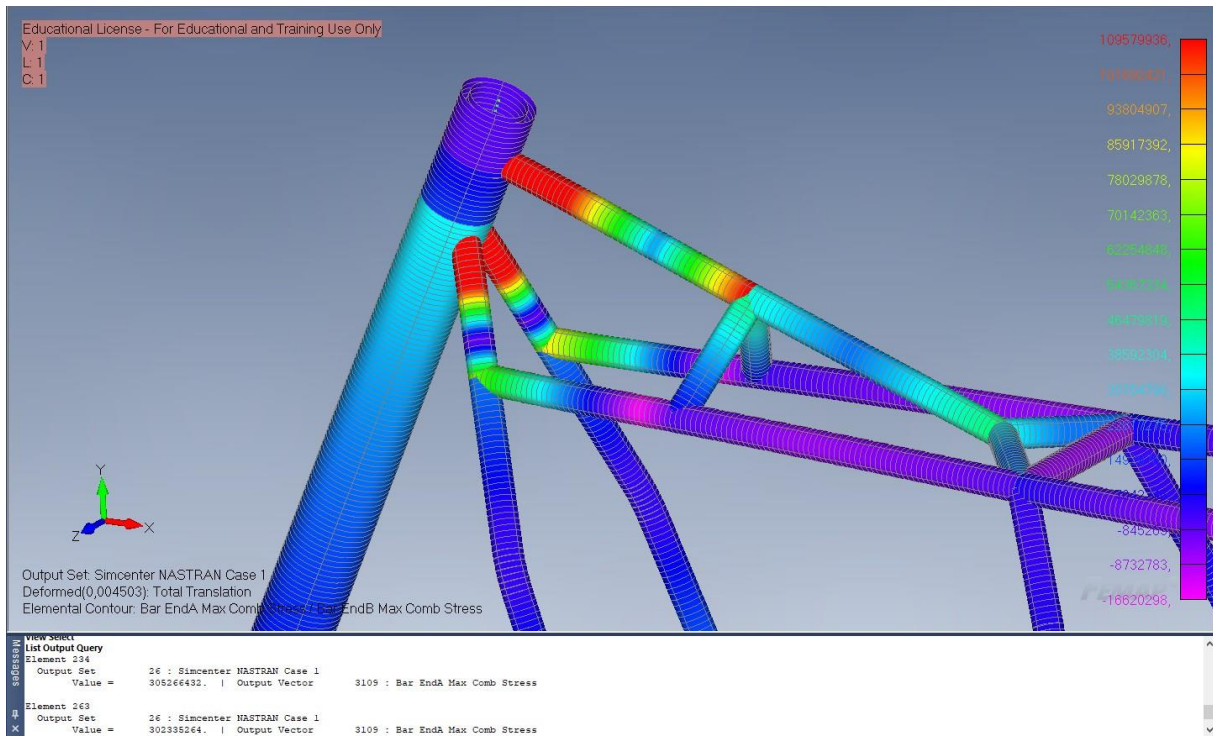
	Pomaci $\Delta L$ [ mm ]
prednji dio ovjesa	4,5
gornji dio okvira	~ 2,0

### 5.2.2. Maksimalna i minimalna kombinirana naprezanja

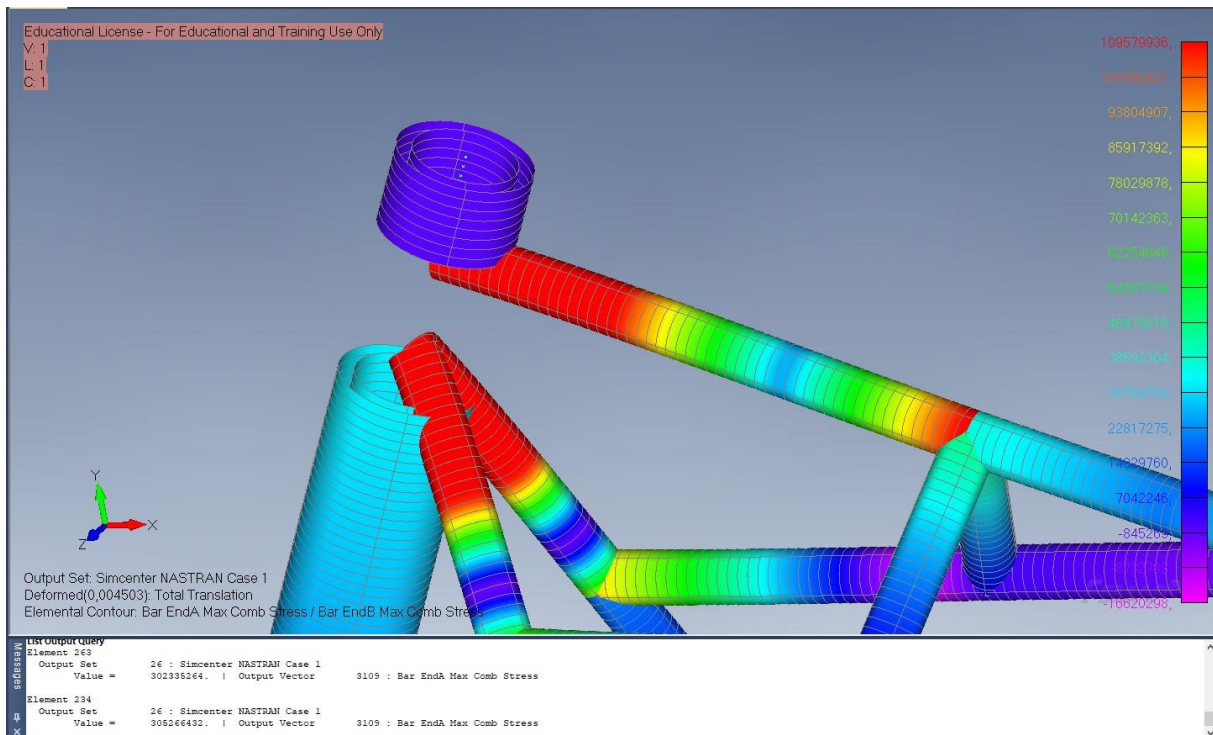


Slika 29. Naprezanja cijelog okvira pri kočenju

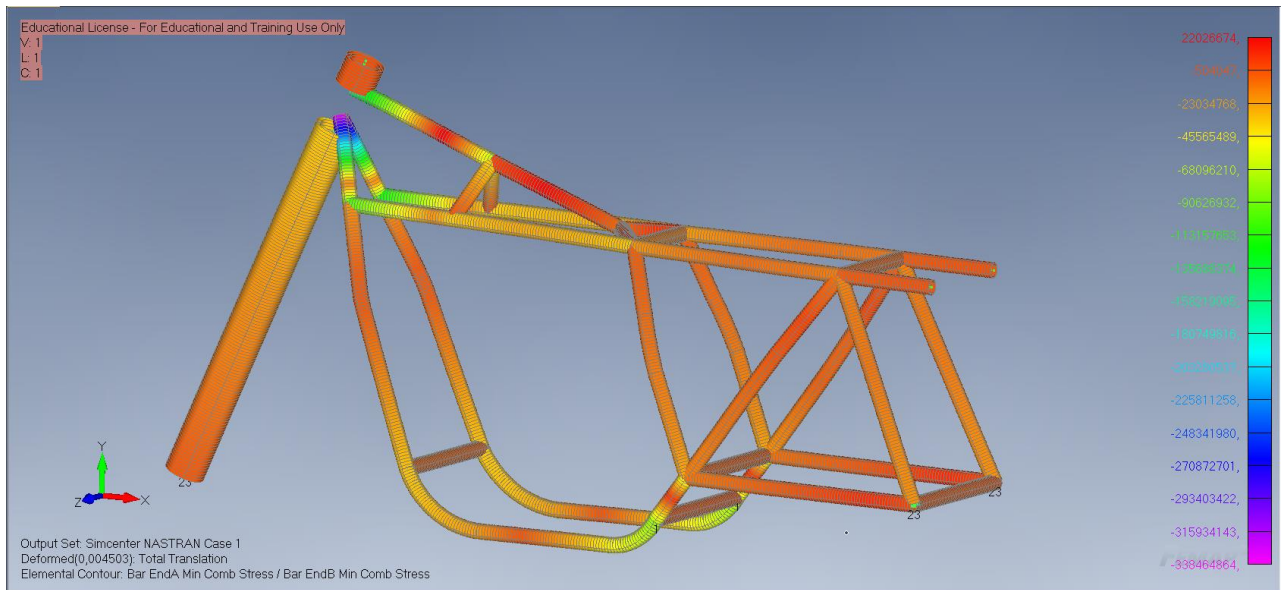
Slikom su prikazana maksimalna kombinirana naprezanja gdje je vidljivo da se ona ponovno nalaze u čvorištu spajanja prednjeg ovjesa sa ostatkom okvira. U ovom čvorištu pojavljuju se velika vlačna naprezanja dok se u stražnjem dijelu okvira pojavljuju slabija vlačna naprezanja. Slijedećom slikom detaljnije su prikazana maksimalna kombinirana naprezanja.



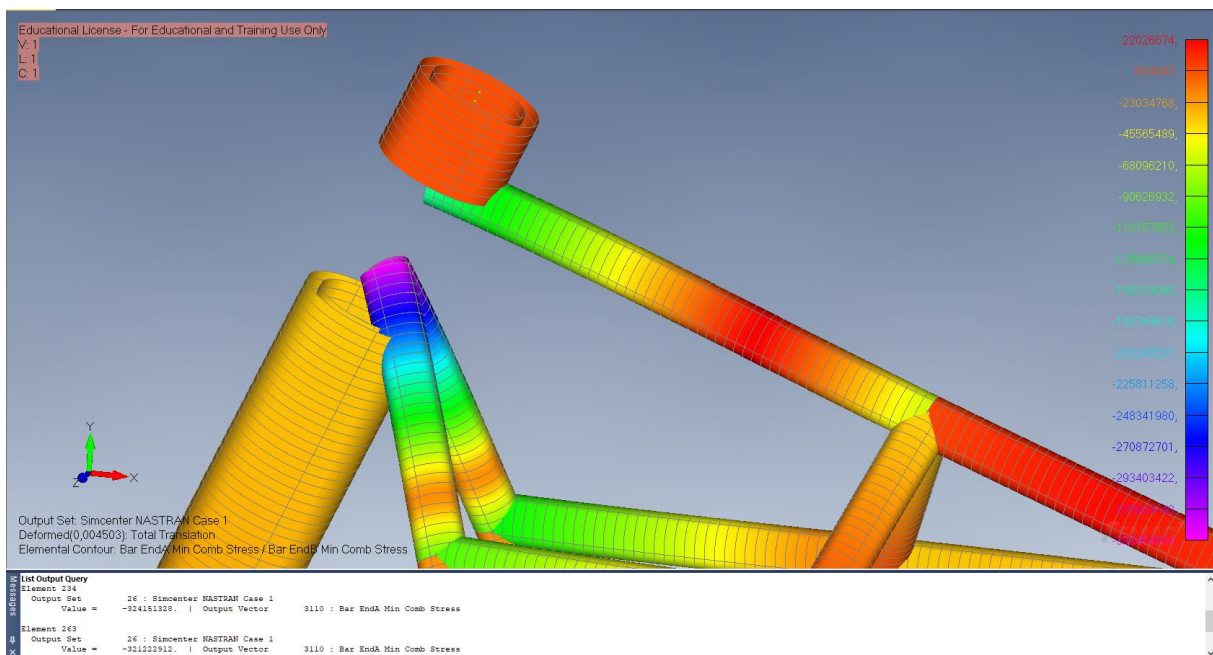
Slika 30. Najveća kombinirana naprezanja u elementima prilikom kočenja



Slika 31. Najveća kombinirana naprezanja u pojedinom elementu



Slika 32. Minimalna kombinirana naprezanja



Slika 33. Minimalna kombinirana naprezanja po elementima

Uočljivo je da već poznati elementi koji se spajaju u blizini prednje vilice imaju veća minimalna (tlačna) kombinirana naprezanja po apsolutnoj vrijednosti nego što su maksimalna (vlačna) kombinirana naprezanja. Na slici 32. detaljnije je vidljivo da su jarko ljubičastom bojom elementi 234. i 263. prikazani kao oni koji u nekim od svojih čvornih točaka imaju naprezanja koja prelaze 320 mega paskala.

Tablica 8. Maksimalna kombinirana naprezanja

	<i>Vlačno naprezanje [MPa ]</i>
<i>Element 234.</i>	305
<i>Element 263.</i>	302

Tablica 9. Minimalna kombinirana naprezanja u elementima

	<i>Tlačno naprezanje [MPa ]</i>
<i>Element 234.</i>	324
<i>Element 263.</i>	321

## Zaključak

Okviri motocikala su vrlo specifična skupina elemenata kojoj treba pridonijeti jako puno pažnje pri zamišljanju, dizajniranju i proizvodnji istih. Kako bi se pravilno dizajnirali potrebno je pomno razmisliti koju vrsta okvira odabrati obzirom na svrhu za koju će biti upotrebljavan. Zatim materijal izrade kojim uvelike određujemo težinu i krutost, a popratno i karakteristike koje će definirati motocikl tokom vožnje.

Najveća naprezanja koja se javljaju u analizama prelaze u slučajevima preko 320 mega paskala [MPa] što je vrlo blizu ili više od granice elastičnosti nekih konstrukcijskih čelika. Ovo zahtjeva upotrebu čvršćih materijala kako ne bi došlo do plastične deformacije. Jedan od vrlo popularnih i uvelike usvojenih materijala izrade čeličnih okvira je nisko legirajući čelik „chromoly“ (25CrMo4) . Samo ime sugerira na dva glavna legirajuća elementa, a to su krom i molibden. Ovaj nisko legirajući čelik daje veliko poboljšanje u čvrstoći pod nešto veću cijenu samog materijala.

Također vrlo važno za spomenuti je da se najveća naprezanja pojavljuju u mjestima spajanja više elemenata. Obzirom da je ovaj okvir napravljen pomoću čeličnih cijevi ti spojevi su ostvareni zavarivanjem cijevi. Zavarena mjesta su vrlo problematična kod motocikala iz razloga što je tokom vožnje okvir uvijek pod utjecajem promjenjivih opterećenja uzrokovanih nepravilnostima i rupama na podlozi kojom vozi. Promjenjiva opterećenja opasna su za zavare iz razloga što ona mogu inicirati zamorni lom zavara ili elementa koji je zavaren u blizini zone utjecaja topline nastale tokom varenja.

Kako ne bi došlo do zamornog loma ova mjesta potrebno je dodatno učvrstiti pločastim ukрутama kojima učvršćujemo čvor u kojem se pojavljuju opasna naprezanja te ih smanjujemo rasterećivanjem samog opterećenja na veću površinu. Ovom metodom moguće je zaobići potrebu za većim ili debljim elementima te osigurati znatno manju masu okvira uz veću čvrstoću i krutost.

## Literatura

- [1] Museum of Applied Arts & Sciences, „Reproduction Draisine or hobby horse bicycle“, s Interneta, <https://ma.as/207233>, 2022.
- [2] Cam, „The timeline and hisotry of motorcycles“, s Interneta, <https://explore.rumbleon.com>, 2021.
- [3] National Museum of American History, „Roper Steam Velocipede, ca. 1869“, s Interneta, [https://americanhistory.si.edu/collections/search/object/nmah\\_1339960](https://americanhistory.si.edu/collections/search/object/nmah_1339960).
- [4] „Daimler Reitwagen“, [https://en.wikipedia.org/wiki/Daimler\\_Reitwagen#References](https://en.wikipedia.org/wiki/Daimler_Reitwagen#References), s Interneta, 2022.
- [5] Yamaha, „Yamaha R1M“, s Interneta, <https://www.yamaha-motor.eu>, 2022.
- [6] M. McVeigh, „To flex or not to flex“, s Interneta, <https://motodna.com/2012/08/22/flex-or-not-flex/>, 2012.
- [7] PowerSportsGuide, „Motorcycle Frames 101: Types, Materials, and Weights“, s Interneta, <https://powersportsguide.com/motorcycle-frame/>, 2022.
- [8] KTM, „Ktm Duke 690“, s Interneta, <https://ktm.com>, 2022.
- [9] Honda, „Honda CRF250R“, s Interneta, <https://powersports.honda.com>, 2021.
- [10] Ducati, „Ducati SLV4“, s Interneta, <https://www.ducati.com/ww/en/home>, 2020.
- [11] B. B. Das i i dr., „Recent Developments in Sustainable Infrastructure“, 2019.
- [12] G. Mueller, „The origins of the finite element method“, s Interneta, <https://www.cadfem.net>.
- [13] M. Sterpin, „Numerička analiza naprezanja i optimizacija dizajna elementa ovjesa vozila“, 2019.
- [14] Anna Sveučilište, „Finite element analysis“, s Interneta, [https://www.brainkart.com/article/Two-Dimensional-Finite-Element-Analysis\\_5950/](https://www.brainkart.com/article/Two-Dimensional-Finite-Element-Analysis_5950/), 2013.
- [15] K. Srinivas, „Abaqus – Tips and Tricks: When to use what Elements?“, 2017.
- [16] J. R. Davis, „Weight Transfer, what is it, why does it happen, and why should you care?“, s Interneta, <https://www.msgroup.org/default.aspx>, 2010.
- [17] M. Winkelbauer, „Braking Performance of Experienced and Novice Motorcycle Riders“, 2004.