

# Dinamička analiza pravocrtnog gibanja vozila

---

**Bjelanović, Sandro**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:895944>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-30**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**DINAMIČKA ANALIZA PRAVOCRITNOG GIBANJA VOZILA**

Rijeka, 12.09.2023.

Sandro Bjelanović  
0069079175

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
**TEHNIČKI FAKULTET**

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**DINAMIČKA ANALIZA PRAVOCRTNOG GIBANJA VOZILA**

Mentor: prof.dr.sc. Roberto Žigulić

Rijeka, 12.09.2023.

Sandro Bjelanović  
0069079175

Rijeka, 16. ožujka 2022.

Zavod: **Zavod za tehničku mehaniku**  
Predmet: **Dinamika**  
Grana: **2.15.06 tehnička mehanika (mehanika krutih i deformabilnih tijela)**

## ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD


Pristupnik: **Sandro Bjelanović (0069079175)**  
Studij: **Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva**

Zadatak: **Dinamička analiza pravocrtnog gibanja vozila / Dynamic analysis of vehicle longitudinal motion**

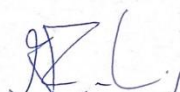
### Opis zadatka:

Opisati pogonski sustav vozila uzevši u obzir različite tipove konverzije pohranjene energije u snagu, njezinu transmisiju do kotača, otpore gibanju, ravnomjeran raspored opterećenja te gibanje po nagnoj cesti. Uzeti u obzir različite efekte kod pravocrtnog gibanja vozila u ovisnosti o trajanju gibanja. U slučaju dugotrajnog gibanja definirati i analizirati dkluse vožnje uzimajući u obzir efekte rotacijske energije kod ubrzavanja, dijagram vuče kod usporavanja te se ukratko osvrnuti na potrošnju goriva, trošenje pneumatika itd. Također matematički opisati raspored opterećenja kod ubrzanja/kočenja. Kod analize kratkotrajnih efekata iznijeti teoriju kočenja i opisati kočioni sustav vozila. Matematički opisati prijenos opterećenja uključujući efekte mehanizma ovjesa za različite tipove ovjesa. Opisati regulacijske mogućnosti kod upravljanja pravocrtnih gibanjem vozila. Izraditi odgovarajuća programska rješenja u programskoj platformi Excel VBA te prikazati rješenja ilustrativnih primjera.


Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanje diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

  
Zadatak uručen pristupniku: 21. ožujka 2022.

Mentor:

  
Prof. dr. sc. Roberto Žigulić

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

  
Prof. dr. sc. Kristian Lenić

## **IZJAVA**

Izjavljujem da sam završni rad pod nazivom „Dinamička analiza pravocrtnog gibanja vozila“ napisao samostalno, koristeći navedene literature pod mentorstvom prof. dr. sc. Roberta Žigulića.

Rad je zadalo Povjerenstvo za završne ispite prijediplomskog sveučilišnog studija strojarstva.

## ZAHVALA

Ovim putem se zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Robertu Žiguliću na suradnji, dostupnosti, izlasku u susret te savjetima koje mi je iznosio tijekom izrade ovog završnog rada. Svojim smjernicama mi je uvelike pomogao pri izradi teoretskog i praktičnog dijela zadatka.

Zahvaljujem prijateljima Robinu Kovaču, Roku Delpinu, Matku Aliću i Karlu Dangubiću što su mi na razne načine uljepšali boravak kako u prostorijama fakulteta tako i izvan fakulteta. Također hvala svim ostalim prijateljima, poznanicima i novim prijateljima koje sam stekao tokom prošlih, mukotrpnih, šest godina studiranja. Oni su mi isto na razno razne načine olakšali učenje.

Posebna hvala mojoj djevojci Luni koja je bila najveća motivacija i „svijetlo na kraju tunela“ kroz većinu teških i prijelomnih trenutaka tijekom zadnje dvije najzahtjevnije godine studija.

Najveća hvala roditeljima Marini i Nevenu te braći Goranu i Dinu pa tako i široj obitelji bez čije potpore i usluga ne bih mogao završiti studij.

Naposlijetku veliko hvala svim profesorima, asistentima i svima koji su mi omogućili stjecanje novih znanja bez čije izlaznosti u susret ne bih bio tu gdje jesam danas.

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	5
2. FUNKCIJE STACIONARNOG STANJA .....	6
2.1 Pogonski sustav vozila .....	6
2.1.1 Motori s unutarnjim izgaranjem .....	7
2.1.2 Električni motori .....	8
2.2. Prijenos okretnog momenta .....	9
2.3 Ravnomjeren raspored opterećenja .....	11
3. ZNAČAJKE TIJEKOM VOŽNJE .....	13
3.1 Ciklusi tijekom vožnje .....	13
3.2 Otpori prilikom gibanja vozila .....	17
3.3 Ubrzanje i efekti rotacijske energije pri ubrzavanju .....	19
3.4 Dijagram prijanjanja prilikom usporavanja .....	20
3.5 Usporavanje prilikom kočenja .....	22
3.6 Raspodjela kočionih sila .....	25
4. PROGRAMSKO RJEŠENJE U PLATFORMI EXCEL FOR WINDOWS .....	28
4.1 Primjer 1 .....	28
4.2 Primjer 2 .....	30
4.3 Primjer 3 .....	31
5. ZAKLJUČAK .....	34
6. LITERATURA .....	35
7. SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI .....	36
8. ABSTRACT .....	37

# 1. UVOD

U području strojarstva, proučavanje dinamičkog gibanja iznimno je važno jer inženjerima omogućuje razumijevanje, te predviđanje ponašanja mehaničkih sustava u pokretu. Pravocrtno gibanje, konkretno, odnosi se na kretanje tvari duž ravne linije. Analiza dinamike ovog gibanja ključna je za dizajniranje i optimizaciju raznih inženjerskih inovacija, poput vozila, zrakoplova, vlakova i drugih, kako običnih, tako i specijalnih strojeva. Ova grana dinamike obuhvaća niz složenih pojava, uključujući ubrzavanje, usporavanje, promjene brzine, raspodjelu sila i momenata koji utječu na gibanje cijelog sustava kojeg promatramo. Analizom ovih parametara inženjeri mogu poboljšati sigurnost, performanse, pa tako i učinkovitost mehaničkih sustava. Moguće je predvidjeti ponašanje tvari pod utjecajem unutarnjih i vanjskih sila razvijajući specijalne strojeve ili naprave koje će udovoljavati specifičnim zahtjevima koji proizlaze iz situacija u kojima će se nalaziti.

Proučavanje pravocrtnog gibanja tvari posebno je važno za industriju prijevoza, kod koje vozila, prilikom gibanja prolaze kroz razna dinamička naprezanja. Na vožnju te posebno kod ubrzavanja i kočenja, utječu razni čimbenici poput mase vozila, snage motora, aerodinamike, ali i stanja materije po kojoj, odnosno kroz koju, se gibaju. Pa tako na primjer, kod zrakoplova, razumijevanje dinamike ključno je kako za fazu letenja tako i za faze uzlijetanja i slijetanja.

Ponašanje vozila pod različitim uvjetima zahtijeva sveobuhvatnu analizu kako bi se razumjele interakcije različitih sila i momenata u sklopu cjelokupnog sustava. U ovoj studiji dublje analiziramo dinamiku vozila, istražujemo osnovne principe i jednadžbe koje upravljaju pravocrtnim gibanjem, sagledati stvarne primjere s ciljem istraživanja osnovnih principa koji upravljaju ponašanjem vozila. Kroz matematičke modele, simulacije i praktične primjere, ispitat ćemo utjecaj sila, inercije i trenja na ukupno gibanje sustava. Osim toga, raspravljat ćemo o važnosti analiziranja pri dizajniranju sigurnih i učinkovitih sustava prijevoza, uzimajući u obzir stvarne izazove i ograničenja. Time se može dobiti uvid u složene interakcije koje oblikuju ponašanje mehaničkih sustava u pokretu.

Temeljno razumijevanje gibanja je neizostavno za informirano donošenje odluka u dizajnu, optimizaciji i operaciji različitih inženjerskih primjena, doprinoseći napretku u području prijevoza, industrijskih strojeva, alata i mnogočega ostalog.

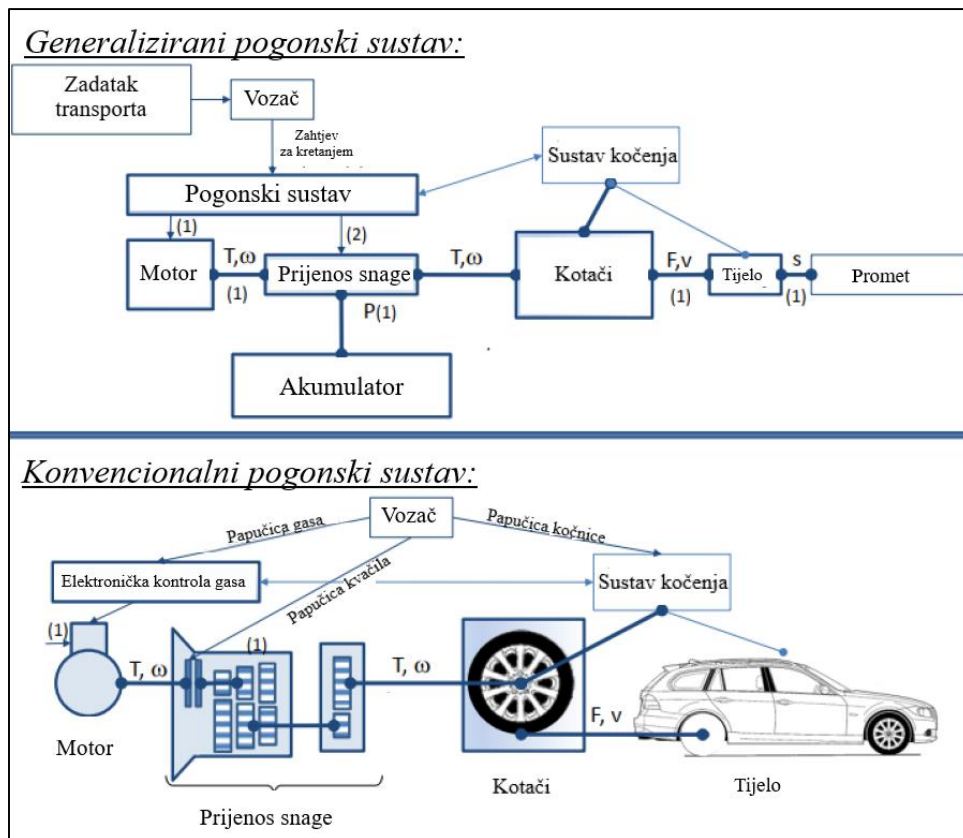


## 2. FUNKCIJE STACIONARNOG STANJA

Primarna svrha vozila je transport, a vozilo je svako prijevozno sredstvo namijenjeno za kretanje po cesti. Vozila najviše razlikujemo po obliku, namjeni, sustavima pokretanja i zaustavljanja, rasporedu opterećenja itd. Ove razlike će biti objašnjene i uspoređene u nastavku.

### 2.1 Pogonski sustav vozila

Prilikom pokretanja vozila razlikujemo sustave koji nam na različite načine daju snagu da se vozilo počne kretati. Najčešći i najrasprostranjeniji sustav za pokretanje vozila je motor s unutarnjim izgaranjem medija (naftnog derivata ili plina), čijim se izgaranjem, dobiva snaga potrebna za rotaciju kotača vozila ili propelera ukoliko govorimo o plovilima. U novije doba, kao opozicija konvencionalnom načinu pogona koji onečišćuje atmosferu sa stakleničkim plinovima, sve se više proizvode električni motori koje pogoni struja.

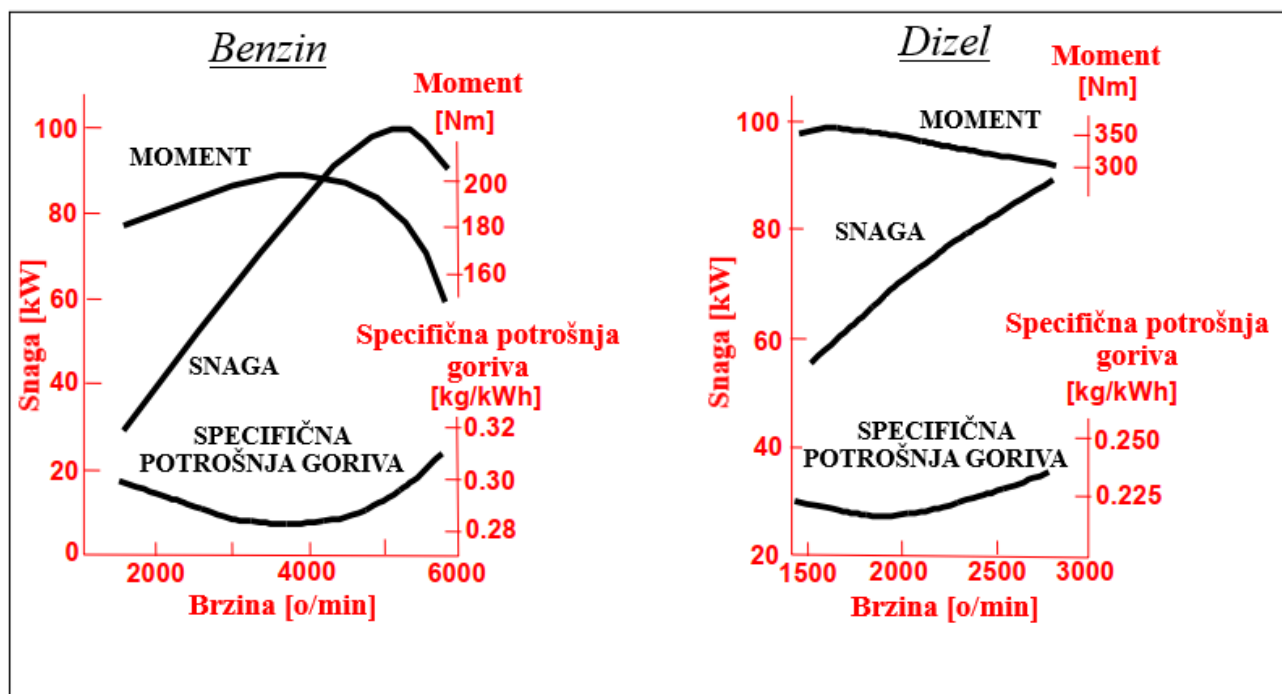


Slika 2.1 Pogonski sustav vozila [Jacobsen, 2015., str. 84]

Prilikom rada električnog motora ne dolazi do izgaranja ikakve vrste pa tako nema ni štetnih plinova koji su neizbježni produkt motora s unutarnjim izgaranjem. Konačni rezultat rada oba sustava je identičan, ali su velike razlike u dobivenim karakteristikama, a posebice u proizvedenoj snazi i momentu.

### 2.1.1 Motori s unutarnjim izgaranjem

Motori s unutarnjim izgaranjem su strojevi u kojima se kemijska energija goriva pretvara u mehaničku energiju. U cilindru motora gorivo izgara pomiješano sa zrakom. Produkti izgaranja imaju visoki tlak i djeluju na stap u cilindru. Pokreću ga i tako unutarnju toplinsku energiju plinova prilikom izgaranja pretvaraju u mehaničku energiju odnosno rad. Pravocrtno gibanje stapa se mehanizmom pretvara u kružno gibanje koljenastog vratila koje potom pokreće kotače i time dobivamo konverziju pohranjene energije u snagu. Razlikujemo izgaranje dva najčešća medija, benzina i dizela. Izgaranjem dva različita medija dobivamo različite karakteristike motora, a samim time i vozila. Na slici 2.2. vidimo kako se mijenjaju dobiveni momenti, snaga i specifična potrošnja goriva pri izgaranju oba medija.

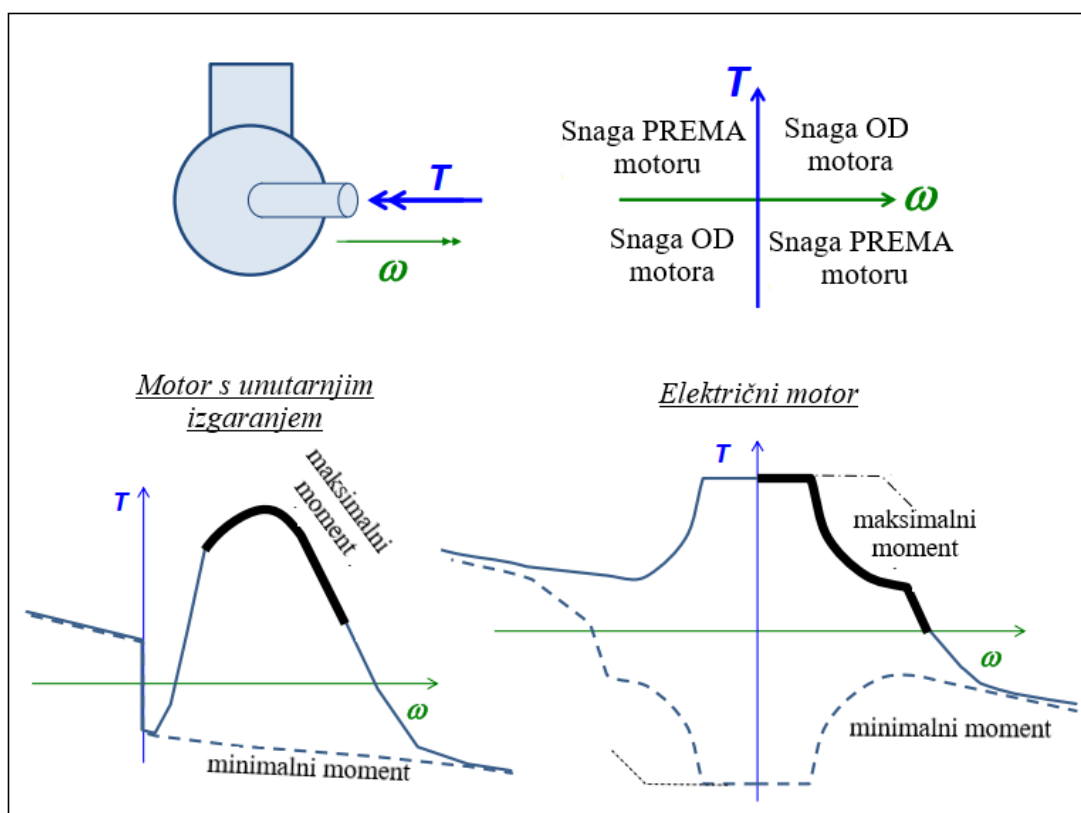


Slika 2.2 Karakteristike motora s unutarnjim izgaranjem benzina i dizela [Jacobsen, 2015., str. 85]

## 2.1.2 Električni motori

Električni motori imaju ključnu ulogu u razvoju vozila pokretanih strujom pružajući potreban pogon pretvaranjem električne energije u mehaničku energiju. Kada električna struja teče kroz namotaje motora, stvara se magnetno polje u statoru. Ono djeluje s trajnim magnetima rotora ili induciranim strujama (u slučaju indukcijskih motora), te rezultira rotacijskim gibanjem. Mijenjanjem količine i smjera struje moguće je kontrolirati brzinu i okretni moment motora. Postoje uglavnom tri vrste električnih motora koje se često koriste u električnim vozilima : jednosmjerni motori s četkicama, jednosmjerni motori bez četkica (s elektroničkim kontrolerima) i dvosmjerni indukcijski motori. Neke od prednosti električnih motora nad motorima s unutarnjim izgaranjem su:

- Viša učinkovitost (veći dio energije se pretvara u korisnu mehaničku snagu),
- Trenutni okretni moment (brže ubrzanje),
- Manja potreba za održavanjem (dulji radni vijek),
- Nema emisije štetnih plinova,
- Mogu generirati energiju prilikom kočenja (regenerativno kočenje).



Slika 2.3 Momentne karakteristike primarnih pogonskih sustava [Jacobsen, 2015., str. 85]

## 2.2. Prijenos okretnog momenta

Prijenos okretnog momenta odnosi se na prijenos rotacijske sile s jedne komponente na drugu. Moment se obično prenosi putem mehaničkih sustava poput zupčanika, osovina, remena i lanaca. Ove komponente imaju ključnu ulogu u različitim strojevima i mehanizmima, od jednostavnih alata do složenih strojeva i vozila. U osnovi, okretni moment generira se na izvoru pogonskog sustava (motoru), nakon čega se prenosi do opterećenja ili izlaza. Učinkovitost prijenosa okretnog momenta ovisi o faktorima poput dizajna, svojstava materijala, podmazivanja komponenti... Zupčanicima su uobičajeni mehanizmi za prijenos okretnog momenta. Dolaze u različitim tipovima, poput pravocrtnih zupčanika, kosih zupčanika i stožastih zupčanika, te se međusobno prijanjaju kako bi prenijeli rotacijsku silu dok mijenjaju brzinu i smjer pokreta. Remeni i lanci također prenose okretni moment, posebno u situacijama gdje je potrebna fleksibilnost ili udaljenost između izvora i opterećenja.

U određenim kontekstima, pojam "prijenos" označava jednosmjerni prijenos rotacijske mehaničke snage duž jedne osi, obično je prenošeni s ulazne osovine na jedinu izlaznu osovinu. Za bilo koji jednodimenzionalni prijenos rotacijske mehaničke energije između dva rotirajuća vratila, konačna iskoristivost bi bila:

$$\eta_{uk} = \frac{P_{izl}}{P_{ul}} = \frac{T_{izl} * w_{izl}}{T_{ul} * w_{ul}} \quad (2.1)$$

- Gdje je:  $P_{izl}$  - izlazna snaga,
- $P_{ul}$  - ulazna snaga,
- $T_{izl}$  - izlazni moment,
- $T_{ul}$  - ulazni moment,
- $w_{izl}$  - izlazna obodna brzina,
- $w_{ul}$  - ulazna obodna brzina.

Međutim, u drugim kontekstima, pojam prijenosa ima šire značenje, opisujući složeni mehanizam odgovoran za usklađivanje protoka energije prema i od akumulatora. Ovaj složeni sustav omogućuje neograničenu raspodjelu energije među više osovina, kotača i mehaničkih komponenti.

Raspodjela prema akumulatoru i više osovina i/ili kotača osnovno se može provesti na dva načina:

- Raspodjela u određenim dijelovima (rotacijske) brzine. Primjer toga je čvrsta osovinna između lijevog i desnog kotača. Ona se nalazi kod posebnih vozila poput kartinga, te u uobičajenijim vozilima kada je uključena blokada diferencijala. U takvoj osovini nalazi se 3 vratila: ulaz u osovinu i dva izlaza (za lijevi i desni kotač). Prema tome jednadžbe će glasiti:

$$\begin{aligned}
 w_{ul} &= w_{\text{lijevi}} ; \\
 w_{ul} &= w_{\text{desni}} ; \\
 T_{ul} &= T_{\text{lijevi}} + T_{\text{desni}} ;
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

- Raspodjela u određenim dijelovima okretnog momenta. Ona zahtijeva određenu vrstu planetarnog prijenosnika. Konvencionalni (otvoreni) diferencijalni prijenosnik je primjer toga, za kojega glase sljedeće jednadžbe:

$$\begin{aligned}
 w_{ul} &= \frac{(w_{\text{lijevi}} + w_{\text{desni}})}{2} ; \\
 T_{\text{lijevi}} &= T_{\text{desni}} ; \\
 T_{ul} &= T_{\text{lijevi}} + T_{\text{desni}} ;
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Općenito govoreći, otvoreni diferencijal je prilično jednostavan za uporabu kod većine analiza dinamike vozila: Brzine su određene pokretom vozila (npr. vanjski kotač u zavoju se okreće brže od unutarnjeg kotača u zavoju, određeno stopom okretanja vozila i širinom traga). Okretni momenti su definirani diferencijalom, kao polovica pogonskog momenta s obje strane.

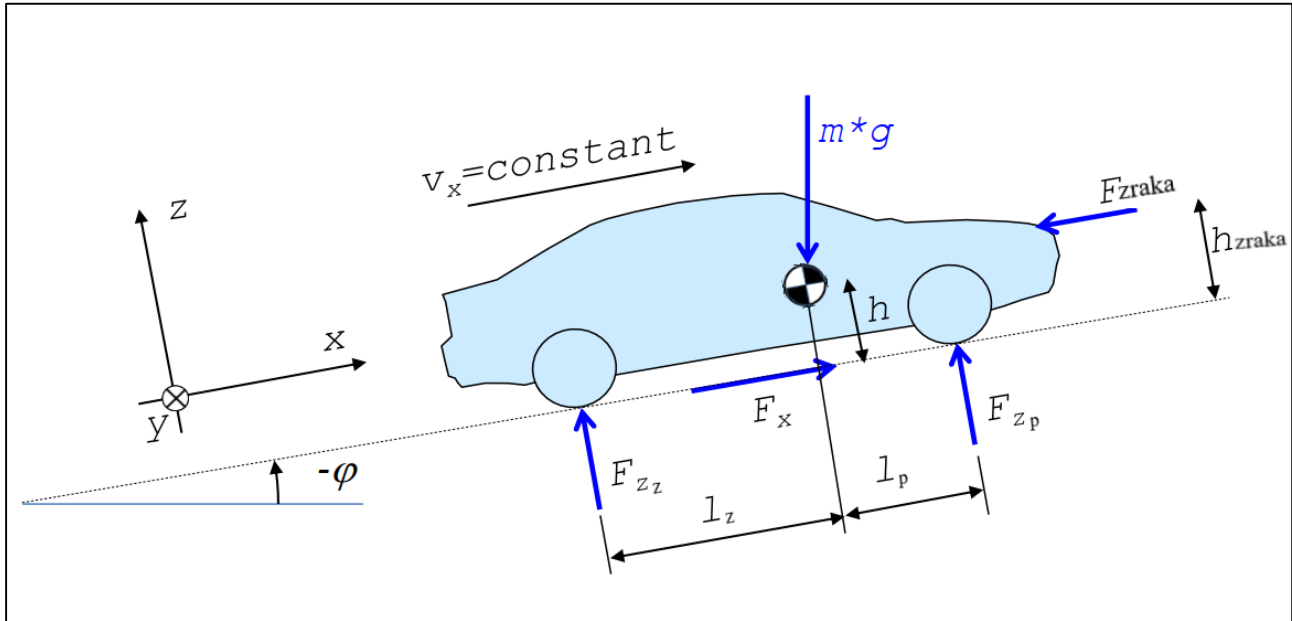
Također, kod zatvorenog diferencijala, općenito je složenije provesti analizu. Ovdje su kotači prisiljeni da imaju istu rotacijsku brzinu i, u zavoju, to uključuje karakteristike podlaganje guma uzdužnom klizanju. Rješenje uključuje više jednadžbi s zajedničkim varijablama.

Dakle, otvoreni i zatvoreni diferencijali su osnovni koncept izbora. No, postoje dodaci tim konceptima: Mogu se ugraditi spojke s trenjem koje se automatski aktiviraju mehaničkim klipovima ili slično, ili se upravljaju kontrolnim funkcijama. Također se mogu ugraditi električni motori koji prenose okretni moment s jednog kotača na drugi.

### 2.3 Ravnomjran raspored opterećenja

Kada razmatramo značajke vozila u kontekstu vožnje i kretanja po različitim terenima, postoji nekoliko ključnih faktora koji igraju ulogu. Jedan od tih faktora je raspodjela vertikalnog opterećenja između prednje i zadnje osovine vozila. Da bismo jasno prikazali kako se ta raspodjela opterećenja odražava na dinamiku vozila, postavljamo dijagram uzdužnih i poprečnih sila.

Na slici 2.5 vidljive su sve sile koje djeluju na vozilo i kako su one međusobno povezane.



Slika 2.5 Dijagram uzdužnih i poprečnih sila [Jacobsen, 2015., str. 94]

Sada možemo postaviti jednadžbe ravnoteže kako slijedi i izvesti formulu za opterećenje na prednjoj osovini:

$$F_{zp} * (l_p + l_z) - m * g * (l_z * \cos(-\phi) - h * \sin(-\phi)) + F_{zraka} * h_{zraka} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{zp} = m * g * \frac{l_z * \cos(\phi) + h * \sin(\phi)}{l_p + l_z} - F_{zraka} * \frac{h_{zraka}}{l_p + l_z}; \quad (2.4)$$

i na zadnjoj osovini:

$$-F_{zz} * (l_p + l_z) + m * g * (l_z * \cos(-\phi) - h * \sin(-\phi)) + F_{zraka} * h_{zraka} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{zz} = m * g * \frac{l_z * \cos(\phi) - h * \sin(\phi)}{l_p + l_z} + F_{zraka} * \frac{h_{zraka}}{l_p + l_z}; \quad (2.5)$$

- gdje je:  $F_{zp}$  - sila na prednjoj osovini

$F_{zz}$  - sila na zadnjoj osovini

$l_p$  - udaljenost između težišta vozila i prednje osovine

$l_z$  - udaljenost između težišta vozila i zadnje osovine

$F_{zraka}$  - sila zraka

$h_{zraka}$  - visina djelovanja sile zraka

$\phi$  - kut uspona

### **3. ZNAČAJKE TIJEKOM VOŽNJE**

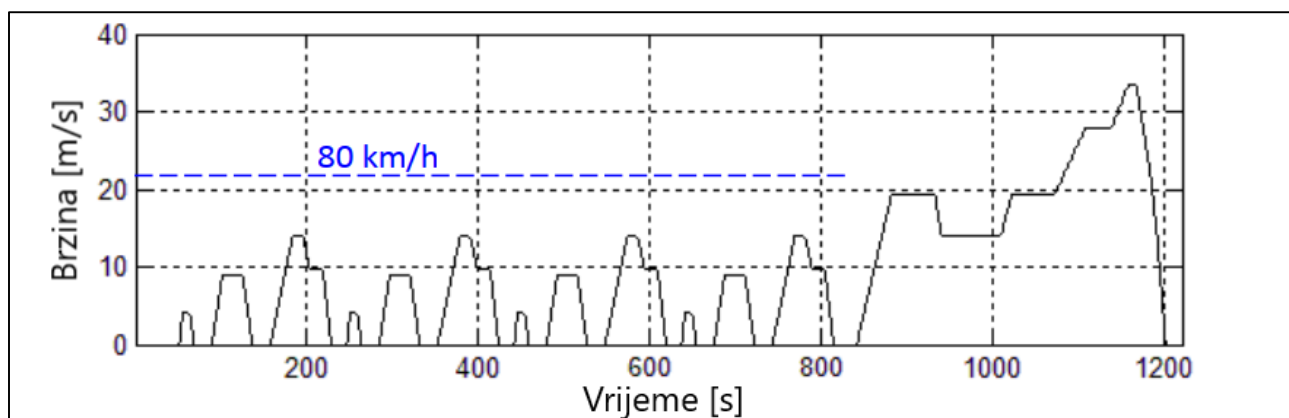
Parametri kao što su potrošnja goriva, potrošnja energije i emisije nisu konstantni tijekom cijelog vremena vožnje, mijenjaju se ovisno o uvjetima vožnje, brzini, terenu i drugim varijablama. Na primjer, prilikom ubrzanja vozila ili vožnje uzbrdo, potrošnja goriva može privremeno porasti. S druge strane, tijekom vožnje nizbrdo ili pri stabilnoj brzini, potrošnja goriva može biti smanjena. Jasno je da postoji razlika između kratkotrajnih intervala, poput nekoliko sekundi, i dužih vremenskih okvira, kao što su sati vožnje za koje su ovi parametri relevantni. Tijekom kratkih intervala moguće su brze oscilacije u potrošnji goriva i drugim faktorima, dok se dugoročno promjene mogu primijetiti tijekom više sati vožnje.

#### **3.1 Ciklusi tijekom vožnje**

Jedan od načina definiranja duljeg događaja tijekom vožnje zovemo ciklus vožnje; gdje pratimo kako se bitne varijable ponašaju tijekom vremena. Pritom se brzina i akceleracija definiraju kao funkcija vremena. Primjeri često korištenih ciklusa vožnje prikazani su na Slici 3.1 i Slici 3.2. Osim toga, važno može biti definirati nagib ceste kao funkciju vremena. Temperaturu motora i odabrani stupanj prijenosa također je moguće definirati kao funkcije vremena. Kod hibridnih vozila, mogućnost regeneracije energije putem električnih motora je ograničena u zavojima, pa se radijus zakrivljenosti također može propisati kao funkcija vremena. Kod teretnih vozila težina prevoženog tereta može biti još jedna važna mjera za propisivanje. Najvažniji primjeri ciklusa vožnji su FTP, HFTP, NEDC i WLTC, svaki s vlastitim karakteristikama i primjenom na određenim tržištima.

NEDC (New European Driving Cycle) je primjer ciklusa kojeg čine razdvojene pojedinosti povezane u jedinstvenu cjelinu i koristi se u Europi. Ovaj ciklus ima definirane brzine i ubrzanja te simulira tipične uvjete vožnje u Europi (Slika 3.1). Međutim, NEDC je kritiziran zbog toga što ne odražava stvarne uvjete vožnje i nije uvijek precizan pri procjeni potrošnje goriva i emisija.

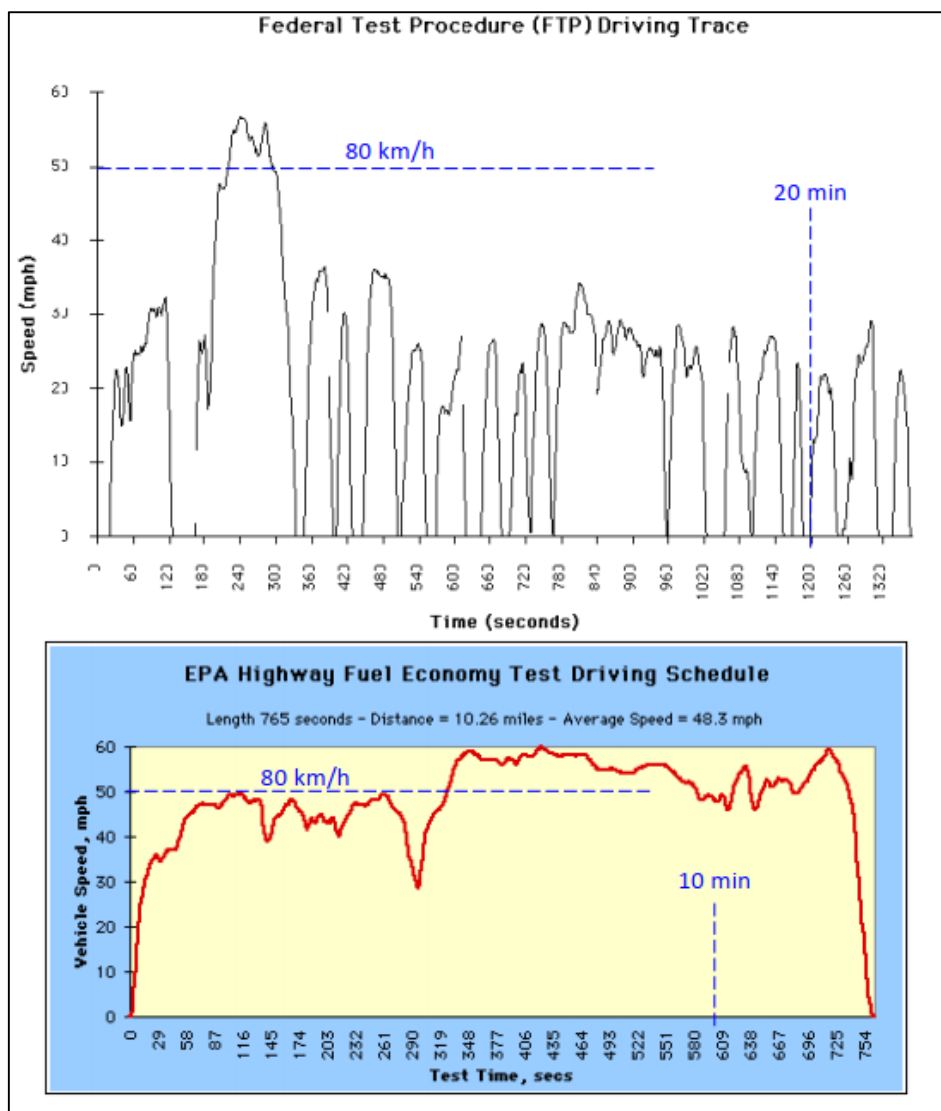




*Slika 3.1 New European Driving cycle (NEDC) [Jacobsen, 2015., str. 94]*

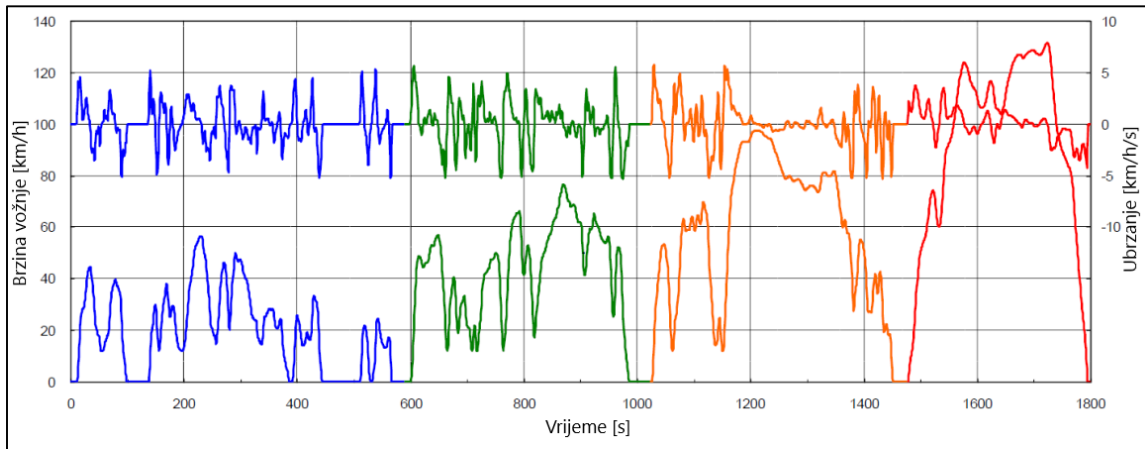
FTP (Federal Test Procedure) i HFTP (Highway Fuel Economy Driving Test) su ciklusi dobiveni iz stvarnih vožnji i uglavnom se koriste u Sjevernoj Americi, a posebice u Sjedinjenim Američkim Državama. Oni simuliraju vožnju u gradskim i izvangradskim uvjetima i pružaju informacije o potrošnji goriva i emisijama u tim situacijama (Slika 3.2).

Svjetski usklađeni ciklus testiranja lakih vozila (WLTC) je inicijativa koja stvara standardizirane cikluse testiranja koji bi se mogli koristiti diljem svijeta. Ovaj ciklus je osmišljen da bolje simulira stvarne uvjete vožnje i pruža relevantne informacije o potrošnji goriva i emisijama. WLTC postoji u različitim varijantama kako bi uzimao u obzir različite tipove vozila, uključujući različite snage i težine.



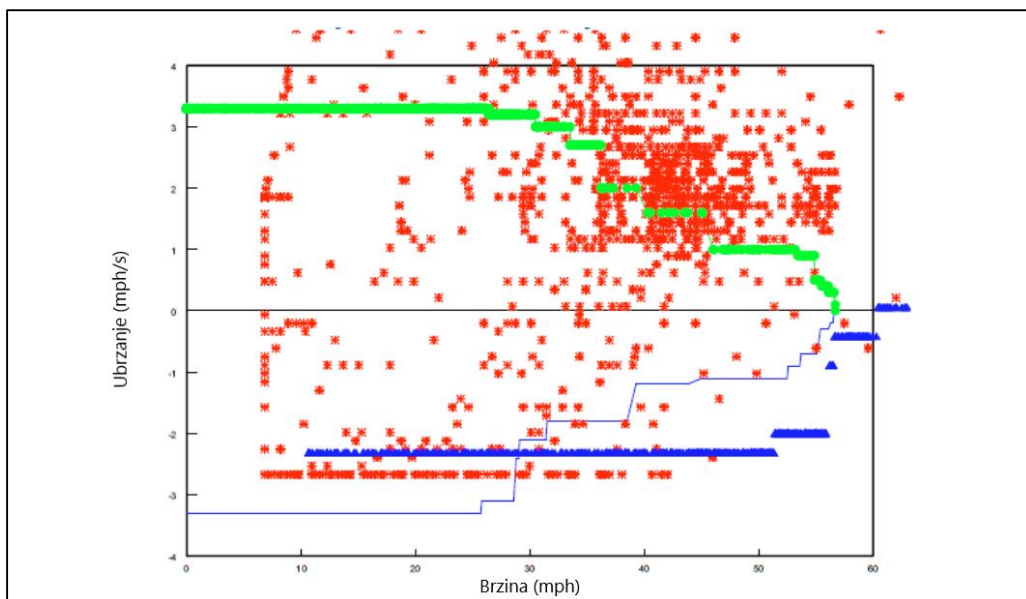
*Slika 3.2 Gore: FTP ciklus  
 Dolje: HFTP ciklus [Jacobsen, 2015., str. 95]*

Slika 3.3 prikazuje WLTC i njegovu svjetsku namjenu. Kroz usklađivanje ovih ciklusa testiranja, znanstvenici rade na kreiranju standardizirane metode procjene performansi vozila koja je relevantna i primjenjiva na globalnoj razini.



Slika 3.3. WLTC ciklus [Jacobsen, 2015., str. 96]

Ciklus vožnje može se sažeti u dvodimenzionalnu funkciju brzine i ubrzanja, kako je prikazano na Slici 3.4. Na istoj se vidi jednostavna raspodjela točaka koja pokazuje koje kombinacije su najčešće, no također se može pretvoriti u trajanja (u sekundama ili u frakcijama ukupnog vremena) za različite intervale kombinacija brzine i ubrzanja. Ovo je manje napredan i manje realističan opis zadatka prijevoza. Pomoću ovog pristupa uopće nije važan dinamički model vozila i neće biti utjecaja vremenske povijesti izvornog ciklusa. Uzorci vožnje mogu koristiti više od 2 dimenzije, kao što su (brzina, ubrzanje, nagib ceste). U osnovi, također se mogu koristiti i manje od 2 dimenzije, npr. samo brzina.



Slika 3.4 Distribucija trajanja rada u domeni brzine i ubrzanja [Jacobsen, 2015., str. 97]

### 3.2 Otpori prilikom gibanja vozila

Kada razmatramo faktore koji utječu na otpor pri vožnji, primjećujemo da postoje različite sile koje djeluju protiv kretanja vozila. Dvije glavne komponente koje utječu na ovaj otpor su otpor kotrljanja guma i otpor aerodinamičkog oblika vozila. Osim toga, treba uzeti u obzir i dodatni otpor koji se javlja pri vožnji uzbrdo zbog gravitacijske sile koja djeluje na vozilo. Dok se vozilo kreće uzbrdo, gravitacija i nagib stvaraju dodatni otpor, dok se pri spuštanju nizbrdo taj otpor može iskoristiti kao poticaj za kretanje. Ovisno o uvjetima vožnje i karakteristikama terena, ovaj efekt može imati značajan utjecaj na ukupni otpor pri vožnji.

Otpor pri vožnji, također poznat kao otpor kotrljanju, označava silu koja se suprotstavlja kretanju kotača vozila po površini poput ceste ili asfalta. Ovaj otpor uglavnom proizlazi iz deformacije guma i površine s kojom dolaze u dodir. Postoji nekoliko čimbenika koji utječu na otpor kotrljanju:

- Sama konstrukcija i materijal guma i ceste
- Tlak u gumama
- Hrapavost površine ceste
- Težina vozila
- Brzina vozila
- Temperatura

Otpor kotrljanju ima ključnu ulogu u dizajniranju vozila, posebno u automobilskoj industriji. Veliki otpor može rezultirati smanjenom učinkovitošću goriva, što znači da vozilu treba više energije da bi održavalo jednaku brzinu. Što zatim dovodi do povećane potrošnje goriva i emisija, koji su bitni problemi iz ekoloških i ekonomskih razloga.

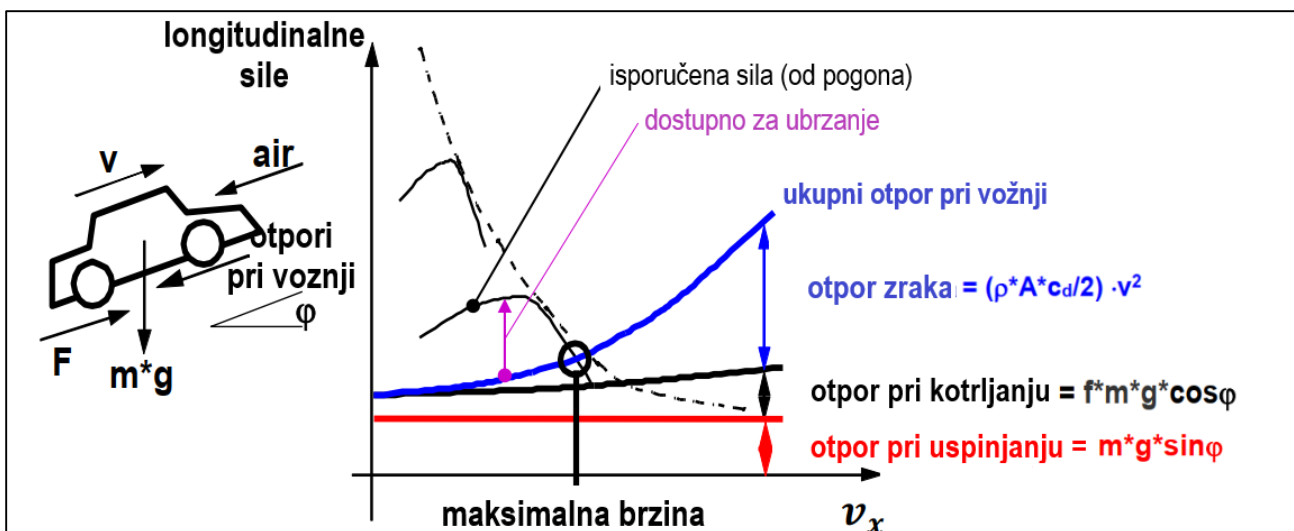
Kako bi se poboljšala učinkovitost vozila, inženjeri često rade na optimizaciji dizajna guma, odabiru boljih materijala za gume, održavanju pravilnog tlaka u gumama i kreiranju vozila s manjim aerodinamičkim otporom - sve ovo zajedno doprinosi smanjenju otpora kotrljanju i povećanjem ukupne učinkovitosti goriva.

Slijedi jednačina za otpor gibanju pri vožnji:

$$F_{otpor} = m * g * \sin(\phi) + f * m * g * \cos(\phi) + \frac{1}{2} * c_d * \rho * A * (v_x - v_{zrak,x})^2 \quad (3.1)$$

- Gdje je :  $F_{otpor}$  – sila otpora gibanju vozila;
- $m$  – masa vozila;
- $g$  – gravitacijska sila;
- $\phi$  – kut uspona;
- $f$  – koeficijent otpora kotrljanja;
- $c_d$  – koeficijent aerodinamickih otpora
- $\rho$  – gustoća zraka;
- $A$  – površina vozila;
- $v_x$  – brzina vozila;
- $v_{zraka,x}$  – brzina zraka;

Kombinacija vanjskih opterećenja i unutarnje generiranih pogonskih sila igra ključnu ulogu u određivanju performansi vozila. Kada vozilo ubrzava, mora prevladati sve vrste otpora kako bi postiglo svoj vrhunski potencijal brzine. Ti čimbenici otpora uključuju otpor kotrljanja guma, otpor zraka koji se povećava s povećanjem brzine i otpor pri vožnji uzbrdo. Kako bismo odredili maksimalnu brzinu koristimo dijagram vuče skupa s otporom pri vožnji, koji također prikazuje kako se vanjski otpori i unutarnje pogonske sile odnose jedni u skladu s drugima. Maksimalna brzina je brzina pri kojoj je zbroj svih članova otpora pri vožnji jednak dostupnim pogonskim silama.



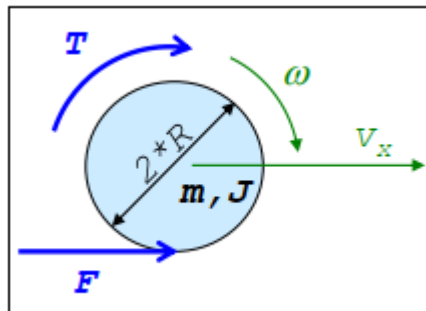
Slika 2.4 Dijagram vuče s otporom vožnje iz kojeg je vidljiva maksimalna brzina [Jacobsen, 2015., str. 89]

Iz slike (2.4) vidljivo je sjecište generirane sile (glavnog pogona) i otpora pri vožnji te ono određuje maksimalnu brzinu vozila. Ovi rezultati vrijede samo za uvjete ravnoteže (bez ubrzanja).

### 3.3 Ubrzanje i efekti rotacijske energije pri ubrzavanju

Rotirajući dio pogonskog sustava, odnosno motor i kotači, moraju biti sinkrono ubrzani s masom vozila. Pritom crpeći snagu od pogonskog sustava. To utječe na potrebnu pogonsku silu pri praćenju ubrzanja u vožnji. Možemo poboljšati ovaj prilično pojednostavljen pristup uključivanjem efekata rotirajuće mase. Tijelo automobila jednostavno mora biti ubrzano prema naprijed, ali kotač i sve ostale rotirajuće mase moraju biti ubrzane ne samo linearno, već i rotacijski, ignorirajući nagib terena.

Razmotrimo kotač koji se idealno kotrlja (bez proklizavanja), s dijagramom slobodnog tijela i oznakama kao što su prikazane na slici 3.5.



Slika 3.5 Rotirajući kotač [Jacobsen, 2015., str. 97]

Postavljamo jednadžbu za brzinu i silu :

$$v = R * w ;$$

$$F = m * \dot{v} \tag{3.2}$$

- Gdje je : m – masa kotača
- R – radijus kotača
- w – obodna brzina kotača

Pod pretpostavkom da nam je poznat okretni moment „ T “ i koeficijent rotacijskog inercijalnog momenta „ k “ dolazimo do slijedeće formule:

$$k * m * \dot{v} = \frac{T}{R} \quad (3.3)$$

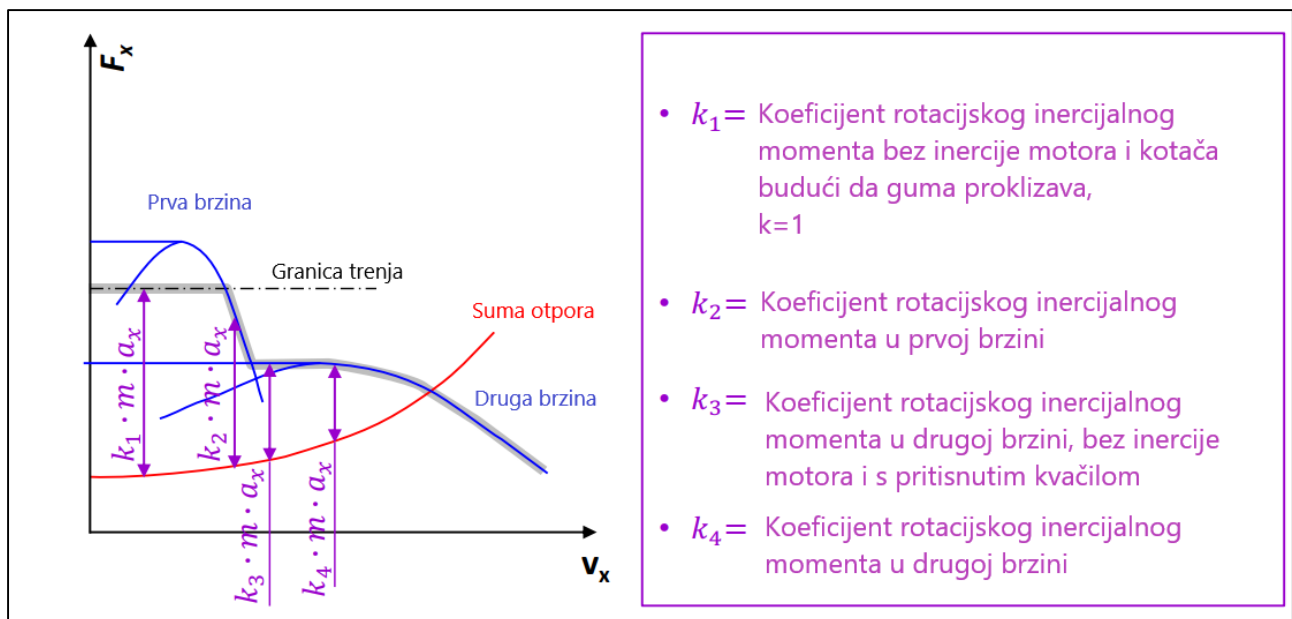
Stoga možemo vidjeti da efekt rotacijskog inercijalnog momenta čini masu većom i čini odgovarajuću reakcijsku silu nižom.

U sustavu pogona vozila, rotacijski inercijalni momenti se nalaze uglavnom na dva mjesta:

- prije mjenjača, odnosno elementi koji se vrte istom brzinom kao i motor
- nakon mjenjača, odnosno elementi koji se vrte istom brzinom kao i kotač

Obično za putnički automobil,  $k = 1.4$  u prvoj brzini, dok je  $k = 1.1$  u najvišoj brzini. Dakle, u prvoj brzini, otprilike trećina okretnog momenta motora potrebna je za rotacijsko ubrzanje kotača, dok je samo dvije trećine dostupno za ubrzanje vozila. U slučaju kada je kvačilo stisnuto, nema ograničenja između brzine motora i vozila.

Sada možemo odrediti ubrzanje iz dijagrama prijanjanja.



Slika 3.6 Ubrzanje pri mijenjanju brzina u dijagramu prijanjanja [Jacobsen, 2015., str. 99]

### 3.4 Dijagram prijanjanja prilikom usporavanja

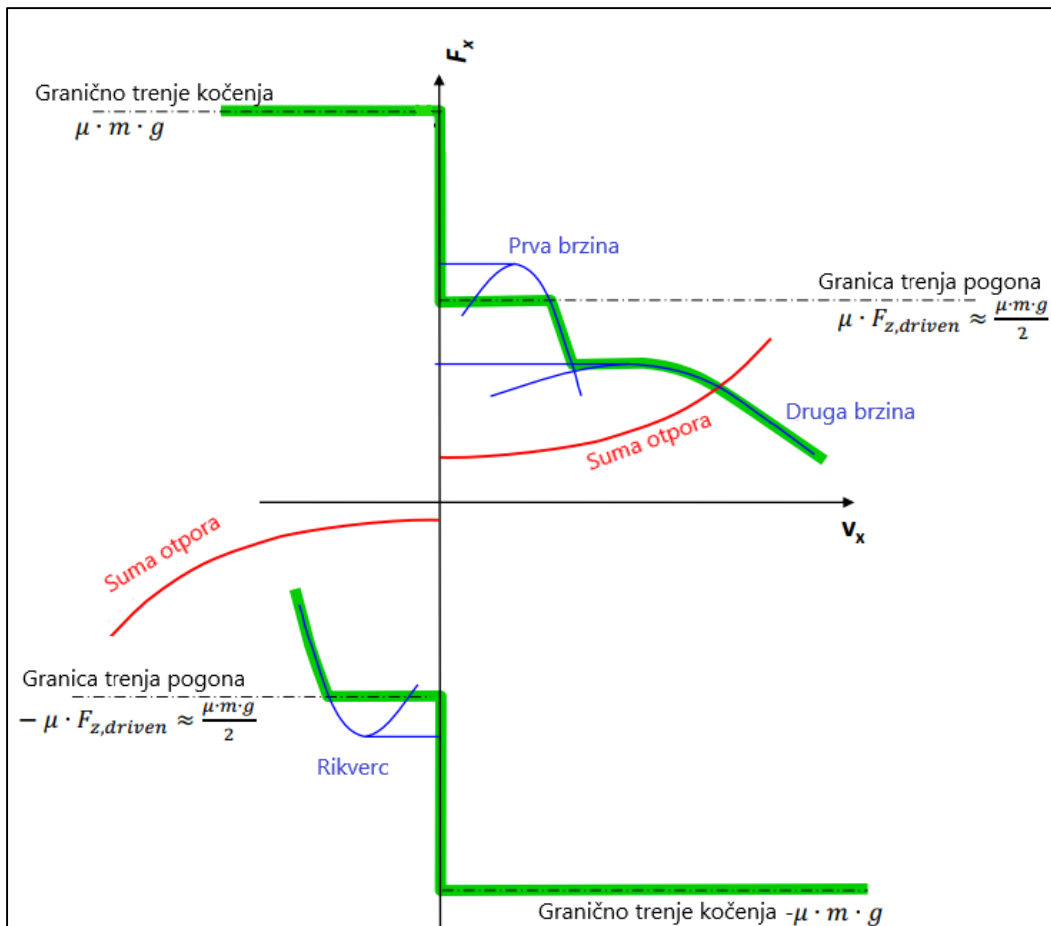
Dijagram prijanjanja pomaže nam procijeniti performanse vozila uzimajući u obzir međuodnos brzine, prijanjanja i različitih faktora koji utječu na interakciju guma i podloge po kojoj

se vozilo kreće. Pomaže utvrditi koliko ubrzanja ili kočenja vozilo može primijeniti bez gubitka prijanjanja i proklizavanja.

Inženjeri koriste dijagrame prijanjanja kako bi optimizirali različite aspekte dizajna vozila, uključujući snagu motora, prijenosnu opremu i sustave kočenja kako bi maksimizirali performanse, istovremeno ostajući unutar ograničenja dostupnog prijanjanja.

Slučajevi 1-4 prikazani na slici 3.6 pretpostavljaju da motor radi na svojoj krivulji maksimalnog okretnog momenta, što nije uvijek potrebno tijekom određenog ciklusa vožnje. Umjesto toga, ubrzanja su često skromnija, što znači da se često koriste dvije brzine. Tada se obično može pronaći radna točka motora između maksimalne i minimalne krivulje motora.

Kada ciklus vožnje pokazuje usporavanje koje je veće od onog koje se može postići s otporom sile, moramo kočiti kombinacijom motornog kočenja i kočenja trenjem. Ako se koristi samo kočenje trenjem, može biti s uključenom ili isključenom spojkom. Dijagram prijanjanja se može proširiti kako



Slika 3.7 Dijagram prijanjanja s maksimalnom i minimalnom pogonskom silom [Jacobsen, 2015., str. 100]



bi obuhvatio i motorno kočenje i kočenje trenjem. Međutim, sustav kočenja trenjem rijetko je ograničavajući faktor za koliko negativna uzdužna sila može biti. No, faktor ograničenja je trenje ceste, kako je prikazano na slici 3.7.

### **3.5 Usporavanje prilikom kočenja**

Slijedećih nekoliko pojmova nam opisuju efikasnost prilikom usporavanja:

Učinkovitost kočenja je omjer usporavanja vozila i najbolje iskorištene kočnice na osovini (ili kotaču), dok je određena primjena papučice kočnice na određenoj brzini ravno naprijed, pri određenom prijanjanju ceste na ravnom terenu bez vjetra u pravcu kretanja i određenog opterećenja na određenom položaju u vozilu. Ako je Učinkovitost kočenja = 1 = 100%, raspodjela kočenja je optimalna. Ovo znači da se sva primijenjena kočna snaga učinkovito koristi i da nema gubitaka ili neefikasnosti u kočnom sustavu vozila. Vozilo će se zaustaviti ravnomjerno i brzo, što se smatra idealnim scenarijem u kontekstu kočenja.

Kočiona udaljenost je udaljenost koju vozilo pređe tijekom kočenja s potpuno pritisnutom kočnicom s određenom brzinom ravno naprijed do neke druge niže brzine, pri određenom prijanjanju ceste na ravnom terenu bez vjetra u pravcu kretanja i s određenim opterećenjem na određenom položaju u vozilu. Ova mjera koristi se za procjenu koliko je udaljenosti potrebno da vozilo sigurno stane u određenim uvjetima kočenja. Za putnička vozila obično se potpuno koči s brzine od 100 km/h, a tada je kočiona udaljenost obično oko 40 metara (prosječno usporenje od 9,65 m/s<sup>2</sup>). Za teretna vozila, kočna udaljenost obično je dulja, između 51 i 55 metara (usporenje od 7,5 do 7 m/s<sup>2</sup>). Ovo su tipični podaci koji se koriste za procjenu kočnih udaljenosti, ali stvarna udaljenost može varirati ovisno o mnogim faktorima kao što su uvjeti ceste, stanje kočnica i opterećenje vozila.

Udaljenost zaustavljanja je udaljenost koju vozilo pređe od trenutka kada prepreka postane vidljiva vozaču do trenutka kada vozač uspije potpuno zaustaviti vozilo. Da bi se odredila udaljenost zaustavljanja, potrebno je specificirati određene uvjete, kao što su uvjeti kočenja, prijanjanje ceste, brzina vozila i stanje kočnica. Udaljenost zaustavljanja može se značajno razlikovati ovisno o uvjetima i situacijama na cesti, kao i o brzini vožnje i sposobnostima vozača. Stoga je važno uzeti u obzir sve ove faktore prilikom procjene udaljenosti zaustavljanja kako bi se osigurala sigurna vožnja i brza reakcija u hitnim situacijama. Dakle, ukupna udaljenost zaustavljanja koja je potrebna da vozilo potpuno stane sastoji se od udaljenosti koju vozilo pređe tijekom kočenja i dodatne udaljenosti koju

vozilo pređe dok vozač reagira na prepreku i počne pritisnuti kočnicu. Vrijeme reakcije vozača obično varira između 0,5 i 2 sekunde.

Općenito govoreći, postoji nekoliko sustava koji mogu usporiti vozilo:

- Kočioni sustav (kočiona pedala i ABS/ESC kontroler, koji zajedno primjenjuju kočione obloge na kočione diskove/bubnjeve).
- Ručna kočnica (ručka/gumb koji primjenjuje kočione obloge na kočione diskove/bubnjeve, obično na stražnjoj osovini).
- Motoričko kočenje (unutarnje sagorijevanje motora pri visokim brzinama generira negativnu pogonsku silu).
- Električni strojevi (strojevi se mogu koristiti simetrično, tj. i za pozitivne i za negativne obrtne momente).
- Retarderi ili pomoćne kočnice za teška vozila.
- Veliki kutovi skretanja zapravo će usporiti vozilo.

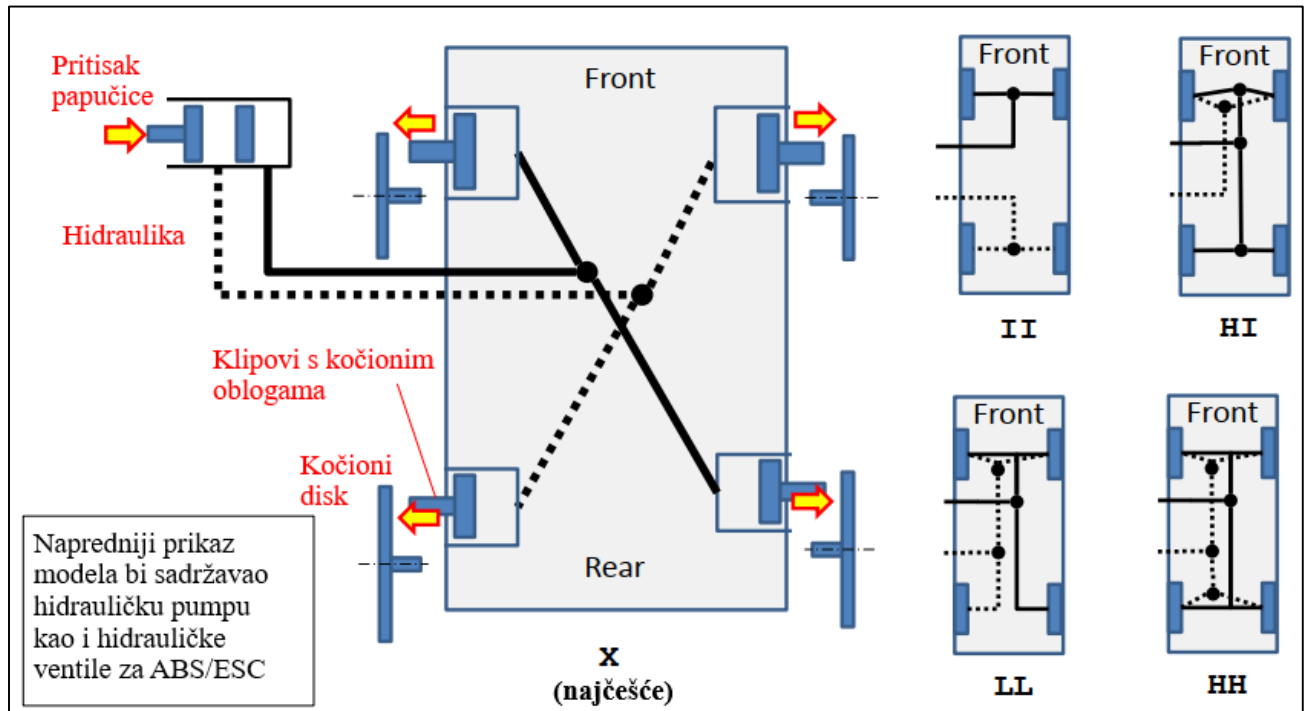
Svaki od ovih sustava ima svoju svrhu i koristi se u različitim situacijama kako bi se vozilo sigurno zaustavilo ili usporilo. Na primjer, obični kočioni sustav i ručna kočnica koriste se za zaustavljanje vozila tijekom normalnih uvjeta vožnje, dok motoričko kočenje i retarderi često koriste teški kamioni i kamioni kako bi se kontrolirano usporili pri velikim brzinama na nizbrdicama.

Iz perspektive dinamike vozila, obični kočioni sustav i parking kočnica imaju sljedeće posebne karakteristike:

- U praksi, kočnice nisu ograničene snagom jer mogu blokirati kotače za većinu situacija vožnje i prijanjanje ceste (motori s unutarnjim izgaranjem i električni motori često su ograničeni njihovom maksimalnom snagom, jer je često manja od raspoloživog prijanjanja ceste).
- Kočnice mogu stvarati okretni moment samo u suprotnom smjeru od rotacije kotača. (Električni motori mogu kočiti toliko da kotači počnu rotirati unatrag.)
- Kočnice mogu držati vozilo u mjestu. (Ako se koriste električni strojevi za stajanje u mjestu na nizbrdici, potrebno je zatvoreno upravljanje, što rezultira time da vozilo "pluta".)

Ove karakteristike čine kočnice vrlo pouzdanim i učinkovitim sustavima za zaustavljanje vozila u većini situacija prilikom vožnje.

Osnovni dizajn kočionog sustava putničkog automobila je hidraulički sustav prikazan na Slici 3.8.



Slika 3.8. Hidraulički sustav koćenja u vozilima [Jacobsen, 2015., str. 111]

Ovdje, pedala koćnice gura klip, što uzrokuje hidraulički tlak (tlak = sila pedale/površina klipa). Hidraulički tlak zatim je povezan s koćionim ćeljjustima na svakom kotaću, tako da klip na svakom kotaću gura koćionu oblogu prema koćionom disku (sila diska = tlak \* površina klipa). Koćioni okretni moment na svakom kotaću tada je jednostavno: okretni moment = broj tarnih površina \* koeficijent trenja diska \* sila diska \* radijus diska. (Obiĉno postoje 2 tarne površine, jer su koćnice dvostrane.)

Odabirom razliĉitih površina klipa i radijusa diska naprijed i straga, postoji osnovni hidromehaniĉki omjer raspodjele koćenja izmeću prednje i stražnje osovine. Obiĉno postoje dvije hidrauliĉke cijevi za sluĉaj otkazivanja primarne.

Sustavi koćenja za teške kamione obiĉno se temelje na pneumatskim sustavima, za razliku od hidrauliĉkih sustava.

### 3.6 Raspodjela kočionih sila

Ravnoteža sila predstavlja podešavanje ili raspodjelu kočionih sila između prednje i stražnje osovine vozila. To je važan aspekt dizajna kočionog sustava kako bi se osiguralo da vozilo zaustavi ili uspori na glatki i siguran način, posebno tijekom snažnog kočenja ili hitrih manevra u nuždi.

Neki od ciljeva raspodjele su sljedeći:

- Sprječavanje blokiranja kotača: Raspodjela kočionih sila pomaže u sprječavanju blokiranja kotača tijekom kočenja. Ako jedna osovina prima previše kočionih sila u odnosu na drugu, to može dovesti do blokiranja kotača i gubitka kontrole.
- Očuvanje stabilnosti: Pravilna raspodjela kočionih sila pomaže očuvati stabilnost i ravnotežu vozila tijekom kočenja. Osigurava da se težina vozila ravnomjerno raspodjeli između prednje i stražnje osovine.
- Smanjenje preupravljanja ili podupravljanja: Pomoću prilagodbe raspodjele kočionih sila moguće je utjecati na karakteristike upravljanja vozilom. Povećanje kočionih sila na stražnjem dijelu može smanjiti preupravljanje (klizanje stražnjeg kotača), dok povećanje kočionih sila na prednjem dijelu može smanjiti podupravljanje (klizanje prednjeg kotača).
- Optimizacija kočionih performansi: Raspodjela kočionih sila osigurava da svaki kotač doprinosi svojem maksimalnom potencijalu kočenja bez ugrožavanja ukupne stabilnosti. To optimizira kočione performanse i smanjuje zaustavnu udaljenost.

Postoje različite metode i mehanizmi koji se koriste za postizanje raspodjele kočionih sila, uključujući:

- Mekani proporcionalni ventili: To su mehanički uređaji koji prilagođavaju raspodjelu tlaka kočione tekućine između prednjih i stražnjih kočnica na temelju opterećenja vozila ili prijenosa težine tijekom kočenja.
- Elektronička raspodjela kočenja (EBD): EBD sustavi koriste senzore za kontinuirano praćenje različitih parametara kao što su brzina vozila, proklizavanje kotača i raspodjela opterećenja. Elektronički prilagođavaju kočionu silu kako bi optimizirali kočione performanse.
- Prilagodljiva raspodjela kočenja: U nekim trkaćim i sportskim vozilima vozač može ručno prilagoditi raspodjelu kočionih sila kako bi fino podešavao karakteristike upravljanja pod različitim uvjetima.

Osnovna funkcija kočionog sustava je aktiviranje kočionog tlaka (hidrauličnog u putničkim automobilima i pneumatskog u kamionima) kako bi se kočione obloge približile kočionim diskovima ili bubnjevima. U prvom približnom pristupu, tlak se raspodjeljuje s određenim udjelom na svaku osovinu. Za putničke automobile, ovo je obično 60..70% sprijeda i preostalo straga, pri čemu se postotak izračunava na temelju okretnog momenta na osovina.

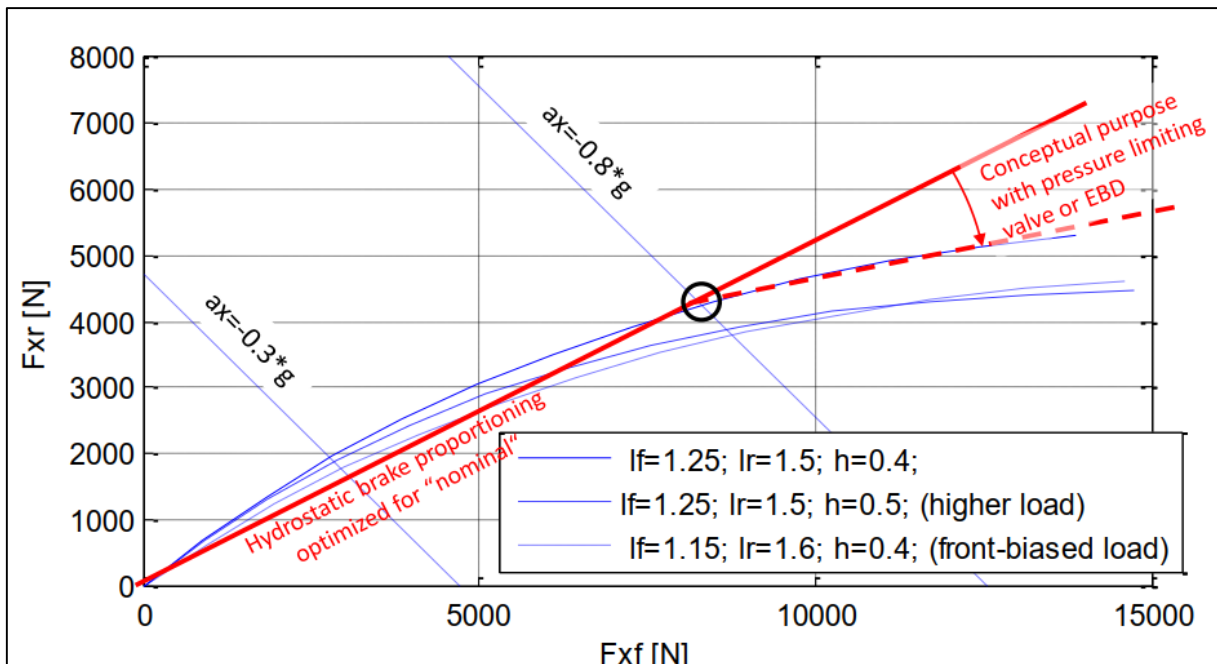
Ako zanemarimo zračni otpor i nagib u jednadžbama (2.4) i (2.5), vertikalna opterećenja na osovina mogu se izračunati kao funkcija usporavanja ( $=-a_x$ ). Idealna raspodjela kočionih sila bila bi da svaka osovina uvijek koristi isti udio trenja:  $F_{fx}/F_{fz} = F_{rx}/F_{rz}$ . Ovaj zahtjev daje optimalne  $F_{fx}$  i  $F_{rx}$  kao:

$$\frac{F_{fx}}{\mu * F_{fz}} = \frac{F_{rx}}{\mu * F_{rz}} \Rightarrow \frac{F_{fx}}{F_{rx}} = \frac{F_{fz}}{F_{rz}} \Rightarrow \frac{m * (g * \frac{l_r}{l_f + l_r} - a_x * \frac{h}{l_f + l_r})}{m * (g * \frac{l_f}{l_f + l_r} + a_x * \frac{h}{l_f + l_r})} = \frac{g * l_r - a_x * h}{g * l_f - a_x * h};$$

$$F_{fx} + F_{rx} = m * a_x; \tag{3.4}$$

$$\Rightarrow F_{fx} = m * a_x * \frac{g * l_r - a_x * h}{g * (l_f + l_r)} ; F_{rx} = m * a_x * \frac{g * l_f - a_x * h}{g * (l_f + l_r)}$$

Jednadžba (3.4) je prikazana za varijacije u visini središta gravitacije i pravocrtnom položaju na slici 3.9.



Slika 3.9. Dijagram proporcionalnosti kočenja. Zakrivljene krivulje označavaju optimalnu raspodjelu za različite varijacije položaja središta gravitacije. [Jacobsen, 2015., str. 112]

Proporcionalnost se postiže odabirom površina pritisaka za kočione čeljusti, pa će osnovna proporcionalnost biti ravna crta, označena kao "Hidrostatska proporcionalnost kočenja". Za putničke automobile, obično se dizajnira tako da prednja osovina prva zaključa za trenje ispod 0,8 za najmanje opterećenje vozila i najgore varijante. Za veće kočenja od  $0,8 \cdot g$ , ili s centrom gravitacije koji je pomaknut prema prednjem dijelu, stražnja osovina će prva zaključati ako se dizajnira samo s hidrostatskom proporcionalnošću.

Da bi se izbjeglo zaključavanje stražnje osovine, kočioni tlak se ograničava za stražnju osovину. To se postiže pomoću ventila za ograničenje tlaka, kočionih obloga s koeficijentom trenja koji ovisi o tlaku ili Elektroničke raspodjele kočenja (EBD). U osnovi, to krivi ravnu crtu prikazanu na slici 3.9. prema dolje.

S tlakom ovisnim vrijednostima dobiva se krivulja koja se sastoji od više dijelova linearnih krivulja, dok tlakom ovisan koeficijent trenja daje kontinuirano zakrivljenu krivulju.

EBD je aktivna kontrola koja koristi iste mehatroničke komponente kao i ABS. EBD je dizajn koji se koristi u današnjim putničkim automobilima, budući da dolazi s ABS-om, koji je sada zakonski zahtjev na većini tržišta.

## 4. PROGRAMSKO RJEŠENJE U PLATFORMI EXCEL FOR WINDOWS

U sklopu programske aplikacije Excel izrađeno je ukupno 3 primjera koji su korišteni za crtanje dijagrama vezanih za dinamiku gibanja vozila u poglavljima 2. i 3. I primjere obrađene u ovom poglavlju.

Popis programskih aplikacija:

1. Pravocrtno\_ubrzanje.xls (primjer 1)
2. Sile\_kocenja.xls (primjer 2)
3. Bezdimenzijsko\_opterecenje\_na\_kotacima.xls (primjer 3)

Daljnja pojašnjenja primijene ovih aplikacija dana su u nastavku. Navedeni primjeri slikovito opisuju teoriju prikazanu u poglavljima 2. i 3. te njezinu primjenu na konkretne dinamičke probleme pri konstruiranju i proračunavanju motornih vozila.

### 4.1 Primjer 1

U sklopu ovog primjera obrađen je slučaj pravocrtnog ubrzanja trkaćeg automobila.

Ulazni podaci za slučaj trkaćeg automobila prikazani su na slici 4.1.

Prij. omj. 1-va brz. [-]	2.9	Brz. vrtnje $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	Moment $T$ [Nm]	Snaga $P$ [kW]
2-ga brz. [-]	2.2	6000	240	150.79632
3-ća brz. [-]	1.9	7000	260	190.5897933
4-ta brz. [-]	1.4	8000	280	234.5720533
5-ta brz. [-]	1.3	9000	310	292.16787
6-ta brzina [-]	1.1	10000	340	356.0468667
Lančanik (final drive) [	5.8	11000	350	403.1707167
		12000	355	446.10578
Gustoća zraka $\rho$ [ $\text{kgm}^{-3}$ ]	1.29	13000	355	483.2812617
$C_D A$ [ $\text{m}^2$ ]	1.21	14000	353	517.5245927
promer kotača [mm]	640	15000	348	546.63666
Opseg kot. [m]	2.0106176	16000	342	573.026016
Broj okretaja [okr/km]	497.3596173	17000	330	587.47733
		18000	315	593.76051
		19000	315	626.747205
		20000	310	649.2619333

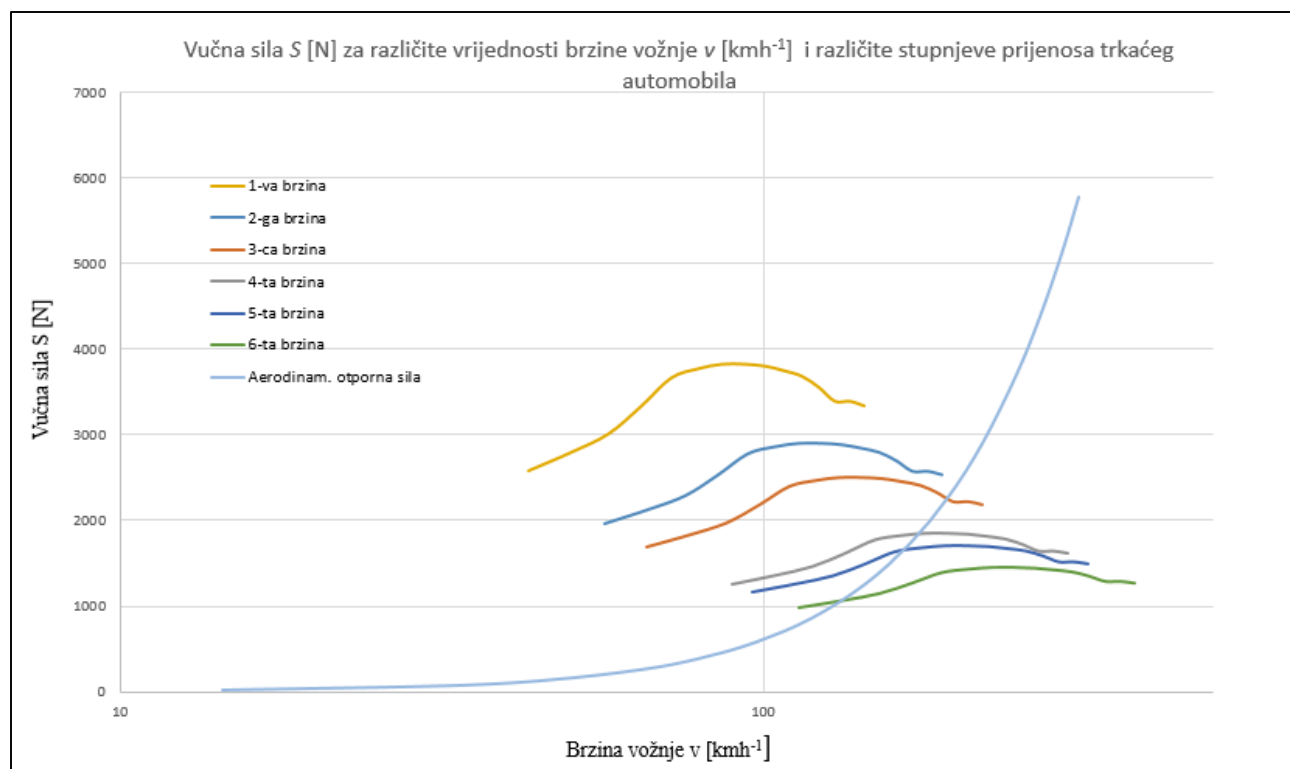
Slika 4.1. Ulazni podaci za trkaći automobil

Nakon izračuna okretnih momenata za svaki od ulaznih podataka brzine vrtnje radilice motora dobivamo slijedeće podatke:

Brzina V [kmh <sup>-1</sup> ]	1-va brzina	2-ga brzina	3-ća brzina	4-ta brzina	5-ta brzina	6-ta brzina			
Prijenosni omjer	16.82	12.76	11.02	8.12	7.54	6.38			
Brz. vrtnje n [min <sup>-1</sup> ]							Brzina V [kmh <sup>-1</sup> ]	Aerod. otp. sila F <sub>D</sub> [N]	
6000	2583.552	1959.936	1692.672	1247.232	1158.144	979.968	14.4	12.4872	
7000	2798.848	2123.264	1833.728	1351.168	1254.656	1061.632	32.4	63.21645	
8000	3014.144	2286.592	1974.784	1455.104	1351.168	1143.296	46.8	131.89605	
9000	3337.088	2531.584	2186.368	1611.008	1495.936	1265.792	64.8	252.8658	
10000	3660.032	2776.576	2397.952	1766.912	1640.704	1388.288	79.2	377.7378	
11000	3767.68	2858.24	2468.48	1818.88	1688.96	1429.12	97.2	568.94805	
12000	3821.504	2899.072	2503.744	1844.864	1713.088	1449.536	118.8	849.91005	
13000	3821.504	2899.072	2503.744	1844.864	1713.088	1449.536	144	1248.72	
14000	3799.9744	2882.7392	2489.6384	1834.4704	1703.4368	1441.3696	169.2	1724.01405	
15000	3746.1504	2841.9072	2454.3744	1808.4864	1679.3088	1420.9536	194.4	2275.7922	
16000	3681.5616	2792.9088	2412.0576	1777.3056	1650.3552	1396.4544	219.6	2904.05445	
17000	3552.384	2694.912	2327.424	1714.944	1592.448	1347.456	248.4	3715.72245	
18000	3390.912	2572.416	2221.632	1636.992	1520.064	1286.208	270	4390.03125	
19000	3390.912	2572.416	2221.632	1636.992	1520.064	1286.208	291.6	5120.53245	
20000	3337.088	2531.584	2186.368	1611.008	1495.936	1265.792	309.6	5772.2082	

Slika 4.2. Dobiveni podaci nakon izračuna

S dobivenim podacima formiramo dijagram vuče u odnosu na brzinu kretanja.



Slika 4.3. Dijagram vučnih sila po stupnjevima prijenosa

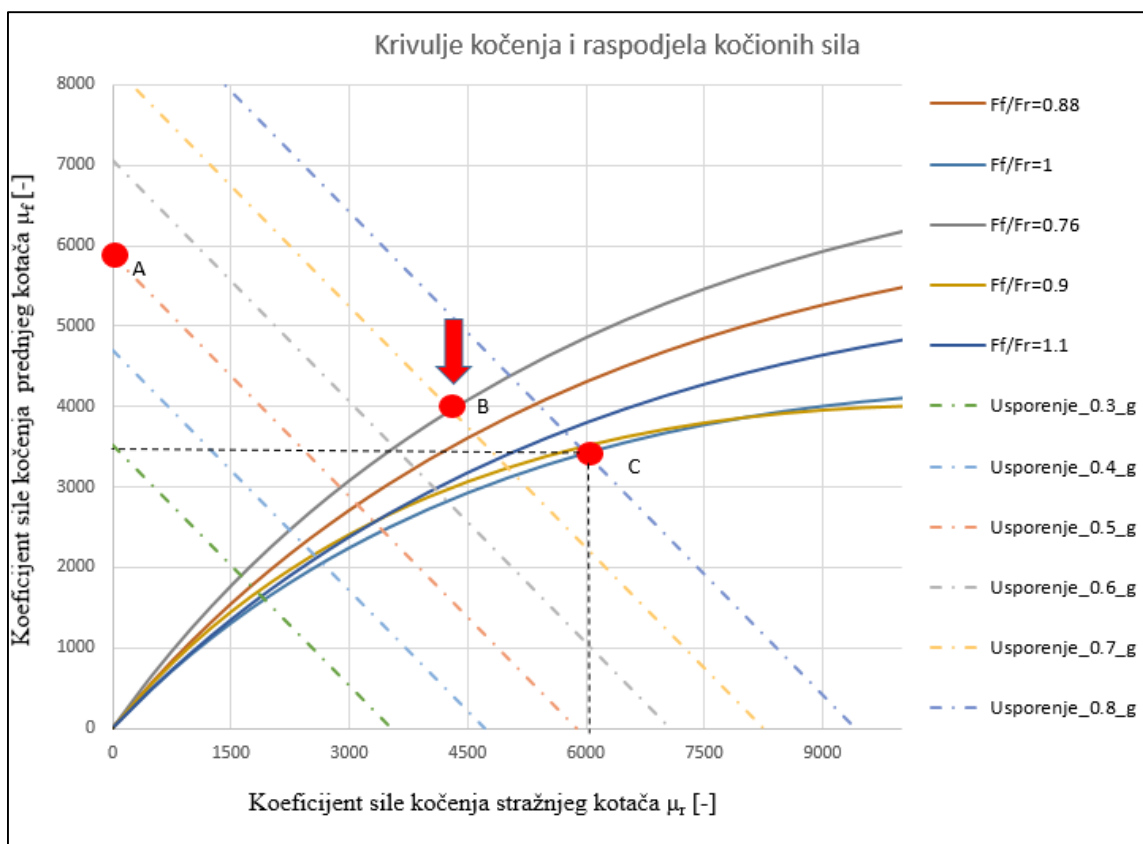
Dijagram na slici (4.3) prikazuje varijacije vučne sile na kotaču u odnosu na brzinu, u različitim stupnjevima prijenosa, za trkaći automobil. U ovom je slučaju vučna sila jednaka zbroju



inercijske i aerodinamičke otporne sile. maksimalna brzina vožnje može se odrediti na presjecištu krivulje korisne (vučne) snage i krivulje gubitaka aerodinamičkih otpora. Pod pretpostavkom da automobil vozi u ikojem stupnju prijenosa, vučna sila, iako niža od maksimalno dostupne u toj brzini, veća je od sile otpora, tako da se preostala vučna sila može koristiti za ubrzanje. Ako razmotrimo istu brzinu gibanja automobila pri većim prijenosnim omjerima, vidljivo je da će manje pogonske sile ostati na raspolaganju za ubrzanje. Ukoliko se brzina vožnje vozila postupno povećava, prijelaz u veće prijenosne omjere je nužan. Maksimalna brzina postignuta je kada je otporna sila ista kao pogonska sila u najvišem stupnju prijenosa.

## 4.2 Primjer 2

U ovome primjeru analizirane su različite strategije kočenja. Ukoliko je automobilu potrebno kočiti s usporenjem jednakim 0,5 g (crvena iscrtkana linija označena točkom A), tada je to moguće učiniti na više načina.

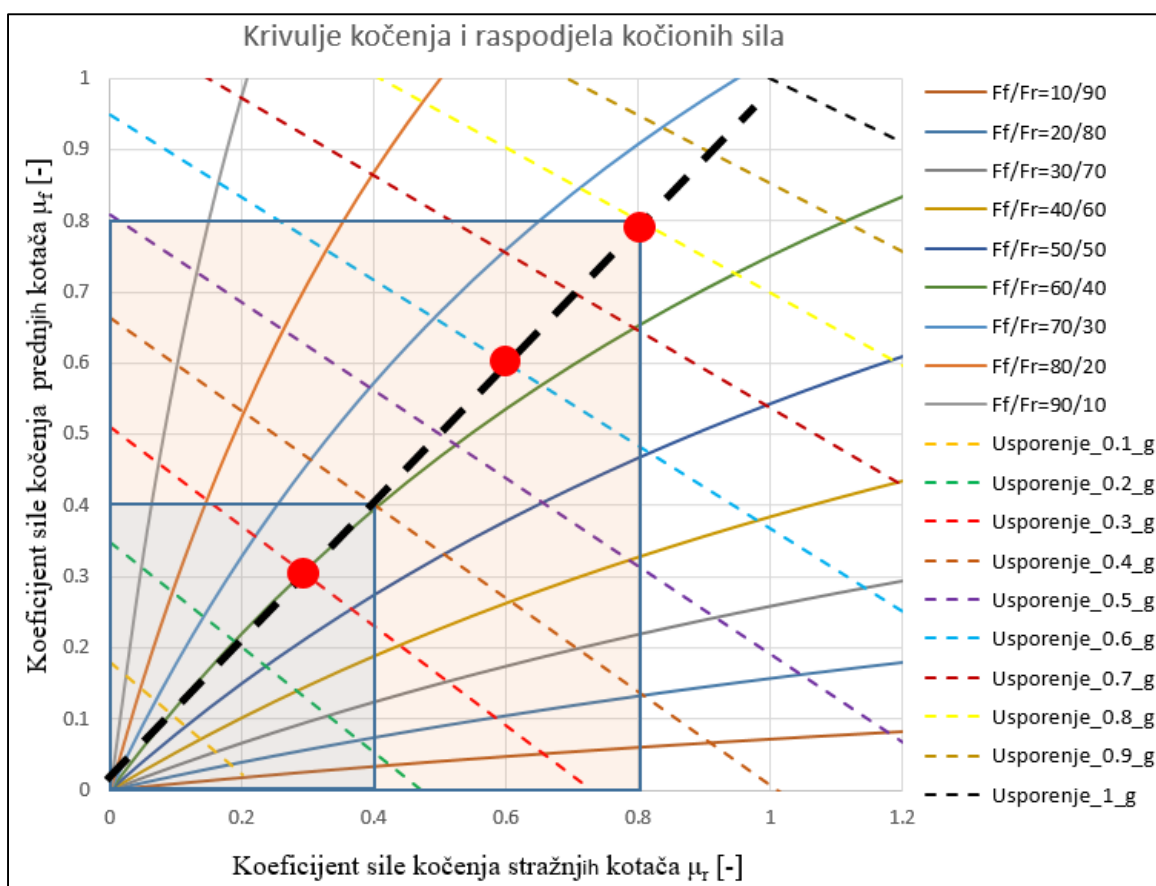


Slika 4.4. Krivulje kočenja i raspodjela kočionih sila

Moguće kombinacije uporabe prednjih i stražnjih kočnica koje bi mogle osigurati željeno usporavanje su praktički neograničene. Na primjer, kočenjem samo prednjom kočnicom postiže se usporavanje od 0,5 g uz koeficijent sile kočenja na prednjim kotačima koji je gotovo jednak 6000 (točka A). Za druge dvije točke koristimo usporenje od 0.7g i 0.8 g (0,5 g (narančasta i plava iscrtkana linija označena točkama B i C)), s raspodjelom sile kočenja od  $F_f/f_r=0.76$ , koeficijent kočione sile iznosi 4000 na prednjim kotačima i 4200 odozad (točka B). Drugu mogućnost daje točka C koja pokazuje raspodjelu sile kočenja od  $F_f/f_r=1.1$ , pri čemu je veća upotreba stražnjeg kotača (koeficijent kočione sile jednak 6100) i a odgovarajuća manja upotreba prednjeg kotača (koeficijent kočione sile približno 3500).

### 4.3 Primjer 3

U ovom primjeru je pretpostavljeno da su koeficijenti vučne sile kočenja prednjih i stražnjih kotača jednaki.



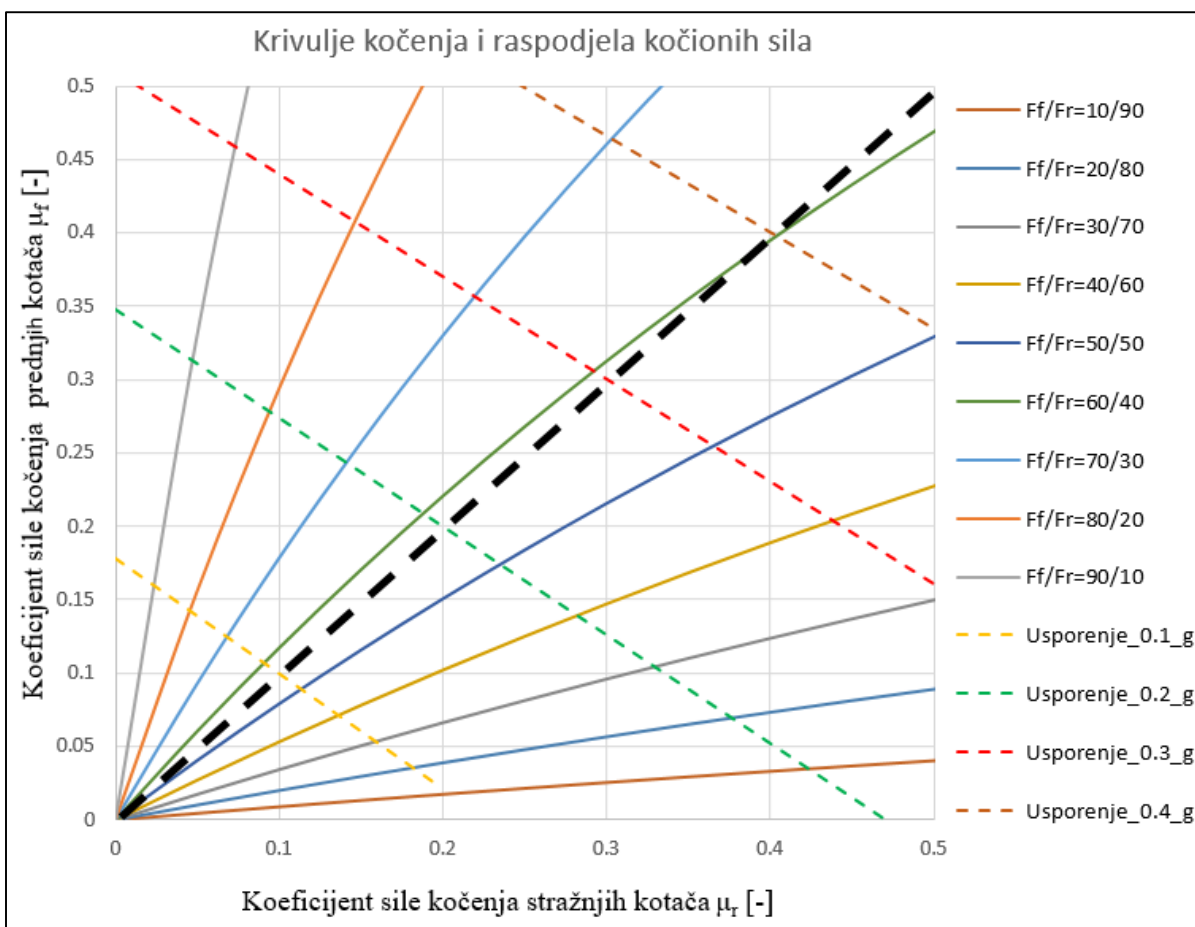
Slika 4.5. Krivulje kočenja i raspodjela kočionih sila pri bezdimenzijskim opterećenjem na kotačima

Iz slike 4.5 vidljivo je da korištenjem istog koeficijenta kočenja za sve gume dobivamo maksimalno moguće usporavanje. Npr., ako je koeficijent sile kočenja jednak 0,8 za kočenje i prednjim i stražnjim kotačima, postiže se usporavanje (u iznosu 0,8 g) definirano omjerom prednje i stražnje sile kočenja negdje između 1.5 i 2.33 (svijetlo plava i tamno zelena puna crta na grafu). Ova raspodjela postiže maksimalnu uporabu i prednjih i stražnjih guma. Vidljivo je također da upotreba samo prednjih kočnica daje usporavanje koje je niže tj. oko 0,77 g (presjecište horizontale povučene iz najviše crvene točke i vertikalne osi, projicirano na najbližu iscrtkanu liniju usporavanja zbog kočenja), a korištenje samo stražnjih kočnica daje uposrenje samo od 0,34 g (presjecište vertikalne povučene iz najviše crvene točke i horizontalne osi, projicirano na najbližu iscrtkanu liniju usporavanja zbog kočenja).

Ako je cesta suha (unutar većeg prozirnog kvadrata koji predstavlja uvjete suhog kolnika) usporenje pri istovremenom kočenju sa svim kotačima biti će jednako 0,6g (srednja crvena točka). Manji unutarnji kvadrat označava uvjete klizavog kolnika. Koeficijent vučne sile kočenja za sve kotače je jednak 0.3 (najniža crvena točka), optimalno kočenje događa se s drugačijom raspodjelom (60/40) i daje usporenje od samo 0,2 g.

Ovaj primjer pokazuje da optimalno kočenje zahtijeva drugačiji raspored kočenja između prednjih i zadnjih kotača kada želimo mijenjati iznos usporavanja. Zapravo, linija pod  $45^\circ$  koja odgovara jednakim koeficijentima kočione sile prednjeg i stražnjeg kotača  $\mu_f = \mu_r$ , i koja predstavlja uvjet za optimalno kočenje, presijeca različite krivulje raspodjele kočenja u slučaju kada vozač želi mijenjati iznos željenog usporavanja. To znači da bi uređaji za automatsku raspodjelu kočenja koji postoje na većini današnjih automobila, trebali prilagoditi distribuciju uvjetima na cesti.

Još vrijedi istaknuti da u razmatranom primjeru nije dobra ideja koristiti silu kočenja straga da bude veća od sile kočenja na prednjim kotačima.



Slika 4.6. Krivulje kočenja i raspodjela kočionih sila pri bezdimenzijskim opterećenjem na kotačima

Slika 4.6. pokazuje da je optimalna raspodjela kočenja prikazana tangantom (isprekidana crna debela crta) povučenom u ishodištu dijagrama na krivulju raspodjele opterećenja 50/ 50%, ali ona ne siječe krivulje raspodjele koje karakterizira veća sila kočenja na stražnjim kotačima.

## 5. ZAKLJUČAK

U ovome radu je teoretski analizirano dinamičko gibanje vozila pri pravocrtnom gibanju. Temeljem istraženih i usvojenih teoretskih postavki, jedan od bitnih zadataka ovog završnog rada bio je izraditi adekvatno programsko rješenje u programu Excel pomoću kojeg su se mogli pojednostavljeno kompjuterski simulirati dinamički efekti koji su uzimali u obzir nagib ravnine ceste, sile između kotača automobila i podloge po kojoj se giba te aerodinamičke sile koje se stvaraju tijekom pravocrtnog gibanja. U sklopu zadatka, preko izrađenih i testiranih primjera, opisani su bitni parametri ponašanja vozila prilikom kočenja, te ponašanja vozila prilikom ubrzavanja (utjecaj vučne sile te gubitaka opterećenja).

Svi zadani zadaci u potpunosti su ispunjeni te je temeljem dobivenih rezultata izrađen ovaj završni rad.

## 6. LITERATURA

- [1] Jacobsen, B.: Vehicle Dynamics – Compendium for Course MMF062, Chalmers University of Technology, 2015.
- [2] Balkwill, J.: Performance Vehicle Dynamics – Engineering and Applications, Butterworth – Heinemann, Oxford, 2018.
- [3] Pacejka, H.B.: Tyre and Vehicle Dynamics, Butterworth – Heinemann, 2ed., Oxford, 2006.
- [4] Milliken, W.F.; Milliken, D.L.: Race Car Vehicle Dynamics, 2. ed., SAE International, Warrendale, 1995.
- [5] Jazar, R.N.: Vehicle Dynamics – Theory and Applications, Springer, 2008.
- [6] Krpan, M.; Butković, M.; Franulović, A.; Žigulić, R.; Braut, S.: Dinamika – Teorija i primjena, Rijeka, TFR, 2001.

## 7. SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI

U ovome radu je obrađena dinamika pravocrtnog gibanja automobila temeljem istraživanja iz dostupne literature. Izrađeno je vlastito programsko rješenje u kompjuterskom programu Excel u svrhu rješavanja problema dinamike pravocrtnog gibanja vozila. U ovoj aplikaciji su uzeti u obzir efekti različitih aerodinamičkih i otpornih sila kotrljanja, te podloge s kutem uspona i sile u dodiru između kotača i podloge. Osim stacionarnog gibanja obrađeno je i ubrzano i usporeno gibanje (kočenje) vozila. Ilustrativne aplikacije izrađene na temelju usvojenih teoretskih postavki testirane su na 3 primjera. Na taj način će studentima zainteresiranim za tematiku dinamike vozila biti pružen dodatni alat za uspješno savladavanje gradiva iz kolegija dinamika.

Ključne riječi: dinamička analiza, vozilo, dinamika pravocrtnog gibanja, program Excel, proračun vučnih i otpornih sila

## **8. ABSTRACT**

In this work, the dynamics of linear motion of a vehicle are explored based on research from available literature. A custom software solution was developed using the Excel computer program to address the problem of linear motion dynamics of a vehicle. This application takes into consideration the effects of various aerodynamic and rolling resistance forces, as well as road incline angles and the forces at the wheel-road interface. In addition to steady-state motion, accelerated and decelerated (braking) vehicle motion is also examined. Illustrative applications based on the adopted theoretical principles were tested on three examples. In this way, students who are interested in the topic of vehicle dynamics will be provided with an additional tool for successfully mastering the content of the dynamics course.

**Keywords:** dynamic analysis, vehicle, linear motion dynamics, Excel program, calculation of traction and resistance forces.