

# TOPLINSKI GUBICI KROZ STIJENKU CIJEVI

---

Ivić, Martina

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:802555>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-09**



Repository / Repozitorij:

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**TOPLINSKI GUBICI KROZ STIJENKU CIJEVI**

Rijeka, srpanj 2022.

Martina Ivić

0069086540

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva

Završni rad

**TOPLINSKI GUBICI KROZ STIJENKU CIJEVI**

Mentorica: Prof. dr. sc. Anica Trp

Rijeka, srpanj 2022.

Martina Ivić

0069086540

Rijeka, 13. ožujka 2022.

Zavod: **Zavod za termodinamiku i energetiku**  
Predmet: **Termodinamika I**  
Grana: **2.15.07 termodinamika**

## ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

Pristupnik: **Martina Ivić (0069086540)**  
Studij: **Preddiplomski sveučilišni studij strojarstva**

Zadatak: **TOPLINSKI GUBICI KROZ STIJENKU CIJEVI / HEAT LOSSES THROUGH THE TUBE WALL**

### Opis zadatka:


Potrebno je opisati fizikalne procese izmjene topline. Opisati postupak proračuna karakterističnih fizikalnih veličina pri prolazu topline kroz stijenku cijevi i izvršiti termodinamičku analizu procesa za odabrane ulazne parametre. Provesti analizu dobivenih rezultata i izvršiti usporedbu procesa. Rad mora obuhvatiti: uvod s opisom oblika izmjene topline, termodinamički proračun karakterističnih fizikalnih veličina, prikaz i analizu dobivenih rezultata, zaključak, popis oznaka, popis korištene literature te sažetak i ključne riječi na hrvatskom i engleskom jeziku.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanje diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

*Martina Ivić*

Zadatak uručen pristupniku: 21. ožujka 2022.

Mentor:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. dr. sc. Anica Trp

Predsjednik povjerenstva za  
završni ispit:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. dr. sc. Kristian Lenić

## IZJAVA O SAMOSTALNOJ IZVEDBI RADA

Izjavljujem da sam samostalno izradila završni rad naziva „Toplinski gubici kroz stijenku cijevi“ prema „Uputama za izradu i samoarhiviranje završnog/diplomskog rada“ i prema „Pravilniku o završnom radu, završnom ispitu i završetku preddiplomskih sveučilišnih studija“ Tehničkog fakulteta u Rijeci.

U Rijeci, 12.7.2022.

---

Martina Ivić



# SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	1
<b>1.1. Osnovni oblici prijelaza topline</b> .....	1
<b>1.2. Prolaz topline</b> .....	2
<b>2. PROLAZ TOPLINE KROZ STIJENKU CIJEVI</b> .....	3
<b>2.1. Analiza problema</b> .....	3
<b>2.2. Opis postupka proračuna karakterističnih fizikalnih veličina</b> .....	6
2.2.1. Jedinični izmijenjeni toplinski tok .....	6
2.2.2. Koeficijent prolaza topline .....	7
2.2.3. Koeficijenti prijelaza topline .....	7
2.2.4. Temperature na površinama slojeva stijenke cijevi .....	11
<b>2.3. Termodinamički proračun</b> .....	14
2.3.1. Strujanje vode kroz čeličnu cijev .....	14
2.3.1.1. Koeficijent prijelaza topline na strani vode unutar cijevi .....	14
2.3.1.2. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok .....	15
2.3.2. Strujanje vode kroz bakrenu cijev .....	25
2.3.2.1. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok .....	25
2.3.3. Strujanje zraka kroz čeličnu cijev .....	34
2.3.3.1. Koeficijent prijelaza topline na strani zraka unutar cijevi .....	34
2.3.3.2. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok .....	36
2.3.4. Strujanje zraka kroz bakrenu cijev .....	43
2.3.4.1. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok .....	43
<b>2.4. Analiza rezultata proračuna</b> .....	52
<b>3. ZAKLJUČAK</b> .....	55
<b>4. POPIS OZNAKA</b> .....	56
<b>5. POPIS LITERATURE</b> .....	59
<b>6. SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI</b> .....	60

## 1. UVOD

Tijela ili dijelovi tijela različitih temperatura nastoje uspostaviti toplinsku ravnotežu na način da njihovim međusobnim djelovanjem dolazi do izjednačavanja temperatura, pri čemu toplina prelazi s toplijeg tijela na hladnije. Između tijela različitih temperatura dolazi do izmjene topline. [1]

### 1.1. Osnovni oblici prijelaza topline

Tri su osnovna oblika prijelaza topline, a to su provođenje i konvekcija, koji su vezani za tvar, te zračenje, koje nije vezano za tvar. [2]

Provođenje topline definira se kao transport topline kroz krutu stijenku. Za stacionarno provođenje topline kroz ravnu stijenku, odnosno ono koje se ne mijenja s vremenom, prema Fourierovom zakonu provođenja topline, izmijenjeni toplinski tok se računa pomoću jednadžbe:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\delta} \cdot F \text{ [W]} \quad (1.1)$$

gdje su:

$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti,

$t_1, t_2$  [°C, K] temperature na površinama stijenke,

$F$  [m<sup>2</sup>] površina izmjene topline i

$\delta$  [m] debljina stijenke.

Kod provođenja topline kroz stijenku cijevi, promjena temperature nije linearna, te se izmijenjeni toplinski tok može izraziti jednadžbom:

$$\dot{Q} = 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{\ln \frac{r_v}{r_u}} \text{ [W]} \quad (1.2)$$

gdje su:

$r_u, r_v$  [m] polumjeri unutarnje i vanjske površine stijenke cijevi i

$L$  [m] duljina cijevi.



Konvekcija je izmjena topline između fluida i krute stijenke. S obzirom na strujanje fluida, konvekcija može biti prisilna ili slobodna. Izmijenjeni toplinski tok se, prema Newtonu, približno računa kao:

$$\dot{Q} = \alpha_a \cdot F \cdot (t_a - t_1) = \alpha_b \cdot F \cdot (t_2 - t_b) \text{ [W]} \quad (1.3)$$

gdje su:

$\alpha_a, \alpha_b$  [W/m<sup>2</sup>K] koeficijenti prijelaza topline koji ovise o fizikalnim svojstvima i načinu strujanja fluida, te se računaju iz eksperimentalno utvrđenih izraza za računanje Nusseltove bezdimenzijske značajke koja sadrži  $\alpha$  i

$t_a, t_b$  [°C, K] temperature fluida s obje strane stijenke.

Zračenje se definira kao izmjena topline putem elektromagnetskih valova između dviju stijenki. Izmijenjeni toplinski tok zračenjem računa se jednadžbom:

$$\dot{Q} = F \cdot C_{12} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ [W]} \quad (1.4)$$

gdje su:

$T_1, T_2$  [K] temperature stijenki i

$C_{12}$  [W/m<sup>2</sup>(100K)<sup>4</sup>] konstanta zračenja koju je potrebno proračunati za usporedne stijenke ili obuhvaćeno tijelo.

## 1.2. Prolaz topline

Prolaz topline je složeni oblik prijelaza topline koji obuhvaća izmjene topline konvekcijom i provođenjem. Prolaz topline je izmjena topline između dva fluida odijeljena krutom stijenkom. Izmijenjeni toplinski tok izražava se pomoću jednadžbe:

$$\dot{Q} = k \cdot F \cdot (t_a - t_b) \text{ [W]} \quad (1.5)$$

gdje je:

$k$  [W/m<sup>2</sup>K] koeficijent prolaza topline.

## 2. PROLAZ TOPLINE KROZ STIJENKU CIJEVI

### 2.1. Analiza problema

Toplinske gubitke prolazom topline kroz stijenku horizontalne cijevi potrebno je izračunati po jednom metru duljine cijevi za odabrane parametre. Traženi toplinski gubici izražavaju se jediničnim izmijenjenim toplinskim tokom prolazom topline kroz stijenku po 1 m duljine cijevi  $\dot{q}$  [W/m]. Također je potrebno izračunati temperature na unutarnjoj i vanjskoj površini stijenke cijevi te temperature na granicama slojeva stijenke u slučajevima u kojima je dodana toplinska izolacija na stijenku cijevi.

Proračun se vrši za više različitih slučajeva koji se razlikuju u vrsti materijala cijevi, vrsti fluida koji struji kroz cijev i debljini izolacije. Slijedi opis odabranih parametara za svaki od slučaja za koje se vrši termodinamički proračun.

U 1. slučaju odabrano je da kroz cijev struji voda temperature  $t_v = 60$  °C brzinom  $w = 0,8$  m/s. Cijev je čelična, unutarnjeg promjera  $d_u = 32$  mm i vanjskog promjera  $d_v = 38$  mm. Temperatura zraka koji se nalazi oko cijevi je  $T_o = 288,15$  K ( $t_o = 15$  °C). Nakon toga se proračunava slučaj 1.a u kojem je na stijenku čelične cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 10$  mm. Slijedi slučaj 1.b u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 20$  mm. U slučaju 1.c na stijenku cijevi dodan je sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 30$  mm. Na sloj izolacije od staklene vune svih debljina dodan je sloj čeličnog lima debljine  $\delta_{\epsilon} = 1$  mm.

Kod sljedećih slučajeva, materijal cijevi razlikuje se od materijala cijevi prethodno opisanih slučajeva tako da u 2. slučaju voda temperature  $t_v = 60$  °C struji brzinom  $w = 0,8$  m/s kroz bakrenu cijev. Cijev je unutarnjeg promjera  $d_u = 32$  mm i vanjskog promjera  $d_v = 38$  mm. Temperatura zraka koji se nalazi oko cijevi je  $T_o = 288,15$  K ( $t_o = 15$  °C). Slijedi slučaj 2.a u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 10$  mm. Nakon toga se proračunava slučaj 2.b u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 20$  mm. U slučaju 2.c na stijenku cijevi dodan je sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 30$  mm. Na sloj izolacije od staklene vune svih debljina dodan je sloj čeličnog lima debljine  $\delta_{\epsilon} = 1$  mm.

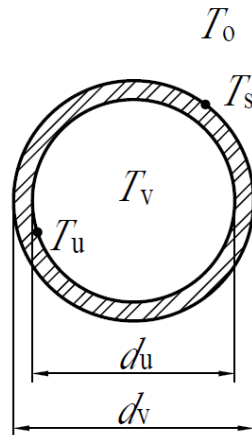
Slijede slučajevi koji se od prethodnih razlikuju prema vrsti fluida koji struji kroz cijev, a međusobno se razlikuju prema vrsti materijala cijevi. U 3. slučaju odabrano je da kroz cijev struji zrak tlaka  $p = 5$  bar i temperature  $t_z = 60$  °C brzinom  $w = 0,8$  m/s. Cijev je čelična, unutarnjeg promjera  $d_u = 32$  mm i vanjskog promjera  $d_v = 38$  mm. Temperatura zraka koji se nalazi oko cijevi je  $T_o = 288,15$  K ( $t_o = 15$  °C). Nakon toga slijedi slučaj 3.a u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 10$  mm. Slijedi slučaj 3.b u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 20$  mm. U slučaju 3.c na stijenku cijevi dodan je sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 30$  mm. Na sloj izolacije od staklene vune svih debljina dodan je sloj čeličnog lima debljine  $\delta_{\epsilon} = 1$  mm.

U 4. slučaju također je odabrano da kroz cijev struji zrak tlaka  $p = 5$  bar i temperature  $t_z = 60$  °C brzinom  $w = 0,8$  m/s. Cijev je bakrena, unutarnjeg promjera  $d_u = 32$  mm i vanjskog promjera  $d_v = 38$  mm. Temperatura zraka koji se nalazi oko cijevi je  $T_o = 288,15$  K ( $t_o = 15$  °C). Slijedi slučaj 4.a u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 10$  mm. Nakon toga se proračunava slučaj 4.b u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 20$  mm. Posljednji slučaj je 4.c u kojem je na stijenku cijevi dodan sloj izolacije od staklene vune debljine  $\delta_{sv} = 30$  mm. Na sloj izolacije od staklene vune svih debljina dodan je sloj čeličnog lima debljine  $\delta_{\epsilon} = 1$  mm.

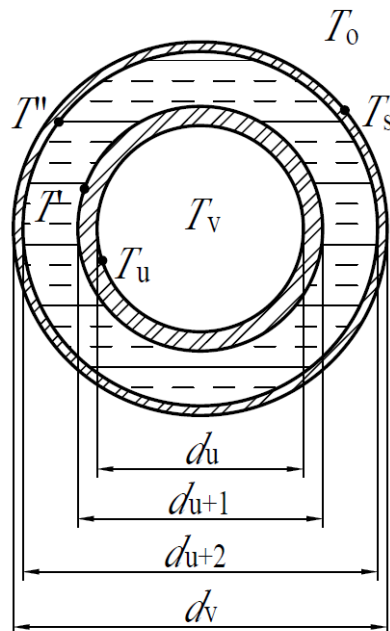
Temperatura fluida, vode ili zraka, unutar cijevi u svim slučajevima je jednaka, stoga se označava s  $T_f$  i iznosi:

$$T_f = T_v = T_z = 273,15 + 60 = 333,15 \text{ K}$$

Prikazane su skica presjeka stijenke cijevi na slici (2.1), te skica presjeka stijenke cijevi s dodanom izolacijom od staklene vune i sloja čeličnog lima na slici (2.2). Na slikama su prikazani promjeri i njihove oznake koje se koriste u proračunu te temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke, temperatura vode  $T_v$  i okolnog zraka  $T_o$ , te temperature slojeva  $T'$  i  $T''$  u slučajevima s dodanom izolacijom.



Slika 2.1. Presjek stijenke cijevi



Slika 2.2. Presjek stijenke cijevi s izolacijom

Vrijednosti promjera za slučajeve s različitim debljinama izolacije od staklene vune, prikazanih na slikama (2.1.) i (2.2.), dani su u tablici (2.1.). Navedene vrijednosti koriste se u termodinamičkom proračunu.

Tablica 2.1. Vrijednosti promjera slojeva stijenke cijevi

Debljina izolacije [m]	Promjer [m]			
	$d_u$	$d_{u+1}$	$d_{u+2}$	$d_v$
0	0,032	-	-	0,038
0,01	0,032	0,038	0,058	0,06
0,02	0,032	0,038	0,078	0,08
0,03	0,032	0,038	0,098	0,1

## 2.2. Opis postupka proračuna karakterističnih fizikalnih veličina

Karakteristične fizikalne veličine, koje se koriste u termodinamičkom proračunu, su jedinični izmijenjeni toplinski tok  $\dot{q}$ , koeficijent prolaza topline  $k$ , koeficijenti prijelaza topline s unutarnje i vanjske strane stijenke cijevi, te temperature unutarnje i vanjske površine stijenke cijevi i temperature na granicama pojedinih slojeva.

### 2.2.1. Jedinični izmijenjeni toplinski tok

Jedinični izmijenjeni toplinski tok je izmijenjeni toplinski tok  $\dot{Q}$  izražen po jednom metru duljine cijevi  $L$ :

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{L} \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}} \right] \quad (2.1)$$

U jednadžbu (1.5) za izmijenjeni toplinski tok prolazom topline, za proračun površine izmjene topline  $F$  potrebno je uvrstiti jednadžbu (2.2) iz čega slijedi jednadžba (2.3). U jednadžbi (2.3) temperatura fluida unutar cijevi, što je u ovom slučaju voda ili zrak, označena je s  $T_f$ , a temperatura okolnog zraka označena je s  $T_o$ .

$$F = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot L \text{ [m}^2\text{]} \quad (2.2)$$

$$\dot{Q} = k \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \cdot L \cdot (T_f - T_o) \text{ [W]} \quad (2.3)$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.1) dobiva se konačna jednadžba koja će se koristiti pri proračunavanju jediničnog izmijenjenog toplinskog toka:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{L} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) \left[ \frac{W}{m} \right] \quad (2.4)$$

### 2.2.2. Koeficijent prolaza topline

Za izračun koeficijenta prolaza topline kroz stijenku cijevi  $k$  [W/m<sup>2</sup>K] koristi se jednadžba:

$$r \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v}} \quad (2.5)$$

gdje su:

$r_u$  [m] unutarnji polumjer stijenke cijevi,

$r_v$  [m] vanjski polumjer stijenke cijevi,

$\alpha_u$  [W/m<sup>2</sup>K] koeficijent prijelaza topline s unutarnje strane tj. koeficijent prijelaza topline konvekcijom s fluida (voda ili zrak) na unutarnju površinu stijenke cijevi,

$\alpha_v$  [W/m<sup>2</sup>K] koeficijent prijelaza topline s vanjske strane tj. koeficijent prijelaza topline konvekcijom s vanjske površine stijenke cijevi na zrak koji se nalazi oko cijevi i

$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti materijala stijenke cijevi i izolacije.

Za izračun koeficijenta prolaza topline  $k$ , s lijeve strane jednadžbe (2.5), potrebno je uvrstiti polumjer  $r$  [m] za koji vrijedi da je :  $r = r_u$  ukoliko je  $\alpha_u < \alpha_v$  ili  $r = r_v$  ukoliko je  $\alpha_u > \alpha_v$ .

### 2.2.3. Koeficijenti prijelaza topline

Za izračun koeficijenta prijelaza topline na strani vode, odnosno prijelaza topline konvekcijom s vode na unutarnju površinu stijenke cijevi, koriste se jednadžbe (2.6) i (2.7):

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 0,0398 \cdot \text{Pr} \cdot \frac{\text{Re}^{3/4}}{1 + A \cdot \text{Re}^{-1/8} \cdot (\text{Pr} - 1)} \quad (2.6)$$

$$A = 1,5 \cdot \text{Pr}^{-1/8} \quad (2.7)$$

gdje su:

Nu Nusseltova značajka,

Pr Prandtlova značajka,

Re Reynoldsova značajka,

$d$  [m] promjer stijenke cijevi na strani na kojoj se nalazi voda, označavat će se s  $d_u$  i

$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti vode, označavat će se s  $\lambda_v$ .

Prandtlova i Reynoldsova značajka su bezdimenzijske značajke koje se računaju pomoću jednadžbi (2.8) i (2.10):

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d}{\nu} \quad (2.8)$$

gdje su:

$w$  [m/s] brzina strujanja fluida u cijevi,

$d$  [m] promjer stijenke cijevi na strani na kojoj se nalazi voda i

$\nu$  [m<sup>2</sup>/s] kinematički viskozitet fluida koji se izračunava kao omjer dinamičkog viskoziteta fluida  $\eta$  [Pa s] i gustoće fluida  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>]:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (2.9)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \quad (2.10)$$

gdje je:

$a$  [m<sup>2</sup>/s] koeficijent temperaturene vodljivosti, te se računa prema jednadžbi (2.11):

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad (2.11)$$

pri čemu su:

$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti fluida,

$c$  [J/kgK] specifični toplinski kapacitet fluida i

$\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] gustoća fluida.

Slijedi izraz (2.12) za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani vode  $\alpha_u$ :

$$\alpha = \alpha_u = \frac{0,0398 \cdot Pr \cdot Re^{3/4}}{1 + (1,5 \cdot Pr^{-1/8}) \cdot Re^{-1/8} \cdot (Pr - 1)} \cdot \frac{\lambda_v}{d_u} \quad (2.12)$$

Za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani zraka, odnosno prijelaza topline konvekcijom sa zraka na unutarnju površinu stijenke cijevi, koristi se jednadžba (2.13):

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 0,04 \cdot Pe^{3/4} \quad (2.13)$$

gdje su:

$d$  [m] promjer stijenke cijevi na unutarnjoj strani na kojoj se nalazi zrak, označen je s  $d_u$ ,

$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti zraka, označen je s  $\lambda_z$  i

Pe bezdimenzijska Pecletova značajka, koja se računa kao umnožak Reynoldsove i Prandtllove značajke:

$$Pe = Re \cdot Pr \quad (2.14)$$

Slijedi jednadžba (2.15) za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani zraka unutar cijevi  $\alpha_u$ :

$$\alpha = \alpha_u = 0,04 \cdot (Re \cdot Pr)^{3/4} \cdot \frac{\lambda_z}{d_u} \quad (2.15)$$

Za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani zraka, odnosno prijelaza topline slobodnom konvekcijom s vanjske površine stijenke cijevi na zrak, koristi se jednadžba (2.16):

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot d^3 \cdot (T_s - T_o)}{v^2 \cdot T_o}} \quad (2.16)$$

pri čemu su:

$d$  [m] promjer vanjske površine stijenke cijevi oko koje se nalazi okolni zrak, označen je s  $d_v$ ,



$\lambda$  [W/mK] koeficijent toplinske vodljivosti zraka kod temperature vanjske površine stijenke, označen je s  $\lambda_z$ ,

$g$  [m/s<sup>2</sup>] gravitacijsko ubrzanje koje iznosi:

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$T_s$  [K] temperatura vanjske površine stijenke cijevi i

$\nu$  [m<sup>2</sup>/s] kinematički viskozitet zraka kod temperature stijenke cijevi.

Gustoća zraka  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>], potrebna za izračun kinematičkog viskoziteta zraka, dobiva se iz jednadžbe stanja idealnog plina (2.17):

$$p \cdot \nu = R \cdot T \quad (2.17)$$

Primjenom jednadžbe (2.18):

$$\rho = \frac{1}{\nu} \quad (2.18)$$

i (2.19):

$$R = \frac{\mathfrak{R}}{m} \quad (2.19)$$

gdje su:

$\nu$  [m<sup>3</sup>/kg] specifični volumen i

$R$  [J/kgK] plinska konstanta,

slijedi jednadžba (2.20) za proračun gustoće zraka kod temperature vanjske površine stijenke  $T_s$ :

$$\rho = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_s} \quad (2.20)$$

pri čemu su:

$p$  [Pa] okloni tlak koji iznosi:

$$p = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$m$  [kg/kmol] molna masa zraka koja iznosi:

$$m = 28,95 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$\mathfrak{R}$  [J/kmolK] opća plinska konstanta koja iznosi:

$$\Re = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmolK}}$$

Slijedi jednačba (2.21) za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha = \alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot d_v^3 \cdot (T_s - T_o)}{v^2 \cdot T_o}} \cdot \frac{\lambda_z}{d_v} \quad (2.21)$$

S obzirom da za proračun koeficijenta prijelaza na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$  treba poznavati temperaturu vanjske površine stijenke, ona se pretpostavlja te se točnija vrijednost dobiva proračunom. Proračun koeficijenta prijelaza topline  $\alpha_v$  potrebno je ponavljati dok izračunata vrijednost temperature vanjske površine stijenke ne bude približno jednaka vrijednosti pretpostavljene temperature vanjske površine stijenke.

#### 2.2.4. Temperature na površinama slojeva stijenke cijevi

Jednačbe za temperature na granicama pojedinih slojeva stijenke cijevi dobivaju se iz jednačbe:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= 2 \cdot r_u \cdot \pi \cdot \alpha_u \cdot (T_f - T_u) = 2\pi \cdot \frac{\lambda}{\ln \frac{r_v}{r_u}} \cdot (T_u - T_s) \\ &= 2 \cdot r_v \cdot \pi \cdot \alpha_v \cdot (T_s - T_o) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Za cijev bez dodane izolacije i temperature označene prema slici (2.1.), iz jednačbe (2.22) računaju se temperature unutarnje i vanjske površine stijenke cijevi  $T_u$  i  $T_s$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} \quad (2.23)$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} \quad (2.24)$$

Druga jednačba kojom je moguće proračunati  $T_s$ , služi za provjeru rezultata:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} \quad (2.25)$$

Proširivanjem jednadžbe (2.22) za cijev s dodanom izolacijom od staklene vune i slojem čeličnog lima, dobivaju se temperature označene na slici (2.2):

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} \quad (2.26)$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} \quad (2.27)$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} \quad (2.28)$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} \quad (2.29)$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} \quad (2.30)$$

U proračunu se koriste vrijednosti fizikalnih svojstava vode, zraka i materijala pojedinih slojeva stijenke, kao što su koeficijenti toplinske vodljivosti, specifični toplinski kapaciteti, te dinamički viskoziteti. Navedene vrijednosti očitavaju se iz Termodinamičkih tablica. U tablici (2.2.) navedene su vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti i dinamičkog viskoziteta zraka za određene temperature.

Tablica 2.2. Koeficijent toplinske vodljivosti i dinamički viskozitet zraka

Zrak	Koeficijent toplinske vodljivosti $\lambda$		Dinamički viskozitet $\eta$	
	$t$ [°C]	$\lambda$ [W/mK]	$t$ [°C]	$\eta$ [Pa s]
	20	0,02512	0	$17,19 \cdot 10^{-6}$
	40	0,02652	50	$19,26 \cdot 10^{-6}$
	50	0,02680	100	$21,24 \cdot 10^{-6}$
	60	0,02791		

U tablici (2.3.) su navedene vrijednosti koeficijenata toplinskih vodljivosti čelika, bakra i staklene vune koje će biti korištene u proračunu.

Tablica 2.3. Koeficijent toplinske vodljivosti za čelik, bakar i staklenu vunu

Koeficijent toplinske vodljivosti $\lambda$					
Čelik		Bakar		Staklena vuna	
$t$ [°C]	$\lambda$ [W/mK]	$t$ [°C]	$\lambda$ [W/mK]	$t$ [°C]	$\lambda$ [W/mK]
0	59,313	0	386,116	20	0,040
100	52,335	100	379,138	100	0,052

S obzirom da su u proračunu potrebne vrijednosti koeficijenata toplinske vodljivosti čelika, bakra, staklene vune i zraka za temperature koje nisu sadržane u tablici, te je vrijednosti potrebno izračunati linearnom interpolacijom između vrijednosti za dvije zadane temperature prema jednadžbi (2.31):

$$\lambda = \lambda_1 + (t_s - t_1) \cdot \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{t_2 - t_1} \quad (2.31)$$

gdje su:

$\lambda_1, \lambda_2$  [W/mK] niža i viša vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti i

$t_1, t_2$  [°C] niža i viša vrijednost temperature od temperature vanjske površine stijenke cijevi  $t_s$ .

Na isti je način moguće interpolirati i vrijednosti dinamičkog viskoziteta zraka:

$$\eta = \eta_1 + (t_s - t_1) \cdot \frac{(\eta_2 - \eta_1)}{t_2 - t_1} \quad (2.32)$$

gdje su:

$\eta_1, \eta_2$  [Pa s] niža i viša vrijednost dinamičkog viskoziteta.

## 2.3. Termodinamički proračun

### 2.3.1. Strujanje vode kroz čeličnu cijev

#### 2.3.1.1. Koeficijent prijelaza topline na strani vode unutar cijevi

Slijedi postupak izračuna koeficijenta prijelaza topline na strani vode koji se koristi za proračun ostalih traženih vrijednosti u slučajevima kada kroz cijev, čeličnu ili bakrenu, struji voda.

Fizikalne vrijednosti vode pri temperaturi od 60 °C očitane iz termodinamičkih tablica su:

koeficijent toplinske vodljivosti vode  $\lambda_v$ :

$$\lambda_v = 0,651 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

specifični toplinski kapacitet vode  $c_v$ :

$$c_v = 4191 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

dinamički viskozitet vode  $\eta_v$ :

$$\eta_v = 4,701 \cdot 10^{-4} \text{Pa s}$$

gustoća vode  $\rho_v$ :

$$\rho_v = 983 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet vode  $\nu_v$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_v = \frac{\eta_v}{\rho_v} = \frac{4,701 \cdot 10^{-4}}{983} = 4,7823 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Brzina strujanja vode  $w$  u cijevi potrebna je za izračun Reynoldsove značajke i iznosi:

$$w = 0,8 \text{ m/s}$$

Također, za izračun Reynoldsove značajke, potrebno je uvrstiti unutarnji promjer stijenke cijevi, tj. promjer stijenke cijevi na kojem toplina prelazi konvekcijom. Unutarnji promjer stijenke cijevi iznosi:

$$d_u = 32 \text{ mm} = 0,032 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.8) dobiva se Reynoldsova značajka:

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d_u}{\nu_v} = \frac{0,8 \cdot 0,032}{4,7823 \cdot 10^{-7}} = 53530,7279$$

Koeficijent temperaturne vodljivosti, za izračun Prandtlove značajke, prema jednaadžbi (2.11) iznosi:

$$a = \frac{\lambda_v}{c_v \cdot \rho_v} = \frac{0,651}{4191 \cdot 983} = 1,5802 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Slijedi izračun Prandtlove značajke prema jednadžbi (2.10):

$$\text{Pr} = \frac{\nu_v}{a} = \frac{4,7823 \cdot 10^{-7}}{1,5802 \cdot 10^{-7}} = 3,0264$$

Na posljetku, uvrštavanjem u jednadžbu (2.12) dobiven je koeficijent prijelaza topline na strani vode  $\alpha_u$ :

$$\alpha_u = \frac{0,0398 \cdot \text{Pr} \cdot \text{Re}^{3/4}}{1 + \left(1,5 \cdot \text{Pr}^{-1/8}\right) \cdot \text{Re}^{-1/8} \cdot (\text{Pr} - 1)} \cdot \frac{\lambda_v}{d_u}$$

$$\alpha_u = \frac{0,0398 \cdot 3,0264 \cdot 53530,7279^{3/4}}{1 + \left(1,5 \cdot 3,0264^{-1/8}\right) \cdot 53530,7279^{-1/8} \cdot (3,0264 - 1)} \cdot \frac{0,651}{0,032}$$

$$\alpha_u = 5137,3712 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

### 2.3.1.2. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok

U nastavku je prikazan iterativni postupak za proračun koeficijenta prijelaza topline na strani okolnog zraka kod strujanja vode kroz čeličnu cijev.

U **1. slučaju**, cijev nema toplinsku izolaciju. U prvoj iteraciji, potrebno je pretpostaviti temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  za koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ . Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi je 50 °C:

$$T_s = 273,15 + 50 = 323,15 \text{ K}$$

Potrebno je iz tablice (2.2.) očitati vrijednosti fizikalnih veličina zraka koji se nalazi oko cijevi pri temperaturi vanjske površine stijenke  $T_s$ .

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 323,15} = 1,0781 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,26 \cdot 10^{-6}}{1,0781} = 1,7865 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Za izračun koeficijenta prijelaza topline na strani okolnog zraka, promjer cijevi je:

$$d = d_v = 0,038 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot d_v^3 \cdot (T_s - T_o)}{\nu^2 \cdot T_o}} \cdot \frac{\lambda_z}{d_v}$$

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,038^3 \cdot (323,15 - 288,15)}{(1,7865 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02680}{0,038}$$

$$\alpha_v = 5,7017 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Linearnom interpolacijom prema jednadžbi (2.31) slijedi koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\xi$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 50$  °C:

$$\lambda_\xi = 59,313 + (50 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 55,824 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Za izračun koeficijenta prolaza topline  $k$ , iz jednadžbe (2.5) dobivamo izraz (2.33) za promatrani slučaj:

$$r \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} + \frac{1}{\lambda_\xi} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} + \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v}} \quad (2.33)$$

gdje su polumjeri  $r_u$  i  $r_v$  unutarnji i vanjski polumjer stijenke cijevi i iznose:

$$r_u = 0,016 \text{ m}$$

$$r_v = 0,019 \text{ m}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,019 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.33) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,019 \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{55,824} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,019 \cdot 5,7017}}$$

$$k = 5,7013 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u izraz (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,019 \cdot 5,7013 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 30,6281 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke cijevi:

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{30,6281}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,09 \text{ K}$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} = 333,09 - \frac{30,6281}{2\pi} \cdot \frac{1}{55,824} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,07 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{30,6281}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,019 \cdot 5,7017} = 333,07 \text{ K}$$

Sljedeća iteracija vrši se na način da je pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  ona koja je dobivena u prethodnoj iteraciji te se ponavlja postupak proračunavanja traženih vrijednosti. U 2. iteraciji, pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 333,07 \text{ K } (t_s = 59,92 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalne vrijednosti svojstava zraka i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31.) i (2.32.) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):



Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,92$  °C:

$$\lambda_z = 0,02680 + (59,92 - 50) \cdot \frac{0,02791 - 0,02680}{60 - 50} = 0,02790 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\xi}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,92$  °C:

$$\lambda_{\xi} = 59,313 + (59,92 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 55,1318 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,92$  °C:

$$\eta_z = 19,26 \cdot 10^{-6} + (59,92 - 50) \cdot \frac{21,24 \cdot 10^{-6} - 19,26 \cdot 10^{-6}}{100 - 50} = 19,653 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 333,07} = 1,04596 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,653 \cdot 10^{-6}}{1,04596} = 1,8789 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,038^3 \cdot (333,07 - 288,15)}{(1,8789 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02790}{0,038}$$

$$\alpha_v = 6,1605 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,019 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.33) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,019 \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{55,1318} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,019 \cdot 6,1605}}$$

$$k = 6,1495 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u izraz (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,019 \cdot 6,1495 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 33,0357 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke cijevi:

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{33,0357}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,09 \text{ K}$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} = 333,09 - \frac{33,0357}{2\pi} \cdot \frac{1}{55,1318} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,07 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{33,0357}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,019 \cdot 6,1605} = 333,07 \text{ K}$$

Ovim postupkom dobivena je vrijednost temperature vanjske površine stijenke cijevi jednaka pretpostavljenoj temperaturi, stoga nije potrebno provoditi dodatne iteracije.

U nastavku je proračun za slučajeve s čeličnom cijevi i dodanom izolacijom od staklene vune debljine 10, 20 ili 30 mm i slojem čeličnog lima debljine 1 mm.

Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi za **slučaj 1.a** u kojem je debljina izolacije 10 mm iznosi:

$$T_s = 307,34 \text{ K } (t_s = 34,19 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,19 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (34,19 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02611 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\xi}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,19 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{\xi} = 59,313 + (34,19 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 56,9272 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,19$  °C:

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (34,19 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0421 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,19$  °C:

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (34,19 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,6055 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 307,34} = 1,1335 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,6055 \cdot 10^{-6}}{1,1335} = 1,6414 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,06^3 \cdot (307,34 - 288,15)}{(1,6414 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02611}{0,06}$$

$$\alpha_v = 4,4492 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,03 \text{ m}$$

Za izračun koeficijenta prolaza topline  $k$ , iz jednadžbe (2.5) dobivamo jednadžbu (2.34) za promatrani slučaj:

$$r \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} + \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} + \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} + \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} + \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v}} \quad (2.34)$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,03 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{56,9272} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0421} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} + \frac{1}{56,9272} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} + \frac{1}{0,03 \cdot 4,4492}}$$

$$k = 1,8999 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,03 \cdot 1,8999 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 16,1155 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,12 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\zeta}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,12 - \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{56,9272} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,11 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,11 - \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0421} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} = 307,37 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\zeta}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 307,37 - \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{56,9272} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} = 307,37 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,03 \cdot 4,4492} = 307,37 \text{ K}$$

Slijedi **slučaj 1.b** u kojem je debljina izolacije 20 mm i pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 300,3 \text{ K } (t_s = 27,15 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,15 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (27,15 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02562 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\xi}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,15$  °C:

$$\lambda_{\xi} = 59,313 + (27,15 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,4185 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{\text{sv}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,15$  °C:

$$\lambda_{\text{sv}} = 0,040 + (27,15 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0411 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,15$  °C:

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (27,15 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,314 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 300,3} = 1,1601 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,314 \cdot 10^{-6}}{1,1601} = 1,5787 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,08^3 \cdot (300,3 - 288,15)}{(1,5787 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02562}{0,08}$$

$$\alpha_v = 3,6949 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,04 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,04 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{57,4185} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0411} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} + \frac{1}{57,4185} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} + \frac{1}{0,04 \cdot 3,6949}}$$

$$k = 1,0292 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,04 \cdot 1,0292 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 11,6397 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{11,6397}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,13 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,13 - \frac{11,6397}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4185} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,12 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,12 - \frac{11,6397}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0411} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} = 300,68 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 300,68 - \frac{11,6397}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4185} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} = 300,68 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{11,6397}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04 \cdot 3,6949} = 300,68 \text{ K}$$

Slijedi **slučaj 1.c** u kojem je debljina izolacije 30 mm i pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 297,52 \text{ K } (t_s = 24,37 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,37 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (24,37 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,025426 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\text{č}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,37 \text{ °C}$ :

$$\lambda_{\text{č}} = 59,313 + (24,37 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,6125 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{\text{sv}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,37 \text{ °C}$ :

$$\lambda_{\text{sv}} = 0,040 + (24,37 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0407 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,37 \text{ °C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (24,37 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,1989 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 297,52} = 1,1709 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,1989 \cdot 10^{-6}}{1,1709} = 1,5543 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,1^3 \cdot (297,52 - 288,15)}{(1,5543 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,025426}{0,1}$$

$$\alpha_v = 3,2753 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,05 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,05 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{57,6125} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0407} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} + \frac{1}{57,6125} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} + \frac{1}{0,05 \cdot 3,2753}}$$

$$k = 0,6797 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,05 \cdot 0,6797 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 9,6097 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{9,6097}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,13 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,13 - \frac{9,6097}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6125} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,125 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,125 - \frac{9,6097}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0407} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} = 297,49 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 297,49 - \frac{9,6097}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6125} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} = 297,49 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{9,6097}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,05 \cdot 3,2753} = 297,49 \text{ K}$$

## 2.3.2. Strujanje vode kroz bakrenu cijev

### 2.3.2.1. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok

Koeficijent prijelaza topline na strani vode unutar bakrene cijevi jednak je kao kod čelične cijevi i iznosi:



$$\alpha_u = 5137,3712 \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

U nastavku slijedi **2. slučaj**, u kojem je cijev bakrena i bez toplinske izolacije. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 333,08 \text{ K } (t_s = 59,93 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka i bakra potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31.) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,93 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02680 + (59,93 - 50) \cdot \frac{0,02791 - 0,02680}{60 - 50} = 0,02790 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,93 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (59,93 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 381,9341 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 59,93 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 19,26 \cdot 10^{-6} + (59,93 - 50) \cdot \frac{21,24 \cdot 10^{-6} - 19,26 \cdot 10^{-6}}{100 - 50} = 19,6532 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 333,08} = 1,0459 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,6532 \cdot 10^{-6}}{1,0459} = 1,8791 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,038^3 \cdot (333,08 - 288,15)}{(1,8791 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02790}{0,038}$$

$$\alpha_v = 6,1609 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,019 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.33) se dobiva koeficijent prolaza topline, ali se za koeficijent toplinske vodljivosti materijala cijevi umjesto  $\lambda_\xi$  koristi  $\lambda_b$ :

$$0,019 \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{381,9341} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,019 \cdot 6,1609}}$$

$$k = 6,1518 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,019 \cdot 6,1518 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 33,0482 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke:

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{33,0482}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,086 \text{ K}$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} = 333,09 - \frac{33,0482}{2\pi} \cdot \frac{1}{381,9341} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,084 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{33,0482}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,019 \cdot 6,1609} = 333,08 \text{ K}$$

U nastavku slijede slučajevi u kojima je na bakrenu cijev dodana izolacija od staklene vune različitih debljina te sloj čeličnog lima.

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 2.a** iznosi 10 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 307,37 \text{ K } (t_s = 34,22 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,22$  °C:

$$\lambda_z = 0,02512 + (34,22 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02612 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,22$  °C:

$$\lambda_b = 386,116 + (34,22 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 383,7281 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,22$  °C:

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (34,22 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,04213 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\zeta$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,22$  °C:

$$\lambda_\zeta = 59,313 + (34,22 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 56,9251 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 34,22$  °C:

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (34,22 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,6067 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 307,37} = 1,1334 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,6067 \cdot 10^{-6}}{1,1334} = 1,6417 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,06^3 \cdot (307,37 - 288,15)}{(1,6417 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02612}{0,06}$$

$$\alpha_v = 4,4509 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,03 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,03 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{383,7281} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,04213} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} + \frac{1}{56,9251} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} + \frac{1}{0,03 \cdot 4,4509}}$$

$$k = 1,9006 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,03 \cdot 1,9006 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 16,1212 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{16,1212}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,119 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,119 - \frac{16,1212}{2\pi} \cdot \frac{1}{383,7281} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,118 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,118 - \frac{16,1212}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04213} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} = 307,367 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_\xi} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 307,367 - \frac{16,1155}{2\pi} \cdot \frac{1}{56,9251} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} = 307,365 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{16,1212}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,03 \cdot 4,4509} = 307,365 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 2.b** iznosi 20 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 300,31 \text{ K} (t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31.) i (2.32.) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (27,16 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02562 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (27,16 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 384,221 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (27,16 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0411 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\zeta$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\zeta = 59,313 + (27,16 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,4178 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 27,16 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (27,16 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,3144 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 300,31} = 1,1601 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,3144 \cdot 10^{-6}}{1,1601} = 1,5787 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,08^3 \cdot (300,31 - 288,15)}{(1,5787 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02562}{0,08}$$

$$\alpha_v = 3,6958 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,04 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline: :

$$0,04 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{384,221} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0411} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} + \frac{1}{57,4178} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} + \frac{1}{0,04 \cdot 3,6958}}$$

$$k = 1,0293 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,04 \cdot 1,0293 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 11,6417 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{11,6417}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,127 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,127 - \frac{11,6417}{2\pi} \cdot \frac{1}{384,221} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,126 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,126 - \frac{11,6417}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0411} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} = 300,683 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 300,683 - \frac{11,6417}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4178} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} = 300,682 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{11,6417}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04 \cdot 3,6958} = 300,68 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 2.c** je 30 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 297,51 \text{ K } (t_s = 24,36 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,36 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (24,36 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,025425 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,36 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (24,36 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 384,4162 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,36 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (24,36 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0407 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\xi$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,36 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\xi = 59,313 + (24,36 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,6132 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 24,37 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (24,36 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,1985 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 297,51} = 1,17097 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,1985 \cdot 10^{-6}}{1,17097} = 1,5541 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,1^3 \cdot (297,51 - 288,15)}{(1,5541 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,025425}{0,1}$$

$$\alpha_v = 3,2744 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,05 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,05 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} + \frac{1}{384,4162} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0407} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} + \frac{1}{57,6132} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} + \frac{1}{0,05 \cdot 3,2744}}$$

$$k = 0,6797 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,05 \cdot 0,6797 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 9,6090 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{9,609}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 5137,3712} = 333,13 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 333,13 - \frac{9,609}{2\pi} \cdot \frac{1}{384,4162} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 333,129 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 333,125 - \frac{9,609}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0407} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} = 297,491 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\check{c}}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 297,491 - \frac{9,609}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6132} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} = 297,49 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{9,609}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,05 \cdot 3,2744} = 297,49 \text{ K}$$



## 2.3.3. Strujanje zraka kroz čeličnu cijev

## 2.3.3.1. Koeficijent prijelaza topline na strani zraka unutar cijevi

Slijedi postupak izračuna koeficijenta prijelaza topline zraka na unutarnjoj strani cijevi koji se koristi za proračun ostalih traženih vrijednosti u slučajevima kada kroz cijev, čeličnu ili bakrenu, struji zrak.

Fizikalne vrijednosti zraka pri temperaturi od 60 °C očitane iz termodinamičkih tablica su:

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$ :

$$\lambda_z = 0,02791 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Specifičnu toplinu zraka  $c_z$  dobiva se linearnom interpolacijom.

Specifična toplina zraka za  $t_1 = 0$  °C iznosi:

$$c_1 = 1,0036 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Specifična toplina zraka za  $t_2 = 100$  °C iznosi:

$$c_2 = 1,0103 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Specifična toplina zraka  $c_z$  za temperaturu zraka  $t_z = 60$  °C:

$$c_z = 1,0036 + (60 - 0) \cdot \frac{1,0103 - 1,0036}{100 - 0} = 1,0076 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  također je potrebno izračunati interpolacijom prema jednadžbi (2.32):

$$\eta_z = 19,26 \cdot 10^{-6} + (60 - 50) \cdot \frac{21,24 \cdot 10^{-6} - 19,26 \cdot 10^{-6}}{100 - 50} = 19,656 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_z} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 333,15} = 5,2285 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

gdje je  $p$  tlak zraka u cijevi i iznosi:

$$p = 5 \text{ bar} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,656 \cdot 10^{-6}}{5,2285} = 3,7594 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Brzina strujanja zraka  $w$  u cijevi potrebna je za izračun Reynoldsove značajke i iznosi:

$$w = 0,8 \text{ m/s}$$

Također, za izračun Reynoldsove značajke, potrebno je uvrstiti unutarnji promjer stijenke cijevi, tj. promjer stijenke cijevi na kojem toplina prelazi konvekcijom. Unutarnji promjer stijenke cijevi iznosi:

$$d_u = 32 \text{ mm} = 0,032 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.8) dobiva se Reynoldsova značajka:

$$\text{Re} = \frac{w \cdot d_u}{\nu_z} = \frac{0,8 \cdot 0,032}{3,7594 \cdot 10^{-6}} = 6809,5973$$

Koeficijent temperaturne vodljivosti, za izračun Prandtlove značajke, prema jednadžbi (2.11) iznosi:

$$a = \frac{\lambda_z}{c_z \cdot \rho_z} = \frac{0,02791}{1,0076 \cdot 10^3 \cdot 5,2285} = 5,2977 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Slijedi izračun Prandtlove značajke prema jednadžbi (2.10):

$$\text{Pr} = \frac{\nu_z}{a} = \frac{3,7594 \cdot 10^{-6}}{5,2977 \cdot 10^{-6}} = 0,7096$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.16) dobiven je koeficijent prijelaza topline na strani zraka unutar cijevi  $\alpha_u$ :

$$\alpha_u = 0,04 \cdot (\text{Re} \cdot \text{Pr})^{3/4} \cdot \frac{\lambda_z}{d_u}$$

$$\alpha_u = 0,04 \cdot (6809,5973 \cdot 0,7096)^{3/4} \cdot \frac{0,02791}{0,032}$$

$$\alpha_u = 20,2202 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

## 2.3.3.2. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok

U nastavku slijedi proračun koeficijenta prijelaza topline na strani zraka oko cijevi, te koeficijenta prolaza topline i jediničnog izmijenjenog toplinskog toka za slučajeve kada kroz čeličnu cijev struji zrak.

U **3. slučaju** čelična stijenka cijevi nije obložena toplinskom izolacijom. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 321,85 \text{ K } (t_s = 48,7 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,7 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02652 + (48,7 - 40) \cdot \frac{0,02680 - 0,02652}{50 - 40} = 0,02676 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\xi$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,7 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\xi = 59,313 + (48,7 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 55,9147 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,7 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (48,7 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 19,21 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{\mathfrak{R} \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 321,85} = 1,0824 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,21 \cdot 10^{-6}}{1,0824} = 1,7748 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,038^3 \cdot (321,85 - 288,15)}{(1,7748 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02676}{0,038}$$

$$\alpha_v = 5,6581 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,019 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.33) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,019 \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{55,9147} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,019 \cdot 5,6581}}$$

$$k = 4,2458 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,019 \cdot 4,2458 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 22,8092 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke cijevi:

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{22,8092}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 321,93 \text{ K}$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} = 321,93 - \frac{22,8092}{2\pi} \cdot \frac{1}{55,9147} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 321,92 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{22,8092}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,019 \cdot 5,6581} = 321,92 \text{ K}$$

U nastavku je proračun za slučajeve s čeličnom cijevi i dodanom izolacijom od staklene vune debljine 10, 20 ili 30 mm i slojem čeličnog lima debljine 1 mm.

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 3.a** je 10 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke iznosi:

$$T_s = 304,78 \text{ K } (t_s = 31,63 \text{ }^{\circ}\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,63 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (31,63 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02593 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\xi$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,63 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\xi = 59,313 + (31,63 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,1059 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,63 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (31,63 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,04175 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,63 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (31,63 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,4995 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 304,78} = 1,1430 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,4995 \cdot 10^{-6}}{1,1430} = 1,6185 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,06^3 \cdot (304,78 - 288,15)}{(1,6185 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02593}{0,06}$$

$$\alpha_v = 4,2933 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,03 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,03 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{57,1059} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,04175} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} + \frac{1}{57,1059} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} + \frac{1}{0,03 \cdot 4,2933}}$$

$$k = 1,5882 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,03 \cdot 1,5882 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 13,4716 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke cijevi te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{13,4716}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 326,52 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 326,52 - \frac{13,4716}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,1059} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 326,516 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 326,516 - \frac{13,4716}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04175} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} = 304,798 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\xi}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 304,798 - \frac{13,4716}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,1059} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} = 304,797 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{13,4716}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,03 \cdot 4,2933} = 304,797 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 3.b** iznosi 20 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 299,17 \text{ K} (t_s = 26,02 \text{ } ^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,02 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (26,02 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02554 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\xi}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,02 \text{ }^{\circ}\text{C}$ :

$$\lambda_{\xi} = 59,313 + (26,02 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,4973 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{\text{sv}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,02 \text{ }^{\circ}\text{C}$ :

$$\lambda_{\text{sv}} = 0,040 + (26,02 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0409 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,02 \text{ }^{\circ}\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (26,02 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,2672 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 299,17} = 1,1645 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,2672 \cdot 10^{-6}}{1,1645} = 1,5687 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,08^3 \cdot (299,17 - 288,15)}{(1,5687 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02554}{0,08}$$

$$\alpha_v = 3,60595 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,04 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,04 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{57,4973} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0409} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} + \frac{1}{57,4973} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} + \frac{1}{0,04 \cdot 3,60595}}$$

$$k = 0,9055 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,04 \cdot 0,9055 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 10,241 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{10,241}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 328,11 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 328,11 - \frac{10,241}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4973} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 328,105 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 328,105 - \frac{10,241}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0409} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} = 299,447 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 299,447 - \frac{10,241}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4973} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} = 299,446 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{10,241}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04 \cdot 3,60595} = 299,45 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 3.c** iznosi 30 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 296,58 \text{ K } (t_s = 23,43 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, čelika i staklene vune potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,43 \text{ }^\circ\text{C}$ :



$$\lambda_z = 0,02512 + (23,43 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02536 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\text{č}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,43 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{\text{č}} = 59,313 + (23,43 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,6781 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{\text{sv}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,43 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{\text{sv}} = 0,040 + (23,43 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0405 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu stijenke  $t_s = 23,43 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (23,43 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,16 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 296,58} = 1,1746 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,16 \cdot 10^{-6}}{1,1746} = 1,5461 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,1^3 \cdot (296,58 - 288,15)}{(1,5461 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02536}{0,1}$$

$$\alpha_v = 3,18995 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,05 \text{ m}$$

Uvrštavanjem u (2.34) se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,05 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{57,6781} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0405} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} + \frac{1}{57,6781} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} + \frac{1}{0,05 \cdot 3,18995}}$$

$$k = 0,6106 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,05 \cdot 0,6106 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 8,6319 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{8,6319}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 328,9 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\check{c}}} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 328,9 - \frac{8,6319}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6781} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 328,896 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 328,896 - \frac{8,6319}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0405} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} = 296,76 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{\check{c}}} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 296,76 - \frac{8,6319}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6781} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} = 296,76 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{8,6319}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,05 \cdot 3,18995} = 296,76 \text{ K}$$

### 2.3.4. Strujanje zraka kroz bakrenu cijev

#### 2.3.4.1. Koeficijent prolaza topline i jedinični izmijenjeni toplinski tok

Koeficijent prijelaza topline na strani zraka unutar bakrene cijevi jednak je kao kod čelične cijevi i iznosi:

$$\alpha_u = 20,2202 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

U **4. slučaju**, cijev je bakrena i bez izolacije. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 321,86 \text{ K } (t_s = 48,71 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka i bakra potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,71 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02652 + (48,71 - 40) \cdot \frac{0,02680 - 0,02652}{50 - 40} = 0,02676 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,71 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (48,71 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 382,717 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 48,71 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (48,71 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 19,2066 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 321,86} = 1,0824 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{19,2066 \cdot 10^{-6}}{1,0824} = 1,7744 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,038^3 \cdot (321,86 - 288,15)}{(1,7744 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02676}{0,038}$$

$$\alpha_v = 5,6591 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,019 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,019 \cdot k = \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{382,717} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,019 \cdot 5,6591}}$$

$$k = 4,2473 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,019 \cdot 4,2473 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 22,8171 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke cijevi:

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{22,8171}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 321,925 \text{ K}$$

$$T_s = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_v}{r_u} = 321,925 - \frac{22,8171}{2\pi} \cdot \frac{1}{382,717} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 321,923 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{22,8171}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,019 \cdot 5,6591} = 321,92 \text{ K}$$

U nastavku slijede slučajevi u kojima je na bakrenu cijev dodana toplinska izolacija od staklene vune različitih debljina i sloj čeličnog lima debljine 1 mm:

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 4.a** iznosi 10 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 304,77 \text{ K } (t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C})$$

Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (31,62 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,02593 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (31,62 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 383,9096 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (31,62 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,04174 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\zeta$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\zeta = 59,313 + (31,62 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,1066 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 31,62 \text{ }^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (31,62 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,4991 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 304,77} = 1,1431 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,4991 \cdot 10^{-6}}{1,1431} = 1,6183 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,06^3 \cdot (304,77 - 288,15)}{(1,6183 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,02593}{0,06}$$

$$\alpha_v = 4,2929 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,03 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,03 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{383,9096} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,04174} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} + \frac{1}{57,1066} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} + \frac{1}{0,03 \cdot 4,2929}}$$

$$k = 1,5883 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,03 \cdot 1,5883 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 13,4724 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{13,4724}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 326,52 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 326,52 - \frac{13,4724}{2\pi} \cdot \frac{1}{383,9096} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 326,52 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 326,52 - \frac{13,4724}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04174} \cdot \ln \frac{0,029}{0,019} = 304,801 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 304,801 - \frac{13,4724}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,1066} \cdot \ln \frac{0,03}{0,029} = 304,8 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{13,4724}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,03 \cdot 4,2929} = 304,8 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 4.b** iznosi 20 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 299,18 \text{ K} (t_s = 26,03 \text{ °C})$$

Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,03^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_z = 0,02512 + (26,03 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,025542 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,03^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_b = 386,116 + (26,03 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 384,2996 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,03^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (26,03 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,0409 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_\zeta$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,03^\circ\text{C}$ :

$$\lambda_\zeta = 59,313 + (26,03 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,4966 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 26,03^\circ\text{C}$ :

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (26,03 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,2676 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 299,18} = 1,1644 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,2676 \cdot 10^{-6}}{1,1644} = 1,5688 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,08^3 \cdot (299,18 - 288,15)}{(1,5688 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,025542}{0,08}$$

$$\alpha_v = 3,6070 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,04 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,04 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{384,2996} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,0409} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} + \frac{1}{57,4966} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} + \frac{1}{0,04 \cdot 3,6070}}$$

$$k = 0,9056 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,04 \cdot 0,9056 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 10,2424 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{10,2424}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 328,11 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 328,11 - \frac{10,2424}{2\pi} \cdot \frac{1}{384,2996} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 328,11 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 328,11 - \frac{10,2424}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,0409} \cdot \ln \frac{0,039}{0,019} = 299,45 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 299,45 - \frac{10,2424}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,4966} \cdot \ln \frac{0,04}{0,039} = 299,45 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{10,2424}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04 \cdot 3,6070} = 299,45 \text{ K}$$

Debljina izolacije od staklene vune za **slučaj 4.c** je 30 mm. Pretpostavljena temperatura vanjske površine stijenke cijevi iznosi:

$$T_s = 296,59 \text{ K } (t_s = 23,44 \text{ } ^\circ\text{C})$$



Fizikalna svojstva zraka, bakra, staklene vune i čelika potrebno je izračunati pomoću linearnih interpolacija prema jednadžbama (2.31) i (2.32) koristeći vrijednosti iz tablica (2.2.) i (2.3.):

Koeficijent toplinske vodljivosti zraka  $\lambda_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,44$  °C:

$$\lambda_z = 0,02512 + (23,44 - 20) \cdot \frac{0,02652 - 0,02512}{40 - 20} = 0,025361 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti bakra  $\lambda_b$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,44$  °C:

$$\lambda_b = 386,116 + (23,44 - 0) \cdot \frac{379,138 - 386,116}{100 - 0} = 384,4804 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune  $\lambda_{sv}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,44$  °C:

$$\lambda_{sv} = 0,040 + (23,44 - 20) \cdot \frac{0,052 - 0,040}{100 - 20} = 0,04052 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Koeficijent toplinske vodljivosti čelika  $\lambda_{\check{c}}$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,44$  °C:

$$\lambda_{\check{c}} = 59,313 + (23,44 - 0) \cdot \frac{52,335 - 59,313}{100 - 0} = 57,6774 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Dinamički viskozitet zraka  $\eta_z$  za temperaturu vanjske površine stijenke  $t_s = 23,44$  °C:

$$\eta_z = 17,19 \cdot 10^{-6} + (23,44 - 0) \cdot \frac{19,26 \cdot 10^{-6} - 17,19 \cdot 10^{-6}}{50 - 0} = 18,1604 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$$

Gustoća zraka računa se prema jednadžbi (2.20) i iznosi:

$$\rho_z = \frac{p \cdot m}{R \cdot T_s} = \frac{10^5 \cdot 28,95}{8314 \cdot 296,59} = 1,1746 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Kinematički viskozitet zraka  $\nu_z$  računa se prema jednadžbi (2.9) i iznosi:

$$\nu_z = \frac{\eta_z}{\rho_z} = \frac{18,1604 \cdot 10^{-6}}{1,1746} = 1,5461 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.21) dobiva se koeficijent prijelaza topline na strani zraka oko cijevi  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = 0,38 \cdot \sqrt[4]{\frac{9,81 \cdot 0,1^3 \cdot (296,59 - 288,15)}{(1,5461 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 288,15}} \cdot \frac{0,025361}{0,1}$$

$$\alpha_v = 3,191 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

S obzirom da je  $\alpha_u > \alpha_v$ , vrijedi:

$$r = r_v = 0,05 \text{ m}$$

Uvrštavanjem se dobiva koeficijent prolaza topline:

$$0,05 \cdot k =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} + \frac{1}{384,4804} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} + \frac{1}{0,04052} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} + \frac{1}{57,6774} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} + \frac{1}{0,05 \cdot 3,191}}$$

$$k = 0,6108 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu (2.4) slijedi izračun jediničnog izmijenjenog toka topline  $\dot{q}$ :

$$\dot{q} = 2\pi \cdot r \cdot k \cdot (T_f - T_o) = 2\pi \cdot 0,05 \cdot 0,6108 \cdot (333,15 - 288,15)$$

$$\dot{q} = 8,6354 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Slijedi proračun temperatura unutarnje  $T_u$  i vanjske  $T_s$  površine stijenke te temperatura slojeva  $T'$  i  $T''$ :

$$T_u = T_f - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_u \cdot \alpha_u} = 333,15 - \frac{8,6354}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,016 \cdot 20,2202} = 328,902 \text{ K}$$

$$T' = T_u - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_b} \cdot \ln \frac{r_{u+1}}{r_u} = 328,902 - \frac{8,6354}{2\pi} \cdot \frac{1}{384,4804} \cdot \ln \frac{0,019}{0,016} = 328,901 \text{ K}$$

$$T'' = T' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_{sv}} \cdot \ln \frac{r_{u+2}}{r_{u+1}} = 328,901 - \frac{8,6354}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,04052} \cdot \ln \frac{0,049}{0,019} = 296,76 \text{ K}$$

$$T_s = T'' - \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_c} \cdot \ln \frac{r_v}{r_{u+2}} = 296,76 - \frac{8,6354}{2\pi} \cdot \frac{1}{57,6774} \cdot \ln \frac{0,05}{0,049} = 296,76 \text{ K}$$

Dobivenu temperaturu vanjske površine stijenke cijevi  $T_s$  moguće je provjeriti:

$$T_s = T_o + \frac{\dot{q}}{2\pi} \cdot \frac{1}{r_v \cdot \alpha_v} = 288,15 + \frac{8,6354}{2\pi} \cdot \frac{1}{0,05 \cdot 3,191} = 296,76 \text{ K}$$

## 2.4. Analiza rezultata proračuna

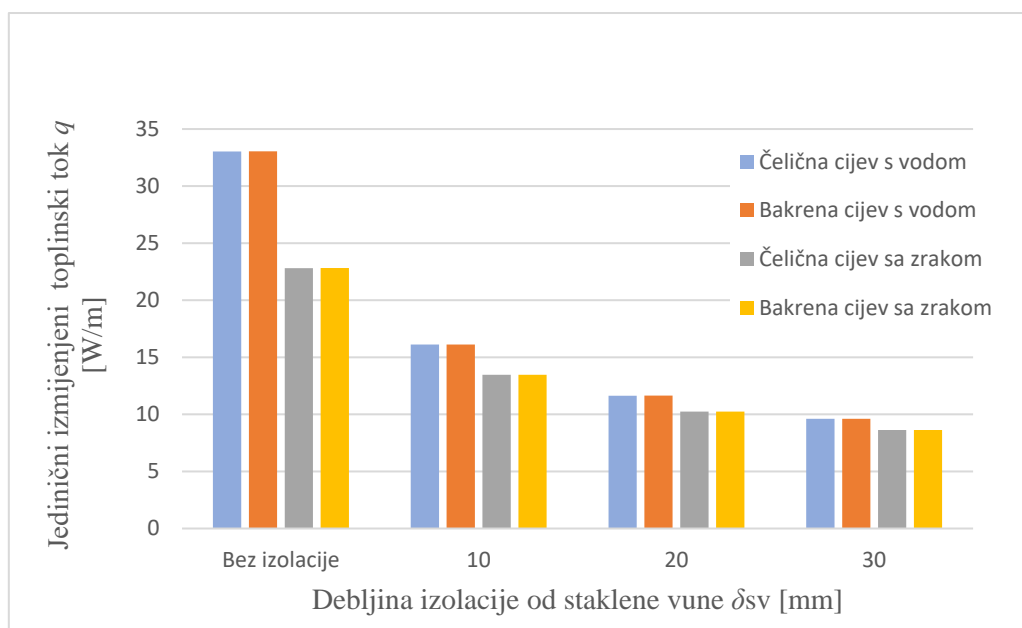
Rezultati dobiveni termodinamičkim proračunom prikazani su u tablici (2.4.).

Tablica 2.4. Rezultati dobiveni proračunom

	$\delta_{sv}$ [mm]	Čelična cijev			Bakrena cijev		
		$k$ [W/m <sup>2</sup> K]	$q$ [W/m]	$T_s$ [K]	$k$ [W/m <sup>2</sup> K]	$q$ [W/m]	$T_s$ [K]
Voda	Bez izolacije	6,1495	33,0357	333,07	6,1518	33,0482	333,08
	10	1,8999	16,1155	307,37	1,9006	16,1212	307,37
	20	1,0292	11,6397	300,68	1,0293	11,6417	300,68
	30	0,6798	9,6097	297,49	0,6797	9,6090	297,49
Zrak	Bez izolacije	4,2458	22,8092	321,92	4,2473	22,8171	321,92
	10	1,5882	13,4716	304,80	1,5883	13,4724	304,80
	20	0,9055	10,241	299,45	0,9056	10,2424	299,45
	30	0,6106	8,6319	296,76	0,6108	8,6354	296,76

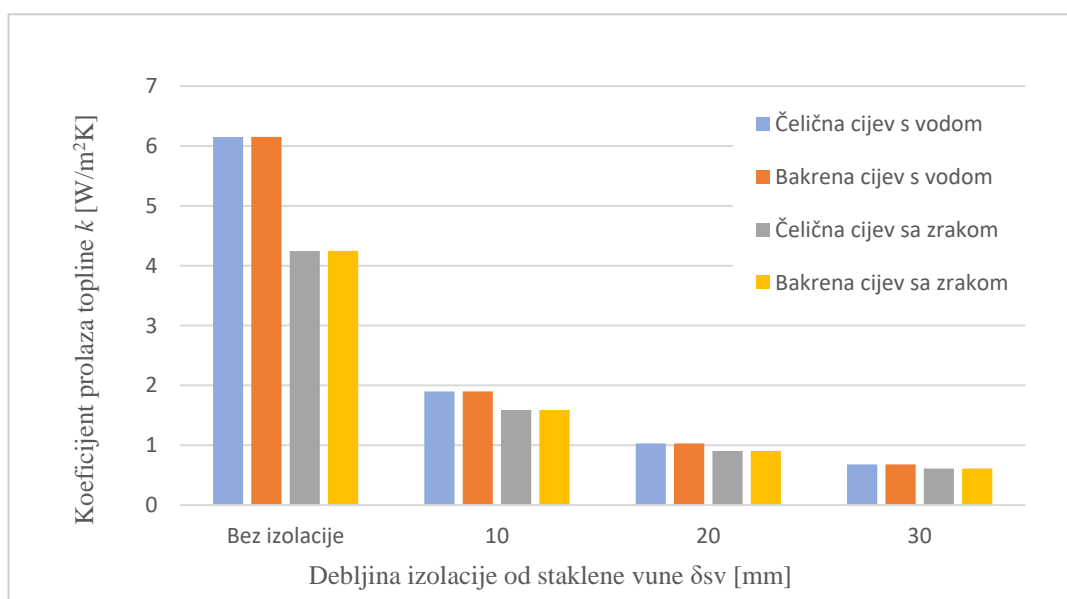
Usporedba rezultata, odnosno vrijednosti koeficijenata prolaza topline, jediničnih izmijenjenih toplinskih tokova i temperatura vanjskih površina stijenke cijevi, prikazana je dijagramima na slikama (2.3.), (2.4.) i (2.5.).

Slika (2.3.) prikazuje usporedbu vrijednosti jediničnog izmijenjenog toplinskog toka za različite debljine izolacije od staklene vune dodane na čeličnu i bakrenu cijev kada kroz njih struje voda ili zrak. Vrijednost jediničnog izmijenjenog toplinskog toka kod prolaza topline kroz cijev manja je kada kroz cijev struji zrak. Razlog tome je manji koeficijent prijelaza topline sa zraka na unutarnju površinu stijenke cijevi u odnosu na koeficijent prijelaza topline s vode na unutarnju površinu stijenke cijevi. Razlika u jediničnom izmijenjenom toplinskom toku je neznatna kada se uspoređuje materijal cijevi. Dodatkom izolacije se smanjuje jedinični izmijenjeni toplinski tok, ali nema značajne razlike povećanjem debljine izolacije s 20 na 30 mm. Kod debljina izolacije od 20 i 30 mm, vrsta fluida ne utječe značajno na jedinični izmijenjeni toplinski tok.



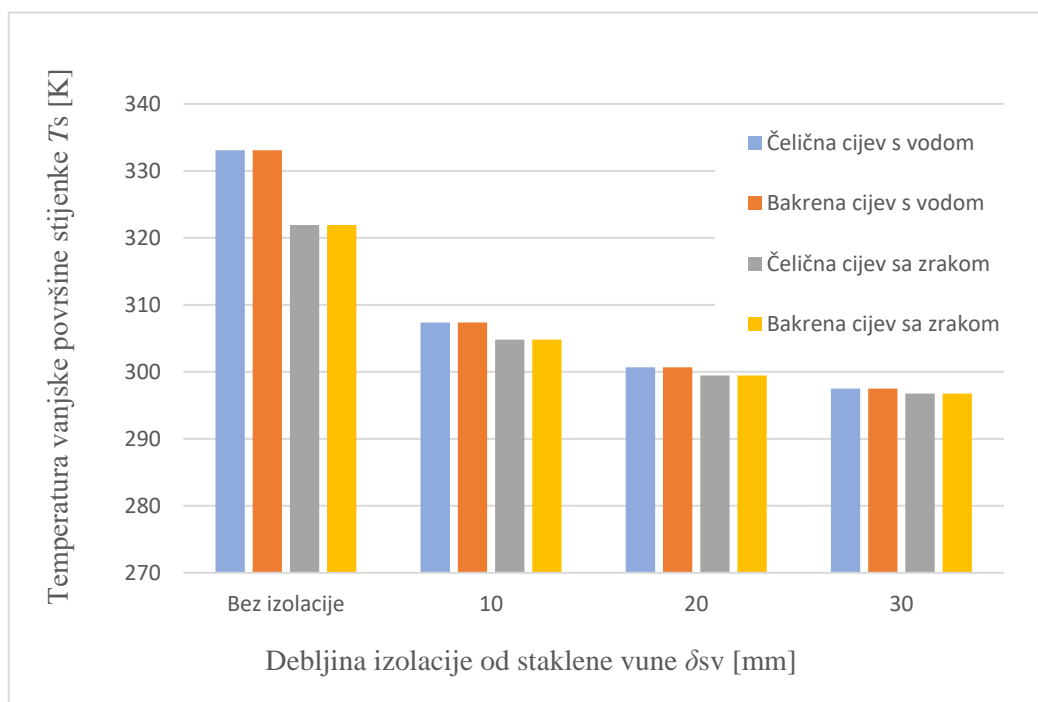
Slika 2.3. Jedinični izmijenjeni toplinski tok

Vrijednosti koeficijenta prolaza topline prikazanih slikom (2.4.) znatno se smanjuju kada je na cijev dodana izolacija, ali povećanje debljine izolacije od 20 na 30 mm ne utječe u velikoj mjeri na smanjenje koeficijenta prolaza topline. Vrsta materijala cijevi malo utječe na koeficijente prolaza topline.



Slika 2.4. Koeficijent prolaza topline

Na slici (2.5.) prikazane su vrijednosti temperatura vanjskih površina stijenke cijevi koje se smanjuju s dodatkom i povećanjem debljine izolacije.



Slika 2.5. Temperatura vanjske površine stijenke cijevi

Na svim dijagramima, za vrijednosti koeficijenta prolaza topline, jediničnih izmijenjenih toplinskih tokova i temperatura vanjskih površina stijenke cijevi, vidljivo je da vrsta materijala cijevi ne utječe ili utječe u zanemarivoj mjeri na promatrane vrijednosti. U slučajevima s istom debljinom izolacije i vrstom fluida u cijevi, primjerice cijev s vodom, te izolacijom debljine 10 mm, sve promatrane vrijednosti bit će približno jednake iako se razlikuju po vrsti materijala cijevi.

Koeficijent prijelaza topline s fluida na unutarnju površinu cijevi je veličina koja utječe na rezultate kada se promatraju slučajevi s jednakom vrstom izolacije i jednakom vrstom materijala cijevi, a razlikuju se u vrsti fluida koji protječe kroz cijev. Koeficijent prijelaza topline s vode na unutarnju površinu stijenke cijevi veći je od koeficijenta prijelaza topline sa zraka na unutarnju površinu stijenke cijevi.

### **3. ZAKLJUČAK**

Termodinamičkim proračunom izračunati su koeficijenti prolaza topline, jedinični izmijenjeni toplinski tokovi i temperature vanjskih površina stijenki za različite slučajeve čije je vrijednosti bilo potrebno analizirati i usporediti. Moguće je zaključiti da vrsta materijala cijevi, odnosno čelik ili bakar, ima zanemariv utjecaj na promatrane vrijednosti s obzirom da su te vrijednosti približno jednake kada se promatraju dva slučaja koji se razlikuju samo po vrsti materijala cijevi.

Faktor koji ima značajan utjecaj na rezultate je vrsta fluida koji struji kroz cijev. U slučajevima kada kroz cijev struji voda, sve promatrane vrijednosti su veće od vrijednosti kada kroz cijev struji zrak. Veći gubici topline događaju se kada kroz cijev struji voda zbog većeg koeficijenta prijelaza topline s vode na unutarnju površinu stijenke cijevi.

Utjecajan faktor na gubitke topline je toplinska izolacija od staklene vune, ali samo kada se uspoređuju slučajevi bez izolacije i s dodanom izolacijom do debljine 20 mm. Promatrane vrijednosti dodatkom izolacije od 10 mm naglo se smanjuju u odnosu na slučaj bez izolacije čime se osigurava smanjenje gubitaka topline. Povećanjem debljine izolacije s 20 na 30 mm, temperatura vanjske površine stijenke cijevi je također u opadanju, ali smanjenje nije značajno te troškovi zbog korištenja izolacije veće debljine možda neće biti opravdani. Toplinska izolacija od staklene vune debljine 20 mm je dovoljna za značajno smanjenje toplinskih gubitaka kroz stijenku cijevi.

## 4. POPIS OZNAKA

Oznaka	Mjerna jedinica	Naziv
$a$	$m^2/s$	koeficijent temperaturne vodljivosti
$C_{12}$	$W/m^2(100K)^4$	konstanta zračenja
$c$	$J/kgK$	specifični toplinski kapacitet
$c_v$	$J/kgK$	specifični toplinski kapacitet vode
$c_z$	$J/kgK$	specifični toplinski kapacitet zraka
$c_1, c_2$	$J/kgK$	niža i viša vrijednost specifičnog toplinskog kapaciteta
$d$	$m$	promjer cijevi
$d_u$	$m$	unutarnji promjer
$d_v$	$m$	vanjski promjer
$d_{u+1}$	$m$	promjer prvog međusloja stijenke cijevi
$d_{u+2}$	$m$	promjer drugog međusloja stijenke cijevi
$F$	$m^2$	površina izmjene topline
$g$	$m/s^2$	gravitacijsko ubrzanje
$k$	$W/m^2K$	koeficijent prolaza topline
$L$	$m$	duljina cijevi
$m$	$kg/kmol$	molna masa
$Nu$	/	Nusseltova značajka
$p$	$Pa$	tlak
$Pe$	/	Pecletova značajka
$Pr$	/	Prandtlova značajka
$\dot{Q}$	$W$	izmijenjeni toplinski tok
$\dot{q}$	$W/m$	jedinični izmijenjeni toplinski tok
$R$	$J/kgK$	plinska konstanta
$\mathfrak{R}$	$J/kmolK$	opća plinska konstanta
$r$	$m$	polumjer
$Re$	/	Reynoldsova značajka
$r_u$	$m$	unutarnji polumjer cijevi
$r_v$	$m$	vanjski polumjer cijevi
$r_{u+1}$	$m$	polumjer prvog međusloja stijenke cijevi

$r_{u+2}$	m	polumjer drugog međusloja stijenke cijevi
$T$	K	temperatura
$T_f$	K	temperatura fluida
$T_o$	K	temperatura okolnog zraka
$T_s$	K	temperatura vanjske površine stijenke cijevi
$T_u$	K	temperatura unutarnje površine stijenke cijevi
$T_v$	K	temperatura vode
$T_z$	K	temperatura zraka
$T_1, T_2$	K	temperature stijenki
$T', T''$	K	temperature međuslojeva stijenke cijevi
$t_a, t_b$	°C	temperature fluida
$t_o$	°C	temperatura okolnog zraka
$t_s$	°C	temperatura vanjske površine stijenke cijevi
$t_v$	°C	temperatura vode
$t_z$	°C	temperatura zraka
$t_1, t_2$	°C	temperature na površinama stijenki
$v$	m <sup>3</sup> /kg	specifični volumen
$w$	m/s	brzina strujanja
$\alpha$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prijelaza topline
$\alpha_a, \alpha_b$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prijelaza topline s/na fluid
$\alpha_u$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prijelaza topline na unutarnju površinu cijevi
$\alpha_v$	W/m <sup>2</sup> K	koeficijent prijelaza topline s vanjske površine cijevi
$\delta$	m	debljina stijenke
$\delta_\varepsilon$	m	debljina sloja čeličnog lima
$\delta_{sv}$	m	debljina sloja staklene vune
$\eta$	Pas	dinamički viskozitet
$\eta_v$	Pas	dinamički viskozitet vode
$\eta_z$	Pas	dinamički viskozitet zraka
$\lambda$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti
$\lambda_b$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti bakra
$\lambda_\varepsilon$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti čelika
$\lambda_{sv}$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti staklene vune
$\lambda_v$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti vode



$\lambda_z$	W/mK	koeficijent toplinske vodljivosti zraka
$\lambda_1, \lambda_2$	W/mK	niža, viša vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematički viskozitet
$\nu_v$	m <sup>2</sup> /s	kinematički viskozitet vode
$\nu_z$	m <sup>2</sup> /s	kinematički viskozitet zraka
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća
$\rho_v$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća vode
$\rho_z$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća zraka

## **5. POPIS LITERATURE**

- [1] Bošnjaković, F.: „Nauka o toplini, svezak prvi, drugi i treći“, 2012.
- [2] Trp, A.; Lenić, K.: predavanja iz kolegija „Termodinamika I“, Tehnički fakultet u Rijeci, ak. god. 2020./2021.
- [3] Ražnjević, K.: „Termodinamičke tablice i dijagrami“, Školska knjiga – Zagreb, 1975.

## **6. SAŽETAK**

Zadatak ovog rada bio je termodinamički proračun gubitaka topline kroz stijenku cijevi i analiza rezultata za slučajeve s različitim odabranim parametrima. U uvodu opisani su fizikalni procesi izmjene topline, osnovni oblici i složeni oblik odnosno prolaz topline. Na prolazu topline kroz stijenku cijevi temelji se termodinamički proračun. Potrebno je bilo opisati postupak proračuna karakterističnih fizikalnih veličina koje su se koristile. Nakon prikaza dobivenih rješenja dijagramima, potrebno ih je bilo analizirati i usporediti.

U zaključku je utvrđeno da vrsta materijala cijevi koja je u dodiru s fluidom nema značajan utjecaj na gubitke topline, ali da vrsta fluida koji struji kroz cijev ima utjecaj. Također, dodavanjem najmanje izolacije debljine 10 mm u odnosu na slučaj bez izolacije uvelike se smanjuju toplinski gubici. Utvrđeno je da debljina izolacije od 20 mm je dovoljna za značajno smanjenje gubitaka topline kroz stijenku cijevi, te je za povećanje debljine izolacije opravdanost potrebno utvrditi i ekonomskom analizom.

## **KLJUČNE RIJEČI**

toplinski gubici, stijenka cijevi, termodinamički proračun, zrak, voda, čelik, bakar, izolacija

**SUMMARY**

The assignment of this paper was thermodynamic calculation of heat losses through the tube wall and analysis of results for cases with different selected parameters. Introduction describes physical processes of heat exchange, the basic forms and complex form or overall heat transfer. The thermodynamic calculation is based on heat transfer through the tube wall. It was necessary to describe the procedure of calculating the characteristic physical quantities used. After displaying the results in diagrams, it was necessary to analyze and compare them.

In conclusion it was found that the type of tube material in contact with the fluid has no significant effect on heat losses, but that the type of fluid which flows through the tube has an impact. Also, the addition of at least 10 mm thick insulation compared to the case without insulation greatly reduces heat losses. It was found that the insulation thickness of 20 mm is sufficient for significantly reducing heat losses through the tube wall and for increasing the thickness of insulation, the cost justification needs to be determined by economic analysis.

**KEY WORDS**

heat losses, tube wall, thermodynamic calculation, air, water, steel, copper, insulation