

# Proračun šuma PP filtra 4.reda u CBQ strukturi

---

**Beriša, Matej**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:821892>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-08**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij elektrotehnike

Diplomski rad

**Proračun šuma PP filtra 4. reda u CBQ strukturi**

Rijeka, rujan 2022.

Matej Beriša

0069070372

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij elektrotehnike

Diplomski rad

**Proračun šuma PP filtra 4. reda u CBQ strukturi**

Mentor: prof. dr. sc. Nino Stojković

Rijeka, rujan 2022.

Matej Beriša

0069070372

**SVEUČILIŠTE U RIJECI**  
**TEHNIČKI FAKULTET**  
**POVJERENSTVO ZA DIPLOMSKE ISPITE**

Rijeka, 15. ožujka 2022.

Zavod: **Zavod za automatiku i elektroniku**  
Predmet: **Analogna obrada signala**  
Grana: **2.03.03 elektronika**

## ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Pristupnik: **Matej Beriša (0069070372)**  
Studij: **Diplomski sveučilišni studij elektrotehnike**  
Modul: **Automatika**

Zadatak: **Proračun šuma PP filtra 4. reda u CBQ strukturi / Noise Calculation of 4-th order CBQ BP Filter**

### Opis zadatka:

Potrebno je realizirati Butterworthov PP filtar 4. reda u kaskadnoj strukturi i bikvartnoj strukturi s 3 operacijska pojačala. Odrediti prijenosnu funkciju, raspored polova i nula, frekvencijske karakteristike, vremenske karakteristike te vrijednosti elemenata filtra za obje realizacije. Izvršiti proračun šuma za obje realizacije. Provesti provjeru dobivenih karakteristika pomoću programskog paketa SPICE. Izraditi nacrt tiskane pločice: raspored elemenata i vodova. Provesti mjerenje karakteristika filtra složenog na ispitnoj pločici pomoću mrežnog analizatora.

Za dodatne informacije javiti se mentoru.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanje diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

*Matej Beriša*

Zadatak uručen pristupniku: 21. ožujka 2022.

Mentor:

*Stojković Nino*

Prof. dr. sc. Nino Stojković

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit:

*Sučić Viktor*

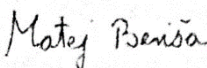
Prof. dr. sc. Viktor Sučić

## **IZJAVA**

U skladu sa člankom 9. te 1. stavkom Pravilnika o diplomskom radu, diplomskom ispitu i završetku diplomskih sveučilišnih studija Tehničkog fakulteta u Rijeci od 29. lipnja 2011., izjavljujem da sam samostalno izradio ovaj diplomski rad.

Rijeka, rujan 2022.

Matej Beriša

  
\_ .

## ZAHVALA

*Ovim putem želio bih se zahvaliti svojem mentoru, prof. dr. sc. Nini Stojkoviću na svim savjetima i stručnoj pomoći ne samo tokom pisanja diplomskog rada nego i cijelog studiranja.*

*Posebno bih se zahvalio svojoj obitelji i djevojci Pegi koji su me pratili kroz studiranje i pružali mi neizmjernu potporu i razumijevanje.*

## Sadržaj:

<b>1. UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2. TEORIJSKA I MATEMATIČKA POZADINA U ANALIZI ELEKTRIČNIH FILTARA.....</b>	<b>2</b>
<b>2.1. Podjela električnih filtara .....</b>	<b>2</b>
<b>2.2. Filtarske strukture višeg reda .....</b>	<b>4</b>
2.2.1. Kaskadna struktura (CAS) .....	4
2.2.2. Kaskada bikvarta (CBQ).....	5
<b>2.3. Prijenosne funkcije.....</b>	<b>5</b>
2.3.1. Butterworthova aproksimacija .....	7
2.3.2. Frekvencijske transformacije .....	8
2.3.3. Prijenosna funkcija filtra u kaskadnom spoju .....	9
2.3.4. Prijenosna funkcija filtra u spoju kaskade bikvarta .....	10
2.3.5. Denormiranje prijenosnih funkcija .....	11
<b>2.4. Frekvencijska analiza .....</b>	<b>11</b>
<b>2.5. Vremenski odzivi.....</b>	<b>12</b>
<b>2.6. Spektralna gustoća napona šuma .....</b>	<b>12</b>
2.6.1. Šum u otporniku i kondenzatoru.....	13
2.6.2. Šum u operacijskom pojačalu .....	14
2.6.3. Šum pojasnopropusnog filtra .....	14
<b>2.7. Proračun parametara i elemenata filtra .....</b>	<b>14</b>
2.7.1. Proračun elemenata filtra u kaskadnom spoju .....	15
2.7.2. Proračun elemenata filtra u spoju kaskade bikvarta .....	16
2.7.3. Denormizacija elemenata.....	17
<b>3. ANALIZA NORMIRANIH KARAKTERISTIKA PP FILTRA 4. REDA .....</b>	<b>18</b>

<b>3.1. Izračun normiranih prijenosnih funkcija .....</b>	<b>18</b>
3.1.1. Normirana prijenosna funkcija filtra u kaskadnoj strukturi .....	18
3.1.2. Normirana prijenosna funkcija filtra u strukturi kaskade bikvarta .....	19
3.1.3. Raspored polova i nula normiranih prijenosnih funkcija.....	20
<b>3.2. Frekvencijska analiza normiranih prijenosnih funkcija.....</b>	<b>21</b>
3.2.1. Amplitudno frekvencijske karakteristike normiranih prijenosnih funkcija .....	21
3.2.2. Fazno frekvencijske karakteristike normiranih prijenosnih funkcija.....	24
3.2.3. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja normirane prijenosne funkcije .....	26
<b>3.3. Vremenski odzivi normiranih prijenosnih funkcija .....</b>	<b>27</b>
3.3.1. Skokovni odziv normiranih prijenosnih funkcija .....	27
3.3.2. Impulsni odziv normiranih prijenosnih funkcija.....	28
<b>3.4. Proračun normiranih parametara i elemenata filtra.....</b>	<b>28</b>
3.4.1. Proračun normiranih parametara filtarskih struktura .....	30
3.4.2. Proračun normiranih elemenata filtarskih struktura .....	30
<b>4. ANALIZA DENORMIRANIH KARAKTERISTIKA PP FILTRA 4. REDA.....</b>	<b>33</b>
<b>4.1. Izračun denormiranih prijenosnih funkcija .....</b>	<b>33</b>
4.1.1. Raspored pola i nula denormiranih prijenosnih funkcija.....	34
<b>4.2. Frekvencijska analiza denormiranih prijenosnih funkcija.....</b>	<b>34</b>
4.2.1. Amplitudno frekvencijske karakteristike denormiranih prijenosnih funkcija ...	35
4.2.2. Fazno frekvencijske karakteristike denormiranih prijenosnih funkcija.....	38
4.2.3. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja denormirane prijenosne funkcije...	40
<b>4.3. Vremenski odzivi denormiranih prijenosnih funkcija .....</b>	<b>41</b>
4.3.1. Skokovni odziv denormiranih prijenosnih funkcija.....	41
4.3.2. Impulsni odziv denormiranih prijenosnih funkcija.....	42
<b>4.4. Proračun denormiranih parametara i elemenata filtra.....</b>	<b>42</b>
4.4.1. Proračun denormiranih parametara filtarskih struktura .....	43



4.4.2.	Proračun denormiranih elemenata filtarskih struktura.....	43
<b>5.</b>	<b>PRORAČUN, ANALIZA I USPOREDBA ŠUMA FILTARSKIH STRUKTURA.</b>	<b>45</b>
5.1.	Spektralna gustoća napona šuma kaskade .....	45
5.2.	Spektralna gustoća napona šuma kaskade bikvarta.....	47
5.3.	Usporedba spektralnih gustoća napona šuma filtarskih struktura.....	50
<b>6.</b>	<b>ANALIZA FILTRA U SPICE PROGRAMU .....</b>	<b>52</b>
6.1.	Frekvencijske karakteristike i vremenski odzivi .....	53
6.2.	Spektralna gustoća napona šuma kaskade .....	55
6.3.	Spektralna gustoća napona šuma kaskade bikvarta.....	57
<b>7.</b>	<b>REALIZACIJA POJASNOPROPUSNOG FILTRA 4. REDA.....</b>	<b>60</b>
7.1.	Izrada praktičnog modela filtra.....	60
7.2.	Realizacija filtra na tiskanoj pločici .....	65
<b>8.</b>	<b>ZAKLJUČAK .....</b>	<b>68</b>
	<b>LITERATURA .....</b>	<b>70</b>
	<b>SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI .....</b>	<b>71</b>
	<b>ABSTRACT AND KEYWORDS .....</b>	<b>71</b>
	<b>POPIS SLIKA I TABLICA.....</b>	<b>72</b>
	<b>PRILOZI.....</b>	<b>76</b>

## 1. UVOD

Električni filter je sklop, odnosno sustav koji na određen način izvršava pretvorbu signala koji se nalaze na ulazu u filter u one koje se nalaze na njegovom izlazu. Osnovna je značajka filtra da na unaprijed definiran način djeluje na karakteristike spektra ulaznog signala te kompenzira nepoželjna svojstva ili pojačava poželjna svojstva. Pritom ulazni i izlazni signali iz filtra su električni signali.

Električni filter grade aktivni i pasivni elementi, a najčešća je podjela na analogne i digitalne filtre. Filtri mogu biti linearni i nelinearni te aktivni i pasivni. S obzirom na područje propuštanja signala, filtri se dijele na niskopropusne, visokopropusne, pojasnopropusne, pojasne brane i svepropusne filtre. U ovome radu obrađivati će se dvije strukture analognog pojasnopropusnog filtra 4. reda koje sadrže aktivni element, operacijsko pojačalo.

Kroz ovaj diplomski rad, biti će izračunate prijenosne funkcije pojasnopropusnog filtra 4. reda za kaskadnu strukturu i kaskadu bikvarta. Prijenosne funkcije dobivene su pomoću Butterworthove aproksimacije. Nakon određivanja prijenosnih funkcija, bit će izvršen proračun frekvencijskih karakteristika te vremenskih odziva za obje strukture uz njihovu međusobnu usporedbu. U posebnom poglavlju analizirati će se šum obje filtarske strukture. Nadalje bit će izračunati parametri filtarskih sekcija te elementi koji grade filtarske strukture koje se obrađuju u ovome radu. Svi proračuni izvršit će se za normirane i denormirane prijenosne funkcije. Denormizacija će biti izvršena na graničnu frekvenciju od 4000 Hz. Svi spomenuti izračuni bit će izvršeni uz pomoć računalnog programa MATLAB, a ispravnost dobivenih karakteristika provjeravati će se uz pomoć SPICE programskog paketa. Nakon potvrde o ispravnosti, slijedi izrada praktičnih modela filtera te njihovo ispitivanje uz pomoć mrežnog analizatora.

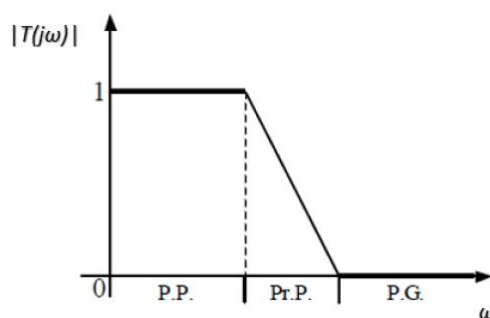
## 2. TEORIJSKA I MATEMATIČKA POZADINA U ANALIZI ELEKTRIČNIH FILTERA

U ovome poglavlju će se govoriti općenito o teorijskoj pozadini iza električnih filtera, kako ih dijelimo te kako određujemo prijenosne funkcije filterarskih struktura. Nadalje, bit će prikazani svi matematički izrazi i postupci koji će se koristiti u kasnijoj analizi filterarskih struktura. Budući da će se u radu obrađivati samo filter dobiven Butterworthovom aproksimacijom, biti će dan opis samo te aproksimacije.

### 2.1. Podjela električnih filtera

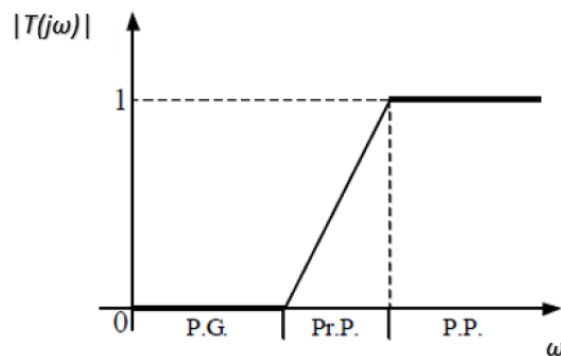
Uzimajući u obzir frekvencijske karakteristike filteri se mogu podijeliti na selektivne i korektore. Selektivni filteri imaju jasno odijeljeno područje propuštanja od područja gušenja signala koja su određena amplitudno frekvencijskom karakteristikom. U području propuštanja ulazni se signal želi prenesti na izlaz s jednakom amplitudom, tj. možemo reći da je prijenosna karakteristika filtera približno jednaka jedan. Suprotno, u području gušenja, želimo da je prijenosna funkcija približno jednaka nuli. Širina prijelaznog područja trebala bi biti što manja, odnosno težiti nuli. S druge strane, korektori nemaju ovako jasno odijeljena područja propuštanja i gušenja već se koriste za ispravljanje postojećih karakteristika prema određenim zahtjevima. [1]

Obzirom na navedeno razlikuju se četiri tipa selektivnih filtera prema području propuštanja i gušenja. Razlikujemo niskopropusne, visokopropusne i pojasnpropusne filtre te pojasne brane. Niskopropusni filter propušta signale nižih frekvencija te ujedno i istosmjernu komponentu, a guši signale viših frekvencija. Na Slici 2.1. prikazana je amplitudno frekvencijska karakteristika NP filtera.



Slika 2.1 Amplitudno frekvencijska karakteristika NP filtera [1]

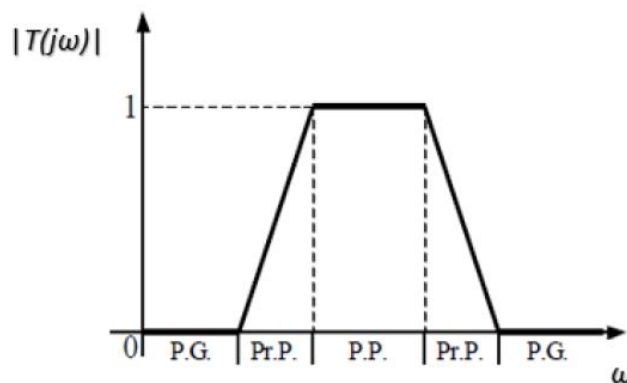
Visokopropusni filter je suprotan niskopropusnom te propušta signale viših frekvencija, a guši signale nižih frekvencija. Njegova amplitudno frekvencijska karakteristika je dana idućom slikom.



Slika 2.2. Amplitudno frekvencijska karakteristika VP filtra [1]

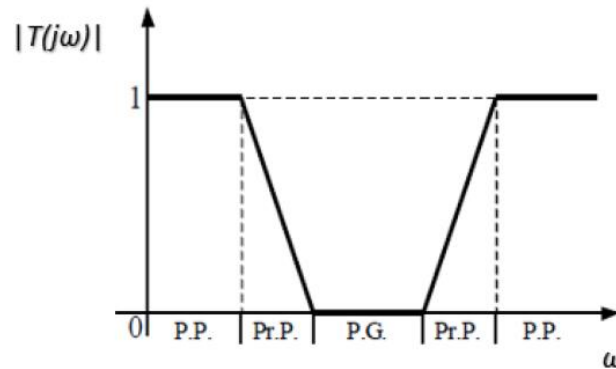
Niskopropusni filter i visokopropusni filter karakterizira jedno prijelazno područje te granična frekvencija koja odjeljuje područje propuštanja od područja gušenja.

Pojasnopropusni filter za razliku od prethodna dva, ima dva prijelazna područja te dvije granične frekvencije, gornju i donju. Ovakav će filter gušiti signale niskih i visokih frekvencija, a propuštati signale iz pojasa propuštanja definiran svojom širinom koja predstavlja razliku gornje i donje granične frekvencije. Na idućoj slici prikazana je amplitudno frekvencijska karakteristika pojasnopropusnog filtera.



Slika 2.3. Amplitudno frekvencijska karakteristika PP filtra [1]

Zadnji selektivni filter koji će se spomenuti je pojasna brana. Ovaj će filter u odnosu na pojasnopropusni gušiti određeni pojas frekvencija, a propuštati signale nižih i viših frekvencija. Isto kao i pojasnopropusni filter, pojasna brana ima dva prijelazna područja te dvije granične frekvencije.



Slika 2.4. Amplitudno frekvencijska karakteristika pojasne brane [1]

## 2.2. Filtarske strukture višeg reda

Filtarske strukture viših redova mogu se ostvariti na razne načine, a obično nastaju spajanjem struktura drugog reda. Strukture viših redova nastale su radi kompenziranja razine osjetljivosti i šuma pomoću promjene parametra filtra. Filtarske strukture mogu svrstati u dvije skupine. Prvu skupinu čine strukture koje se baziraju na simulaciji prijenosne funkcije filtra varijablama stanja. To su kaskadna struktura, kaskada bikvarta i *Follow the leader feedback* struktura. Drugu skupinu čine strukture bazirane na simulaciji RLC filtara. To su strukture s frekvencijski ovisnim negativnim otporima i *Leap frog* struktura. Temeljni zahtjev ovakvih struktura je da prethodni stupanj, odnosno filtarski blok, ne opterećuje idući blok. To je ostvareno operacijskim pojačalom na izlazu iz sekcija prvog i drugog reda kojeg odlikuje vrlo mali izlazni otpor. [1]

U ovome diplomskom radu, obrađivati će se kaskadna struktura i kaskada bikvarta PP filtra 4. reda pa u nastavku slijedi opis takvih struktura

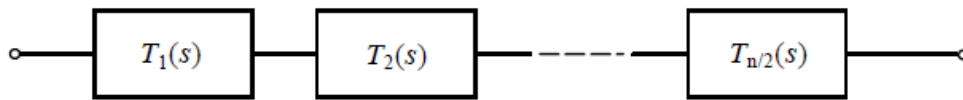
### 2.2.1. Kaskadna struktura (CAS)

Kaskadna se struktura dobiva spajanjem sekcija drugog reda u kaskadu kako je prikazano Slikom 2.5. Najčešće je primjenjivana struktura zbog svoje jednostavnosti u obliku pa i u proračunu parametra. Prijenosna funkcija je produkt prijenosnih funkcija drugog reda za parni red filtra ili eventualno produkt s jednom sekcijom prvog reda za neparni red filtra.

Prijenosna funkcija  $n$ -tog reda zadana je kao:

$$T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot \dots \cdot T_{n/2}(s) \quad (2.1),$$

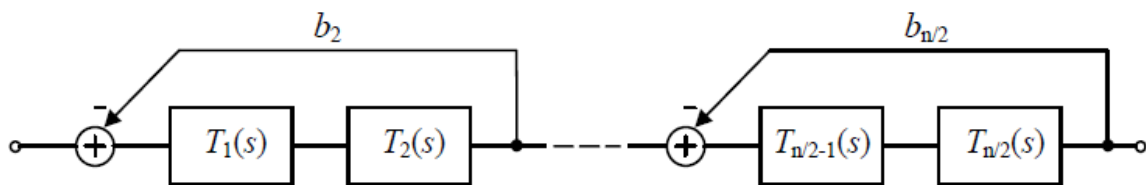
pri čemu  $T_i(s)$  označava prijenosnu funkciju drugog reda. Ovakvu strukturu odlikuje jednostavnost proračuna, jednostavno podešavanje, ali i najveća osjetljivost. [1]



Slika 2.5. Shema kaskadne strukture filtra [1]

### 2.2.2. Kaskada bikvarta (CBQ)

Ova je struktura nastala dodavanjem negativne povratne veze na kaskadni spoj dviju sekcija drugog reda. Na taj se način ostvaruje filter 4. reda, a spajanjem  $m$  takvih struktura u kaskadu nastaje  $m$  puta 4. red filtra kao što prikazuje Slika 2.6.



Slika 2.6. Shema filtra u kaskadi bikvarta [1]

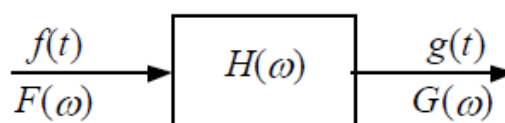
Prijenosna funkcija  $n$ -tog reda dana je izrazom:

$$T(s) = \frac{T_1(s) \cdot T_2(s)}{1 + b_2 \cdot T_1(s) \cdot T_2(s)} \cdots \frac{T_{n/2-1}(s) \cdot T_{n/2}(s)}{1 + b_{n/2} \cdot T_{n/2-1}(s) \cdot T_{n/2}(s)} \quad (2.2),$$

gdje je  $T_i(s)$  prijenosna funkcija 2. reda. Proračun je postao složeniji, no smanjila se osjetljivost.

### 2.3. Prijenosne funkcije

Filterar možemo promatrati kao sustav s jednim ulazom i jednim izlazom, kao što je prikazano idućom slikom.



Slika 2.7. Sustav s funkcijom poticaja i odziva i pripadnim spektrima [1]

Ukoliko je prethodni sustav idealan i vremenski nepromjenjiv, povezanost ulaznog i izlaznog signala može se opisati konvolucijskim integralom

$$g(t) = \int_0^{\infty} h(t - \tau)f(\tau)d\tau \quad (2.3),$$

gdje je  $h(t)$  impulsni odziv filtra. Ukoliko na izraz 2.3 primijenimo Laplaceovu transformaciju dobivamo odnos između poticaja i odziva sustava u frekvencijskoj domeni.

$$G(s) = H(s) \cdot F(s) \quad (2.4),$$

gdje je  $s$  kompleksna Laplaceova varijabla ( $s=\sigma+j\omega$ ). Nadalje  $H(s)$  nazivat ćemo prijenosnom funkcijom filtra, a označavat je s  $T(s)$ . [2]

U iduće dvije tablice bit će prikazani opći oblici prijenosnih funkcija 1. i 2. reda za spomenute tipove filtra.

Tablica 2.1. Opći oblici prijenosnih funkcija 1. reda [1]

TIP	NP	VP	PP	PB
$T(s)$	$k \frac{\omega_p}{s + \omega_p}$	$k \frac{s}{s + \omega_p}$	$k \frac{s + \omega_z}{s + \omega_p}$	$k \frac{s - \omega_z}{s + \omega_p}$

Tablica 2.2. Opći oblici prijenosnih funkcija 2. reda [1]

TIP	NP	VP	PP	PB
$T(s)$	$k \frac{\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$	$k \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$	$k \frac{\frac{\omega_p}{Q_p}s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$	$k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$

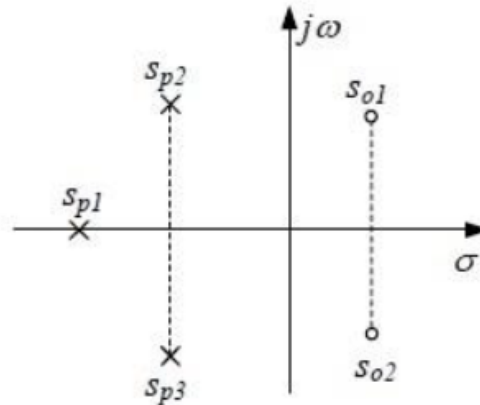
Pri realizaciji ovog diplomskog rada, korišten je opći oblik prijenosne funkcije pojasnopropusnog filtra 2. reda. Prijenosna funkcija može se zapisati i preko nula i polova izrazom

$$H(s) = k \frac{(s - s_{oM}) \cdot (s - s_{oM-1}) \cdot \dots \cdot (s - s_{o1})}{(s - s_{pN}) \cdot (s - s_{pN-1}) \cdot \dots \cdot (s - s_{p1})} = k \frac{\prod_{m=1}^M (s - s_{om})}{\prod_{n=1}^N (s - s_{on})} \quad (2.5),$$

pri čemu je:

- $s_{pn}$  varijabla korijena polinoma brojnika, odnosno nule prijenosne funkcije
- $s_{pm}$  varijabla korijena polinoma nazivnika, odnosno polovi prijenosne funkcije

Polovi i nule prijenosne funkcije prikazuju se u kompleksnoj  $s$  ravnini, a mogu biti izraženi realnim vrijednostima ili konjugirano kompleksnim parovima.



Slika 2.8. Prikaz nula i polova u kompleksnoj  $s$  ravnini [1]

### 2.3.1. Butterworthova aproksimacija

U ovome diplomskom radu, prijenosna funkcija biti će dana s aproksimacijom po Butterworthu. To je standardna aproksimacija amplitudno frekvencijske karakteristike filtra, a određuje je funkcija oblika

$$|K(j\omega)|^2 = C^2 \omega^{2n} \quad (2.6),$$

pri čemu je  $n$  red filtra, a  $C$  realna konstanta. Postavi li se klasični zahtjev da je pojačanje na graničnoj frekvenciji  $\omega_g$  jednako  $1/\sqrt{2}$  slijedi

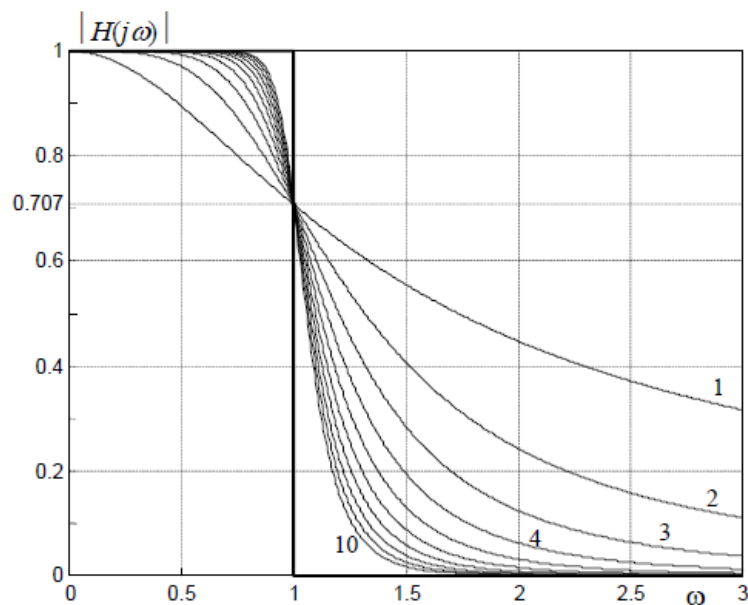
$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^{2n}}} \quad (2.7)$$

Ukoliko izvršimo normiranje na graničnu frekvenciju gdje vrijedi da je  $\omega_g = 1$ , slijedi konačan izraz amplitudno frekvencijske karakteristike Butterworthove aproksimacije



$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}} \quad (2.8)$$

Ta je karakteristika prikazana Slikom 2.9. Broj uz karakteristiku odgovara redu prijenosne funkcije, a idealna je prikazana debljom linijom. Iz slike možemo vidjeti kako povećavajući red funkcije idemo bliže idealnoj karakteristici, odnosno pojačanje u području propuštanja je sve bliže jedinici, u području propuštanja sve bliže nuli, a prijelazno područje sve uže. Međutim, povećavajući red prijenosne funkcije, povećavamo i složenost filtra i proračun parametra pa se u praksi uzima najmanji red za koji imamo zadovoljavajuće specifikacije. Butterworthova aproksimacija poznata je kao aproksimacija s maksimalno glatkom amplitudno frekvencijskom karakteristikom, no nelinearnom fazno frekvencijskom karakteristikom što će uzorkovati nešto lošije grupno vrijeme kašnjenja u odnosu na druge aproksimacije o čemu će više biti rečeno u idućim poglavljima.



Slika 2.9. Amplitudno frekvencijska karakteristika filtra s Butterworthovom aproksimacijom [1]

### 2.3.2. Frekvencijske transformacije

Prilikom određivanja prijenosnih funkcija filtra obično se kreće od niskopropusnog prototipa. Traženi tip filtra se zatim dobiva određenim frekvencijskim transformacijama. Frekvencijska transformacija predstavlja supstituciju koja se uvrštava u niskopropusni prototip. U Tablici 2.3 prikazane su frekvencijske transformacije

Tablica 2.3 Frekvencijske transformacije

TRANSFORMACIJA	SUPSTITUCIJA	PRIJENOSNA FUNKCIJA
NP – NP	$s \rightarrow \frac{s}{\omega_g}$	$T_{NP} = T_{NP} \left( \frac{s}{\omega_g} \right)$
NP – VP	$s \rightarrow \frac{\omega_g}{s}$	$T_{VP} = T_{NP} \left( \frac{\omega_g}{s} \right)$
NP – PP	$s \rightarrow \frac{s^2 + \omega_0^2}{B \cdot s}$	$T_{PP} = T_{NP} \left( \frac{s^2 + \omega_0^2}{B \cdot s} \right)$
NP – PB	$s \rightarrow \frac{B \cdot s}{s^2 + \omega_0^2}$	$T_{PP} = T_{NP} \left( \frac{B \cdot s}{s^2 + \omega_0^2} \right)$

U Tablici 2.3  $\omega_g$  predstavlja graničnu frekvenciju,  $\omega_0$  centralnu frekvenciju, a  $B$  širina pojasa filtra. Centralna frekvencija i širina pojasa filtra računaju se prema izrazima

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_d \omega_g} \quad (2.9)$$

$$B = \omega_g - \omega_d \quad (2.10)$$

### 2.3.3. Prijenosna funkcija filtra u kaskadnom spoju

Nakon što su općenito opisane prijenosne funkcije te Butterworthova aproksimacija, u ovom dijelu opisati će se postupak dobivanja prijenosne funkcije pojasnopropusnog filtra 4. reda za kaskadnu strukturu. Za dobivanje takve prijenosne funkcije kreće se od NP prototipa 2. reda određene aproksimacije. Nakon određivanja prijenosne funkcije NP prototipa, dobivena se prijenosna funkcija uspoređuje s općim oblikom prijenosne funkcije PP filtra koja je dana u Tablici 2.2. Uspoređujući opći oblik s NP prototipom dolazi se do parametra NP prototipa. Dobiveni se parametri uvrštavaju u izraze iz kojih slijede parametri PP filtra 2. reda

$$Q = \frac{Q_{NP}}{\sqrt{2}\omega_{NP}B} \sqrt{4 + B^2\omega_{NP}^2 + \sqrt{(4 + B^2\omega_{NP}^2)^2 - 4\frac{B^2\omega_{NP}^2}{Q_{NP}^2}}} \quad (2.11)$$

$$\omega_1 = \frac{Q\omega_{NP}B\sqrt{Q^2B^2\omega_{NP}^2 - 4Q_{NP}^2}}{2Q_{NP}} \quad (2.12)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\omega_1} \quad (2.13)$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{k_{NP}}\omega_{NP}QB}{\omega_1} \quad (2.14)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{k_{NP}}\omega_{NP}QB}{\omega_2} \quad (2.15)$$

U izrazima 2.11 - 2.15 parametri s indeksom NP označavaju da se radi o parametrima koji se odnose na zadani NP prototip. Upotrebom gornjih izraza dolazi se do parametra sekcija 2. reda, a to su pojačanje  $k$ , faktor kvalitete pola  $Q$  te gornja i donja granična frekvencija označene s  $\omega_1$  i  $\omega_2$  slijedno. Dobiveni se parametri uvrštavaju u prijenosnu funkciju PP filtra 2. reda koja je dana u Tablici 2.2. Dobivena prijenosna funkcija je normirana.. Pojasnopropusni filter 4. reda u ovom slučaju dobiva se kaskadnim spajanjem dvije PP sekcije 2. reda prema izrazu 2.1.

$$T_{cas}(s) = \frac{\frac{k_1k_2\omega_1\omega_2}{Q_1Q_2}s^2}{s^4 + \left(\frac{\omega_1}{Q_1} + \frac{\omega_2}{Q_2}\right)s^3 + \left(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \frac{\omega_1\omega_2}{Q_1Q_2}\right)s^2 + \left(\frac{\omega_1\omega_2^2}{Q_1} + \frac{\omega_1^2\omega_2}{Q_2}\right)s + \dots} \quad (2.16)$$

$$\dots + \omega_1^2\omega_2^2$$

#### 2.3.4. Prijenosna funkcija filtra u spoju kaskade bikvarta

Prijenosna funkcija u spoju kaskade bikvarta može se odrediti putem već spomenutog izraza 2.2 gdje su  $T_1(s)$  i  $T_2(s)$  određeni općim prijenosnim funkcijama za pojasnopropusni filter koja je dana u Tablici 2.2. Nakon uvrštavanja općih prijenosnih funkcija u izraz 2.2 slijedi prijenosna funkcija pojasnopropusnog filtra u spoju kaskade bikvarta

$$T_{cbq}(s) = \frac{\frac{k_1k_2\omega_1\omega_2}{Q_1Q_2}s^2}{s^4 + \left(\frac{\omega_1}{Q_1} + \frac{\omega_2}{Q_2}\right)s^3 + \left(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \frac{\omega_1\omega_2}{Q_1Q_2} + b\frac{k_1k_2\omega_1\omega_2}{Q_1Q_2}\right)s^2 + \dots} \quad (2.17)$$

$$\dots + \left(\frac{\omega_1\omega_2^2}{Q_1} + \frac{\omega_1^2\omega_2}{Q_2}\right)s + \omega_1^2\omega_2^2$$

### 2.3.5. Denormiranje prijenosnih funkcija

Nakon dobivanja normiranih prijenosnih funkcija, potrebno je izvesti denormiranje. Denormiranje je postupak svođenja prijenosne funkcije filtra na unaprijed zadanu frekvenciju. Budući da se u radu koristi PP filter, denormiranje će se izvesti na centralnu frekvenciju. Izrazi koji se koriste za denormiranje dani su sa

$$\omega_{0 \text{ denorm.}} = 2\pi \cdot f_0 \quad (2.18)$$

$$B_{\text{denorm.}} = \omega_{0 \text{ denorm.}} \cdot B_{\text{norm.}} \quad (2.19)$$

$$s \rightarrow \frac{s^2 + \omega_{0 \text{ denorm.}}^2}{B_{\text{denorm.}}^2} \quad (2.20),$$

gdje je  $f_0$  centralna frekvencija na koju izvodimo denormiranje filtra. Izraz (2.20) predstavlja frekvencijsku transformaciju NP-PP kako je i opisano u poglavlju 2.3.2.

## 2.4. Frekvencijska analiza

Frekvencijska analiza podrazumijeva, kao što joj ime kaže, analizu u frekvenciji, odnosno prikaz karakteristika filtra koje će ovisi o promjeni frekvencije. To su amplitudno frekvencijska karakteristika, fazno frekvencijska karakteristika i grupno vrijeme kašnjenja o kojima će sada biti nešto više riječi. Budući da su prijenosne funkcije zadane u  $s$  domeni, prije analize u frekvenciji potrebno je uvesti supstituciju  $s \rightarrow j\omega$ .

Amplitudno frekvencijska karakteristika pokazuje ovisnost amplitude izlaznog signala o frekvenciji. Prikazuje se u apsolutnom mjerilu, (2.21), no češće u logaritamskom mjerilu (2.22).

$$|T(j\omega)| = \sqrt{(\text{Re}[T(j\omega)])^2 + (\text{Im}[T(j\omega)])^2} \quad (2.21)$$

$$\alpha(\omega) = 20 \log(|T(j\omega)|) \text{ [dB]} \quad (2.22)$$

Fazno frekvencijska karakteristika pokazuje koliko će izlazni signal biti pomaknut u odnosu na ulazni u ovisnosti o frekvenciji. Ovu karakteristiku dobivamo koristeći izraz

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\text{Im}[T(j\omega)]}{\text{Re}[T(j\omega)]}\right) \quad (2.23)$$

Zadnja frekvencijska karakteristika je grupno vrijeme kašnjenja. Ona pokazuje koliko će izlazni signal zakasnit u odnosu na ulazni signal pri istoj frekvenciji. Računa se kao negativna derivacija fazno frekvencijske karakteristike prema izrazu

$$T_g(\omega) = -\frac{d(\varphi(\omega))}{d\omega} \quad (2.24)$$

Prikaz ovih karakteristika za normirane i denormirane prijenosne funkcije razlikovati će se u veličini na apscisi. Kod normiranih će karakteristika na apscisi biti frekvencija u rad/s, dok kod denormiranih frekvencija u Hz.

## 2.5. Vremenski odzivi

Vremenski se odzivi za razliku od frekvencijskih promatraju u vremenu, a predstavljaju odzive sustava kada se na njihov ulaz dovedu pobudne funkcije. Pobudne funkcije za koje će se promatrati vremenski odzivi su skokovita pobuda i impulsna pobuda. Njihovi odzivi su dakle skokovni i impulsni. Vremenski se odzivi dobivaju množenjem prijenosne funkcije s pobudom u  $s$  domeni. Kako bi se dobio odziv u vremenu koristiti će se inverzna Laplaceova transformacija.

Analitički, skokovni se odziv dobiva umnoškom prijenosne funkcije s jediničnom stepenicom koja u  $s$  domeni glasi  $1/s$ . Nakon određivanja umnoška, provodi se Laplaceova transformacija. Izraz 2.25 predstavlja skokovni odziv sustava

$$a(t) = L^{-1}\left\{T(s) \cdot \frac{1}{s}\right\} \quad (2.25)$$

Impulsni odziv je odziv na pobudu jediničnim impulsom (Dirac  $\delta(t)$ ). Analitički, taj se odziv dobije s inverznom Laplaceovom transformacijom normirane prijenosne funkcije  $T(s)$

$$h(t) = L^{-1}\{T(s)\} \quad (2.26)$$

## 2.6. Spektralna gustoća napona šuma

Šum se opisuje kao spontana fluktuacija u iznosima struje koje teku kroz neki materijal, odnosno pojava napona između dvije točke tog materijala. Sklopovi koji su izgrađeni od elektroničkih elemenata prenose signale malih struja i napona te će ukoliko dođe do pada amplitude ispod minimalne razine, signal biti prekriven šumom. U tom slučaju, informacija koji prenosi signal biti

će izgubljena. Također u tom se slučaju ne može razina signala pojačati ili filtrirati. Pojačavanjem signala, pojačati ćemo i šum, a filtracija je sama po sebi beskorisna budući da je spektar šuma kontinuiran i beskonačan. Na šum možemo utjecati samo ispravnom izvedbom sklopova gdje se pojedini doprinosi šuma mogu dovoljno smanjiti. Vrste šuma su:

- Bijeli šum – kojeg dijelimo na termički i sačmin šum
- Ružičasti šum – kojeg dijelimo na fliker (1/f) šum, lavinski i popkorn šum

Budući da će u ovom radu biti analiziran PP filter 4. reda kojeg grade otpornici, kondenzatori te operacijska pojačala, obrađivati će se šumovi koji nastaju na tim komponentama te kakvu karakteristiku šuma ima PP filter u spoju kaskade i kaskade bikvarta.

### 2.6.1. Šum u otporniku i kondenzatoru

Termički šum unutar otpornika se javlja zbog kretanja elektrona unutar materijala koji gradi otpornik. Uslijed tog gibanja, javlja se toplina koja se manifestira pojavom šuma. Šum se može definirati kao srednja vrijednost kvadrata napona šuma koji je dan izrazom

$$\bar{u}_n^2 = 4kTR\Delta f \quad (2.27)$$

Šum u otporu može se također promatrati kao slučaj paralelnog spoja strujnog izvora šuma i vodljivosti  $G$  pomoću izraza

$$\bar{i}_n^2 = 4kTG\Delta f \quad (2.28)$$

U oba izraza oznake predstavljaju:

$k=1.3806 \cdot 10^{-23}$  – Boltzmanova konstanta

$T=300$  [K] – sobna temperatura u Kelvinima

$R, G$  [ $\Omega, S$ ] – iznos otpora odnosno admintancije

$\Delta f = 1$  – širina frekvencijskog pojasa

Šum u kondenzatoru ponaša se prema zakonima termodinamike, ali je iznosa koji je zanemariv. Također, realni kondenzator sadrži i svojstvo otpora koje je također zanemarivo u svojstvu izvora šuma pa se neće uzimati u obzir prilikom računanja šuma PP filtra.

### 2.6.2. Šum u operacijskom pojačalu

Šum operacijskog pojačala opisuje se naponskim izvorom šuma  $E_n$  i strujnim izvorom  $I_{n+}$  koji se nalaze na pozitivnom ulazu pojačala te  $I_{n-}$  na negativnom ulazu u pojačalo. Ovisno o tipu operacijskog pojačala koji je dostupan na tržištu, uzima se iznos šuma kojeg definiira njegov proizvođač. Strujni izvori šuma na pozitivnom i negativnom ulazu u pojačalo su puno manjeg iznosa od naponskog izvora šuma te će se u proračunu uzimati samo naponski izvor šuma.

### 2.6.3. Šum pojasnopropusnog filtra

Proračun šuma na izlazu iz filtra dan je izrazom za spektralnu gustoću napona šuma

$$U_n^2 = \sum_{k=1}^m |Z_k(j\omega)|^2 \cdot (i_n)_k^2 + \sum_{l=1}^m |T_l(j\omega)|^2 \cdot (u_n)_l^2 \quad (2.29),$$

pri čemu je :

$Z(j\omega)$  – prijenosna impedancija izlaznog napona, tj. struje k-tog strujnog izvora šuma

$I_k$  – strujni izvor šuma

$T_l$  – prijenosna funkcija izlaznog napona, tj. struje l-tog naponskog izvora šuma

$u_n$  – l-ti naponski izvor šuma

Efektivna vrijednost šuma određuje se integralom spektralne gustoće napona šuma u frekvencijskim granicama prema izrazu

$$(E_n)_{ef} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} U_n^2(\omega) d\omega} \quad (2.30)$$

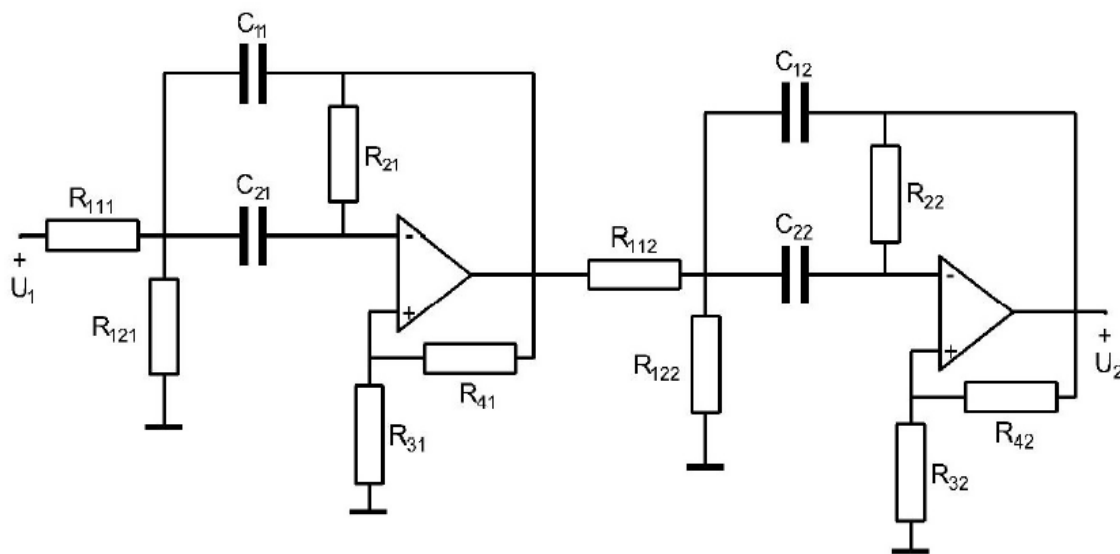
## 2.7. Proračun parametara i elemenata filtra

U ovome će se poglavlju obraditi postupak određivanja parametara filtra te elemenata koji grade filter. Pojasnopropusni filter činit će operacijsko pojačalo koje predstavlja aktivnu komponentu te otpornici i kondenzatori koji spadaju pod pasivne elemente.

### 2.7.1. Proračun elemenata filtra u kaskadnom spoju

Kod proračuna parametra PP sekcija drugog reda koristi se postupak usporedbe prijenosne funkcije s općim oblikom prijenosne funkcije PP filtra dane u Tablici 2.2. Usporedbom se očitava granična frekvenciju  $\omega$ , faktor kvalitete pola  $Q$  te pojačanje  $k$ .

PP sekcija 4. rada prikazana je Slikom 2.10. Za kaskadnu strukturu, elementi se računaju pojedinačno za svaku sekciju 2. reda.



Slika 2.10. PP filtarska sekcija 4. reda u spoju kaskade

Izrazi za parametre zapisanih preko elemenata sekcije dobivaju se usporedbom opće prijenosne funkcije PP filtra 2. reda s prijenosnom funkcijom PP filtra iz Slike 2.10. te slijedi:

$$H(s) = k \frac{\frac{\omega_p}{Q_p}}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} = \frac{-\left(1 + \frac{G_4}{G_3}\right) \frac{G_{11}}{C_1} s}{s^2 + s \left(\frac{G_2}{C_1} + \frac{G_2}{C_2} - \frac{G_1 G_4}{C_1 G_3}\right) + \frac{G_1 G_2}{C_1 G_2}} \quad (2.31)$$

$$\omega_g = \sqrt{\frac{G_1 G_2}{C_1 C_2}} \quad (2.32)$$

$$Q = \frac{\sqrt{\frac{C_1 G_1}{C_2 G_2}}}{1 + \frac{G_1}{G_2} - \frac{G_3 C_1}{G_4 C_2}} \quad (2.33)$$

$$k = \frac{G_{11} (G_3 + G_4) C_2}{G_2 G_3 (C_1 + C_2) - G_1 G_4 C_2} \quad (2.34)$$



Zbog manjeg broja jednadžbi od broja nepoznanica, uvodi se:

$$R_1 = R_2 = R_n \quad (2.35)$$

$$C_1 = C_2 = C_n = 1 \quad (2.36)$$

$$R_{41n} = 1 \quad (2.37)$$

Uvrštavajući izraze 2.35 - 2.37 u 2.32 - 2.34, te uz zamjenu vodljivosti s otporima, slijede izrazi za izračun elemenata

$$R_{2n} = R_n = \frac{1}{\omega_0 C_n} \quad (2.38)$$

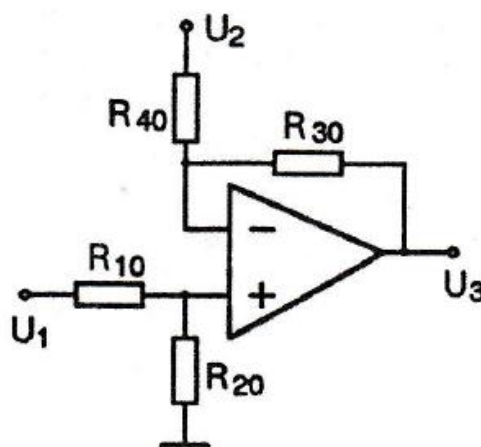
$$R_{3n} = R_{4n} \left( 2 - \frac{1}{Q_1} \right) \quad (2.39)$$

$$R_{11n} = \left( \frac{1 + R_{3n}}{k(2 - R_{3n})} \right) \quad (2.40)$$

$$R_{12n} = \frac{R_{11n} R_n}{R_{11n} - R_n} \quad (2.41)$$

### 2.7.2. Proračun elemenata filtra u spoju kaskade bikvarta

Budući da je bikvartna struktura nastala dodavanjem povratne veze na postojeću kaskadnu strukturu, potrebno je izračunati elemente koeficijenta povratne veze  $b$ . Povratna se veza modelira dodavanjem ulaznog zbrajala realiziranog s aktivnom komponentom, operacijskim pojačalom.



Slika 2.11. Shema ulazne sekcije [3]

Izlazni napon  $U_3$  određuje jednadžba

$$U_3 = \frac{R_{20}}{R_{10}R_{20}} \left(1 + \frac{R_{30}}{R_{40}}\right) U_1 - \frac{R_{30}}{R_{40}} U_2 \quad (2.42)$$

Za traženi koeficijent povratne veze  $b$  i pojačanje pojačala jednako 1, mogu se izračunati vrijednosti otpora

$$R_{10} = R_{30} = b \quad (2.43)$$

$$R_{20} = R_{40} = 1 \quad (2.44)$$

Veza između parametara kaskade bikvarta i kaskade bez povratne veze dani su sa

$$Q_{1,cbq} = Q_{2,cbq} = \frac{2\sqrt{\omega_{1,cas}\omega_{2,cas}}}{\omega_{1,cas} + \omega_{2,cas}} Q_{cas} \quad (2.45)$$

$$\omega_{1,cbq} = \omega_{2,cbq} = \sqrt{\omega_{1,cas}\omega_{2,cas}} \quad (2.46)$$

### 2.7.3. Denormizacija elemenata

Denormizacija elemenata vrši se kroz iduće izraze gdje se vrijednost  $C$  može po volji uzimati iz standardnog niza za kondenzatore.

$$R = R_n \cdot R_0 \quad (2.47)$$

$$R_0 = \frac{C_n}{\omega_0 C} \quad (2.48)$$

U izrazu (2.48),  $\omega_0$  predstavlja centralnu frekvenciju u rad/s koja je jednaka  $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$ .

### 3. ANALIZA NORMIRANIH KARAKTERISTIKA PP FILTRA 4. REDA

U ovome će se poglavlju govoriti o analizi normiranih prijenosnih funkcija u frekvencijskoj i vremenskoj domeni. Budući da je prijenosna funkcija normirana, podrazumijeva se da će centralna frekvencija PP filtra  $\omega_0$  iznositi 1 rad/s.

#### 3.1. Izračun normiranih prijenosnih funkcija

Kao što je već spomenuto u poglavlju 2.3.3. za dobivanje normirane prijenosne funkcije kreće se od niskopropusnog prototipa 2. reda koji je iščitan iz literature [1]. NP prototip je dobiven putem Butterworthove aproksimacije čije su karakteristike opisane u poglavlju 2.3.1. NP prototip dan je izrazom

$$T_{NP}(s) = \frac{1}{s^2 + 1.4142s + 1} \quad (3.1)$$

Parametri NP prototipa dobivaju se usporedbom prijenosne funkcije (3.1) s općom prijenosnom funkcijom NP filtrom danom u Tablici 2.2. Slijede parametri zapisani u idućoj tablici

Tablica 3.1. Parametri NP prototipa

PARAMETAR	VRIJEDNOST PARAMETRA
$\omega_0$	1
$Q_p$	0.7071
$k$	1

##### 3.1.1. Normirana prijenosna funkcija filtra u kaskadnoj strukturi

Za dobivanje prijenosnih funkcija u kaskadnoj strukturi, parametri iz Tablice 3.1 uvrštavaju se u izraze (2.11) – (2.15), uz širinu pojasa  $B = 0.4$ . Tako dobiveni parametri PP filtra uvrštavaju u opću prijenosnu funkciju PP filtra 2. reda danu u Tablici 2.2 te se konačno dobivaju normirane prijenosne funkcije PP sekcija 2. reda.

$$T_{PP1}(s) = \frac{0.4s}{s^2 + 0.2428s + 0.7522} \quad (3.2)$$

$$T_{PP2}(s) = \frac{0.4s}{s^2 + 0.3228s + 1.329} \quad (3.3)$$

Ukupna prijenosna funkcija PP filtra 4. reda u kaskadnom spoju dobiva se umnoškom PP sekcija 2. reda kao što je već navedeno izrazom (2.1).

$$T_{PP}(s) = \frac{0.16s^2}{s^4 + 0.5657s^3 + 2.16s^2 + 0.5657s + 1} \quad (3.4)$$

### 3.1.2. Normirana prijenosna funkcija filtra u strukturi kaskade bikvarta

Nakon što je dobivena prijenosna funkcija filtra u kaskadnoj strukturi (3.4), može se proračunati i prijenosna funkcija filtra u strukturi kaskade bikvarta. Opća prijenosna funkcija kaskade bikvarta dana je s izrazom (2.17). Usporedbom tog izraza s (3.4) te uz određena pojednostavljenja slijedi sustav jednadžbi iz kojeg računamo prijenosnu funkciju kaskade bikvarta

$$\omega_1 = \omega_2 = 1 \quad Q_1 = Q_2 = Q \quad (3.5)$$

$$\frac{k_1 k_2}{Q^2} = 0.16 \quad (3.6)$$

$$\frac{1}{Q} + \frac{1}{Q} = \frac{2}{Q} = 0.5657 \quad (3.7)$$

$$2 + \frac{1}{Q^2} + b \frac{k_1 k_2}{Q^2} = 2.16 \quad (3.8)$$

$$\omega_1^2 \omega_2^2 = 1 \quad (3.9)$$

Rješavanjem gornjeg sustava jednadžbi uz pomoć alata MATLAB, dobivaju se parametri kaskade bikvarta koji su dani idućom tablicom

Tablica 3.2. Parametri kaskade bikvarta

PARAMETAR	VRIJEDNOST PARAMETRA
$\omega$	1
$Q$	3.5355
$k$	$\sqrt{2}$
$b$	0.5

Uvrštavanjem dobivenih parametara prikazanih gornjom tablicom u izraz (2.17), dobiva se normirana prijenosna funkcija PP filtra u strukturi kaskade bikvarta

$$T_{PP}(S) = \frac{0.16s^2}{s^4 + 0.5657s^3 + 2.16s^2 + 0.5657s + 1} \quad (3.10)$$

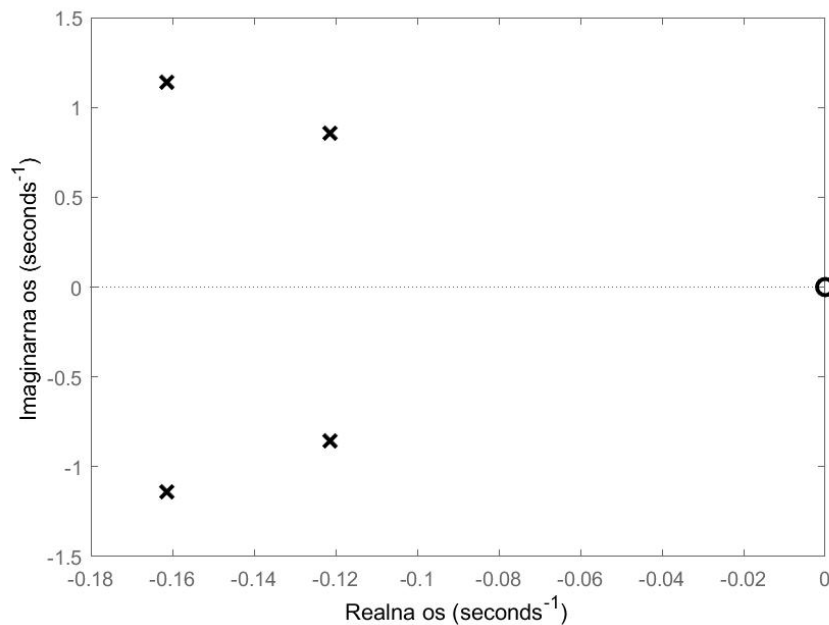
Izrazi (3.4) i (3.10) su identični što znači da su prijenosne funkcije kaskadne strukture filtra te strukture kaskade bikvarta jednake. Nadalje to znači da će ukupne karakteristike filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta biti identične. Međutim, sama shema filtra se razlikuje po arhitekturi i broju elementa što će utjecati na vrijednost elemenata te na šum filtra o čemu će kasnije biti riječ.

### 3.1.3. Raspored polova i nula normiranih prijenosnih funkcija

Vrijednosti polova i nula izračunate su upotrebom alata MATLAB te su dani analitički idućom tablicom te grafički u  $s$  ravnini idućom slikom

$$\begin{aligned}
 p_1 &= -0.161 + j1.14 & p_2 &= -0.161 - j1.14 \\
 p_3 &= -0.121 + j0.859 & p_4 &= -0.121 - j0.859 \\
 n_{1,2} &= 0 & n_{2,3} &= \infty
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Iz analitičkog zapisa se može vidjeti kako su realne komponente polova negativne što ukazuje o njihovom položaju u lijevoj poluravnini, a to pokazuje kako je filter koji se obrađuje stabilan sustav.



Slika 3.1. Prikaz rasporeda polova i nula normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta

### 3.2. Frekvencijska analiza normiranih prijenosnih funkcija

U frekvencijsku analizu spadaju karakteristike filtra koje se promatraju u ovisnosti o promjeni frekvencije. Kao što je već opisano u poglavlju 2.4, prvi korak ka frekvencijskoj analizi je uvođenje supstitucije  $s \rightarrow j\omega$  u prijenosnu funkciju PP filtra te ona postaje

$$T(j\omega) = \frac{0.16(j\omega)^2}{(j\omega)^4 + 0.5657(j\omega)^3 + 2.16(j\omega)^2 + 0.5657(j\omega) + 1} \quad (3.12)$$

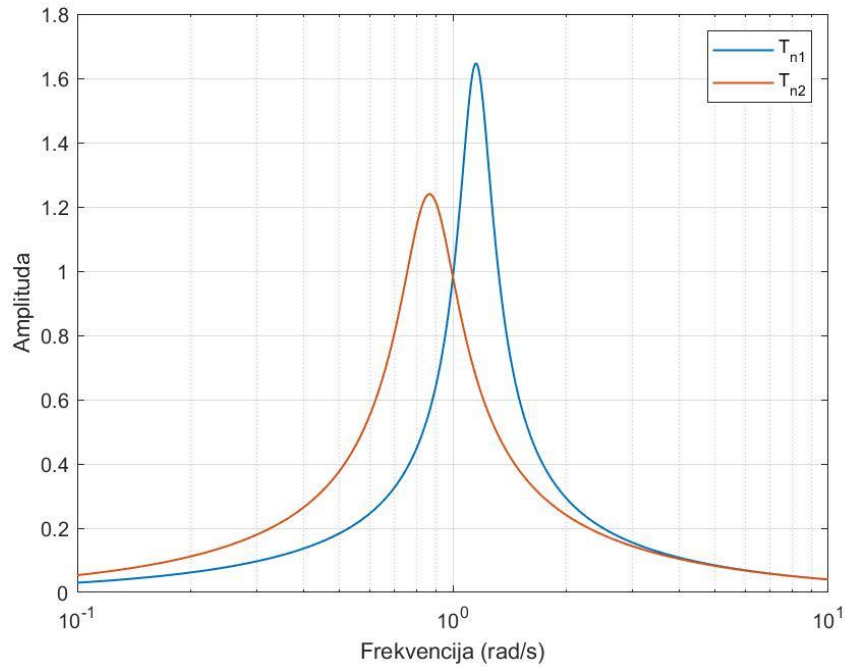
#### 3.2.1. Amplitudno frekvencijske karakteristike normiranih prijenosnih funkcija

Amplitudno frekvencijska karakteristika prikazivati će se u apsolutnome i logaritamskom mjerilu, a dobiva se koristeći izraze (2.21) i (2.22) te slijedi:

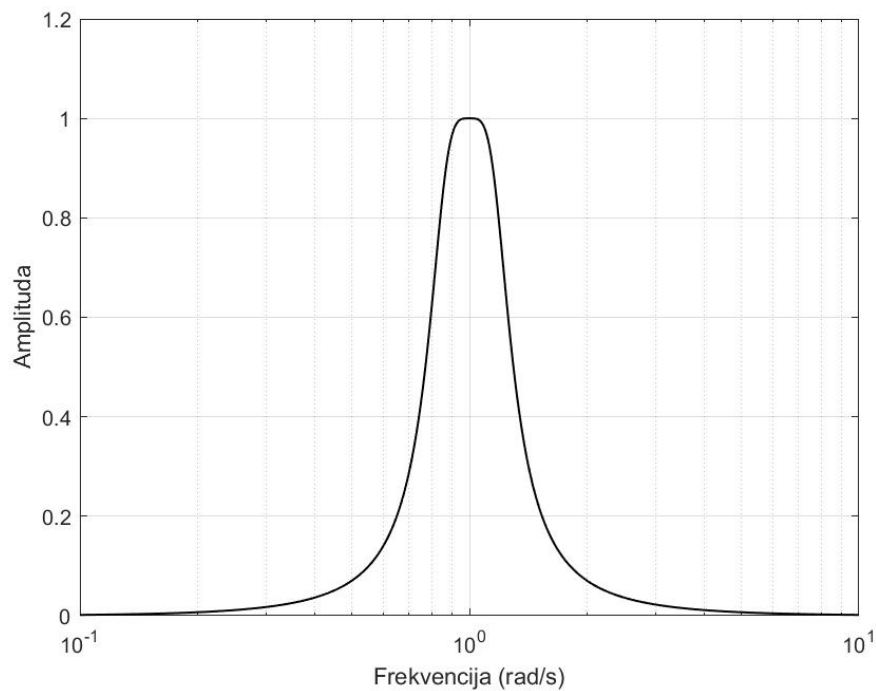
$$|T(j\omega)| = \frac{0.16\omega^2}{\sqrt{(\omega^4 - 2.16\omega^2 + 1)^2 + (0.5657\omega - 0.5657\omega^3)^2}} \quad (3.13)$$

$$\alpha(\omega) = 20 \log \left( \frac{0.16\omega^2}{\sqrt{(\omega^4 - 2.16\omega^2 + 1)^2 + (0.5657\omega - 0.5657\omega^3)^2}} \right) \quad (3.14)$$

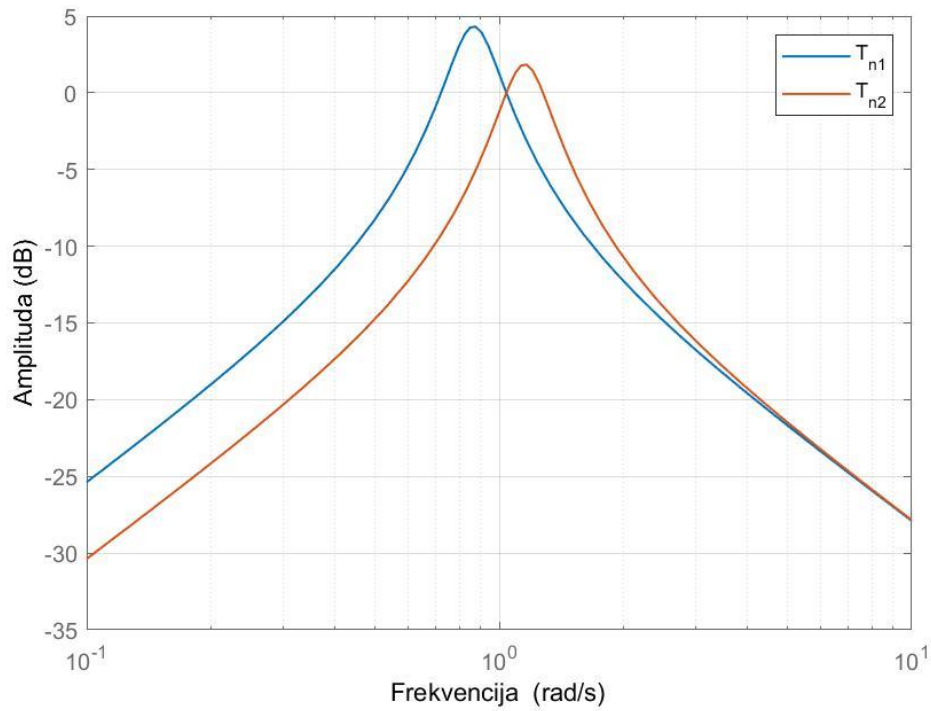
Slike sadržavaju karakteristike pojedinih sekcija kaskade te ukupnu karakteristiku filtra u spoju kaskade te karakteristiku filtra u spoju kaskade bikvarta.



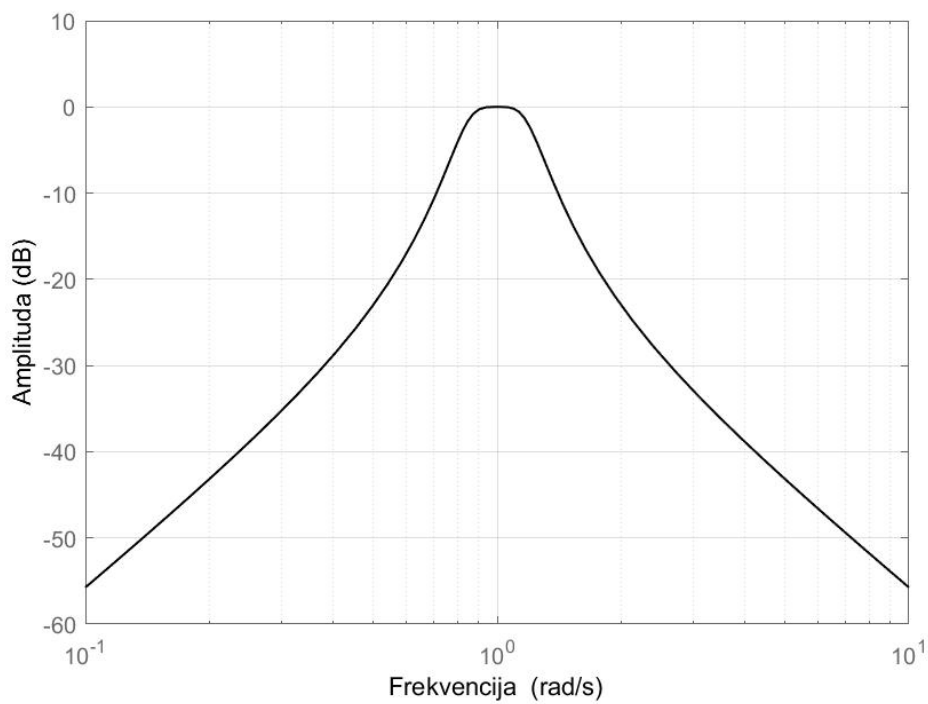
Slika 3.2. Normirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u apsolutnom mjerilu



Slika 3.3. Normirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u apsolutnom mjerilu



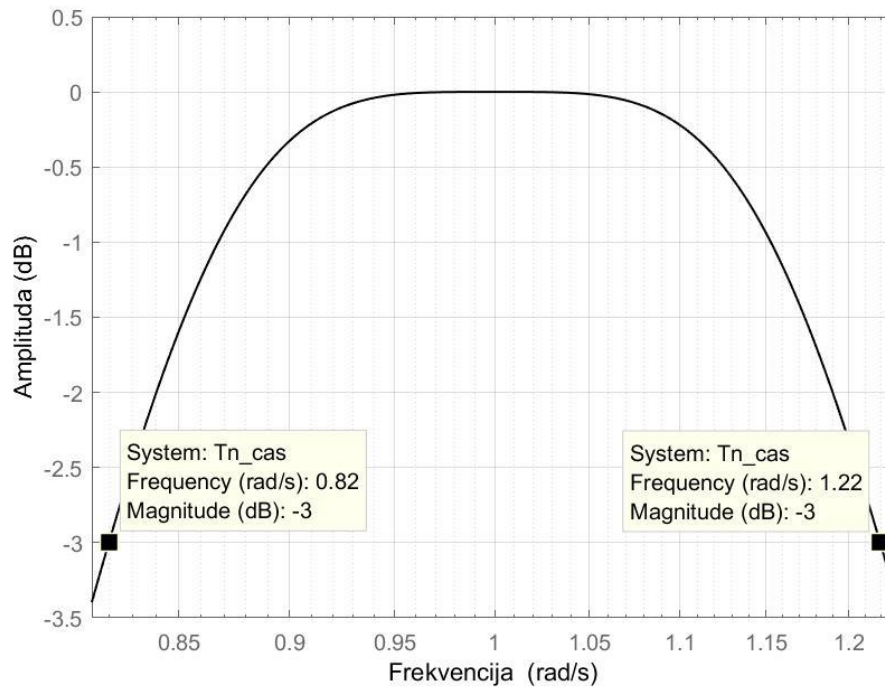
Slika 3.4. Normirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u logaritamskom mjerilu



Slika 3.5. Normirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u logaritamskom mjerilu



Dodatno, idućom slikom prikazano je samo područje propuštanja PP filtra s prikazanom donjom i gornjom graničnom frekvencijom. Oduzimanjem donje od gornje granične frekvencije može se vidjeti kako je širina pojasa  $B=0.4$  kao što je inicijalno postavljeno.



Slika 3.6. Normirana amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u području propuštanja

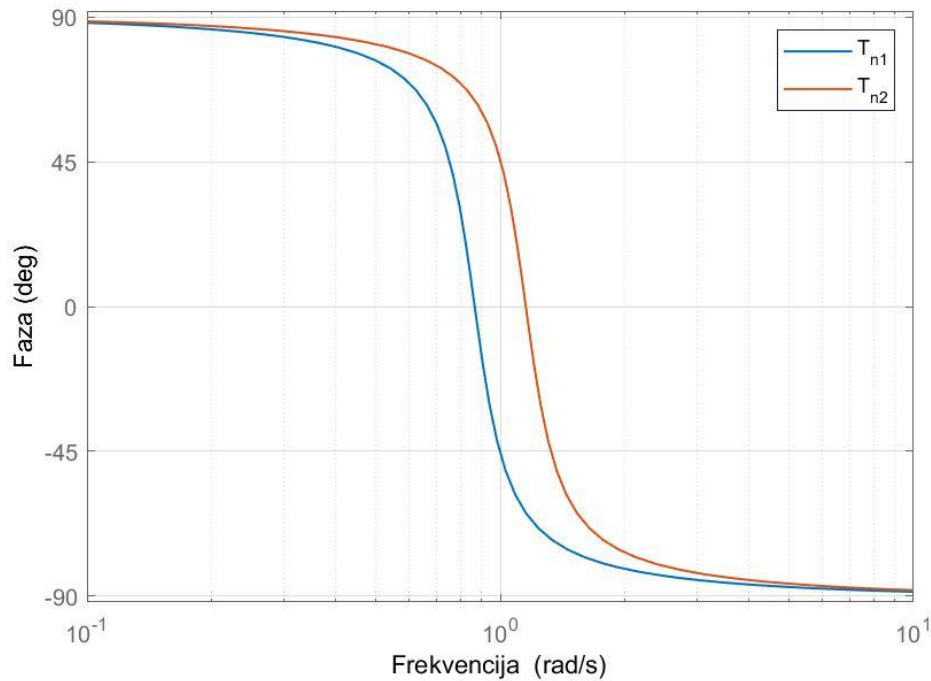
Iz gornjih slika može se uočiti kako je ostvaren zahtjev za dobivanje glatke amplitudno frekvencijske karakteristike što je značajka Butterworthove aproksimacije. Također, može se primijetiti kako pri normiranoj centralnoj frekvenciji, pojačanje iznosi 0 dB. Amplitudna karakteristika prve filtarske sekcije ima nešto veće nadvišenje u odnosu na karakteristiku druge sekcije. Na Slici 3.6. vidljivo je da pojačanje na gornjoj i donjoj graničnoj frekvenciji iznosi očekivanih -3 dB.

### 3.2.2. Fazno frekvencijske karakteristike normiranih prijenosnih funkcija

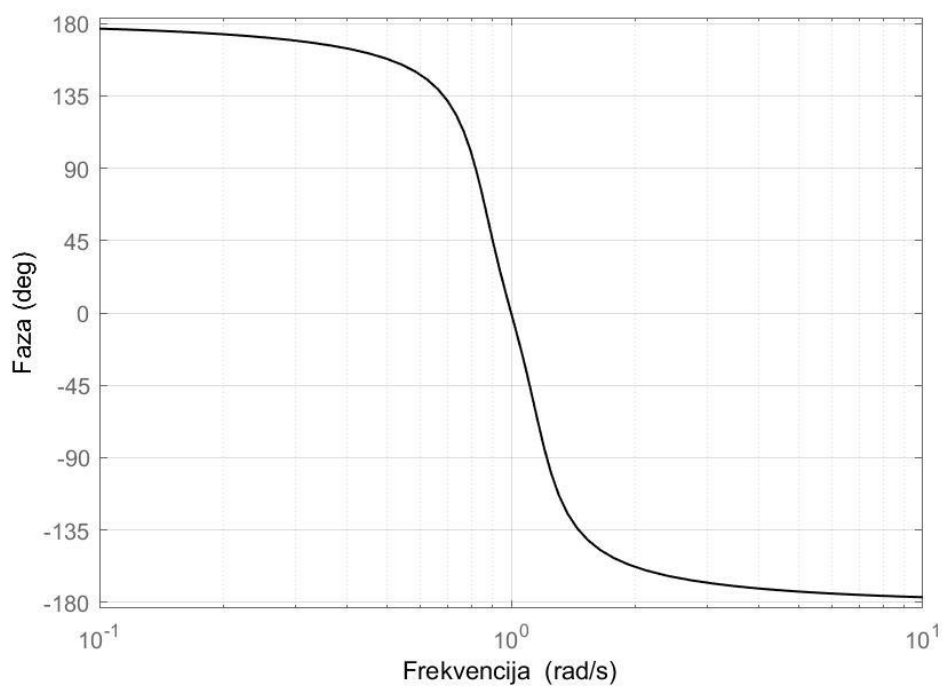
Fazno frekvencijska karakteristika dobiva se pomoću izraza (2.23) te za PP filter 4. reda glasi

$$\varphi(\omega) = -\arctan \left( \frac{0.5657\omega - 0.5657\omega^3}{\omega^4 - 2.16\omega^2 + 1} \right) \quad (3.15)$$

Njen grafički prikaz slijedi na idućoj slici gdje su prikazane karakteristike pojedinih sekcija u spoju kaskade kao i ukupna karakteristika filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta.



Slika 3.7. Normirane fazno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade



Slika 3.8. Normirana ukupna fazno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta

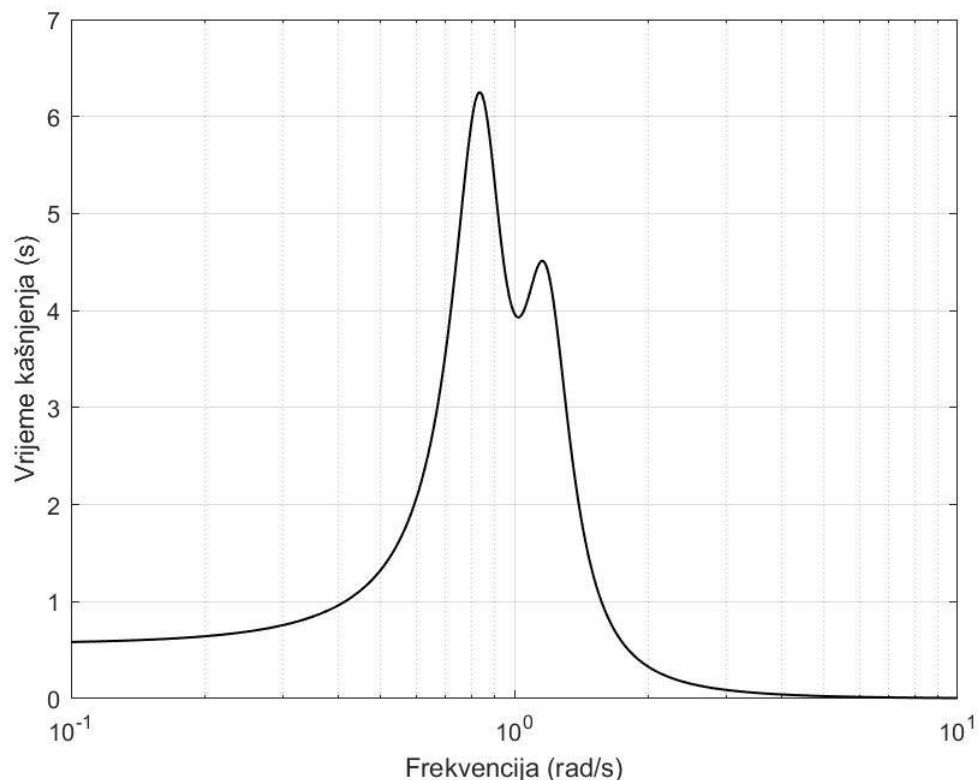
Kod fazno frekvencijske karakteristike primjećuje se da pri normiranoj centralnoj frekvenciji, fazni zakret iznosi 0 stupnjeva. Također, može se primijetiti kako je fazna karakteristika nelinearna što će utjecati na karakteristiku grupnog vremena kašnjenja. Fazna karakteristika prve filtarske sekcije pri graničnoj frekvenciji ima fazni zakret od  $-45^\circ$  dok je kod druge sekcije to  $45^\circ$ .

### 3.2.3. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja normirane prijenosne funkcije

Normirana karakteristika grupnog vremena kašnjenja dobiva se primjenom izraza (2.24) te ona glasi

$$T_g = \frac{0.5657\omega^6 - 0.4752\omega^2 - 0.4752\omega^2 + 0.5657}{\omega^8 - 3.99\omega^6 + 6.0256\omega^4 - 3.99\omega^2 + 1} \quad (3.16)$$

Njen grafički prikaz slijedi na idućoj slici.



Slika 3.9. Normirana karakteristika grupnog vremena kašnjenja kaskade i kaskade bikvarta

Utjecaj nelinearnosti fazne karakteristike kod Butterworthove aproksimacije najbolje se vidi promatrajući karakteristiku grupnog vremena kašnjenja koja za ovu aproksimaciju ima karakteristična dva brijega u okolici centralne frekvencije. Na centralnoj frekvenciji, grupno kašnjenje iznosi 3.97 sekundi.

### 3.3. Vremenski odzivi normiranih prijenosnih funkcija

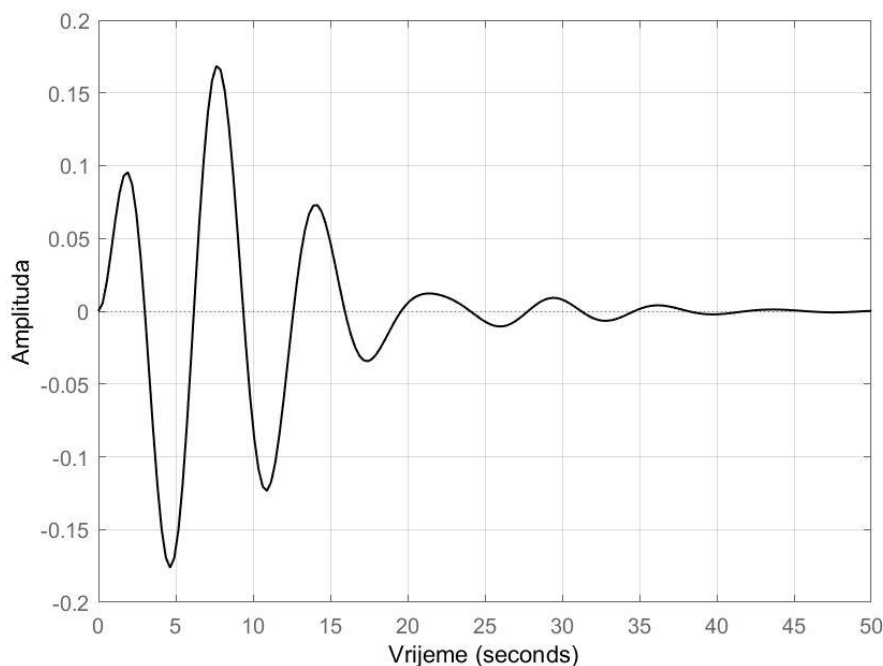
Vremenski odzivi su karakteristike sustava koji se promatraju u vremenu, a predstavljaju odziv sustava kada se na njegov ulaz dovede neka od pobudnih funkcija. U ovom slučaju, promatrati će se odziv kada se na ulazu nalazi skokovita (*step*) funkcija i impulsna (*delta*) funkcija.

#### 3.3.1. Skokovni odziv normiranih prijenosnih funkcija

Skokovni odziv detaljnije je opisan u poglavlju 2.5, a upotrebom izraza (2.25) gdje je  $T(s)$  prijenosna funkcija filtra dana s (3.4), dolazimo do analitičkog zapisa skokovitog odziva filtra

$$a(t) = 0.283e^{-1214t}[\cos(0.859t) - 0.0199 \sin(0.859t)] - 0.283e^{-1.614t}[\cos(1.14t) - 0.02\sin(1.14t)] \cdot S(t) \quad (3.17)$$

Grafički prikaz skokovitog odziva dan je idućom slikom



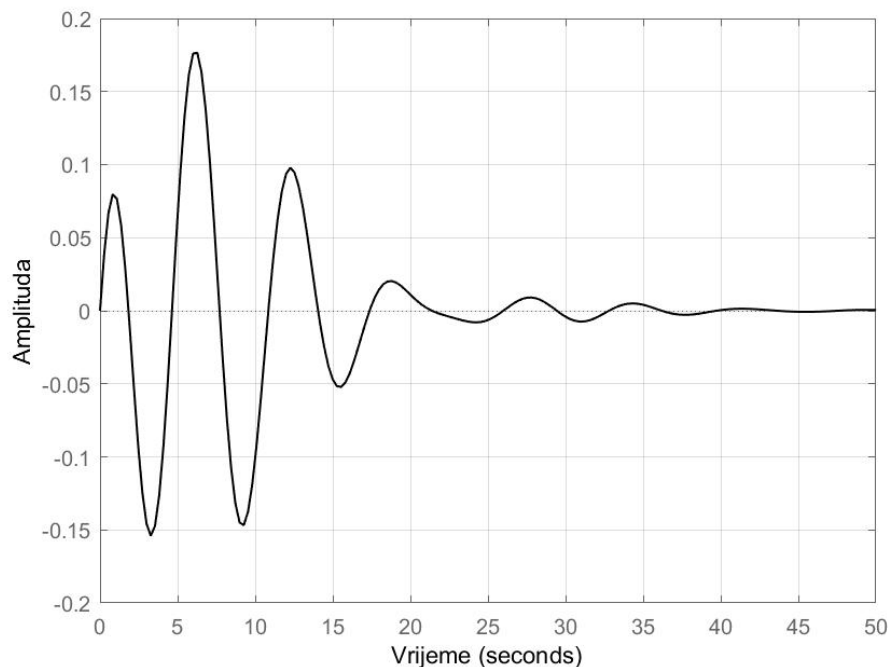
Slika 3.10. Skokovni odziv normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta

### 3.3.2. Impulsni odziv normiranih prijenosnih funkcija

Impulsni je odziv također opisan poglavljem 2.5, dok ovdje slijedi njegov analitički izraz nakon što smo nad prijenosnom funkcijom  $T(s)$  upotrijebili inverznu Laplaceovu transformaciju.

$$h(t) = 0.039e^{-0.1614t}[\cos(1.141t) + 8.267 \sin(1.141t)] - 0.039e^{-0.1214t}[\cos(0.879t) + 6.18\sin(0.879t)] \cdot S(t) \quad (3.18)$$

Grafički prikaz impulsnog odziva nalazi se na idućoj slici.

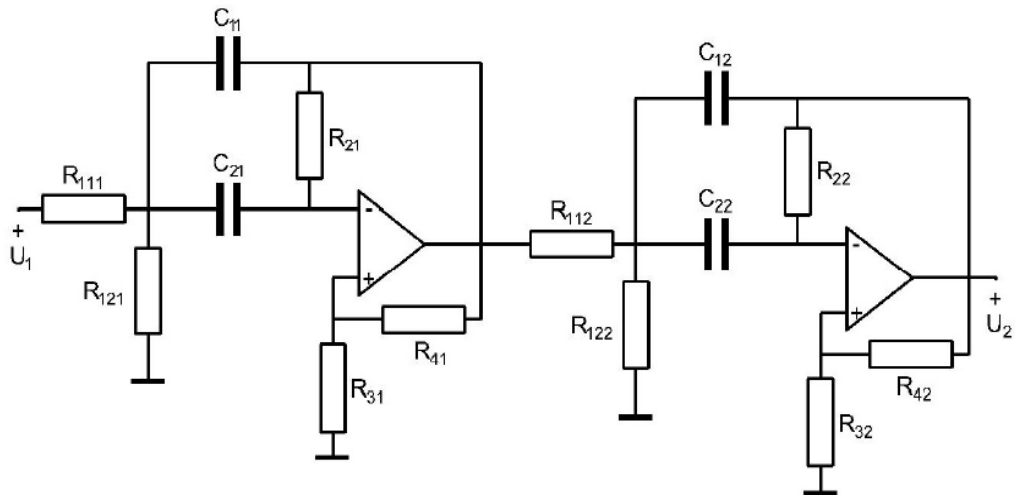


Slika 3.11. Impulsni odziv normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta

### 3.4. Proračun normiranih parametara i elemenata filtra

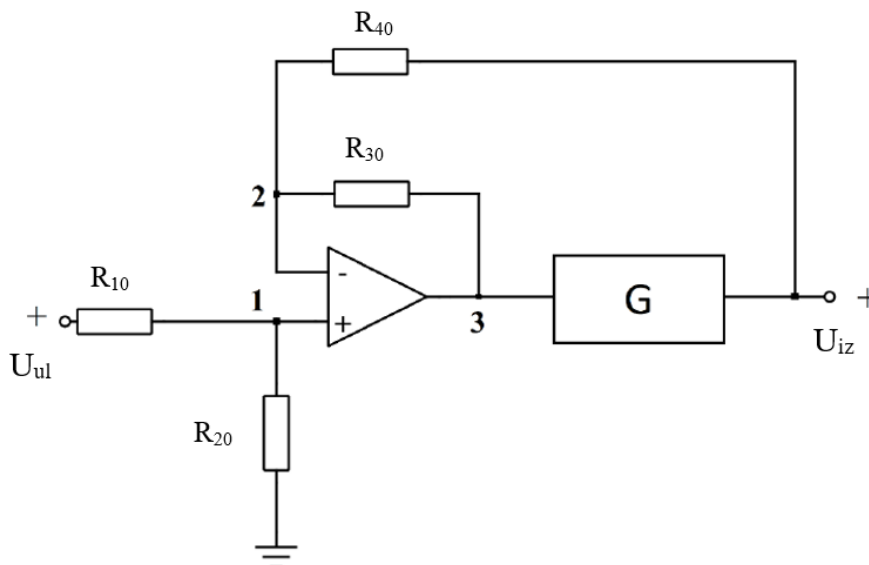
U ovom poglavlju biti će dan proračun normiranih parametara i elemenata PP sekcija 2. reda. Odabirom vrijednosti parametara, odnosno vrijednosti elemenata filtra mora se postići da finalno imamo identičnu prijenosnu funkciju koja je dana s izrazom (3.4).

Filtar u spoju kaskade građen je od dvije identične sekcije 2. reda te je prikazan idućom slikom



Slika 3.12. Shema PP filtra 4. reda u spoju kaskade

Da bi se ostvario PP filter u spoju kaskade bikvarta, na ulaznu stezaljku kaskade dovodi se zbrajalo s aktivnom komponentom, operacijskim pojačalom. Sada shema izgleda:



Slika 3.13. Shema PP filtra u spoju kaskade bikvarta

Blok G u Slici 3.13. predstavlja PP filter u spoju kaskade kako je prikazano Slikom 3.12.

### 3.4.1. Proračun normiranih parametara filtarskih struktura

Parametri PP filtarskih sekcija u kaskadi dobivaju se usporedbom normiranih prijenosnih funkcija sekcija (3.2 i 3.3) s općim prijenosnim funkcijama 2. reda danim u Tablici 2.2. Parametri koji se određuju su pojačanje  $k$ , faktor kvalitete pola  $Q$  te granična frekvencija  $\omega_g$ . Parametri kaskade dani su idućom tablicom

Tablica 3.3. Normirane vrijednosti parametara PP sekcija u spoju kaskade

PARAMETAR	1.SEKCIJA	2.SEKCIJA
$k$	1.6474	1.2392
$Q$	3.5721	3.5713
$\omega_g$	0.8673 rad/s	1.1528 rad/s

Parametri kaskade bikvarta već su ranije izračunati u postupku dobivanja prijenosne funkcije kaskade bikvarta pa će se idućom tablicom samo ponoviti

Tablica 3.4. Normirane vrijednosti parametara filtra u spoju kaskade bikvarta

PARAMETAR	VRIJEDNOST PARAMETRA
$k$	$\sqrt{2}$
$Q$	3.5355
$\omega$	1

### 3.4.2. Proračun normiranih elemenata filtarskih struktura

Postupak dobivanja normiranih vrijednosti elemenata filtra opisan je u poglavlju 2.7.1. za spoj kaskade, a u poglavlju 2.7.2. za spoj kaskade bikvarta. Koristeći izraze u tim poglavljima, slijedi tablica s izračunatim vrijednostima elemenata filtra.

Tablica 3.5. Normirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija u spoju kaskade

ELEMENT	1. SEKCIJA	2. SEKCIJA
$R_{11}$	6.8	6.8
$R_{12}$	1.388	0.9943
$R_2$	1.153	0.8674
$R_3$	1.7172	1.7172
$R_4$	1	1
$C_1$	1	1
$C_2$	1	1

Idućom tablicom slijede vrijednosti elemenata koji grade ulazno zbrajalo prikazano na Slici 3.11. čime je kaskada bikvarta u potpunosti realizirana.

Tablica 3.6. Normirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija kaskade bikvarta

ELEMENT	VRIJEDNOST ELEMENTA
$R_{10}, R_{30}$	0.5
$R_{20}, R_{40}$	1
$R_{111}, R_{112}$	6.7928
$R_{121}, R_{122}$	1.1726
$R_{21}, R_{22}$	1
$R_{31}, R_{32}$	1.7172
$R_{41}, R_{42}$	1
$C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}$	1



Ovim poglavljem u potpunosti je određena analiza filtra s normiranom prijenosnom funkcijom s aproksimacijom po Butterworthu. Analiza je započeta definiranjem prijenosnih funkcija sekcija te ukupne prijenosne funkcije, a zatim je prikazan raspored nula i polova. U idućim dijelovima prikazane su frekvencijske karakteristike i vremenski odzivi. Na kraju, izvršen je proračun vrijednosti parametara i elemenata filtra čime je završena analiza.

## 4. ANALIZA DENORMIRANIH KARAKTERISTIKA PP FILTRA 4. REDA

Normirana prijenosna funkcija filtra koja se analizirala u prethodnom poglavlju pokazala je kakve karakteristike ima Butterworthov PP filter 4. reda u frekvencijskoj i vremenskoj domeni. Osim toga, izračunate su vrijednosti elemenata koji grade takav filter. Međutim, filteri se obično grade za realne svrhe gdje se projektiraju za propuštanje određenih frekvencija (NP i VP filteri) ili za propuštanje određenog pojasa frekvencija (PP i PB filteri). Dakle, definiraju se realne frekvencije pomoću kojeg se dizajnira filter. Takav postupak se provodi nad normiranom prijenosnom funkcijom postupkom denormiranja. Denormiranje se izvodi uz pomoć frekvencijske transformacije, a u ovom slučaju koristi se NP-PP transformacija. Osim toga, potrebno je naglasiti kako se denormira i centralna frekvencija  $\omega_0$  te širina pojasa  $B$ .

### 4.1. Izračun denormiranih prijenosnih funkcija

Ranije je utvrđeno kako su prijenosne funkcije filtera u spoju kaskade i kaskade bikvarta jednake, pa će denormirane prijenosne funkcije onda također biti jednake za ove dvije strukture filtra. Upotrebom izraza (2.18) - (2.20) nad prijenosnom funkcijom (3.4) dolazi se do ukupne denormirane prijenosne funkcije PP filtra 4. reda. Kao što je slučaj bio za normiranu prijenosnu funkciju, kod kaskadne strukture, odrediti će se i denormirane prijenosne funkcije sekcija pojedinačno.

$$T_{PP1}(s) = \frac{1.005 \cdot 10^4 s}{s^2 + 8113s + 8.395 \cdot 10^8} \quad (4.1)$$

$$T_{PP2}(s) = \frac{1.005 \cdot 10^4 s}{s^2 + 6102s + 4.751 \cdot 10^8} \quad (4.2)$$

$$T_{PP}(s) = \frac{1.011 \cdot 10^8 s^2}{s^4 + 1.422 \cdot 10^4 s^3 + 1.364 \cdot 10^9 s^2 + 8.98 \cdot 10^{12} s + 3.99 \cdot 10^{17}} \quad (4.3)$$

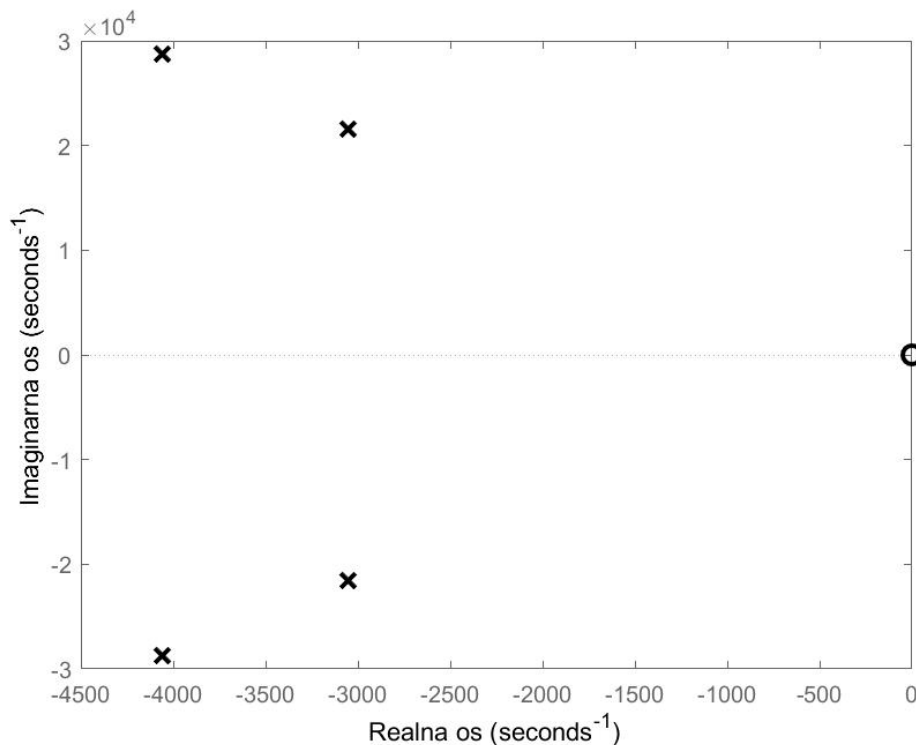
Sada kada je definirana denormirana prijenosna funkcija filtra, može se pristupiti analizi u frekvencijskoj i vremenskoj domeni kao i za normiranu prijenosnu funkciju.

#### 4.1.1. Raspored pola i nula denormiranih prijenosnih funkcija

Za prijenosnu funkciju (4.3) mogu se prikazati njeni polovi i nule analitički te grafički.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= -4.06 \cdot 10^3 + j2.87 \cdot 10^4 & p_2 &= -4.06 \cdot 10^3 - j2.87 \cdot 10^4 \\
 p_3 &= -3.05 \cdot 10^3 + j2.16 \cdot 10^4 & p_4 &= -3.05 \cdot 10^3 - j2.16 \cdot 10^4 & (4.4) \\
 n_{1,2} &= 0 & n_{2,3} &= \infty
 \end{aligned}$$

Iz analitičkog zapisa, može se vidjeti kako su realni dijelovi polova negativni što znači da se polovi nalaze u lijevoj poluravnini. Iz toga se zaključuje kako je ovaj sustav stabilan. Idućom slikom dan je grafički prikaz položaja polova i nula.



Slika 4.1. Prikaz rasporeda polova i nula denormirane prijenosne funkcije

#### 4.2. Frekvencijska analiza denormiranih prijenosnih funkcija

Frekvencijske karakteristike denormirane prijenosne funkcije dobivaju se primjenom supstitucije  $s \rightarrow j\omega$  u prijenosnu funkciju (4.3). Kada je supstitucija uvedena, mogu se prikazati frekvencijske karakteristike koje slijede u idućim poglavljima.

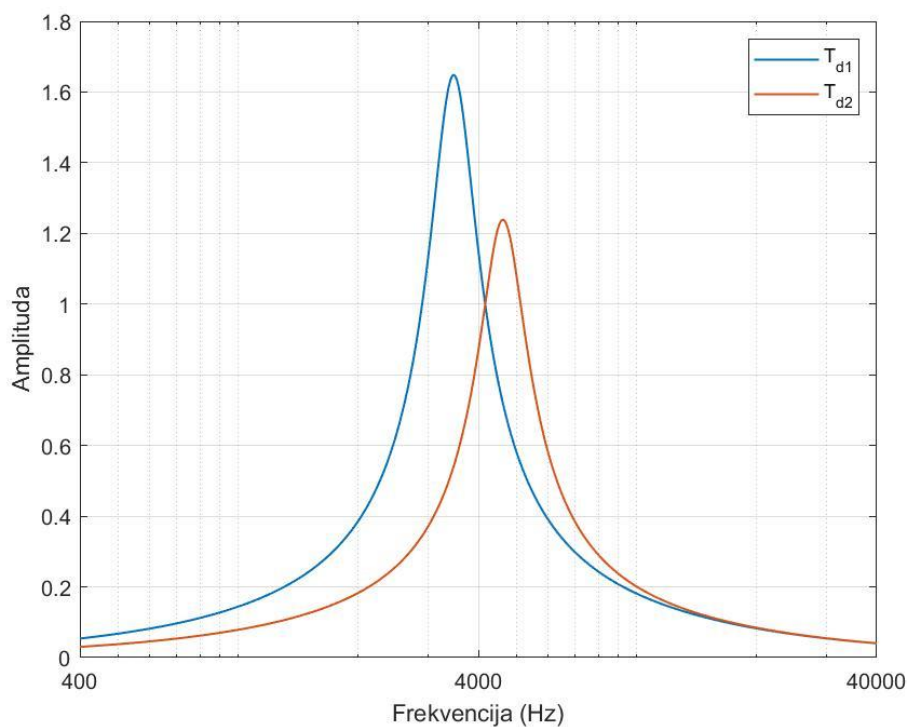
$$T(j\omega) = \frac{-1.011 \cdot 10^8 \omega^2}{\omega^4 - j1.422 \cdot 10^4 \omega^3 - 1.364 \cdot 10^9 \omega^2 + j8.98 \cdot 10^{12} \omega + 3.99 \cdot 10^{17}} \quad (4.5)$$

#### 4.2.1. Amplitudno frekvencijske karakteristike denormiranih prijenosnih funkcija

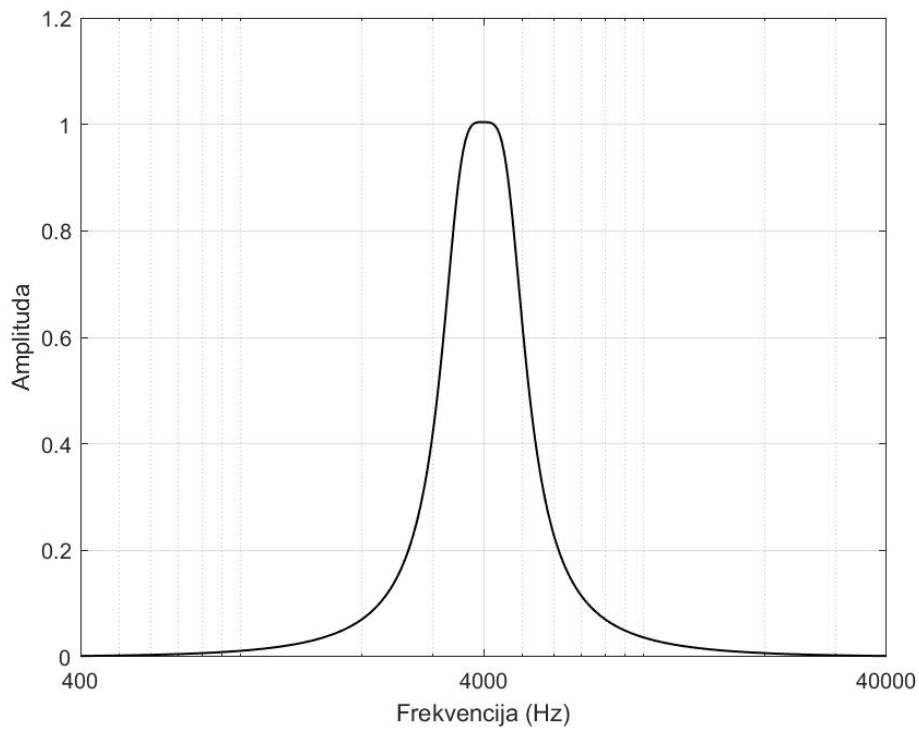
Korištenjem izraza (2.21) i (2.22) na prijenosnoj funkciji (4.5) slijede analitički zapisi amplitudno frekvencijske karakteristike u apsolutnom i logaritamskom mjerilu. Nakon njih slijede grafički prikazi amplitudno frekvencijskih karakteristika. Denormirane frekvencijske karakteristike će za razliku od normiranih na  $x$ -osi imati frekvenciju u Hz. Uz to prikazivati će se u rasponu jedne dekade prije i jedne dekade poslije centralne frekvencije koja u ovom slučaju iznosi 4000 Hz.

$$|T(j\omega)| = \frac{1.011 \cdot 10^8 \omega^2}{\sqrt{(\omega^4 - 1.364 \cdot 10^9 \omega^2 + 3.99 \cdot 10^{17})^2 + (8.98 \cdot 10^{12} \omega - 1.422 \cdot 10^4 \omega^3)^2}} \quad (4.6)$$

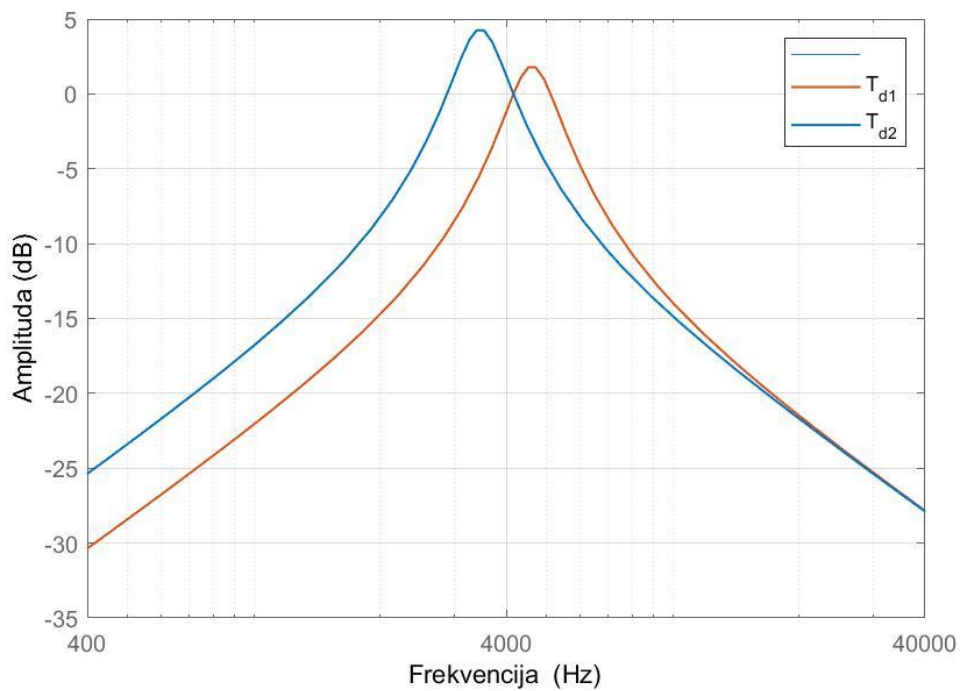
$$\alpha(\omega) = 20 \log \left( \frac{1.011 \cdot 10^8 \omega^2}{\sqrt{(\omega^4 - 1.364 \cdot 10^9 \omega^2 + 3.99 \cdot 10^{17})^2 + (8.98 \cdot 10^{12} \omega - 1.422 \cdot 10^4 \omega^3)^2}} \right) \quad (4.7)$$



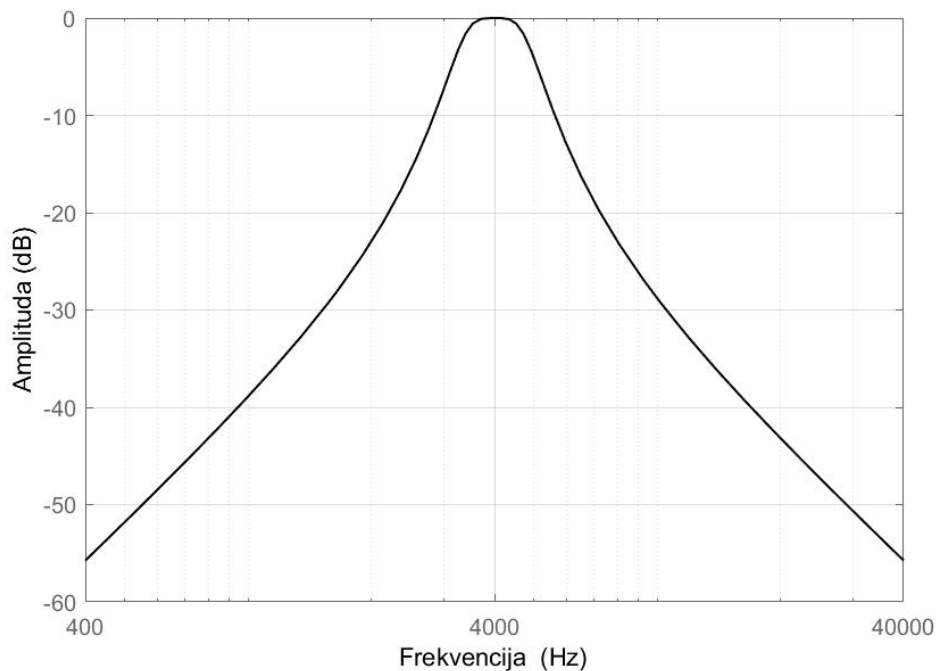
Slika 4.2. Denormirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u apsolutnom mjerilu



Slika 4.3. Denormirana ukupna amplitudno frekventijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u apsolutnom mjerilu



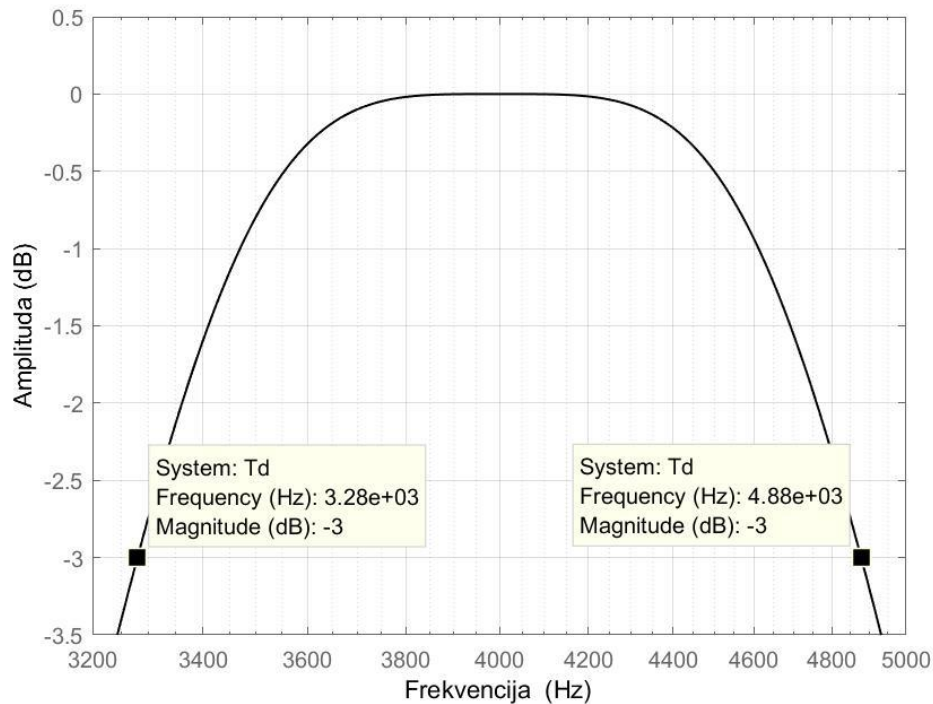
Slika 4.4. Denormirane amplitudno frekventijska karakteristike sekcija kaskade u logaritamskom mjerilu



Slika 4.5. Denormirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u logaritamskom mjerilu

Dodatno, prikazano je i područje propuštanja PP filtra 4.reda. Na Slici 4.6 su označene frekvencije pri pojačanju od -3 dB koje predstavljaju gornju i donju graničnu frekvenciju. Oduzimanjem tih frekvencija dobiva se denormirana širina pojasa  $B$  koja iznosi 1600 Hz.

Usporedbom denormiranih frekvencijskih karakteristika s normiranim, može se primijetiti kako su one jednakog izgleda, a na karakterističnim točkama imaju istu vrijednost. Na Slici 4.3 vidljivo je kako ukupna karakteristika ima pojačanje 1 pri denormiranoj centralnoj frekvenciji (4000 Hz), isto kao i na normiranoj centralnoj frekvenciji (1 rad/s). Nadalje, na Slici 4.5 također se može primijetiti kako su normirana i denormirana amplitudno frekvencijska karakteristika jednake izgledom te imaju iste vrijednosti na karakterističnim točkama (pojačanje od 0 dB pri  $\omega_0=1$  rad/s, odnosno  $f_0=4000$  Hz). Prema nadvišenjima amplitude zaključuje se kako je  $Q$  faktor prijenosne funkcije 1. sekcije veći od onoga u 2. sekciji.



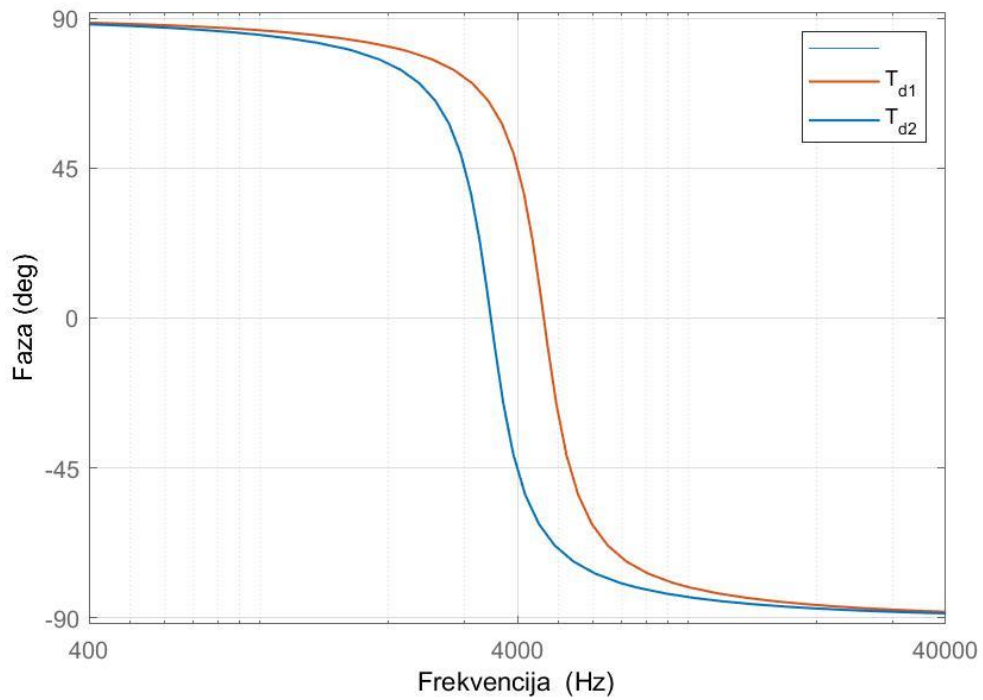
Slika 4.6. Deormirana amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u području propuštanja

#### 4.2.2. Fazno frekvencijske karakteristike denormiranih prijenosnih funkcija

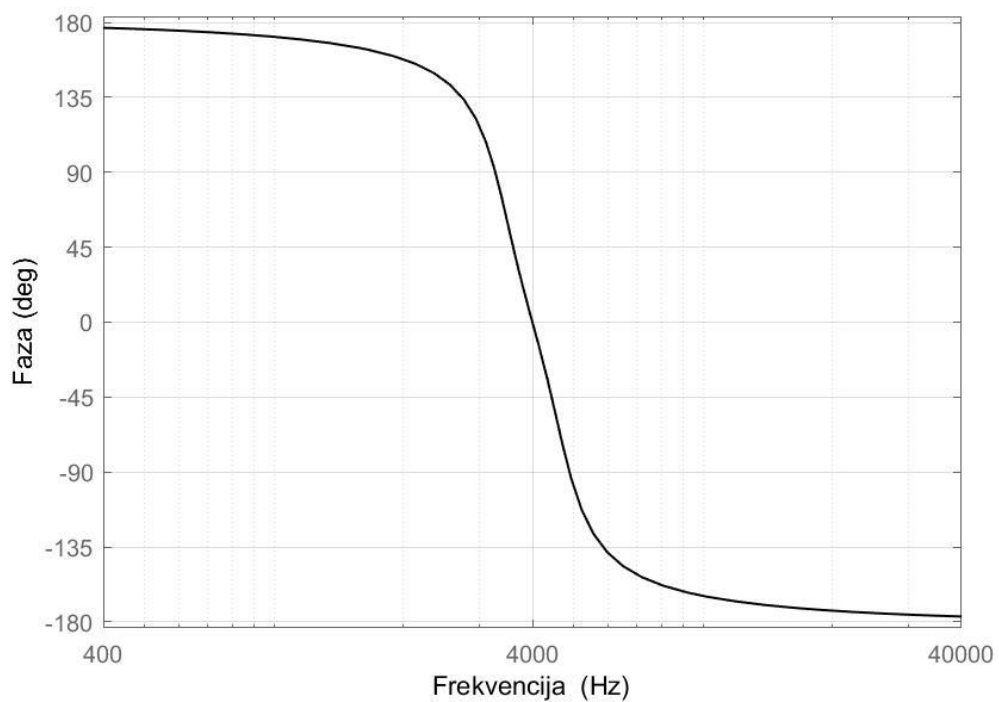
Fazno frekvencijska karakteristika određuje se izrazom (2.23) te se dobiva sljedeće

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{8.98 \cdot 10^{12} \omega - 1.422 \cdot 10^4 \omega^3}{\omega^4 - 1.364 \cdot 10^9 \omega^2 + 3.99 \cdot 10^{17}}\right) \quad (4.8)$$

Uspoređujući Sliku 4.8 sa Slikom 3.8. zaključuje se kako su karakteristike jednake izgledom te imaju jednake vrijednosti na karakterističnim točkama (fazni zakret od  $0^\circ$  pri  $\omega_0=1$  rad/s, odnosno  $f_0=4000$  Hz).



Slika 4.7. Denormirana fazno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade



Slika 4.8. Denormirana ukupna fazno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta

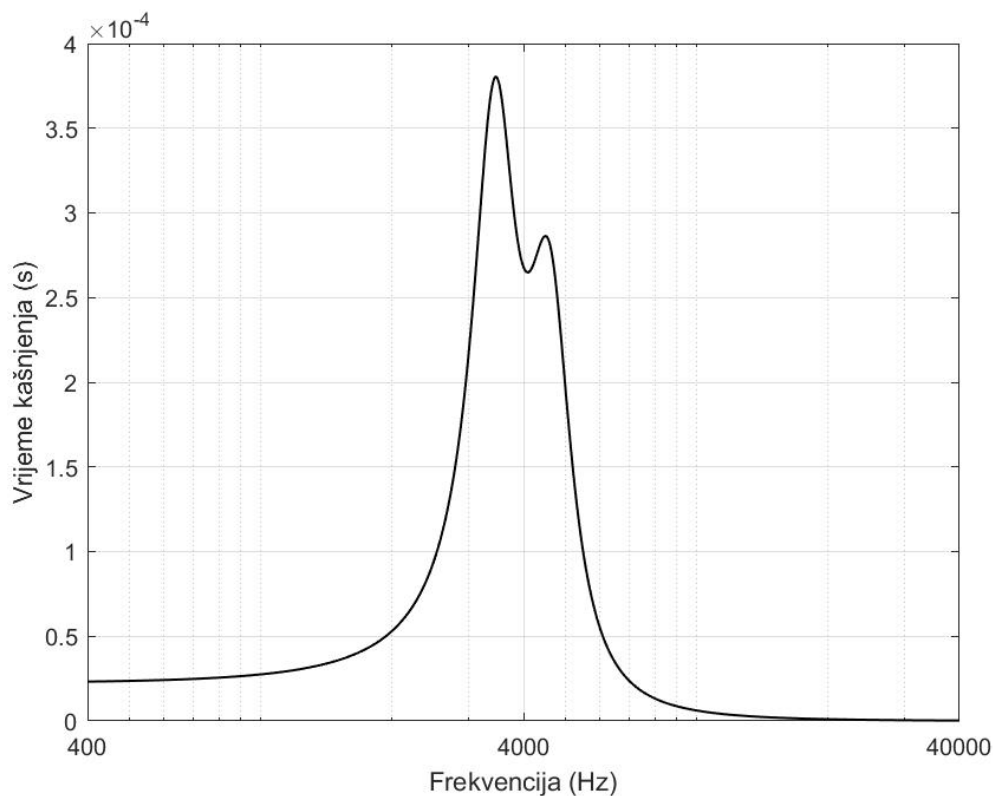


#### 4.2.3. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja denormirane prijenosne funkcije

Karakteristika grupnog vremena kašnjenja dobiva se kao negativna derivacija fazno frekvencijske karakteristike prema izrazu (2.24) te slijedi

$$T_g(\omega) = \frac{14200\omega^6 - 7.544 \cdot 10^{12}\omega^4 - 4.773 \cdot 10^{21}\omega^2 + 3.583 \cdot 10^{30}}{\omega^8 - 2.525 \cdot 10^9\omega^6 + 2.4031 \cdot 10^{18}\omega^4 - 1.0078 \cdot 10^{30}\omega^2 + 1.592 \cdot 10^{35}} \quad (4.9)$$

Na idućoj slici vidi se kako grupno vrijeme kašnjenja denormirane prijenosne funkcije odgovara u potpunosti sa grupnim vremenom kašnjenja normirane prijenosne funkcije. Ponovno se pokazalo kako nelinearnost faze utječe na grupno vrijeme kašnjenja koje za Butterworthovu aproksimaciju poprima karakteristična dva brijega u okolici centralne frekvencije. Pri centralnoj frekvenciji, grupno vrijeme kašnjenja iznosi 0.27 ms.



Slika 4.9. Denormirana karakteristika grupnog vremena kašnjenja kaskade i kaskade bikvarta

### 4.3. Vremenski odzivi denormiranih prijenosnih funkcija

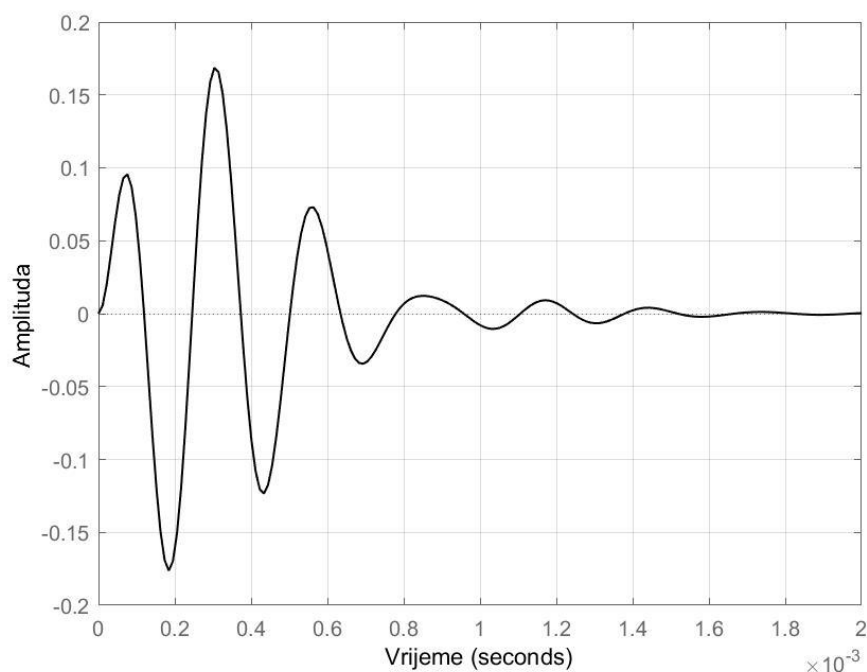
Vremenski odzivi predstavljaju odziv filtra kada se na njegov ulaz dovedu pobudne funkcije. Kao i kod normiranih prijenosnih funkcija promatrati će se skokovni i impulsni odziv prijenosne funkcije.

#### 4.3.1. Skokovni odziv denormiranih prijenosnih funkcija

Skokovni odziv predstavlja odziv sustava kada se on pobudni funkcijom jedinične stepenice. Računa se pomoću inverzne Laplaceove transformacije pomoću izraza (2.25) gdje je  $T(s)$  denormirana prijenosna funkcija PP filtra 4. reda.

$$a(t) = [983.5e^{-4056.5t}(\cos(28700t) + 8.267 \sin(28688.8t)) - 983e^{-3051t}(\cos(21600t) + 6.184\sin(21600t))] \cdot S(t) \quad (4.10)$$

Idućom slikom prikazan je skokovni odziv denormirane prijenosne funkcije. Može se primijetiti kako je identičan onome za normiranu prijenosnu funkciju, međutim stacionarno se stanje postiže puno brže, već nakon 2 ms.



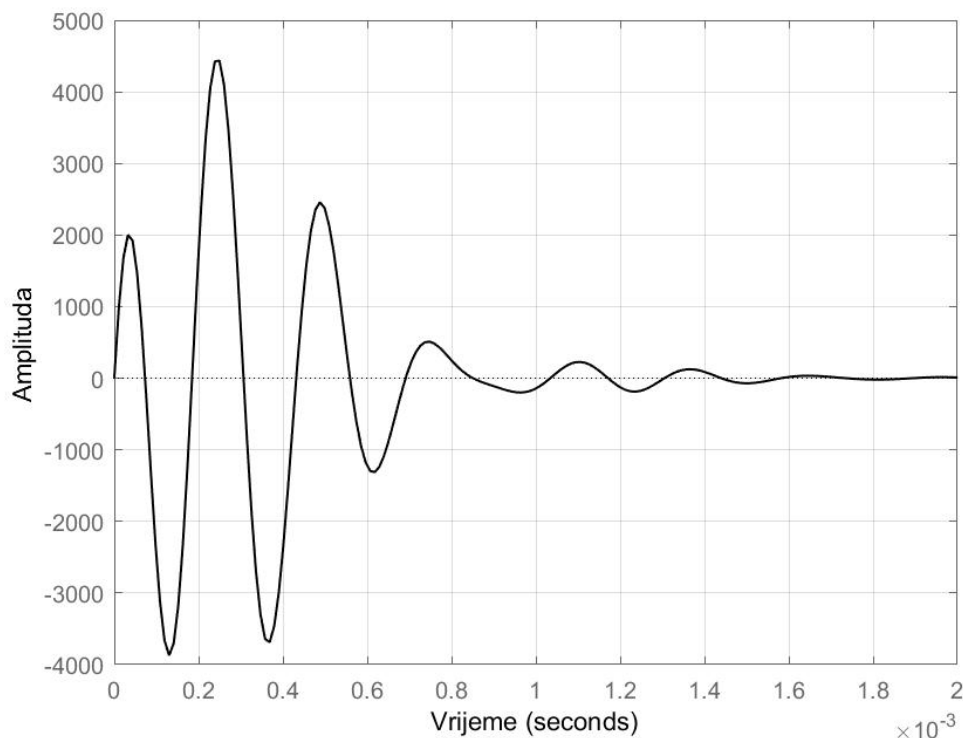
Slika 4.10. Skokovni odziv denormirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta

#### 4.3.2. Impulsni odziv denormiranih prijenosnih funkcija

Impulsni se odziv dobiva upotrebom izraza (2.26) gdje je gdje je  $T(s)$  denormirana prijenosna funkcija PP filtra 4. reda.

$$h(t) = [0.2826e^{-3051t}(\cos(21600t) + 0.019 \sin(21600t)) - 0.2826e^{-4056.5t}(\cos(28700t) + 0.02\sin(28700t))] \cdot S(t) \quad (4.11)$$

Ponovno je vremenski odziv identičan onome kod normirane prijenosne funkcije uz puno brže postizanje stacionarnog stanja, ponovno nakon 2 ms.



Slika 4.11. Impulsni odziv denormirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta

#### 4.4. Proračun denormiranih parametara i elemenata filtra

U ovom poglavlju definirati će se denormirane vrijednosti parametra filtra te vrijednosti elemenata koji ga grade. Osnovni je zadatak pronaći vrijednosti električnih elemenata filtra kako bi se postigla denormirana prijenosna funkcija.

#### 4.4.1. Proračun denormiranih parametara filtarskih struktura

Denormirani parametri filtarskih sekcija, u ovom slučaju sekcija kaskade, dobivaju se usporedbom denormiranih prijenosnih funkcija (4.1) i (4.2) s općim oblikom prijenosne funkcije PP filtra 2. reda koja je dana u Tablici 2.2. Parametri koji se određuju su pojačanje  $k$ , faktor kvalitete pola  $Q$  te granična frekvencija  $\omega_g$ .

Tablica 4.1. Denormirane vrijednosti parametara PP filtra u spoju kaskade

PARAMETAR	1. SEKCIJA	2. SEKCIJA
$\omega_g$	28974 rad/s	21797 rad /s
$Q_p$	3.5713	3.5721
$k$	1.2388	1.647

#### 4.4.2. Proračun denormiranih elemenata filtarskih struktura

Denormiranje elemenata na centralnu frekvenciju od 4 kHz, izvršava se upotrebom izraza (2.47) i (2.48) za proizvoljno izabranu vrijednost  $C$ . U ovom slučaju izabrana je vrijednost od 10 nF dok  $C_n$  iznosi 1. Idućom tablicom prikazane su denormirane vrijednosti elemenata za kaskadni spoj PP filtra 4. reda.

Tablica 4.2. Denormirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija spoju kaskade

ELEMENT	1.SEKCIJA	2.SEKCIJA
$R_{11}$	27057 $\Omega$	27057 $\Omega$
$R_{12}$	3956 $\Omega$	5524 $\Omega$
$R_2$	3451 $\Omega$	4587 $\Omega$
$R_3$	6843 $\Omega$	6843 $\Omega$
$R_4$	3979 $\Omega$	3979 $\Omega$
$C_1$	10 nF	10 nF
$C_2$	10 nF	10 nF

Ovako dobivene vrijednosti primjenjuju se na električnoj shemi PP filtra koja je dana Slikom 2.10. U sljedećoj tablici nalaze se denormirane vrijednosti elemenata PP filtra u spoju kaskade bikvarta.

*Tablica 4.3. Denormirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija u spoju kaskade bikvarta*

<b>ELEMENT</b>	<b>VRIJEDNOST ELEMENTA</b>
$R_{10}, R_{30}$	1990 $\Omega$
$R_{20}, R_{40}$	3979 $\Omega$
$R_{111}, R_{112}$	27028 $\Omega$
$R_{121}, R_{122}$	4666 $\Omega$
$R_{21}, R_{22}$	3979 $\Omega$
$R_{31}, R_{32}$	6832 $\Omega$
$R_{41}, R_{42}$	3979 $\Omega$
$C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}$	10 nF

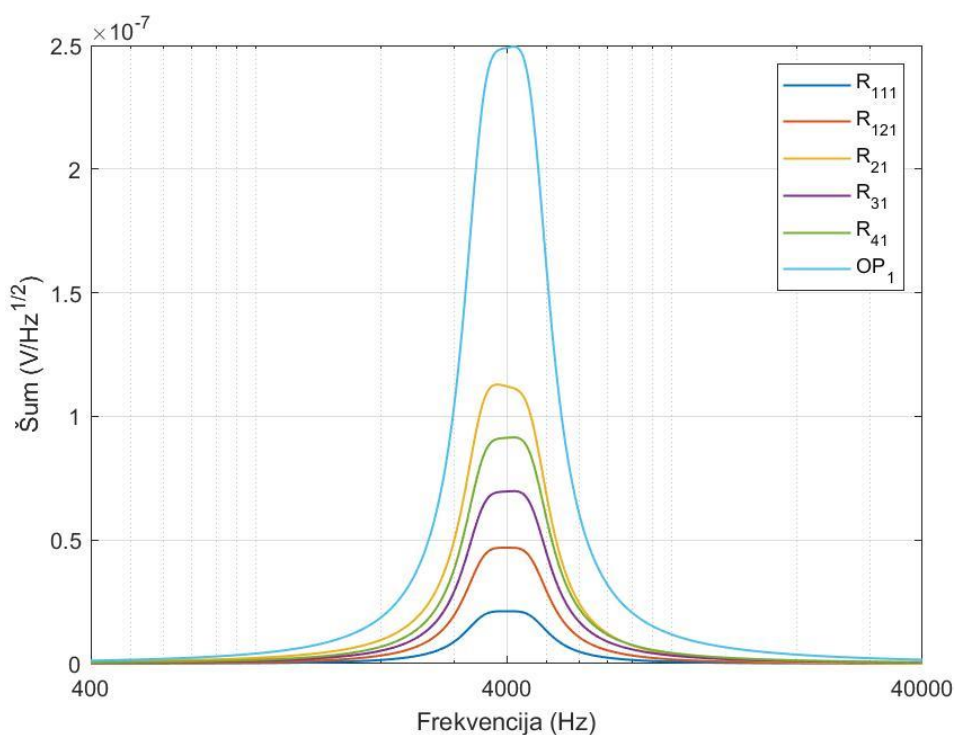
Sada kada su određene ove vrijednosti, filtarska se struktura može realizirati na tiskanoj pločici. Međutim, prije same izrade potrebno je provjeriti točnost dobivenih karakteristika pomoću nekih drugih alata. O provjeri i naknadnoj realizaciji filtra na tiskanoj pločici će kasnije biti riječ

## 5. PRORAČUN, ANALIZA I USPOREDBA ŠUMA FILTARSKIH STRUKTURA

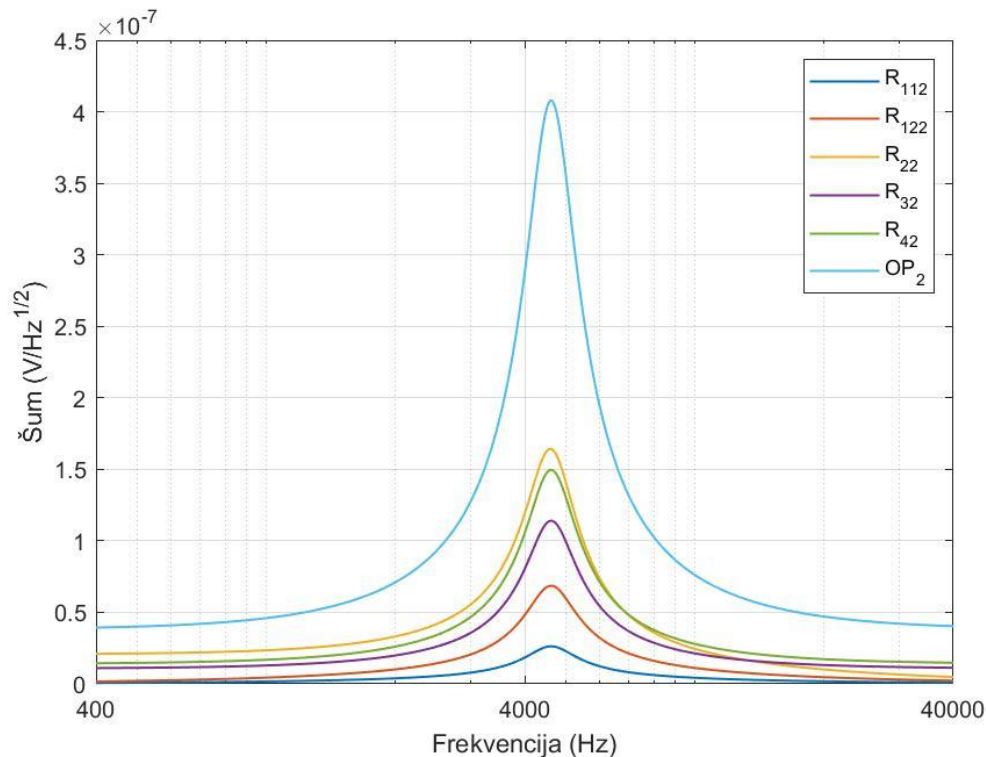
U ovom poglavlju biti će prikazane dobivene karakteristike proračuna spektralne gustoće napona šuma. Cilj ovog diplomskog rada je ustvrditi karakteristiku šuma za PP filter u spoju kaskade i spoju kaskade bikvarta te ih međusobno usporediti. U proračunu karakteristike šuma uzimao se termički šum koji nastaje na otporniku te šum operacijskog pojačala. U radu je korišteno operacijsko pojačalo LM1055 sa svojom spektralnom gustoćom napona šuma (*eng. input noise voltage density*)  $E_s = 14 \text{ nV}$ .

### 5.1. Spektralna gustoća napona šuma kaskade

Proračun šuma rađen je promatrajući elemente sekcija pojednično. Tablicom koja se nalazi u prilogu radu prikazane su prijenosne impedancije za svaki otpornik kaskade pojedinačno te prijenosna funkcija za operacijsko pojačalo. Grafički prikazi karakteristika šuma za prvu i drugu sekciju te ukupna karakteristika šuma kaskade prikazani su idućim slikama.

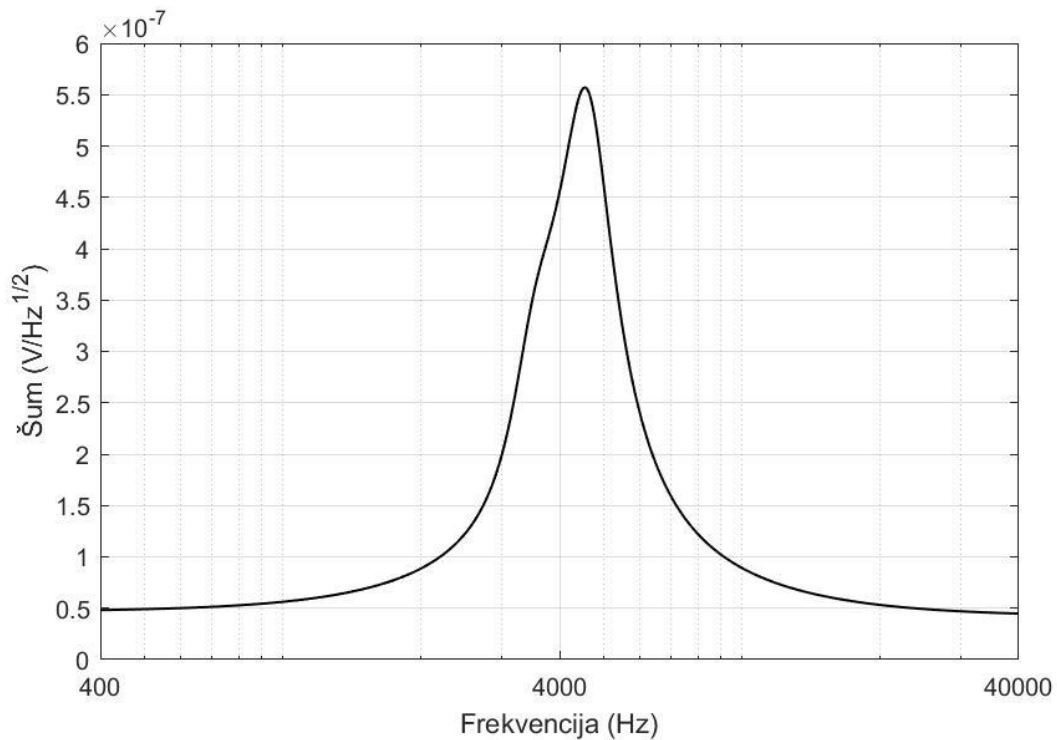


Slika 5.1. Karakteristike šuma po elementima 1.sekcije PP filtra u spoju kaskade – Matlab



Slika 5.2. Karakteristike šuma po elementima 2.sekcije PP filtra u spoju kaskade – Matlab

Na Slici 5.1. prikazane su karakteristike šuma za svaki otpornik te karakteristika šuma operacijskog pojačala 1.sekcije kaskade. Promatrajući sliku može se zaključiti kako je razina šuma najveća u okolici centralne frekvencije. Razlog tome je što osim signala u tom pojasu propuštamo i šum te će i on u ovom dijelu spektra biti najveći. Nadalje, primjećuje se kako od elemenata sekcije, operacijsko pojačalo ima najveći šum koji na centralnoj frekvenciji iznosi  $2.5 \cdot 10^{-7} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Na Slici 5.2, dan je grafički prikaz karakteristika šuma za 2.sekciju kaskade. Ponovno se može vidjeti kako je najveća razina šuma prisutna za sve komponente sekcije na centralnoj frekvenciji te da ponovno najveću razinu šuma ima operacijsko pojačalo koje na centralnoj frekvenciji iznosi  $4.1 \cdot 10^{-7} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$  pri 4593 Hz



Slika 5.3. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma PP filtra 4. reda u spoju kaskade – Matlab

Finalno, na Slici 5.3 prikazana je ukupna karakteristika šuma PP filtra 4. reda u spoju kaskade. Šum na centralnoj frekvenciji iznosi otprilike  $4.5 \cdot 10^{-7} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Efektivna vrijednost spektralne gustoće napona šuma dobivena je izrazom (2.30) te iznosi

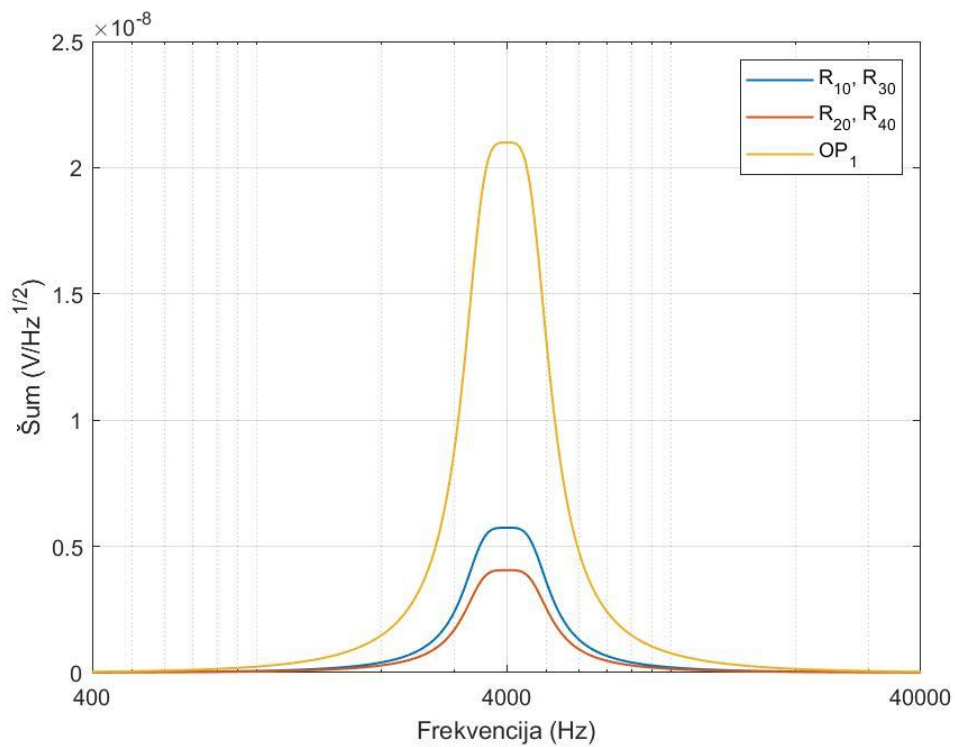
$$E_{n\text{ ef}}^2 = \int_{2\pi \cdot 400}^{2\pi \cdot 40000} V_N^2(\omega) d\omega = 26.347 \mu\text{V} \quad (7.1)$$

## 5.2. Spektralna gustoća napona šuma kaskade bikvarta

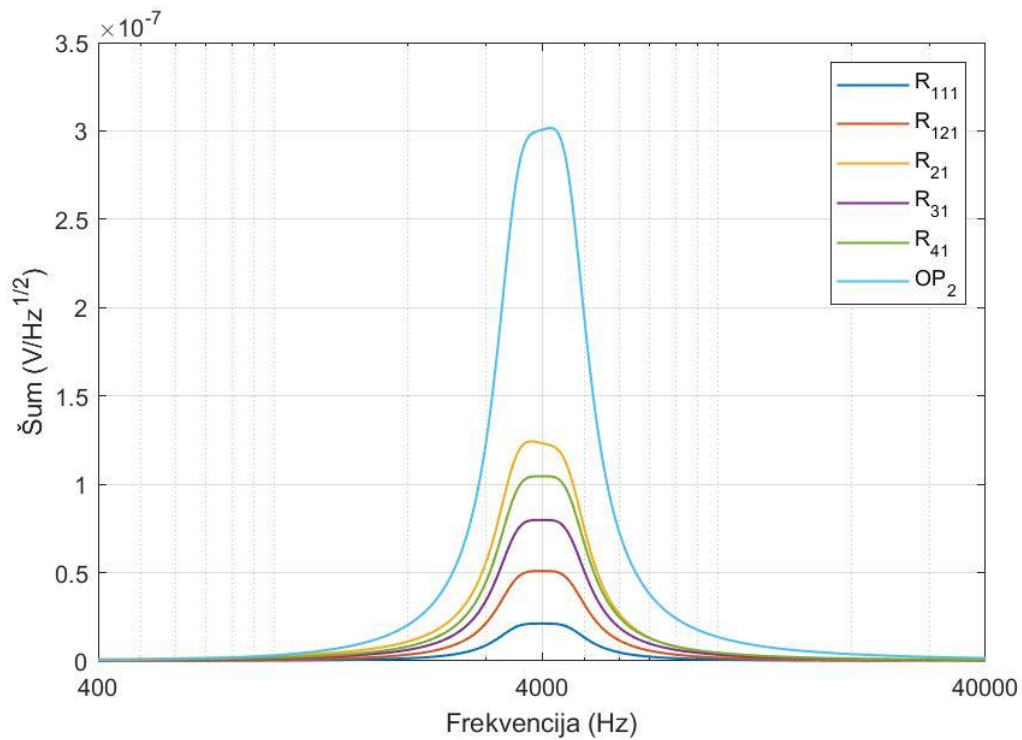
U slučaju PP filtra 4. reda u spoju kaskade bikvarta, karakteristike spektralne gustoće napona šuma morat će se računati promatrajući cijeli filter, a ne sekcijski kao kod filtra u spoju kaskade. Ponovno, šum će se promatrati za svaki otpornik pojedinačno te za svako operacijsko pojačalo u filteru. Ukupna karakteristika šum dobiti će se koristeći izraz (2.29). Karakteristike su se računale pomoću jednadžbi napona čvorova koje su tvorile sustav, a koji se rješavao pomoću alata MATLAB.



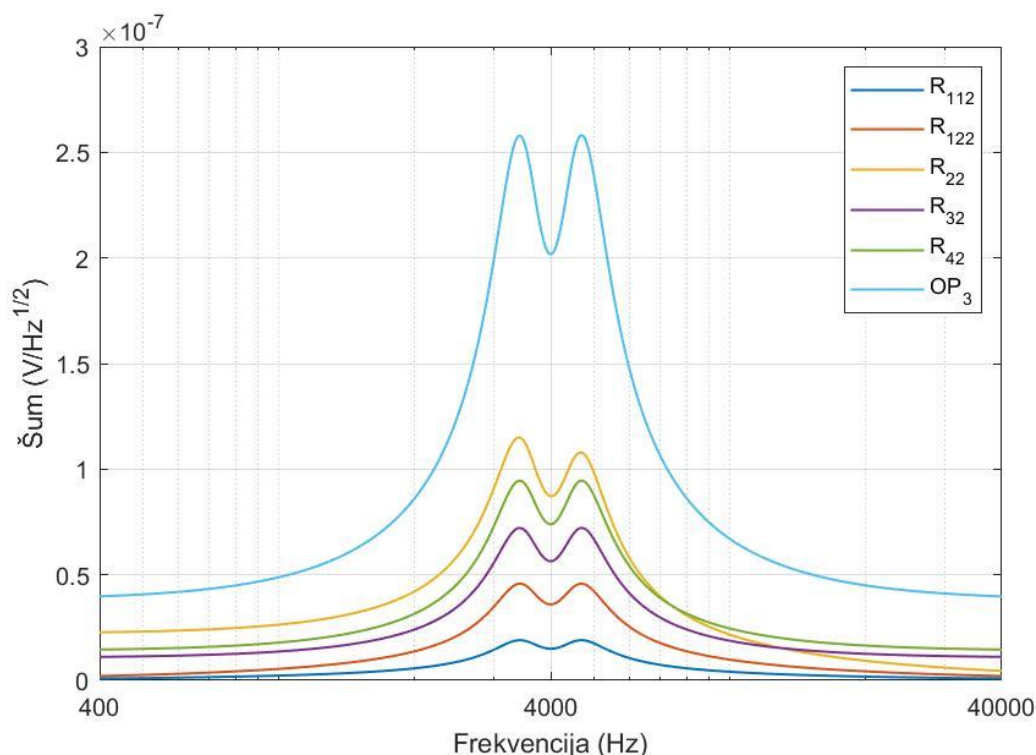
Grafički prikazi funkcija koje su dane u Tablici 5.2. podijeljeni su na par slika kako bi bio jasniji prikaz karakteristika šuma.



Slika 5.4. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (1) - Matlab



Slika 5.5. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (2) – Matlab

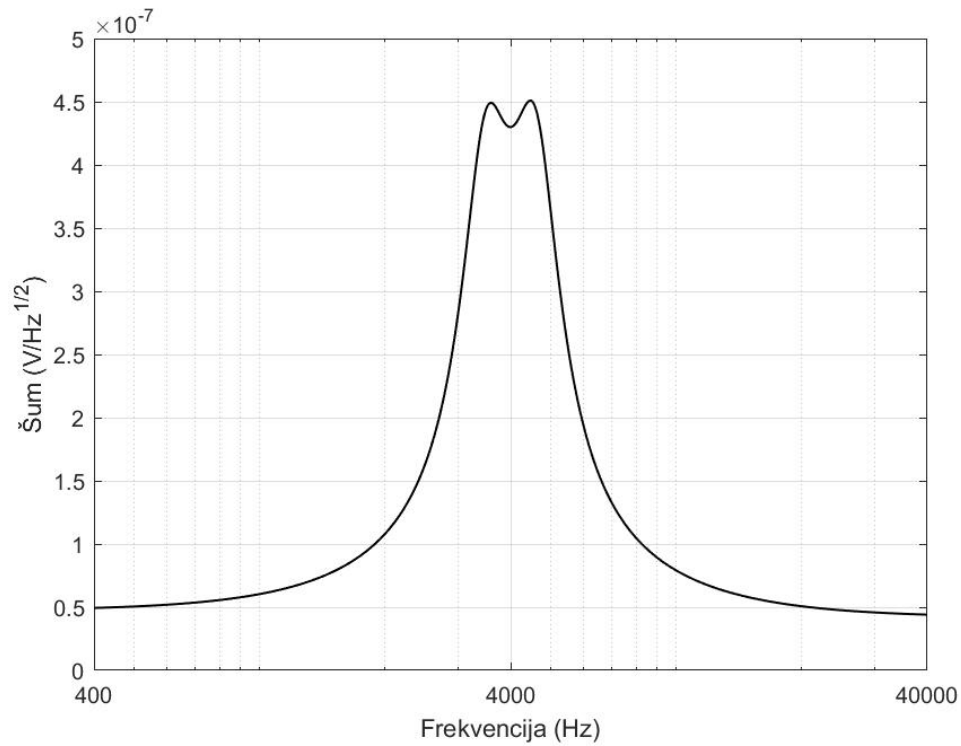


Slika 5.6. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (3) – Matlab

Na gornjim slikama vidljivo je kako najviše šuma proizvode operacijska pojačala, dok od otpornika najviše šuma imaju elementi  $R_{21}$  i  $R_{22}$ . Također, može se primijetiti kako su funkcije šuma identične za elemente  $R_{10}$  i  $R_{30}$  te za  $R_{20}$  i  $R_{40}$ . Kod grafičkog prikaza, specifično je kako funkcije šuma koje pripadaju zadnjim elementima u filtarskog spoja imaju karakteristična dva brijega što nije slučaj za elemente s početka filtarskog spoja.

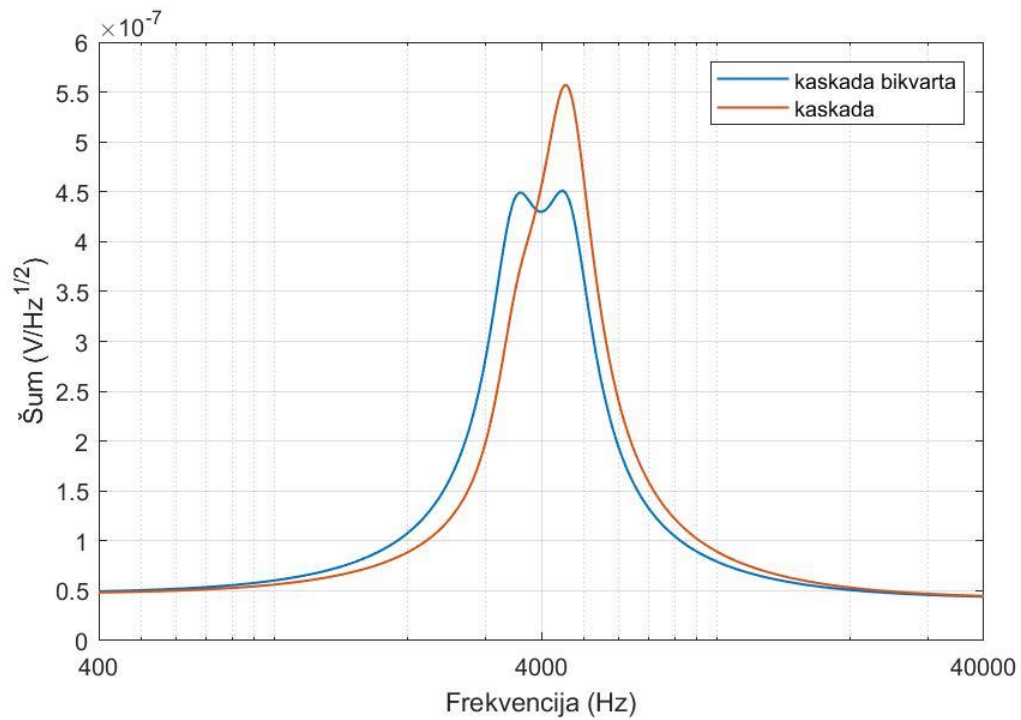
Na idućoj je slici prikazana ukupna karakteristika šuma PP filtra u spoju kaskade bikvarta. Ukupna karakteristika šuma filtra u spoju kaskade bikvarta ima karakteristična dva brijega u okolini centralne frekvencije, dok na samoj centralnoj frekvenciji šum iznosi  $4.3 \cdot 10^{-7} V/\sqrt{Hz}$ . Efektivna vrijednost spektralne gustoće napona šuma dobivena je izrazom (2.30) te iznosi

$$E_{n\,ef}^2 = \int_{2\pi \cdot 400}^{2\pi \cdot 40000} V_N^2(\omega) d\omega = 24.159 \mu V \quad (7.5)$$



Slika 5.7. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade bikvarta – Matlab

### 5.3. Usporedba spektralnih gustoća napona šuma filtarskih struktura



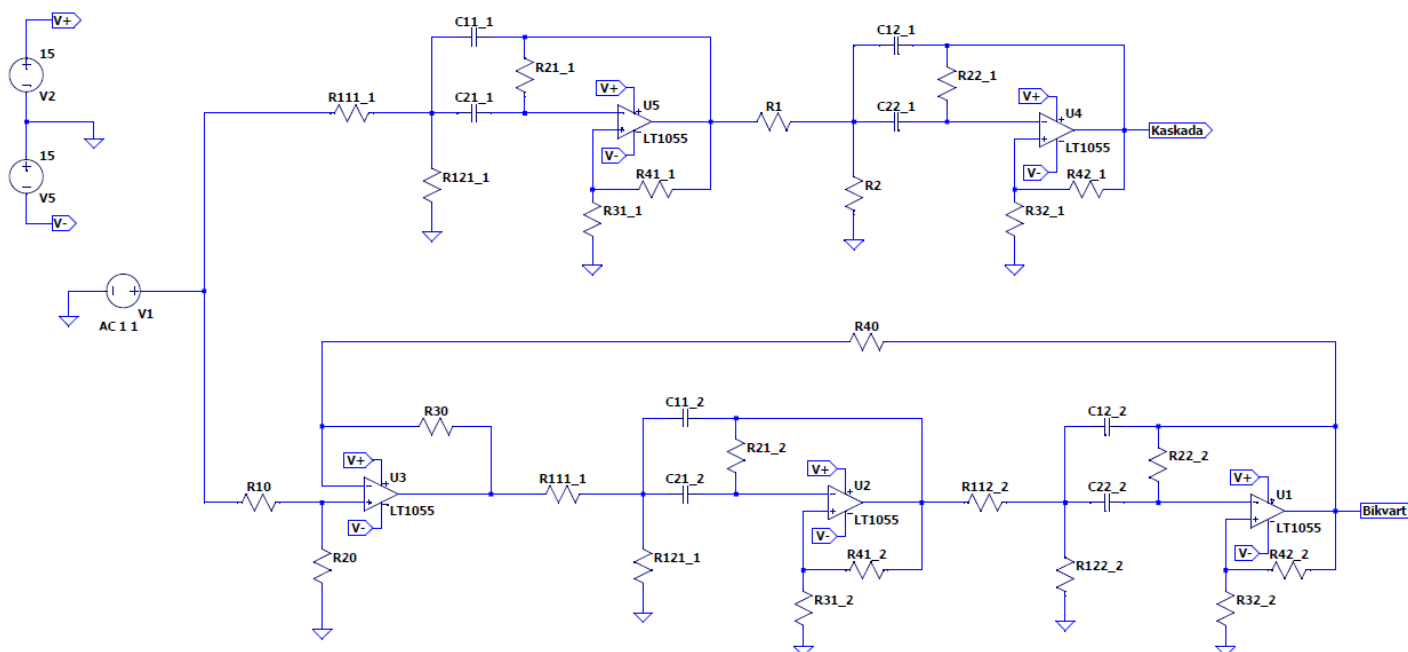
Slika 5.8. Usporedba karakteristika šuma filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta

Na Slici 5.8. nalaze se ukupne karakteristike spektralne gustoće napona šuma za PP filtra 4. reda u spoju kaskade i kaskade bikvarta. Karakteristike se vizualno razlikuju te ukupna karakteristika šuma za filtra u spoju kaskade pokazuje kako je veći šum prisutan kod kaskade u odnosu na kaskadu bikvarta. Efektivna vrijednost spektralne gustoće napona šuma također je veća kod filtera u spoju kaskade. Ovim postupcima proračuna šuma za ove dvije filtarske strukture pokazano je kako ostvarivanjem PP filtra u strukturi kaskade bikvarta se smanjuje šum, međutim, arhitektura filtra raste stoga se i njegov proračun otežava.

## 6. ANALIZA FILTRA U SPICE PROGRAMU

Kroz ovo poglavlje biti će prikazane karakteristike filtra koje ga opisuju. Te su karakteristike ranije već bile prikazane, no u tom slučaju dobivene pomoću programa MATLAB. U ovom slučaju, karakteristike će se dobiti upotrebom drugog alata. „LTSpice“ program je naziv cijele jedne skupine programa koji se u praksi koristi za električnu analizu sklopova. Za razliku od alata MATLAB, čije su karakteristike idealne, „LTSpice“ u proračunu uzima i neke realne karakteristike elemenata, npr. temperaturnu ovisnost. Zbog toga, ovaj je alat dobar za provjeru točnosti dobivenih karakteristika iz MATLAB-a. Usporedbom karakteristika dobivenih pomoću ova dva alata, moći će se zaključiti o uspješnosti proračuna filtra.

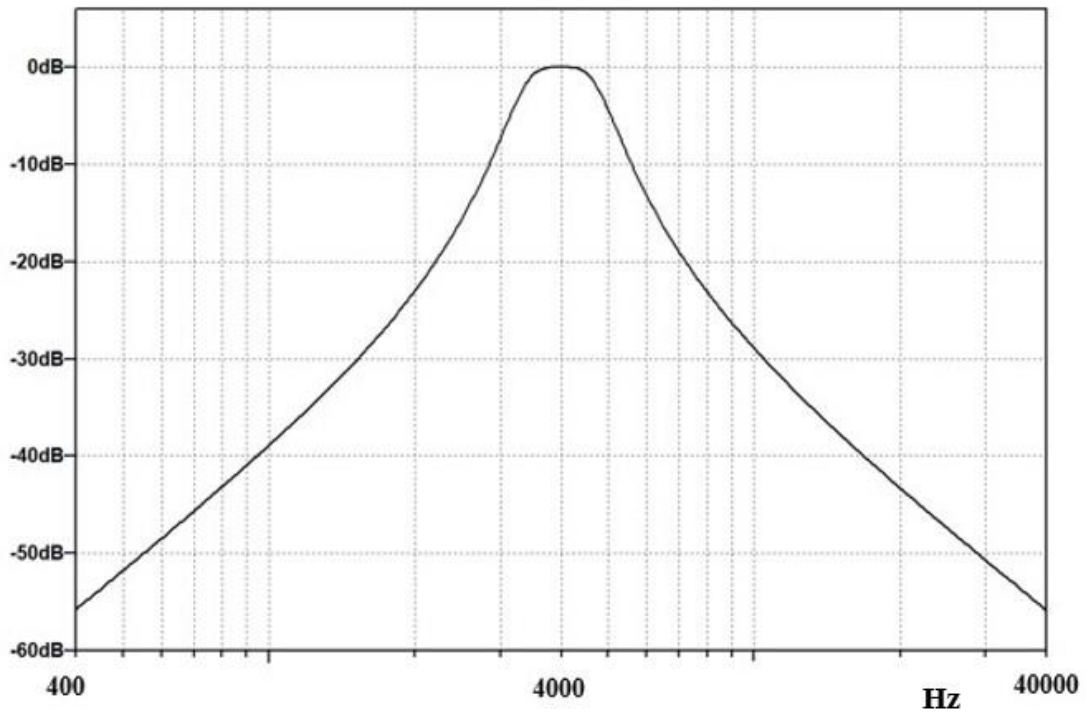
Budući da se u radu obrađuju filtarske sekcije u spoju kaskade i kaskade bikvarta, na idućim slikama prikazan je PP filter u tim spojevima



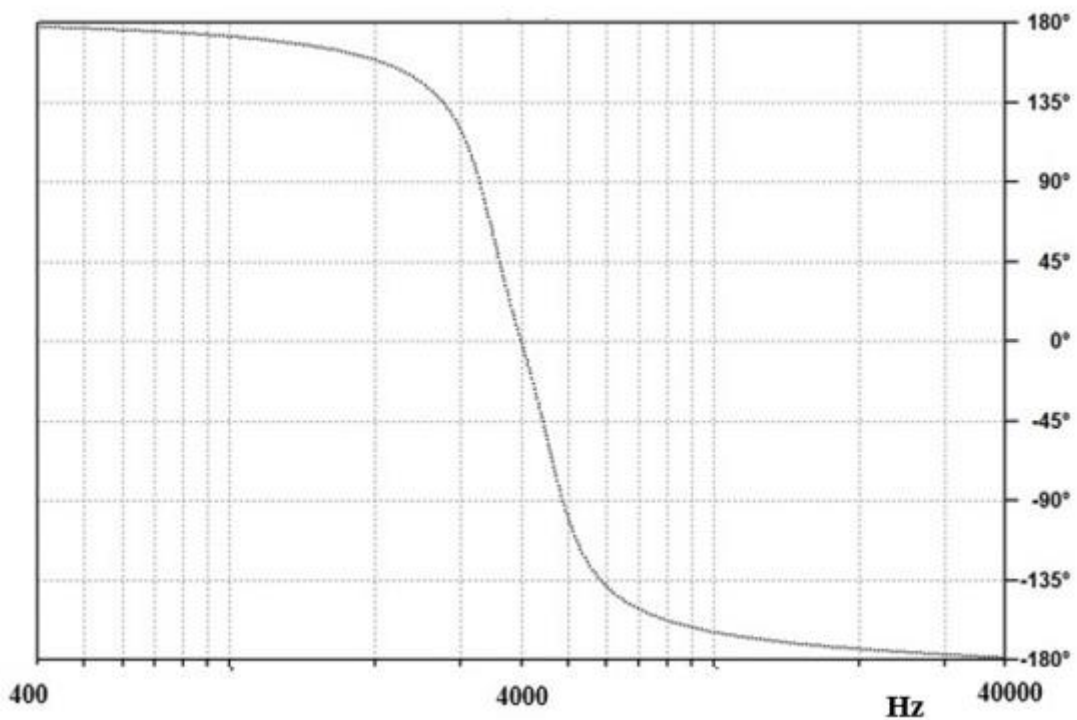
Slika 6.1. Sheme PP filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta – LT Spice

Karakteristike koje će se u ovom poglavlju prikazati, odnosno uspoređivati biti će amplitudno frekvencijska karakteristika, fazno frekvencijska karakteristika, grupno vrijeme kašnjenja, skokovni odziv te karakteristika spektralne gustoće napona šuma.

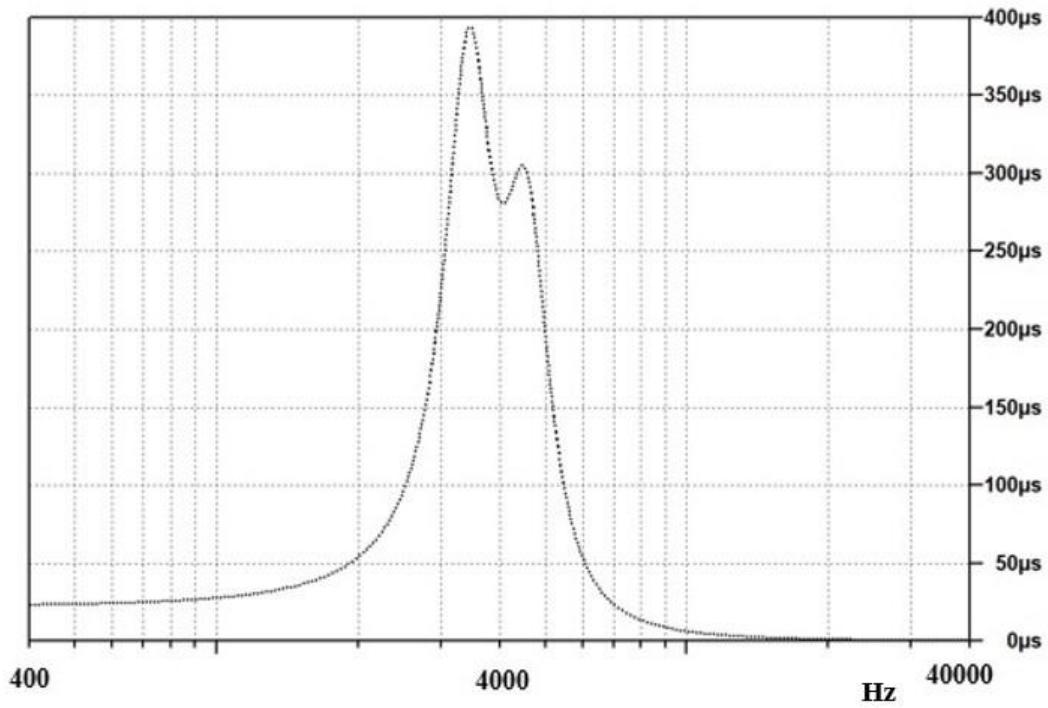
### 6.1. Frekvencijske karakteristike i vremenski odzivi



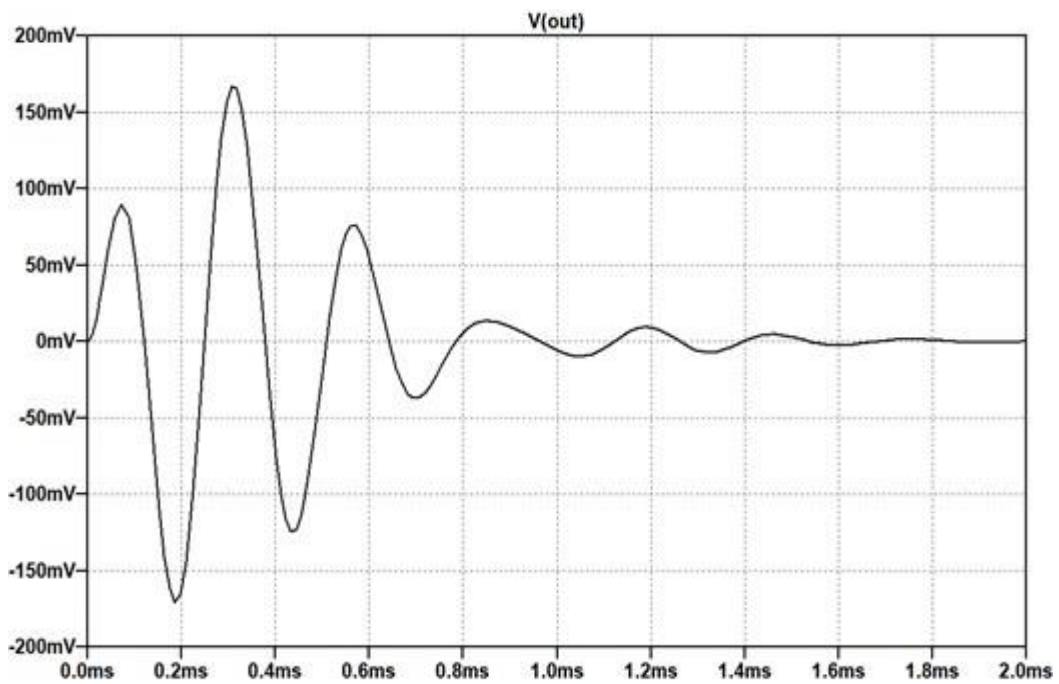
Slika 6.2. Amplitudno frekvencijska karakteristika - LT Spice



Slika 6.3. Fazno frekvencijska karakteristika - LT Spice



Slika 6.4. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja - LT Spice



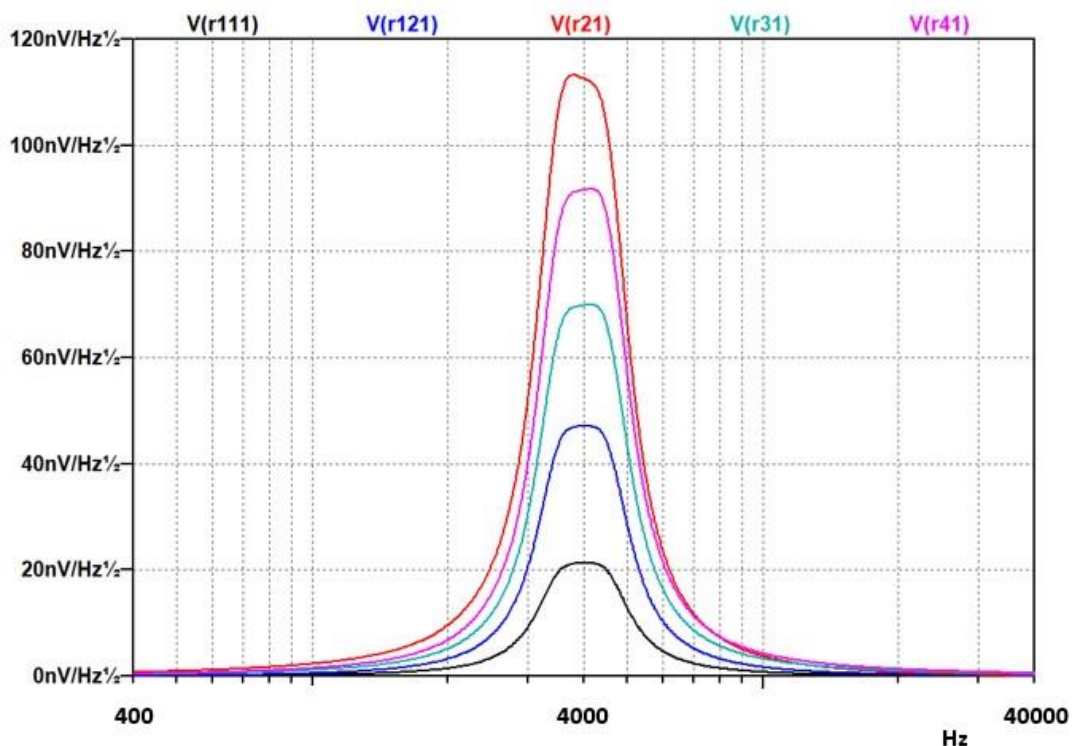
Slika 6.5. Skokovni odziv - LT Spice

Usporedbom Slika 6.2.-6.4. s 4.5.-4.9. može se zaključiti kako se amplitudno - fazno frekvencijske karakteristike te karakteristike grupnog vremena kašnjenja u potpunosti podudaraju što potvrđuje ispravnost proračuna.

Skokovni se odzivi također podudaraju što se može zaključiti iz usporedbe Slike 6.5 i Slike 4.10.

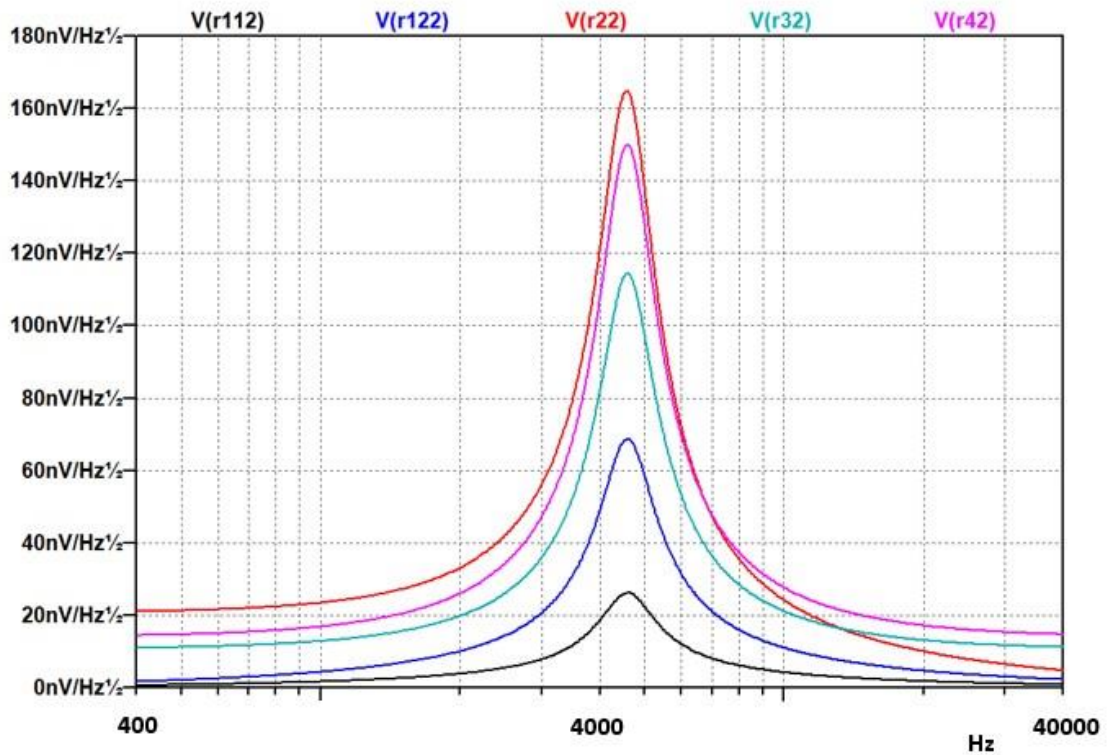
## 6.2. Spektralna gustoća napona šuma kaskade

U ovom će se poglavlju provjeriti proračun karakteristika spektralne gustoće napona šuma za PP filter u spoju kaskade. Kako je riječ o kaskadnoj strukturi, ponovno će se promatrati sekcije 2. reda pojedinačno, a naposljetku ukupna karakteristika šuma. Na idućim slikama prikazane su karakteristike spektralne gustoće napona šuma po elementima pojedinačno. Također valja napomenuti kako na idućim slikama nedostaje karakteristika spektralne gustoće napona šuma za operacijsko pojačalo zbog nemogućnosti programa LTSpice da izvrši prikaz te karakteristike.

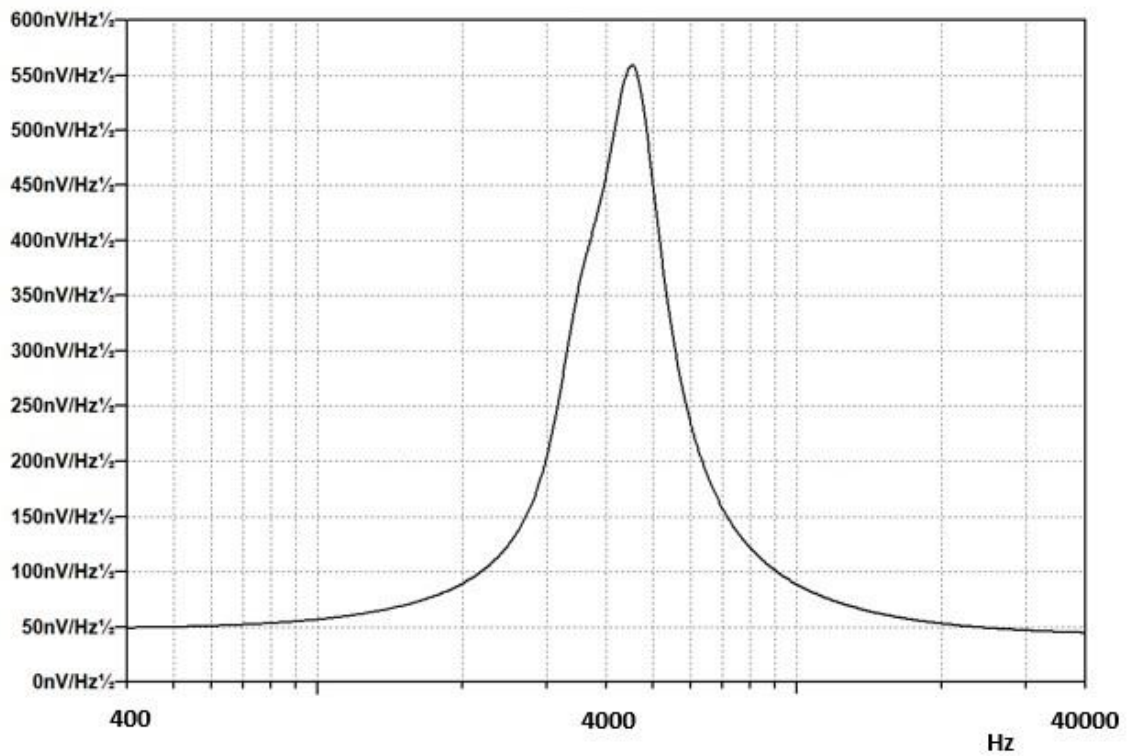


Slika 6.6. Karakteristike šuma po elementima 1. sekcije PP filtra u spoju kaskade - LTSpice





Slika 6.7. Karakteristike šuma po elementima 2. sekcije PP filtra u spoju kaskade – LTSpice



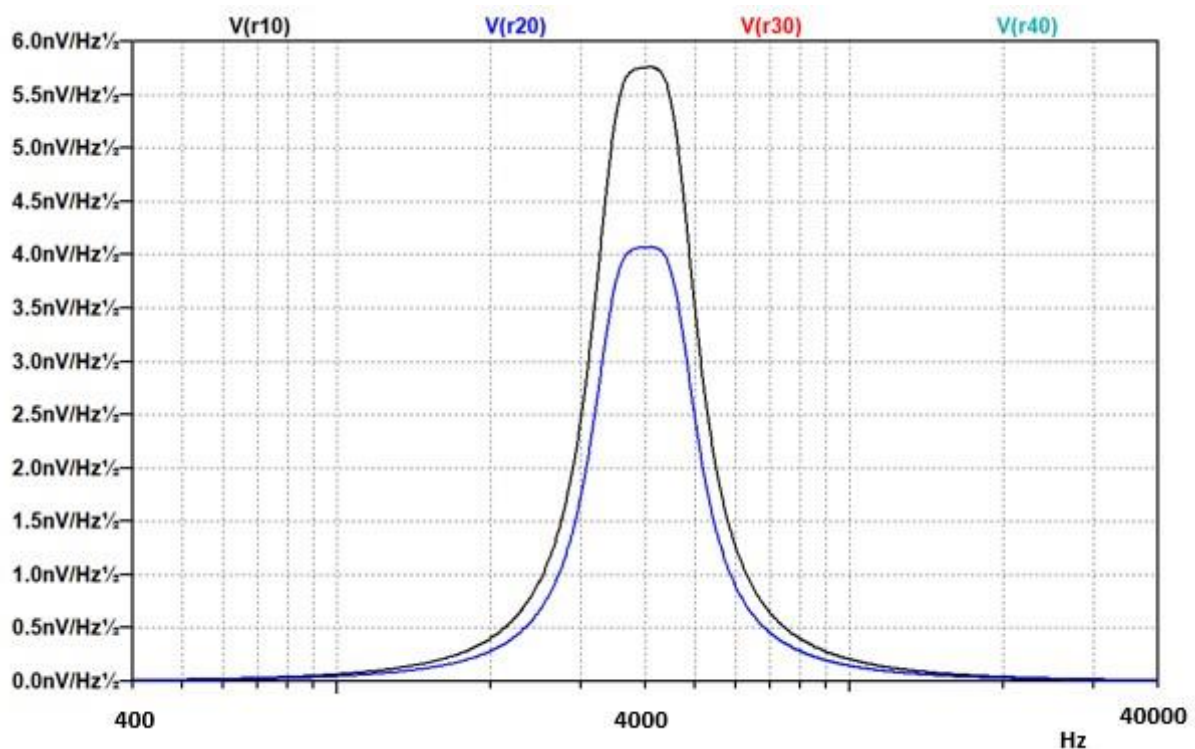
Slika 6.8. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade - LT Spice

Uspoređujući Slike 6.6. – 6.8. sa Slikama 5.1. -5.3. možemo zaključiti kako se karakteristike podudaraju što potvrđuje točnost proračuna. Također, ukoliko se pogleda iznos šuma na centralnoj frekvenciji, ono u oba slučaja iznosi otprilike  $450 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$ .

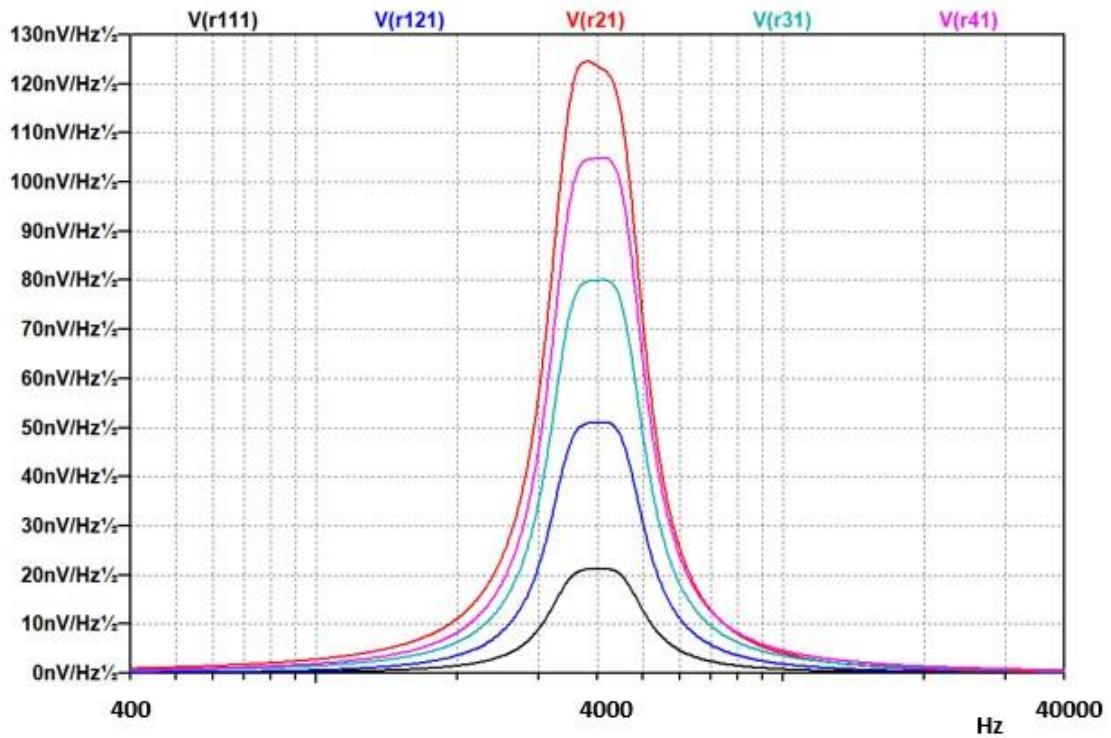
### 6.3. Spektralna gustoća napona šuma kaskade bikvarta

Identičan postupak ćemo ponoviti i za slučaj PP filtra u spoju kaskade bikvarta. Međutim, budući da u ovom slučaju imamo povratnu vezu, ne može se filter promatrati po nekim sekcijama nego kao cjeloviti sustav.

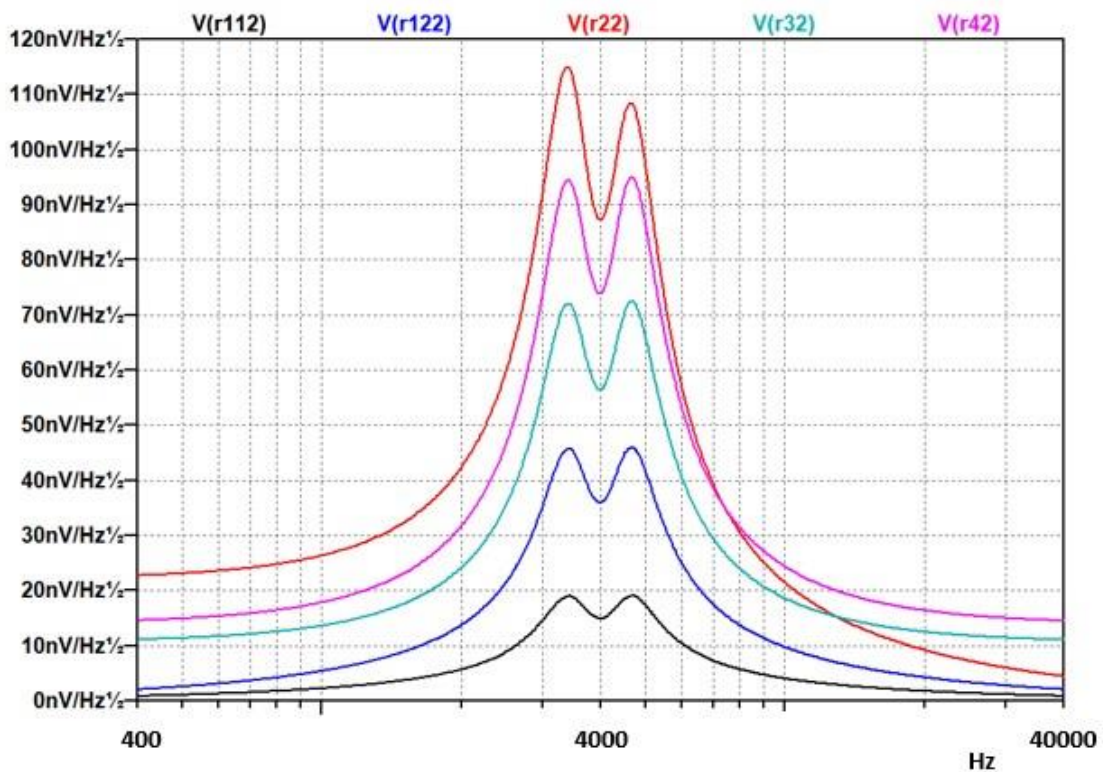
Zbog bolje preglednosti, na idućim su slikama karakteristike spektralne gustoće napona šuma odvojene na više različitih slika.



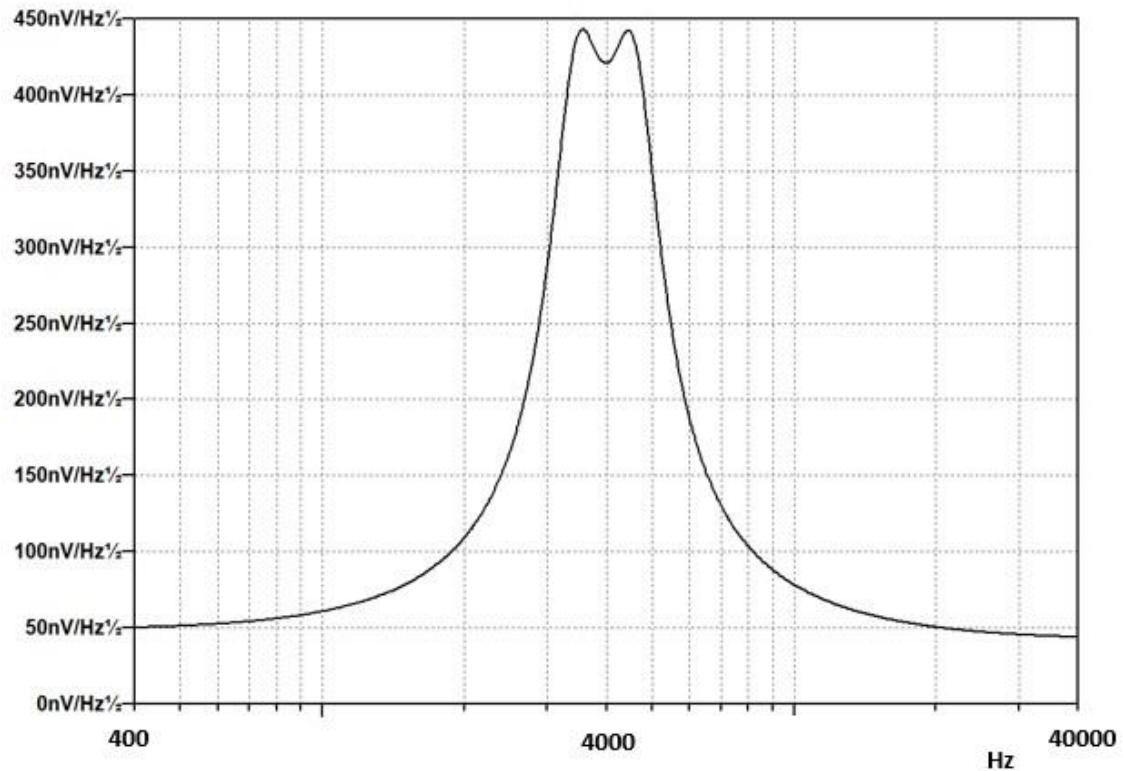
Slika 6.9. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma ulazne sekcije filtra u spoju kaskade bikvarta (1) - LTSpice



Slika 6.10. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (2) – LTSpice



Slika 6.11. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (3) - LTSpice



Slika 6.12. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade bikvarta - LT Spice

Nakon usporedbe Slika 6.9. – 6.12. sa Slikama 5.4. – 5.7. može se zaključiti kako se i one podudaraju što ponovno dokazuje točnost proračuna i u ovom slučaju kada je riječ o filtru u spoju kaskade bikvarta.

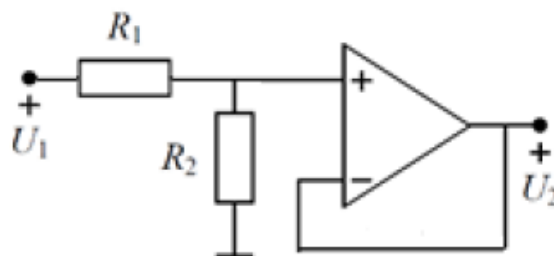
U ovome je poglavlju pokazano kako su karakteristike dobivene putem alata MATLAB te LTSpice identične što pokazuje kako je proračun ispravan te sustav u cijelosti opisuje PP filter 4. reda.

## 7. REALIZACIJA POJASNOPROPUSNOG FILTRA 4. REDA

U prethodnim poglavljima izračunate su teorijske vrijednosti potrebne za sintezu PP filtra u idealnim uvjetima i prikazane su karakteristike tog filtra za normirane i denormirane vrijednosti. Za izradu prototipa ili proizvodnog primjerka potrebno je izračunate vrijednosti otpora i kapaciteta što je moguće bliže aproksimirati standardnim komercijalnim elementima. Uz odabir pasivnih komponenti potrebno je odabrati isplative aktivne komponente koje zadovoljavaju zadane specifikacije. U ovome će se poglavlju stoga prikazati izrada prototipa filtra u strukturi kaskade bikvarta u laboratorijskim uvjetima čije će se karakteristike provjeriti putem mrežnog analizatora. Nakon toga slijedi prikaz realiziranog PP filtra na pločici koji je izrađen pomoću alata „KiCAD“. Tako dizajniran filter pogodan je za proizvodnju i realnu upotrebu.

### 7.1. Izrada praktičnog modela filtra

Prije same realizacije filtra, potrebno je izabrati ispravne komponente koje ga realiziraju. PP filter 4. reda grade 3 operacijska pojačala, otpornici te kondenzatori. Za aktivnu komponentu odabrano je integrirano dvokanalno operacijsko pojačalo *TL082* od tvrtke *ST Microelectronics*. U izradi koristile su se dvije takve aktivne komponente gdje su tri operacijska pojačala iskorištena za sam filter. Četvrto operacijsko pojačalo služi za korekciju pogreške koju unosi naponsko dijelilo mrežnog analizatora. Prilikom mjerenja mrežnim analizatorom ulazni signal sa funkcijskog generatora se dijeli na pola, na način da pola ide na ulaz filtra, a pola na referentnu točku analizatora. Zbog toga, prilikom mjerenja amplitudne karakteristike filtra na visokim frekvencijama, umjesto 0 dB instrument mjeri 6 dB. Ta pogreška korigira se sklopom na idućoj slici gdje su vrijednosti otpornika 2 k $\Omega$ .



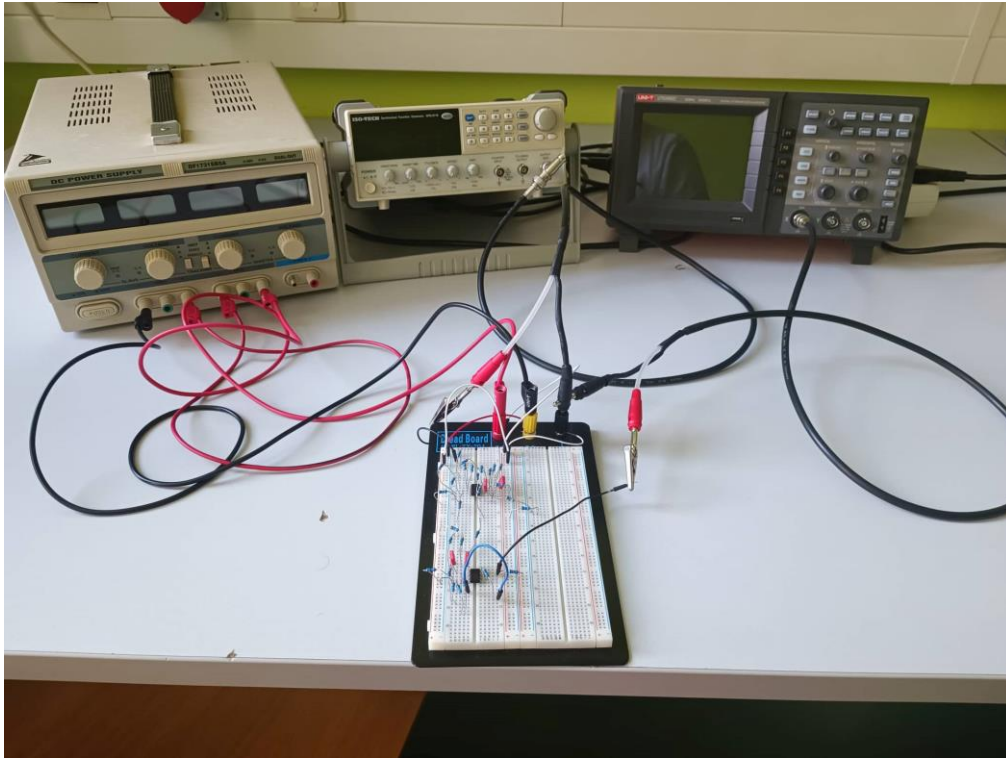
Slika 7.1. Sklop za korigiranje pojačanja od 6 dB [7]

Denormirane vrijednosti otpora i kapaciteta izračunate analitičkim putem su precizne i idealne vrijednosti elemenata te su prikazane u Tablici 4.3. Pasivne komponente prodaju se u vrijednostima određene standardnim nizovima [5]. Broj podjela standardnih vrijednosti u tim nizovima ovisi o toleranciji same komponente gdje manja tolerancija daje niz sa većim brojem podjela. Zato su odabrani poliesterski kondenzatori čije su izmjerene vrijednosti najmanje odudarale od idealnih. Otpornici su se birali iz standardnog niza za otpornike E24. Svaki je idealni otpor realiziran s maksimalno dva serijski spojena otpornika. U idućoj se tablici nalaze vrijednosti tih otpornika s prikazanim odstupanjem od idealne vrijednosti.

Tablica 7.1. Vrijednosti elemenata filtra – standardni niz E24

Element	Idealna vrijednost	Stvarna vrijednost	Odstupanje
$R_{10}$	1990 $\Omega$	1997 $\Omega$	0.35%
$R_{20}$	3979 $\Omega$	3968 $\Omega$	-0.27%
$R_{30}$	1990 $\Omega$	1983 $\Omega$	-0.36%
$R_{40}$	3979 $\Omega$	3962 $\Omega$	-0.42%
$R_{111}$	27028 $\Omega$	27090 $\Omega$	0.23%
$R_{121}$	4666 $\Omega$	4647 $\Omega$	-0.41%
$R_{21}$	3979 $\Omega$	3958 $\Omega$	-0.53%
$R_{31}$	6832 $\Omega$	6846 $\Omega$	0.20%
$R_{41}$	3979 $\Omega$	3958 $\Omega$	-0.53%
$R_{112}$	27028 $\Omega$	26996 $\Omega$	-0.12%
$R_{122}$	4666 $\Omega$	4671 $\Omega$	0.11%
$R_{22}$	3979 $\Omega$	3958 $\Omega$	-0.55%
$R_{32}$	6832 $\Omega$	6846 $\Omega$	0.20%
$R_{42}$	3979 $\Omega$	3957 $\Omega$	-0.55%
$C_{11}$	10 nF	9.87 nF	-1.32%
$C_{21}$	10 nF	9.79 nF	-2.14%
$C_{21}$	10 nF	9.73 nF	-2.77%
$C_{22}$	10 nF	9.82 nF	-1.83%

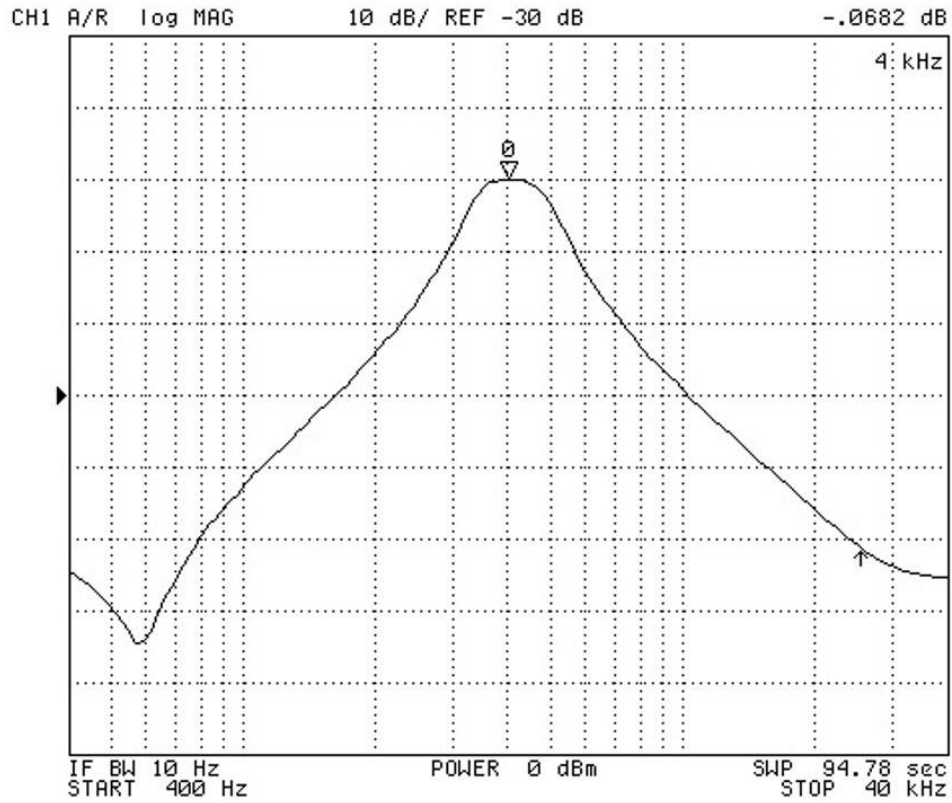
Nakon spajanja svih komponenti, potrebno je dovesti napon napajanja za operacijska pojačala te signal na ulaz PP filtra. Na idućoj slici nalazi se laboratorijski postav koji je korišten. Osim filtra spojenog na testnoj pločici, u mjerenju su se koristili naponski izvor za napajanje operacijskih pojačala, funkcijski generator kao izvor signala te osciloskop za promatranje izlaznog signala iz filtra.



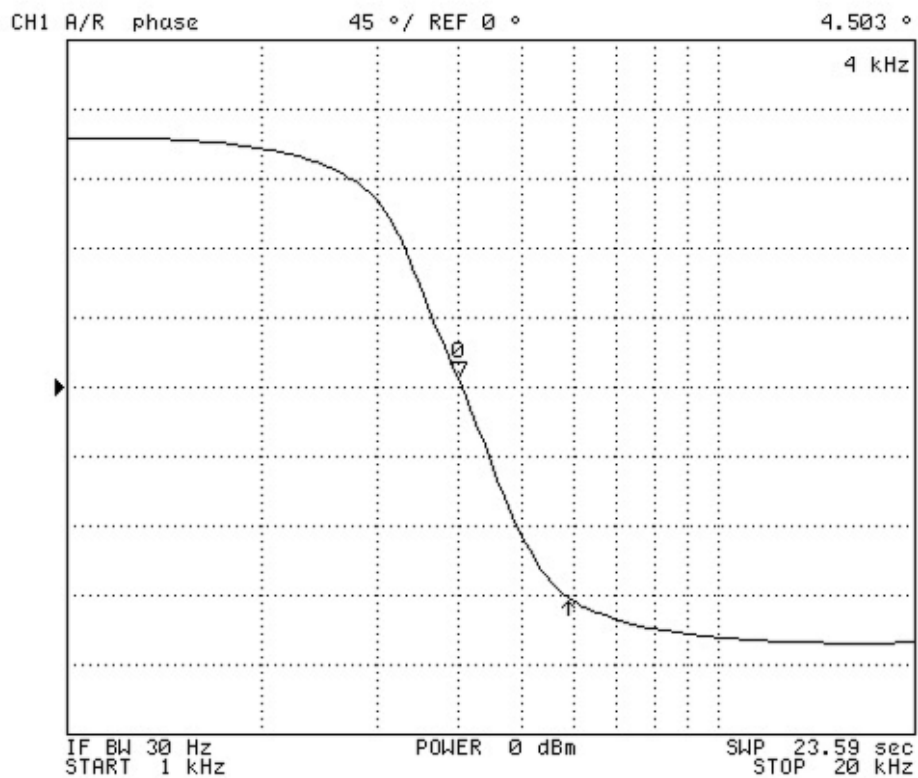
*Slika 7.2. Laboratorijski postav filtra*

Prije samog mjerenja mrežnim analizatorom, izvršena je provjera točnosti spojenog filtra. Pomoću funkcijskog generatora se narine signal određene amplitude na ulaz filtra, a na izlazu se voltmetrom promatra vrijednost napona. Amplituda se na funkcijskom generatoru mijenja dok se na voltmetru ne očita vrijednost jedan. Ispravnost filtra promatrala se na gornjoj i donjoj graničnoj frekvenciji gdje se na voltmetru trebalo očitati 0.707V, a uz to mjerile su se vrijednosti pojačanja na pojedinim frekvencijama. Usporedbom dobivenih mjerenih vrijednosti s onima dobivenim preko simulacija može se zaključiti kako je filter dobro dizajniran.

Mrežnim analizatorom Agilent 4395A mjerene su amplitudno-fazna frekvencijska karakteristika, grupno vrijeme kašnjenja te karakteristika spektralne gustoće napona šuma. Zbog realnosti elemenata koji sadrže parazitne komponente, granična frekvencija nije idealna. Na idućim slikama prikazane su izmjerene karakteristike.

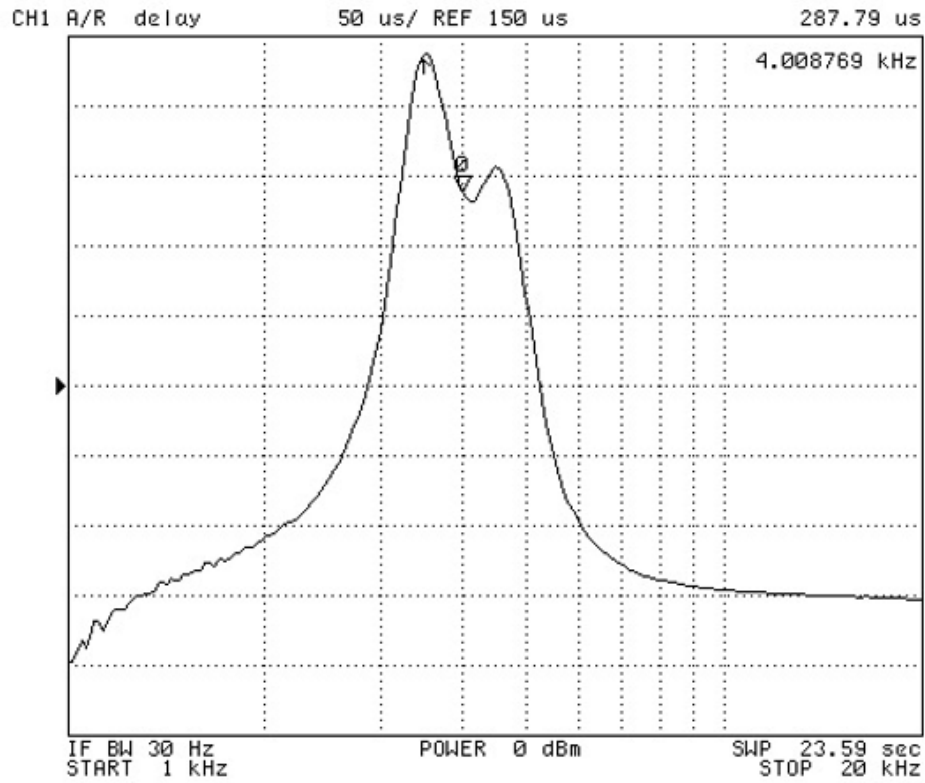


Slika 7.3. Amplitudno frekvencijska karakteristika dobivena mrežnim analizatorom

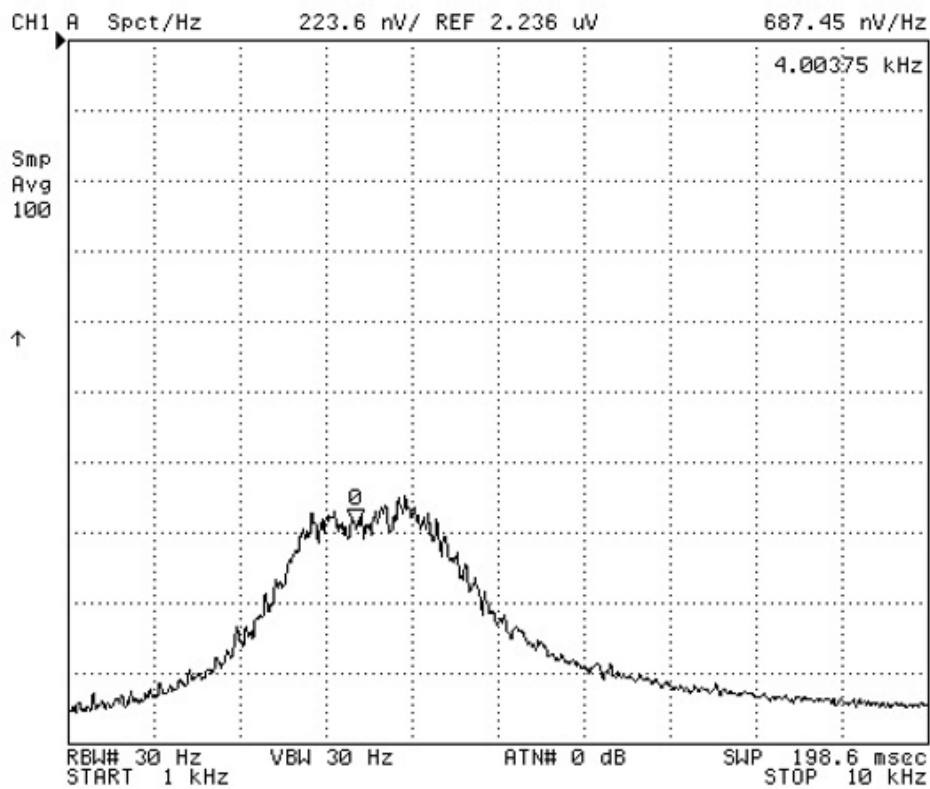


Slika 7.4. Fazno frekvencijska karakteristika dobivena mrežnim analizatorom





Slika 7.5. Grupno vrijeme kašnjenja dobiveno mrežnim analizatorom



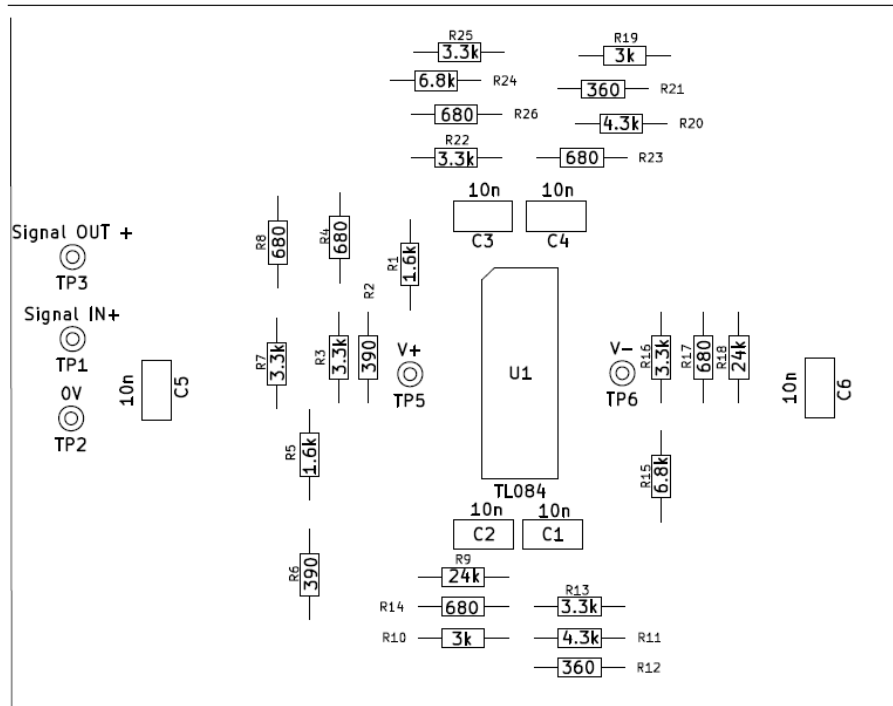
Slika 7.6. Spektralna gustoća napona šuma dobivena mrežnim analizatorom

Uspoređujući slike dobivene s mrežnim analizatorom s onima dobivenim pomoću alata MATLAB te „LTSpice“ može se zaključiti kako se karakteristike u velikoj mjeri poklapaju što pokazuje kako su izabrane vrijednosti komponenta dobre te u potpunosti grade PP filter 4. reda. U mjerenjima postoje određena odstupanja što možemo pridodati odstupanjima vrijednosti realnih komponenti u odnosu na idealne te prisutnost induktivnih i kapacitivnih smetnji u gradnji praktičnog modela filtra. Te se smetnje mogu smanjiti ili čak u potpunosti izbjeći odabirom preciznijih komponenti, izvedbom filtra na pločici sa što kraćim vodovima između komponenti te dobro zalivenom masom. U idućem potpoglavlju biti će prikazan dizajn ovakvog filtra na pločici pomoću softvera „KiCad“ gdje će se raditi na tome da se minimiziraju prethodno opisane stavke koje uzrokuju smetnje.

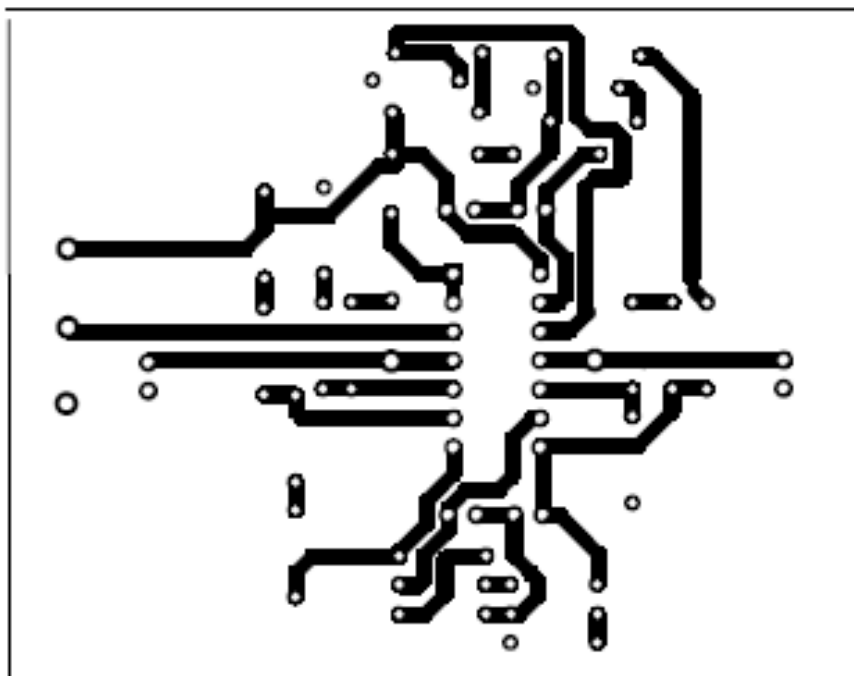
## 7.2. Realizacija filtra na tiskanoj pločici

U odnosu na laboratorijski postav, prilikom izrade filtra na tiskanoj pločici promijenila se aktivna komponenta. Za aktivnu komponentu odabrano je operacijsko pojačalo *TL084* od tvrtke *ST Microelectronics*. *TL084* je integrirano četverokanalno operacijsko pojačalo frekvencijskog pojasa 4 MHz sa ulaznim dijelom izrađenim u JFET tehnologiji. Izdvojene karakteristike pojačala su visoka ulazna impedancija, velika brzina porasta signala, male ulazne struje i mali napon pomaka [6]. Za sam PP filter potrebno je 4 aktivna elementa te je jedan od operacijskih pojačala u integriranom sklopu iskorišten u spoju naponskog slijedila kako bi odvojio ulaznu impedanciju priključnice od ulaza filterske sekcije (eng. *Impedance buffer*). Na stezaljke napajanja spojeni su kondenzatorski razdvojnici (eng. *decoupler*) koji filtriraju visokofrekvencijske naponske tranzijente.

Pri dizajniranju filtra pomoću alata KiCad prvo se pristupa crtanju filterske sheme. Pri tome bitno je da su sve komponente povezane linijama te da su im dodijeljeni nazivi i vrijednosti. Nazivi komponenti se ne smiju ponavljati. Na shemi, osim filtra, potrebno je odrediti i stezaljke koje predstavljaju ulaz i izlaz iz filtra, stezaljke za napajanje operacijskog pojačala te stezaljku koja je pridodana masi, odnosno potencijalu od 0 V. Shema filtra nalazi se u dodacima radu. Nakon što je shema u potpunosti napravljena, slijedi odabir komponenti te njihovih *footprint*. Za ovaj filter izabrani su aksijalni otpornici te pločasti kondenzatori, a sve komponente postavljaju se kroz pločicu (eng. *TH-through hole*). Pločica je izvedena jednoslojno s zalivenom masom radi dobrog uzemljenja te sprječavanja preslušavanja signala. [8]



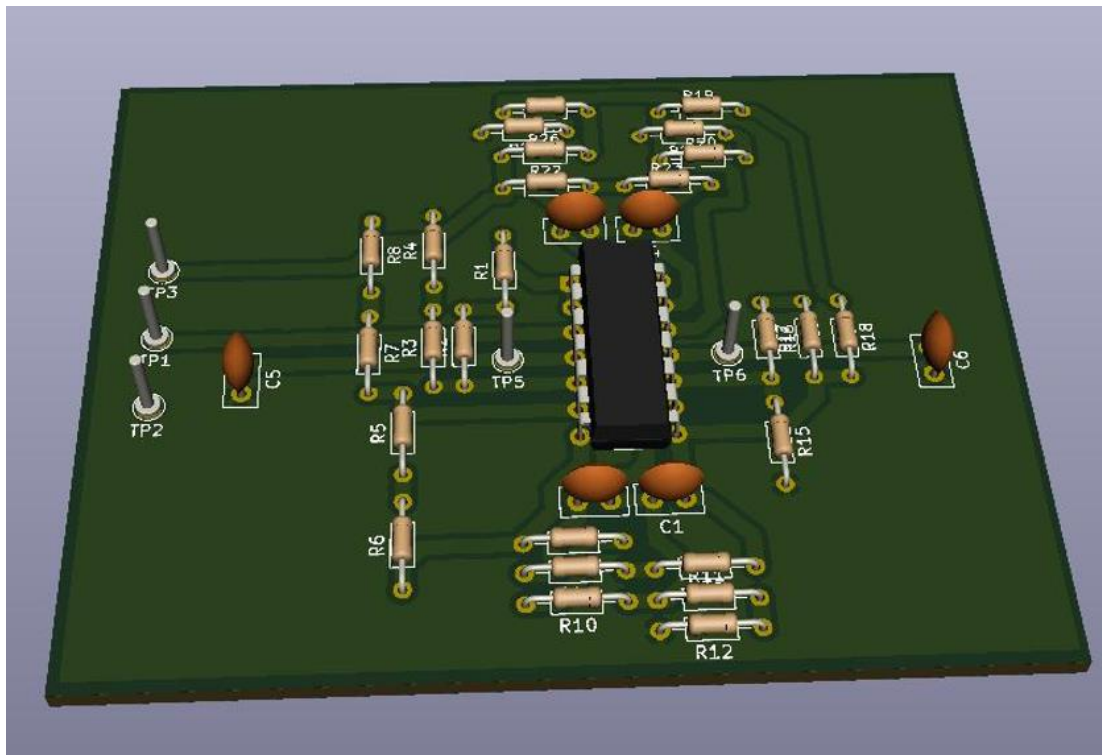
Slika 7.7. Raspored komponenata na pločici



Slika 7.8. Raspored vodova na pločici

Slika 7.7. prikazuje raspored komponenti na pločici. Prilikom slaganja komponenti se pazilo da su udaljenosti između komponenata što manje kako bi se minimizirao utjecaj parazitskih kapaciteta. Stezaljke za ulazni i izlazni signal te masa, postavljeni su jedno do drugih, dok su stezaljke za napajanje operacijskog pojačala uz samo pojačalo. Slika 7.8. prikazuje samo raspored vodova kojima su komponente povezane. Svi su vodovi jednake širine.

Idućom slikom prikazan je 3D izometrijski prikaz dizajnirane pločice na kojoj se ponovno vide sve komponente te njihov raspored.



Slika 7.9. 3D prikaz filtra na pločici

## 8. ZAKLJUČAK

Električni filtar je električni sustav koji na željeni način mijenja karakteristiku spektra ulaznog signala. U ovom diplomskom radu, provedena je analiza dvije filtarske strukture koje grade pojasnopropusni filtar 4. reda. Pojasnopropusni filtar propušta frekvencije koje se nalaze unutar pojasa propuštanja koji je definiran svojom širinom  $B$ . Centralna frekvencija filtra u zadatku je zadana na 4 kHz.

U ovom diplomskom radu provedena je analiza pojasnopropusnog filtra koji je realiziran s dvije strukture. To su kaskadna struktura te struktura kaskade bikvarta. Za obje filtarske strukture najprije su određene normirane prijenosne funkcije te su na temelju njih dobivene frekvencijske karakteristike, vremenski odzivi, a naposljetku su izračunati i elementi realizacije. Isti postupak se provodio i nad denormiranim prijenosnim funkcijama. Budući da su prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta identične, frekvencijske karakteristike te vremenski odzivi su bili identični. Budući da se same strukture razlikuju, u slučaju filtra u strukturi kaskade bikvarta, broj elemenata koji realiziraju filtar je bio nešto veći te sa drugim vrijednostima u odnosu na elemente u kaskadnom spoju.

Posebna pažnja u ovom diplomskom radu posvetila se određivanju i uspoređivanju karakteristika šuma filtra. Izmjenom strukture filtra iz kaskade u kaskadu bikvarta dobili smo složeniju strukturu sa težim proračunom, međutim povoljno smo djelovali na ukupnu razinu šuma. Kod filtra u strukturi kaskade, na centralnoj frekvenciji je iznos šuma  $4.5 \cdot 10^{-7} V/\sqrt{Hz}$  dok je kod filtra u strukturi kaskade bikvarta iznosio  $4.3 \cdot 10^{-7} V/\sqrt{Hz}$ . Efektivna gustoća napona šuma kod kaskade je iznosila  $26.347 \mu V$ , a kod kaskade bikvarta  $24.159 \mu V$ . Osim toga, vidljiva je razlika i u karakteristikama šuma koja je prikazana na Slici 5.8. Sve do sada navedeno provedeno je uz pomoć programa MATLAB te predstavljaju idealne karakteristike i vrijednosti elemenata filtra.

Idući korak je bio provesti usporedbu dobivenih karakteristika putem programa MATLAB s nekim od drugih programskih alata. Odabran je program LTSpice koji u svojim proračunima uzima neke realne karakteristike elemenata filtra stoga je dobar upravo za usporedbu s idealnim karakteristikama. One su prikazane u poglavlju 6 te se može zaključiti kako su dobivene karakteristike identične onima iz MATLAB-a što potvrđuje ispravnost proračuna. Karakteristike koje su se uspoređivale su amplitudno frekvencijska, fazno frekvencijska, grupno vrijeme kašnjenja, skokovni odziv te karakteristike spektralne gustoće napona šuma.

Nakon što je potvrđena ispravnost proračuna usporedbom dobivenih karakteristika krenulo se na praktičnu izradu filtra u laboratoriju. Pri izradi koristilo se operacijsko pojačalo TL082 koje po svojim specifikacijama odgovara odabranom pojačalu koje se koristilo u programu LTSpice. Za otpornike su odabrani oni iz standardnog niza E24 te su se koristila najviše 2 spojena u seriju za dobivanje proračunatog otpora. Odstupanja od idealnih veličina otpora te kapaciteta nisu bila veća od +/- 2%. Model filtra je u grubo ispitan korištenjem funkcijskog generatora i osciloskopa, a nakon toga izvršena su mjerenja mrežnim analizatorom Agilent 4395A. Mrežnim analizatorom su dobivene amplitudno frekvencijska karakteristika, fazno frekvencijska karakteristika, grupno vrijeme kašnjenja te karakteristika spektralne gustoće napona šuma. Sve navedene karakteristike u usporedbi sa simuliranim su vrlo slične, no zbog realnosti komponenti te određenih kapacitivnih i induktivnih smetnji posjeduju određene razlike.

Te se razlike mogu minimizirati, ali i potpuno izbjeći pravilnim dizajnom filtra na pločici te izborom kvalitetnih komponenti što je zadnji zadatak ovog diplomskog rada. Filter realiziran na pločici izradio se pomoću programa KiCAD te se kao takav može proizvesti za realne upotrebe.

U ovom diplomskom radu prikazana je analiza pojasnopropusnog filtra s Butterworthovom aproksimacijom izvedenog u dvije strukture, a proračunima pomoću programa MATLAB, a kasnije i usporedbom dobivenih karakteristika i vrijednosti elemenata s programom LTSpice pokazano je kako se ovaj filter može u potpunosti realizirati. To je kasnije dokazano mjerenjima u laboratorijskim uvjetima gdje se ponovnom potvrdila ispravnost svih proračuna i simulacija. Na razine šuma filtra može se utjecati izradom filtra u nekim drugim strukturama, međutim u tom se slučaju otežava proračun te je potrebno naći kompromis prilikom realizacije takvog filtra.

## LITERATURA

- [1] Stojković N.; Mijat N.: "Analogna obrada signala", Sveučilište u Rijeci – Tehnički fakultet, Rijeka, 2005.
- [2] Šverko Zoran: „NP filter 5. reda sa SIR aproksimacijom“, Diplomski rad, Sveučilište u Rijeci – Tehnički fakultet, Rijeka, 2017
- [3] Nino Stojković: „Analiza osjetljivosti bikvartnih filterarskih blokova s različitim PP sekcijama 2. reda“, Elektrotehnički fakultet, Zagreb
- [4] Jim Karki, Active low pass filter design application note, ožujak 2002, Texas Instruments
- [5] <https://www.vishay.com/docs/31001/dectable.pdf>
- [6] <https://www.ti.com/product/TL084>
- [7] Ribarić Marko: „VP filter 5. reda sa SIR aproksimacijom“, Diplomski rad, Sveučilište u Rijeci – Tehnički fakultet, Rijeka, 2017
- [8] Barrey Olney, Copper Ground Pours, In-Circuit Design Pty

## SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI

Kroz ovaj diplomski rad opisan je postupak projektiranja, analize te u konačnici realizacije pojasnopropusnog filtra 4.reda u kaskadnoj strukturi te kaskadi bikvarta. Analiza i simulacije provedene su korištenjem programa MATLAB te LTSpice. Nakon dobivanja željenih rezultata izrađen je praktični model filtra. Ispravnost izrade potvrdila se mjerenjem osciloskopom, a potom su izvršena mjerenja mrežnim analizatorom te je tako potvrđena ispravnost proračunatih elementa filtra. Dolazi se do zaključka kako filter ispravno radi te se može proizvesti u realne svrhe te je zadatak diplomskog rada uspješno izvršen.

Ključne riječi:

- Pojasnopropusni filtra 4. reda
- Butterworthova aproksimacija
- Frekvencijske karakteristike i vremenski odzivi
- Proračun šuma filtra u strukturi kaskade i kaskade bikvarta

## ABSTRACT AND KEYWORDS

This thesis consists of an overview of a process of design, analysis and realization of the 4th order bandpass in cascade and CBQ structure. The analysis and simulations were performed using MATLAB and LTSpice software. After obtaining the results, a filter model was made experimentally. The correctness of its work was evaluated and confirmed by using oscilloscope and a function generator. Detailed measurements were performed by using network analyser, and the validity of the calculated elements and characteristics was confirmed. This led to the conclusion that the filter works properly and it can be produced for real-life purposes.

Keywords:

- 4th order bandpass filter
- Butterworth approximation
- Frequency and time characteristics
- Noise calculation of filter in cascade and CBQ structure



## POPIS SLIKA I TABLICA

Slika 2.1 Amplitudno frekvencijska karakteristika NP filtra [1] .....	2
Slika 2.2. Amplitudno frekvencijska karakteristika VP filtra [1] .....	3
Slika 2.3. Amplitudno frekvencijska karakteristika PP filtra [1] .....	3
Slika 2.4. Amplitudno frekvencijska karakteristika pojasne brane [1] .....	4
Slika 2.5. Shema kaskadne strukture filtra [1] .....	5
Slika 2.6. Shema filtra u kaskadi bikvarta [1] .....	5
Slika 2.7. Sustav s funkcijom poticaja i odziva i pripadnim spektrima [1].....	5
Slika 2.8. Prikaz nula i polova u kompleksnoj s ravnini [1] .....	7
Slika 2.9. Amplitudno frekvencijska karakteristika filtra s Butterworthovom aproksimacijom [1] .....	8
Slika 2.10. PP filtarska sekcija 4. reda u spoju kaskade.....	15
Slika 2.11. Shema ulazne sekcije [3].....	16
Slika 3.1. Prikaz rasporeda polova i nula normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta .....	21
Slika 3.2. Normirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u apsolutnom mjerilu .....	22
Slika 3.3. Normirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u apsolutnom mjerilu.....	22
Slika 3.4. Normirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u logaritamskom mjerilu .....	23
Slika 3.5. Normirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u logaritamskom mjerilu .....	23
Slika 3.6. Normirana amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u području propuštanja .....	24
Slika 3.7. Normirane fazno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade .....	25
Slika 3.8. Normirana ukupna fazno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta .....	25

Slika 3.9. Normirana karakteristika grupnog vremena kašnjenja kaskade i kaskade bikvarta .....	26
Slika 3.10. Skokovni odziv normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta .....	27
Slika 3.11. Impulsni odziv normirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta .....	28
Slika 3.12. Shema PP filtra 4. reda u spoju kaskade .....	29
Slika 3.13. Shema PP filtra u spoju kaskade bikvarta .....	29
Slika 4.1. Prikaz rasporeda polova i nula denormirane prijenosne funkcije .....	34
Slika 4.2. Denormirane amplitudno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade u apsolutnom mjerilu .....	35
Slika 4.3. Denormirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u apsolutnom mjerilu.....	36
Slika 4.4. Denormirane amplitudno frekvencijska karakteristike sekcija kaskade u logaritamskom mjerilu .....	36
Slika 4.5. Denormirana ukupna amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u logaritamskom mjerilu .....	37
Slika 4.6. Deormirana amplitudno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta u području propuštanja .....	38
Slika 4.7. Denormirana fazno frekvencijske karakteristike sekcija kaskade .....	39
Slika 4.8. Denormirana ukupna fazno frekvencijska karakteristika kaskade i kaskade bikvarta..	39
Slika 4.9. Denormirana karakteristika grupnog vremena kašnjenja kaskade i kaskade bikvarta..	40
Slika 4.10. Skokovni odziv denormirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta.....	41
Slika 4.11. Impulsni odziv denormirane prijenosne funkcije kaskade i kaskade bikvarta.....	42
Slika 5.1. Karakteristike šuma po elementima 1.sekcije PP filtra u spoju kaskade – Matlab.....	45
Slika 5.2. Karakteristike šuma po elementima 2.sekcije PP filtra u spoju kaskade – Matlab.....	46
Slika 5.3. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma PP filtra 4. reda u spoju kaskade – Matlab.....	47
Slika 5.4. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (1) - Matlab...	48
Slika 5.5. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (2) – Matlab ..	48

Slika 5.6. Karakteristike šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (3) – Matlab ..	49
Slika 5.7. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade bikvarta – Matlab ...	50
Slika 5.8. Usporedba karakteristika šuma filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta.....	50
Slika 6.1. Sheme PP filtra u spoju kaskade i kaskade bikvarta – LT Spice .....	52
Slika 6.2. Amplitudno frekvencijska karakteristika - LT Spice .....	53
Slika 6.3. Fazno frekvencijska karakteristika - LT Spice .....	53
Slika 6.4. Karakteristika grupnog vremena kašnjenja - LT Spice.....	54
Slika 6.5. Skokovni odziv - LT Spice .....	54
Slika 6.6. Karakteristike šuma po elementima 1. sekcije PP filtra u spoju kaskade - LTSpice....	55
Slika 6.7. Karakteristike šuma po elementima 2. sekcije PP filtra u spoju kaskade – LTSpice ...	56
Slika 6.8. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade - LT Spice.....	56
Slika 6.9. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma ulazne sekcije filtra u spoju kaskade bikvarta (1) - LTSpice .....	57
Slika 6.10. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (2) – LTSpice .....	58
Slika 6.11. Karakteristike spektralne gustoće napona šuma po elementima PP filtra u spoju kaskade bikvarta (3) - LTSpice .....	58
Slika 6.12. Ukupna karakteristika spektralne gustoće napona šuma kaskade bikvarta - LT Spice .....	59
Slika 7.1. Sklop za korigiranje pojačanja od 6 dB [7].....	60
Slika 7.2. Laboratorijski postav filtra.....	62
Slika 7.3. Amplitudno frekvencijska karakteristika dobivena mrežnim analizatorom .....	63
Slika 7.4. Fazno frekvencijska karakteristika dobivena mrežnim analizatorom.....	63
Slika 7.5. Grupno vrijeme kašnjenja dobiveno mrežnim analizatorom .....	64
Slika 7.6. Spektralna gustoća napona šuma dobivena mrežnim analizatorom.....	64
Slika 7.7. Raspored komponenata na pločici .....	66
Slika 7.8. Raspored vodova na pločici .....	66

Slika 7.9. 3D prikaz filtra na pločici .....	67
Slika I. Shema realnog pojasnopropusnog filtra izrađena pomoću alata „KiCAD“ .....	78
Tablica 2.1. Opći oblici prijenosnih funkcija 1. reda [1] .....	6
Tablica 2.2. Opći oblici prijenosnih funkcija 2. reda [1] .....	6
Tablica 2.3 Frekvencijske transformacije .....	9
Tablica 3.1. Parametri NP prototipa.....	18
Tablica 3.2. Parametri kaskade bikvarta .....	20
Tablica 3.3. Normirane vrijednosti parametara PP sekcija u spoju kaskade.....	30
Tablica 3.4. Normirane vrijednosti parametara filtra u spoju kaskade bikvarta .....	30
Tablica 3.5. Normirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija u spoju kaskade .....	31
Tablica 3.6. Normirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija kaskade bikvarta.....	31
Tablica 4.1. Denormirane vrijednosti parametara PP filtra u spoju kaskade .....	43
Tablica 4.2. Denormirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija spoju kaskade .....	43
Tablica 4.3. Denormirane vrijednosti elemenata filtarskih sekcija u spoju kaskade bikvarta .....	44
Tablica 7.1. Vrijednosti elemenata filtra – standardni niz E24.....	61
Tablica I. Prijenosne karakteristike šuma filtra u spoju kaskade .....	76
Tablica II. Prijenosne karakteristike šuma filtra u spoju kaskade bikvarta.....	77

## PRILOZI

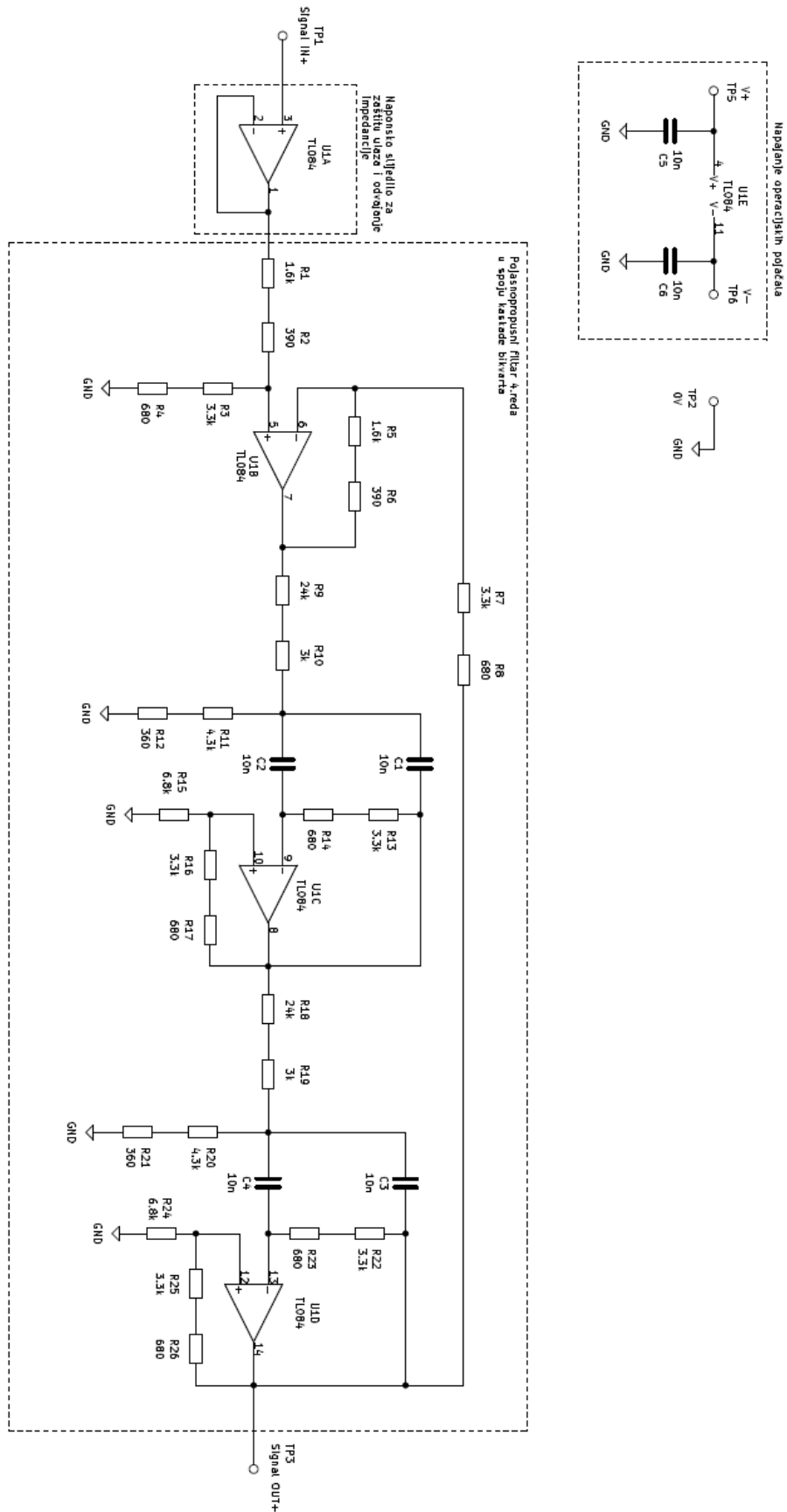
Tablice spektralnih karakteristika gustoće napona šuma za filter u spoju kaskade i kaskade bikvarta

Tablica I. Prijenosne karakteristike šuma filtra u spoju kaskade

Element	Funkcija spektralne gustoće napona šuma u $s$ domeni
$R_{111}$	$\frac{-2.13 \cdot 10^{-4}s}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$R_{121}$	$\frac{-4.71 \cdot 10^{-4}s}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$R_{21}$	$\frac{-1.192 \cdot 10^{-3}s - 13}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$R_{31}$	$\frac{1.065 \cdot 10^{-8}s^2 + 8.49 \cdot 10^{-4}s + 6.73}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$R_{41}$	$\frac{1.396 \cdot 10^{-8}s^2 + 1.11 \cdot 10^{-4}s + 8.82}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$OP_1$	$\frac{-4.08 \cdot 10^{-8}s^2 - 3.25 \cdot 10^{-3}s - 25.8}{s^2 + 20465s + 6.317 \cdot 10^8}$
$R_{112}$	$-\frac{2.13 \cdot 10^{-4}s}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$
$R_{122}$	$-\frac{5.57 \cdot 10^{-4}s}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$
$R_{22}$	$-\frac{1.1918 \cdot 10^{-3}s - 17.266}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$
$R_{32}$	$\frac{1.07 \cdot 10^{-8}s^2 + 9.26 \cdot 10^{-4}s + 8.94}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$
$R_{42}$	$\frac{1.396 \cdot 10^{-8}s^2 + 1.21 \cdot 10^{-3}s + 11.72}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$
$OP_2$	$-\frac{3.08 \cdot 10^{-8}s^2 - 3.31 \cdot 10^{-3}s - 31.97}{s^2 - 8113.1s + 8.3947 \cdot 10^8}$

Tablica II. Prijenosne karakteristike šuma filtra u spoju kaskade bikvarta

Element	Funkcija spektralne gustoće napona šuma u s domeni
$R_{10}, R_{30}$	$\frac{0.5802s^2}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{20}, R_{40}$	$\frac{0.4103s^2}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{111}$	$\frac{2.1386s^2}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{121}$	$\frac{5.1473s^2}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{21}$	$\frac{11.1477s^2 + 1.4008 \cdot 10^5s}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{31}$	$\frac{1.0696 \cdot 10^{-4}s^3 + 8.0643s^2 + 6.756 \cdot 10^4s}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{41}$	$\frac{1.4016 \cdot 10^{-4}s^3 + 10.5673s^2 + 8.8529 \cdot 10^4s}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{112}$	$\frac{2.1273 \cdot 10^{-4}s^3 + 1.5122s^2 + 1.3437 \cdot 10^5s}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{122}$	$\frac{5.12 \cdot 10^{-4}s^3 + 3.6396s^2 + 3.2341 \cdot 10^5s}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{22}$	$\frac{1.1089 \cdot 10^{-3}s^3 + 21.8173s^2 + 7.9948 \cdot 10^5s + 8.8018 \cdot 10^9}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{32}$	$\frac{1.0639 \cdot 10^{-8}s^4 + 8.7781 \cdot 10^{-4}s^3 + 19.1427s^2 + 5.5447 \cdot 10^5s + 4.245 \cdot 10^9}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$R_{42}$	$\frac{1.3941 \cdot 10^{-8}s^4 + 1.1503 \cdot 10^{-3}s^3 + 25.084s^2 + 7.2656 \cdot 10^5s + 5.5624 \cdot 10^9}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$OP_1$	$\frac{2.1224s^2}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$OP_2$	$\frac{3.8242 \cdot 10^{-4}s^3 + 28.8344s^2 + 2.4156 \cdot 10^5}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$
$OP_3$	$\frac{3.8039 \cdot 10^{-8}s^4 + 3.1388 \cdot 10^{-3}s^3 + 68.445s^2 + 1.9824 \cdot 10^6s + 1.5177 \cdot 10^{10}}{s^4 + 1.4217 \cdot 10^4s^3 + 1.3644 \cdot 10^9s^2 + 8.9804 \cdot 10^{12}s + 3.9897 \cdot 10^{17}}$



Slika I. Shema realnog pojasnopropusnog filtra izrađena pomoću alata „KiCAD“

Uz diplomski rad, predane su u zasebnoj datoteci još i:

- Matlab skripte za proračun filtra
- SPICE datoteke za simulaciju filtra
- KiCAD datoteke za izradu filtra na pločici