Analiza statičkih opterećenja rešetkaste konstrukcije

Radošević, Valentina

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:190:692113

Rights / Prava: Attribution 4.0 International/Imenovanje 4.0 međunarodna

Download date / Datum preuzimanja: 2025-02-20



Repository / Repozitorij:

Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering





SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKI FAKULTET

Stručni prijediplomski studij strojarstva

Završni rad

ANALIZA STATIČKIH OPTEREĆENJA REŠETKASTE KONSTRUKCIJE

Rijeka, rujan 2023.

Valentina Radošević 0069066292

SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKI FAKULTET

Stručni prijediplomski studij strojarstva

Završni rad

ANALIZA STATIČKIH OPTEREĆENJA REŠETKASTE KONSTRUKCIJE

Mentor: Izv. prof. dr. sc. Sanjin Kršćanski

Rijeka, rujan 2023.

Valentina Radošević 0069066292

SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKI FAKULTET POVJERENSTVO ZA ZAVRŠNE ISPITE

Rijeka, 12. ožujka 2021.

Zavod:Zavod za tehničku mehanikuPredmet:Mehanika IGrana:2.15.06 tehnička mehanika (mehanika krutih i deformabilnih tijela)

ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

Pristupnik: Valentina Radošević (0069066292) Studij: Preddiplomski stručni studij strojarstva

Zadatak: Analiza statičkih opterećenja rešetkaste konstrukcije / Analysis of static loads of a truss structure

Opis zadatka:

U zadatku je potrebno izvršiti proračun statike rešetkastog nosača zadanog i opterećenog prema predlošku. Potrebno je odrediti opterećenja nosača, sile u elemetima, reakcije na mjestima oslanjanja nosača te provjeriti dimenzije nosača. Završni rad treba sadržavati: uvod, pregled teoretske podloge proračuna, pregled zadane geometrije problema, definiranje opterećenja, proračun sila, dimenzioniranje nosača, zaključak te popis korištene literature.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanje diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

Zadatak uručen pristupniku: 15. ožujka 2021.

Mentor:

Doc. dr. sc. Sanjin Kršćanski

Predsjednik povjerenstva za završni ispit:

Prof. dr. sc. Robert Basan

IZJAVA

Sukladno članku 7. pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku stručnih prijediplomskih studija Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci od travnja 2023. godine, izjavljujem da sam samostalno izradila završni rad pod naslovom "Analiza statičkih opterećenja rešetkaste konstrukcije" uz mentorstvo izv. prof. dr. sc. Sanjina Kršćanskog.

Rijeka, rujan 2023.

Valentina Radošević 0069066292

ZAHVALA

Zahvaljujem se mentoru, izv. prof. dr. sc. Sanjinu Kršćanskom na pomoći i konzultacijama za vrijeme pisanja završnog rada.

Zahvaljujem svojim roditeljima i obitelji koji su mi bili najveća potpora za vrijeme studiranja i bez kojih ne bih mogla završiti studij.

Valentina Radošević

SADRŽAJ

1.	UVC	UVOD 1				
2.		. 2				
2.1.		Reše	Rešetkasti nosači			
2	.2.	Stat	ički određeni rešetkasti nosači	. 2		
3.	AKSI	JALN	IO OPTEREĆENJE	. 4		
3	.1. Ur	nutar	nje sile	. 4		
	3.1.2	1. Dir	nenzioniranje	. 5		
4.	IZVIJ	IANJE	Ξ	. 6		
4	.1.	Kriti	čna sila izvijanja štapa u elastičnom području	. 6		
4	.2.	Kriti	Kritično naprezanje štapa u elastičnom području 8			
4	.3.	Izvij	anje štapa u plastičnom području	. 8		
4	.4.	Dim	enzioniranje	. 9		
5.	PRO	RAČL	JN REŠETKASTOG NOSAČA	11		
5	.1	How	ve tip rešetke	12		
	5.1.2	1.	Zadani podaci	12		
	5.1.2	2.	Duljine štapova	13		
	5.1.3	3.	Reakcije u osloncima	13		
	5.1.4	4.	Unutarnje sile u štapovima	14		
	5.1.5	5.	Provjera dimenzija	23		
5	.2	Prat	t tip rešetke	27		
	5.2.2	1	Zadani podaci	27		
	5.2.2	2	Duljine štapova	28		
	5.2.3	3	Reakcije u osloncima	28		
	5.2.4	4	Unutarnje sile u štapovima	29		
	5.2.5	5	Provjera dimenzija	37		
5	.3	War	ren tip rešetke	40		
	5.3.2	1	Zadani podaci	40		
	5.3.2	2	Duljine štapova	40		
	5.3.3	3	Reakcije u osloncima	41		
	5.3.4	4	Unutarnje sile u štapovima	41		
	5.3.5	5	Provjera dimenzija	50		
6.	ZAK	LJUČ	٩Κ	53		
LITERATURA			54			
POPIS SLIKA			55			
POF	POPIS TABLICA					
Saž	Sažetak					

1. UVOD

U završnom radu napravit će se izračun triju rešetkastih konstrukcija Howe, Pratt i Warren opterećenih istim opterećenjima. Potrebno je odrediti opterećenje nosača, sile u elementima, reakcije na mjestima oslanjanja nosača te provjeriti dimenzije nosača.

Kroz teorijski dio opisat će se nosači, aksijalno opterećenje te dimenzioniranje. Proračun svih triju rešetkastih konstrukcija sadrži izračun duljina svih štapova izračunatih pomoću zadane duljine jednog od štapova. Analitički su određene reakcije u osloncima te sile u štapovima rešetkaste konstrukcije metodom čvorova. Za aksijalno opterećene štapove bilo je potrebno zadovoljiti kriterij čvrstoće te provjeriti njihove dimenzije. Također za kraj je izvršena kontrola stabilnosti tlačno opterećenih štapova i izračunata masa rešetkaste konstrukcije.

2. NOSAČI

Nosači su tijela vezana za nepokretnu ravninu opterećena silama. Njihova veza može biti pomični ili nepomični oslonac te uklještenje.

Nosače dijelimo:

- a) s obzirom na os nosača i njegovo opterećenje na ravninske i prostorne
- b) s obzirom na poziciju djelovanja vanjskog djelovanja na rešetkaste i gredne

2.1.Rešetkasti nosači

Rešetkasti nosač, odnosno rešetkastu konstrukciju čine štapovi spojeni čvorovima koji oblikuju nepromijenjen sustav. Pretpostavka nam je da su ti štapovi opterećeni vlačnom ili tlačnom aksijalnom silom pri čemu zanemarujemo vlastitu težinu štapova i momente savijanja. Za vanjske sile se pretpostavlja da djeluju u čvorovima rešetke. Kada sile ne djeluju na samome čvoru tada ih je potrebno reducirati u čvorove.

2.2.Statički određeni rešetkasti nosači

Kada su štapovi spojeni tako da čine trokut tada je to nepromjenjiv sustav. Nepromjenjivost je uvjetovana ovisnošću štapova S i broja čvorova *n*. Statički određena rešetka:

s = 2n - 3	(2.1.)

S	> 2n - 3 ('	22)
5	- 211 3	2.2.)

Rešetka je mehanizam:

Statički neodređena rešetka:

s < 2n - 3	(2.3.)
	(=)

Za primjer možemo uzeti rešetkasti nosač prikazan na slici 2.1., koji se sastoji od 7 štapova i 5 čvorova. Uzmemo li te podatke i uvrstimo u ih u izraz 2.1., dobivamo:

$$s = 2n - 3$$
$$7 = 2 \cdot 5 - 3$$
$$7 = 7$$

Vidimo da je ta jednakost zadovoljena te možemo zaključiti da je rešetkasti nosač prikazan na slici 2.1. statički određen.



Slika 2.1.: Rešetkasti nosač

U završnom radu radi se o tri tipa rešetkastih nosača, Howe slika 5.1., Pratt slika 5.2. i Warren slika 5.3..

Howe tip rešetkaste konstrukcije čine dijagonalni elementi nagnuti prema sredini. Pri njegovoj izgradnji čelik nije ekonomičan kako je i vidljivo iz proračuna jer se za njega koristi najveći profil. Zbog njegove složene konstrukcije potrebno mu je dulje vrijeme izgradnje što je slučaj i kod Pratt tipa rešetkaste konstrukcije.

Pratt tip rešetkaste konstrukcije čine dijagonalni elementi koji se za razliku od Howe tipa spuštaju prema sredini. Pri njegovoj izgradnji koriste se lakši i tanji čelik ili željezo, što se također vidi kasnije prema podacima dobivenim u proračunu, bio nam je potreban manji profil.

Za kraj imamo Warren tip rešetke koji se sastoji od niza jednakostraničnih ili jednakokračnih trokuta. Pri izgradnji koristi se teži čelik ili željezo kako bi trokuti izdržali pritisak. Duž cijele njegove konstrukcije dijagonale grede čine "v". Warren tip rešetke se danas najviše koristi jer njegov raspon ide od 50 do 110 m, te može podnijeti velika opterećenja, a njegova izgradnja je vrlo brza i jednostavna.

3. AKSIJALNO OPTEREĆENJE

Aksijalno opterećenje nosača nastaje zbog utjecaja koncentriranih sila, težine nosača, kontinuirano raspoređenog opterećenja na poprečnom presjeku, promjena u temperaturi i dr. Kod aksijalnog opterećenja vanjska sila ili rezultanta vanjskih sila leži na uzdužnoj osi nosača. Aksijalno opterećenje može biti vlačno ili tlačno, ovisno o smjeru djelovanja kao što je prikazano na slici 3.1.



Slika 3.1.: Aksijalno opterećenje [1]

3.1. Unutarnje sile

Pri djelovanju vanjskih sila na tijelo dolazi do njegove deformacije što uzrokuje pojavu unutrašnjih sila. Unutrašnje sile koje nastaju kao rezultat otpora tijela deformiranju, suprotnog su smjera smjeru djelovanja vanjskih sila, te one postoje dok postoji vanjsko opterećenje.



Slika 3.2.: Unutarnje sile aksijalno opterećenog tijela [2]

3.1.1. Dimenzioniranje

Kroz proračun moramo zadovoljiti i neke od kriterija kao što su vrsta materijala, funkcionalnost, vijek trajanja i sigurnost.

U proračunu se koristimo dopuštenim naprezanjima kako bi konstrukcija bila funkcionalna te zadovoljila sigurnost. Kako bi izbjegli deformacije materijala i njegov lom, kroz proračun moramo voditi računa da nam naprezanja ne budu veća od dopuštenog naprezanja.

• Dopušteno naprezanje:

$$\sigma_{dop} = \frac{\sigma_v}{f_v} \tag{3.1}$$

 σ_v – granica plastičnosti

 f_v – faktor sigurnosti

Kod aksijalnog opterećenja uz uvjet da smo uzeli u obzir dopušteno naprezanje i dimenzioniranje, možemo izračunati sljedeće:

• Površinu poprečnog presjeka nosača:

$$A \ge \frac{F_{max}}{\sigma_{dop}} \tag{3.2}$$

 F_{max} – vanjska sila

 σ_{dop} – dopušteno naprezanje

• Stvarna naprezanja:

$$\sigma = \frac{F_{max}}{A} \tag{3.3}$$

F_{max} – vanjska sila

A – površina poprečnog presjeka nosača

• Maksimalno opterećenje:

 $F_{max} \le \sigma_{dop} \cdot A \tag{3.4}$

 σ_{dop} – dopušteno naprezanje

A – površina poprečnog presjeka nosača

4. IZVIJANJE

Pri projektiranju konstrukcijskih elemenata, odnosno cijele konstrukcije potrebno je osigurati njezinu čvrstoću, krutost i stabilnost kako bi osigurali njezinu funkcionalnost. Aksijalna sila može uzrokovati i savijanje, odnosno izvijanje štapa. Tada tijelo gubi svoju stabilnost, a sila koja ju uzrokuje naziva se kritična sila izvijanja.

4.1. Kritična sila izvijanja štapa u elastičnom području

Tri su vrste ravnoteže elastičnog štapa, sva tri su prikazana na slici 4.1. Prvi slučaj je kada sila F kojom djelujemo na tijelo manja od kritične sile izvijanja F_{kr} i nekom poprečnom silom ΔF , tada će se to tijelo izviti. Vrati li se to tijelo u svoj prvobitni oblik nakon djelovanja poprečne sile radi se o stabilnoj elastičnoj ravnoteži. Drugi slučaj je kada su sila F i kritična sila F_{kr} kojom djelujemo na tijelo jednake. Kada tijelo i nakon prestanka djelovanja poprečne sile ΔF ostane u izvijenom stanju tada govorimo o neutralnoj elastičnoj ravnoteži. Treći slučaj je kada je sila F kojom djelujemo na tijelo veća od kritične sile F_{kr} . Tada se tijelo odmah izvije dok se ne uravnoteži ili ne dođe do loma i to se zove nestabilna elastična ravnoteža. U praksi uvijek moramo težiti stabilnoj ravnoteži, izbjegavati neutralnu i nestabilnu.



Slika 4.1.: Ravnoteža elastičnog tijela

S obzirom na način kojim učvršćeni krajevi štapova nekoliko je formula kritične sile

- štap na oba kraja vezan zglobom, Eulerova kritična sila:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l^2} \tag{4.1}$$

- štap na jednom kraju ukliješten, a na drugom zglobno vezan:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{(0,7 \cdot l)^2}$$
(4.2)

gdje je:

 $0, 7 \cdot l = l_0$

- štap ukliješten na oba kraja:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \tag{4.3}$$

- konzolni štap (na jednom kraju štap je ukliješten, a na drugom slobodan):

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{(2l)^2} \tag{4.4}$$

E-modul elastičnosti

Imin – minimalni aksijalni moment inercije poprečnog presjeka štapa

- *l* duljina štapa
- *l*₀ slobodna duljina izvijanja štapa
 - kritično naprezanje štapa može se izračunati kao:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} \tag{4.5}$$

gdje je:

F_{kr} – kritična sila izvijanja

A – površina poprečnog presjeka štapa

4.2.Kritično naprezanje štapa u elastičnom području

- kritično naprezanje prije izvijanja štapa:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l^2 \cdot A} \tag{4.6}$$

Izraz (4.6) vrijedi samo kada je štap zglobno vezan za oba kraja.

Eulerov izraz kritičnog naprezanja:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \tag{4.7}$$

gdje je:

$$\lambda^2 = \frac{l_0}{i_{min}} - \text{vitkost štapa}$$

 $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$ – minimalni polumjer inercije poprečnog presjeka štapa

4.3.Izvijanje štapa u plastičnom području

Najčešće se koristi Tetmajerov izraz kritičnog naprezanja kod izvijanja štapa u plastičnom području:

Pravac:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = a - b\lambda \tag{4.8}$$

Parabola:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = a - b\lambda + c\lambda^2 \tag{4.9}$$

gdje je:

a, b, c - koeficijenti dobiveni eksperimentalnim putem

Tetmajerov izraz kritičnog naprezanja za neke od materijala prikazani su u tablici (tablica 4.1.)

Materijal	Tetmajerov izraz σ_{kr} (MPa)
Čelik 0360	310-1,14λ
Čelik 0560	470-2,3λ
Sivi lijev	$776-12\lambda+0,053\lambda^2$
Drvo	40-0.203λ

Tablica 4.1. Tetmajerovi izrazi

4.4.Dimenzioniranje

Dimenzioniranje pri aksijalnom tlačnom opterećenju, kada postoji mogućnost gubitka stabilnosti radi se prema Eulerovom ili Tetmajerovom izrazu, ovisno o vitkosti štapa.

Dijagram (slika 4.2.) prikazuje tri područja:

- 1. područje: $\lambda < \lambda_T$, izvijanje se ne uzima u obzir, štapovi se proračunavaju na tlačnu čvrstoću
- 2. područje: $\lambda_T < \lambda < \lambda_p$, štapovi se proračunavaju pomoću Tetmajerova ili nekog drugog emipirijskog izraza
- 3. područje: $\lambda > \lambda_p$, proračunavanje na izvijanje štapova se vrši pomoću Eulerova izraza, gdje mora biti zadovoljen uvjet:

$$\sigma = \frac{F_{kr}}{A} \le \sigma_{kr,dop} = \frac{\sigma_{kr}}{f_{kr}}$$

gdje je:

 $\sigma_{kr,dop}$ – dopušteno kritično naprezanje izvijanja

F – tlačno opterećenje štapa

 $f_{kr} \ge 1$ faktor sigurnosti protiv izvijanja



Slika 4.2.: Ovisnost kritičnog naprezanja o vitkosti štapa

5. PRORAČUN REŠETKASTOG NOSAČA

U ovom poglavlju će biti izvršen proračun tri različite konstrukcije nosivih tipova rešetki mosta. Tri varijante rešetkastih nosača za koje će se izvršiti proračun su tipa Howe, Pratt i Warren (slike 5.1., 5.2., i 5.3.)



Slika 5.1.: Howe tip rešetke



Slika 5.2.: Pratt tip rešetke



Slika 5.3.: Warren tip rešetke

5.1 Howe tip rešetke

Howe tip rešetkastog nosača sastoji se od 21 zrcalno simetričnih štapova. Slika 5.4. prikazuje kako su nosači oslonjeni s jedne strane na pomični, a s druge na nepomični oslonac.



Slika 5.4.: Howe rešetka sa oznakama štapova i čvorova





Slika 5.5.: Howe rešetka s opterećenjima

Za Howe rešetku opterećenu kao na slici 5.5. zadani podaci su:

- $F_1 = 60,067 \text{ kN}$ $F_5 = 5,71 \text{ kN}$
- $F_2 = 23,32 \text{ kN}$ $F_6 = 65,255 \text{ kN}$
- $F_3 = 154.9 \text{ kN}$ $F_7 = 114.536 \text{ kN}$
- $F_4 = 6,152 \text{ kN}$ $l_1 = 3000 \text{ mm} = 3 \text{ m}$

5.1.2. Duljine štapova

Rešetkasta konstrukcija se sastoji od 21 štapa. Prema slici 5.6. izračunat ćemo duljine štapova.



Slika 5.6.: Štap l₁, l₂, l₃

Duljina štapa l₂:

 $\cos 45^{\circ} = \frac{l_1}{l_2} \rightarrow l_2 = \frac{l_1}{\cos 45^{\circ}} = \frac{3000}{\cos 45^{\circ}} = 4242,64 = 4243 \text{ mm}$

 $l_2 = 4243 \text{ mm}$

Duljina štapa l_3 :

$$\sin 45^\circ = \frac{l_3}{l_2} \rightarrow l_3 = \sin 45^\circ \cdot l_2 = \sin 45^\circ \cdot 4243 = 3000 \text{ mm}$$

 $l_3 = 3000 \text{ mm}$

S obzirom da je konstrukcija zrcalno simetrična vrijedi:

$$l_2 = l_5 = l_9 = l_{14} = l_{18} = l_{21} = 4243 \text{ mm},$$

 $l_3 = l_8 = l_{11} = l_{15} = l_{19} = 3000$ mm,

 $l_1 = l_4 = l_6 = l_7 = l_{10} = l_{12} = l_{13} = l_{16} = l_{17} = l_{20} = 3000 \text{ mm}$

5.1.3. Reakcije u osloncima

 $\Sigma M_{\check{c}vor XII} = 0 - \text{pozitivno u smjeru kazaljke na satu}$

$$F_A \cdot 18000 - \frac{1}{2}F_1 \cdot 18000 - \frac{1}{2}F_2 \cdot 15000 - \frac{1}{2}F_3 \cdot 12000 - \frac{1}{2}F_4 \cdot 9000 - \frac{1}{2}F_5 \cdot 6000 - \frac{1}{2}F_6 \cdot 3000 = 0$$

 $F_{A} = \frac{9000 \cdot 60.067 + 7500 \cdot 23320 + 6000 \cdot 154900 + 4500 \cdot 6152 + 3000 \cdot 5710 + 1500 \cdot 65255}{18000}$ $F_{A} = 99311,08 \text{ N} = 99,311 \text{ kN}$ $\Sigma F_{x} = 0$ $\Sigma F_{y} = 0$ $F_{A} - \frac{1}{2}F_{I} - \frac{1}{2}F_{2} - \frac{1}{2}F_{3} - \frac{1}{2}F_{4} - \frac{1}{2}F_{5} - \frac{1}{2}F_{6} - \frac{1}{2}F_{7} + F_{BY} = 0$ $F_{BY} = \frac{1}{2}F_{I} + \frac{1}{2}F_{2} + \frac{1}{2}F_{3} + \frac{1}{2}F_{4} + \frac{1}{2}F_{5} + \frac{1}{2}F_{6} + \frac{1}{2}F_{7} - F_{A}$ $F_{BY} = 0,5 \cdot 60067 + 0,5 \cdot 23320 + 0,5 \cdot 154900 + 0,5 \cdot 6152 + 0,5 \cdot 5710 + 0,5 \cdot 65255 + 0,5 \cdot 114536 - 99311,08$ $F_{BY} = F_{B} = 115658,92 \text{ N} = 115,659 \text{ kN}$ 5.1.4. Unutarnje sile u štapovima

Unutarnje sile u štapovima izračunati ćemo iz ravnoteže sila u čvorovima rešetke. Za čvor I (slika 5.7.) tada imamo:

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$F_A - \frac{1}{2} F_I + S_2 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$S_2 = \frac{0.5 \cdot 60067 - 99311.08}{\sin 45^\circ}$$

$$S_2 = -97973.3 \text{ N} = -97.97 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_X = 0$$

$$S_I + S_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_I = 97973.3 \cdot \cos 45^\circ$$

$$S_I = 69277.58 \text{ N} = 69.28 \text{ kN}$$



Slika 5.7.: Howe rešetka - čvor I

Iz ravnoteže čvora II (slika 5.8.) slijedi:

- $\Sigma F_X = 0$
- $S_4 S_2 \cdot \cos 45^\circ = 0$
- $S_4 = -97973, 3 \cdot \cos 45^\circ$
- S_4 = 69277,58 N = 69,28 kN
- $\Sigma F_Y = 0$
- $-S_3 S_2 \cdot \sin 45^\circ = 0$

$$S_3 = -S_2 \cdot \sin 45^\circ$$

 $S_3 = 69277,58 \text{ N} = 69,28 \text{ kN}$



Slika 5.8.: Howe rešetka – čvor II

Iz ravnoteže čvora III (slika 5.9.) slijedi:

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$S_3 + S_5 \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2} F_2 = 0$$

$$S_5 = \frac{0.5 \cdot 23320 - 69277,58}{\sin 45^\circ}$$

$$S_5 = -81483,56 \text{ N} = -81,48 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_X = 0$$

$$-S_I + S_6 + S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

 $S_6 = 69277,58 + 81483,56 \cdot \cos 45^\circ$

 $S_6 = 126895, 16 \text{ N} = 126, 89 \text{ kN}$



Slika 5.9.: Howe rešetka - čvor III

Iz ravnoteže čvora IV (slika 5.10.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$

 $-S_4 + S_8 - S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0$

- $S_8 = -69277,58 81483,56 \cdot \cos 45^\circ$
- *S*₈ = 126895,16 N = 126,89 kN
- $\Sigma F_Y = 0$
- $-S_7 S_5 \cdot \sin 45^\circ = 0$

$S_7 = 81483, 56 \cdot \sin 45^\circ$

*S*₇ = 57617,58 N = 57,61 kN



Slika 5.10.: Howe rešetka - čvor IV

Iz ravnoteže čvora V (slika 5.11.) slijedi:

 $\Sigma F_Y = 0$ $S_9 \cdot \sin 45^\circ + S_7 - \frac{1}{2} F_3 = 0$ $S_9 = \frac{-57617,58 + 0.5 \cdot 154900}{\sin 45^\circ}$ $S_9 = 28047,28 \text{ N} = 28,05 \text{ kN}$ $\Sigma F_X = 0$ $S_{10} - S_6 + S_9 \cdot \cos 45^\circ = 0$ $S_{10} = 126895,16 - 28047,28 \cdot \cos 45^\circ$ $S_{10} = 107062,74 \text{ N} = 107,06 \text{ kN}$



Slika 5.11.: Howe rešetka - čvor V

Iz ravnoteže čvora VI (slika 5.12.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$ $S_{10} = S_{12}$ $S_{12} = 107062,74 \text{ N} = 107,06 \text{ kN}$ $\Sigma F_Y = 0$ $S_{11} = \frac{1}{2} \cdot F_4$ $S_{11} = 3076 \text{ N} = 3,08 \text{ kN}$



Slika 5.12.: Howe rešetka - čvor VI

Iz ravnoteže čvora XII (slika 5.13.) slijedi:

$$\Sigma F_X = 0$$

- $S_{20} - S_{21} \cdot \cos 45^\circ = 0$
 $S_{20} = 58390,92 \cdot \cos 45^\circ$
 $S_{20} = 58390,92 \text{ N} = 58,392 \text{ kN}$

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$F_B + S_{21} \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2}F_7 = 0$$
$$S_{21} = \frac{0.5 \cdot 114536 - 155658,92}{\sin 45^\circ}$$

$$S_{21} = -82577,23 \text{ N} = -82,58 \text{ kN}$$



Slika 5.13.: Howe rešetka - čvor XII

Iz ravnoteže čvora XI (slika 5.14.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$

 $-S_{18} + S_{21} \cdot \cos 45^{\circ} = 0$

 $S_{18} = S_{21} \cdot \cos 45^{\circ}$

 $S_{18} = -82577,23 \cos 45^{\circ}$

 $S_{18} = -58390,94$ N = -58,39 kN

 $\Sigma F_Y = 0$

$$-S_{19} - S_{21} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

 $S_{19} = -S_{21} \cdot \sin 45^\circ$

 $S_{19} = 58390,92 \text{ N} = 58,39 \text{ kN}$



Slika 5.14.: Howe rešetka - čvor XI

Iz ravnoteže čvora X (slika 5.15.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$

$$-S_{17} \cdot \cos 45^{\circ} - S_{16} + S_{20} = 0$$

$$S_{16} = -S_{17} \cdot \sin 45^\circ + S_{20}$$

 $S_{16} = 84154,33 \text{ N} = 84,15 \text{ kN}$

 $\Sigma F_Y = 0$

$$S_{17} \cdot \sin 45^\circ + S_{19} - \frac{1}{2} F_6 = 0$$
$$S_{17} = -\frac{0.5 \cdot F_6 - S_{19}}{\sin 45^\circ}$$

 $S_{17} = -36436,97 \text{ N} = -36,435 \text{ kN}$



Slika 5.15.: Howe rešetka – čvor X

```
Iz ravnoteže čvora IX (slika 5.16.) slijedi:
```

$$\Sigma F_Y = 0$$

- $-S_{17} \cdot \sin 45^{\circ} S_{15} = 0$
- $S_{15} = -S_{17} \cdot \sin 45^\circ$
- $S_{15} = 25764,83 \text{ N} = 25,76 \text{ kN}$

 $\Sigma F_X = 0$

 $+S_{17} \cdot \cos 45^{\circ} - S_{13} + S_{18} = 0$

$$S_{13} = S_{18} + S_{17} \cdot \cos 45^{\circ}$$

$$S_{13} = -84154,33 \text{ N} = -84,154 \text{ kN}$$



Slika 5.16.: Howe rešetka - čvor IX

Iz ravnoteže čvora VIII (slika 5.17) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$ $S_{16} - S_{14} \cos 45^\circ - S_{12} = 0$ $S_{12} = -S_{14} \cos 45^\circ + S_{16}$ $S_{12} = 107064, 16 \text{ N} = 107, 1 \text{ kN}$ $\Sigma F_Y = 0$ $S_{15} - \frac{1}{2} F_5 + S_{14} \sin 45^\circ = 0$ $S_{14} = \frac{0.5 \cdot F_5 - S_{15}}{\sin \cdot 45^\circ}$ $S_{14} = -32399, 4 \text{ N} = -32, 39 \text{ kN}$



Slika 5.17.: Howe rešetka - čvor VIII

Tablica 5.1. prikazuje sile dobivene u proračunu iznad za Howe tip rešetke.

Štap	Sile u štanovima [kN]	Opterećenje
S 1	69,28	vlak
\$2 \$2	-97,97	tlak
S 3	69,28	vlak
S 4	-69,28	tlak
S 5	-81,48	tlak
S 6	126,89	vlak
S 7	57,62	vlak
S 8	-126,89	tlak
S9	28,05	vlak
S 10	107,06	vlak
S ₁₁	3,08	vlak
S ₁₂	107,06	vlak
S ₁₃	-84,15	tlak
S 14	-32,39	tlak
S 15	25,76	vlak
S 16	84,15	vlak
S ₁₇	-36,43	tlak
S 18	-58,39	tlak
S 19	58,39	vlak
S 20	58,39	vlak
S 21	-82,58	tlak

Tablica 5.1.: Sile u štapovima Howe rešetke

5.1.5. Provjera dimenzija

Aksijalno opterećenje

U ovom dijelu provjeravamo aksijalno najopterećeniji štap te da li je zadovoljen kriterij čvrstoće.

Štapovi su izrađeni od čelika S235JR, te su ovo njegova mehanička svojstva [3]:

- modul elastičnosti, $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa
- zatezna čvrstoća: σ_M = 340 MPa
- tehnička granica tečenja: σ_{ν} = 235 MPa

- poissonov koeficijet: v = 0,3
- gustoća: ρ = 7,85 kg/m³
- faktor sigurnosti: $f_v = 2$

- dopušteno naprezanje: $\sigma_{dop} = \frac{\sigma_v}{f_v} = \frac{235}{2} = 117,5 \approx 120 \text{ MPa}$

Koristi se HE 360A profil (slika 5.18.)



Slika 5.18.: HE profil

Dimenzije HE 360 A profila:

 $A = 142.8 \text{ cm}^2 = 14280 \text{ mm}^2$

- h = 350 mm
- b = 300 mm

 $t_w = 10 \text{ mm}$

 $t_f = 17,5 \text{ mm}$

Geometrijske karakteristike [4]:

- minimalni moment inercije $I_{min} = 7887 \text{ cm}^4$

- masa:
$$m = 112 \text{ kg/m} = 1098,34 \text{ N/m}$$

Štap S_6 je najopterećeniji štap, $S_6 = 126895, 18 \text{ N}$

$$\sigma = \frac{S_6}{A} = \frac{126895,18}{14280} = 8,88 \text{ MPa}$$

Zadovoljen je kriterij čvrstoće:

$$\sigma = \frac{S_6}{A} \le \sigma_{dop}$$

Izvijanje štapa

U ovome dijelu vršimo provjeru štapa na kojeg djeluje najveća tlačna aksijalna sila.

Najveća tlačna sila je S_8 , $S_8 = 126895,18$ N

 $l_8 = 3000 \text{ mm}$

Kako bi konstrukcija ostala stabilna i štap se zadržao u elastičnom području potrebno je zadovoljiti:

$$S_8 \leq F_{kr}$$

S obzirom na da štap zglobno vezan za oba svoja kraja, koristimo izraz:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E \cdot l_{min}}{l_8^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 7887 \cdot 10^{-8}}{3^2} = 18163032,98 \text{ N}$$

Kritična sila premašuje silu S_8 te je kriterij zadovoljen.

Za kraj treba provjeriti da li je izvijanje štapa u granicama elastičnog područja, dakle treba se zadovoljiti uvjet:

$$\lambda > \lambda_p$$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_v}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3}{235}} = 93,91$$
$$\lambda = l_8 \cdot \sqrt{\frac{A}{l_{min}}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{14280 \cdot 10^{-6}}{7887 \cdot 10^{-8}}} = 40,37$$

S obzirom da je $\lambda < \lambda_p$, kritično naprezanje se računa prema Tetmajerovom izrazu:

 $\sigma_{kr} = (310-1,14\lambda)$

= (310 – 1,14 · 40,37) = 263,98 MPa.

Izračunato je da je $\sigma_{kr} > \sigma_{\nu}$ te je izvijanje zanemareno.

Ukupna duljina svih štapova konstrukcije:

 $l_{uk} = l_1 + l_2 + \dots + l_{21} = 70458 \text{ mm} = 70,458 \text{ m}$

Ukupna masa Howe rešetkaste konstrukcije $m_k = m \cdot l_{uk} = 112 \cdot 70,458 = 7891,296 \text{ kg}$

5.2 Pratt tip rešetke

Pratt tip rešetkaste konstrukcije također se sastoji od 21 zrcalno simetričnih štapova. Nosači konstrukcije povezani su s jedne strane na pomični, a s druge na nepomični oslonac kako je prikazano na slici 5.19.



Slika 5.19.: Pratt rešetka sa oznakama štapova i čvorova

Zadana opterećenja i dimenzije su jednaka kao kod prvog primjera, odnosno Howe tipa rešetke.



5.2.1 Zadani podaci

Slika 5.20.: Pratt rešetka s opterećenjima

Za Pratt rešetku opterećenu kao na slici 5.20. zadani podaci su:

 $F_1 = 60,067 \text{ kN}$ $F_2 = 23,32 \text{ kN}$ $F_3 = 154,9 \text{ kN}$ $F_4 = 6,152 \text{ kN}$

 $F_5 = 5,71 \text{ kN}$

 $F_6 = 65,255 \text{ kN}$

 $F_7 = 114,536$ kN

$$l_1 = 3000 \text{ mm} = 3 \text{ m}$$

5.2.2 Duljine štapova

Duljine štapova jednake su kao kod Howe primjera (slika 5.6.)

Duljina štapa l₂:

 $\cos 45^\circ = \frac{l_1}{l_2} \rightarrow l_2 = \frac{l_1}{\cos 45^\circ} = \frac{3000}{\cos 45^\circ} = 4242,64 \approx 4243 \text{ m}$

 $l_2 = 4243 \text{ mm}$

Duljina štapa l_3 :

$$\sin 45^\circ = \frac{l_3}{l_2} \rightarrow l_3 = \sin 45^\circ \cdot l_2 = \sin 45^\circ \cdot 4243 = 3000,25 \approx 3000 \text{ mm}$$

 $l_3 = 3000 \text{ mm}$

S obzirom da je konstrukcija zrcalno simetrična također vrijedi:

$$l_2 = l_5 = l_9 = l_{14} = l_{18} = l_{21} = 4243$$
 mm,

 $l_3 = l_8 = l_{11} = l_{15} = l_{19} = 3000$ mm,

$$l_1 = l_4 = l_6 = l_7 = l_{10} = l_{12} = l_{13} = l_{16} = l_{17} = l_{20} = 3000 \text{ mm}$$

5.2.3 Reakcije u osloncima

 $\Sigma M_{\tilde{c}vor XII} = 0 - \text{pozitivno u smjeru kazaljke na satu}$

$$F_A \cdot 18 - \frac{1}{2}F_I \cdot 18 - \frac{1}{2}F_2 \cdot 15 - \frac{1}{2}F_3 \cdot 12 - \frac{1}{2}F_4 \cdot 9 - \frac{1}{2}F_5 \cdot 6 - \frac{1}{2}F_6 \cdot 3 = 0$$
$$F_A = \frac{9000 \cdot 60067 + 7500 \cdot 23320 + 6000 \cdot 154900 + 4500 \cdot 6152 + 3000 \cdot 5710 + 1500 \cdot 65255}{18000}$$

 $F_A = 99311,08 \text{ N} = 99,311 \text{kN}$

 $\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}$

$$F_{A} - \frac{1}{2}F_{I} - \frac{1}{2}F_{2} - \frac{1}{2}F_{3} - \frac{1}{2}F_{4} - \frac{1}{2}F_{5} - \frac{1}{2}F_{6} - \frac{1}{2}F_{7} + F_{BY} = 0$$

$$F_{BY} = \frac{1}{2}F_{I} + \frac{1}{2}F_{2} + \frac{1}{2}F_{3} + \frac{1}{2}F_{4} + \frac{1}{2}F_{5} + \frac{1}{2}F_{6} + \frac{1}{2}F_{7} - F_{A}$$

$$F_{BY} = 0.5 \cdot 60067 + 0.5 \cdot 23320 + 0.5 \cdot 154900 + 0.5 \cdot 6152 + 0.5 \cdot 5710 + 0.5 \cdot 65255 + 0.5 \cdot 114 536 - 99311.08$$

$$F_{BY} = F_{B} = 115658.92 \text{ N} = 115.659 \text{ kN}$$

5.2.4 Unutarnje sile u štapovima

Reakcije unutarnjih sila u štapovima izračunati ćemo iz ravnoteže sila u čvorovima rešetke. Za čvor I (slika 5.21.) tada imamo:

$$\Sigma F_{Y} = 0$$

$$F_{A} - \frac{1}{2} F_{I} - S_{2} \cdot \sin 45^{\circ} = 0$$

$$S_{2} = \frac{0.5 \cdot 60067 - 99311.08}{\sin 45^{\circ}}$$

$$S_{2} = -97973.3 \text{ N} = -97.97 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{X} = 0$$

$$S_{I} + S_{2} \cdot \cos 45^{\circ} = 0$$

$$S_{I} = -S_{2} \cdot \cos 45^{\circ}$$

$$S_{I} = 69277.58 \text{ N} = 69.28 \text{ kN}$$



Slika 5.21.: Pratt rešetka - čvor I

Iz ravnoteže čvora III (slika 5.22.) slijedi:

$$\Sigma F_X = 0$$

 $S_1 + S_6 = 0$
 $S_6 = -69277,6 \text{ N} = -69,28 \text{ kN}$
 $\Sigma F_Y = 0$
 $S_3 = -\frac{1}{2} \cdot F_2$
 $S_3 = -11660 \text{ N} = -11,66 \text{ kN}$



Slika 5.22.: Pratt rešetka - čvor III

Iz ravnoteže čvor II (slika 5.23.) slijedi:

$$\Sigma F_Y = 0$$

 $S_5 \cdot \sin 45^\circ + S_3 + S_2 \cdot \sin 45^\circ = 0$

$$S_5 = \frac{-97973,3 \cdot \sin 45^\circ + 11660}{\sin 45^\circ}$$

*S*₅ = - 81483,57 N = - 81,484 kN

$$\Sigma F_X = 0$$

$$-S_4 + S_2 \cdot \cos 45^\circ - S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

 $S_4 = 97973, 3 \cdot \cos 45^\circ + 81483, 57 \cdot \cos 45^\circ$

 $S_4 = 126895,17 \text{ N} = 126,9 \text{ kN}$



Slika 5.23.: Pratt rešetka - čvor II

Iz ravnoteže čvora V (slika 5.24.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$ $S_6 - S_{10} + S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0$ $S_{10} = -69277, 6 - 81483, 57 \cdot \cos 45^\circ$ $S_{10} = -126895, 18 \text{ N} = -126, 9 \text{ kN}$ $\Sigma F_Y = 0$ $-S_8 - \frac{1}{2}F_3 - S_5 \cdot \sin 45^\circ = 0$ $S_8 = -0, 5 \cdot 154900 - 81483, 56 \cdot \sin 45^\circ$ $S_8 = -19832, 42 \text{ N} = -19, 83 \text{ kN}$



Slika 5.24.: Pratt rešetka - čvor V

Iz ravnoteže čvora IV (slika 5.25.) slijedi:

$$\Sigma F_{Y} = 0$$

$$S_{9} \cdot \sin 45^{\circ} + S_{8} = 0$$

$$S_{9} = \frac{19832.42}{\sin 45^{\circ}}$$

$$S_{9} = 28047,28 \text{ N} = 28,05 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{x} = 0$$

$$S_{4} - S_{7} - S_{9} \cdot \cos 45^{\circ} = 0$$

$$S_{7} = 126895,17 - 28047,28 \cdot \cos 45^{\circ}$$

$$S_{7} = 107062,75 \text{ N} = 107,1 \text{ kN}$$



Slika 5.25.: Pratt rešetka - čvor IV

Iz ravnoteže čvora VII (slika 5.26.) slijedi:

 $\Sigma F_X = 0$

 $S_7 = S_{13}$

 $S_{I3} = 107062,75 \text{ N} = 107,1 \text{ kN}$

 $\Sigma F_Y = 0$

 $S_{11} = 0$



Slika 5.26.: Pratt rešetka - čvor VII

Iz ravnoteže čvora VI (slika 5.27.) slijedi:

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$S_{11} - \frac{1}{2}F_4 - S_{14} \cdot \sin 45^\circ - S_9 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$S_{14} = \frac{-0.5 \cdot 6152 - 28047, 28 \cdot \sin 45^\circ}{\sin \cdot 45^\circ}$$

$$S_{14} = -32397, 4 \text{ N} = -32, 4 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_X = 0$$

$$S_{12} + S_9 \cdot \cos 45^\circ + S_{10} - S_{14} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$S_{12} = -126895, 18 + 28047, 28 \cdot \cos 45^\circ + 32397, 4 \cdot \cos 45^\circ$$

*S*₁₂ = - 84154,34 N = - 84,15 kN



Slika 5.27.: Pratt rešetka - čvor VI

Iz ravnoteže čvora IX (slika 5.28.) slijedi:

 $\Sigma F_Y = 0$ $S_{15} + S_{14} \cdot \sin 45^\circ = 0$ $S_{15} = 22908, 42 \text{ N} = 22,91 \text{ kN}$ $\Sigma F_X = 0$ $S_{13} - S_{17} + S_{14} \cdot \cos 45^\circ = 0$ $S_{17} = 107062, 75 + 32397, 4 \cdot \cos 45^\circ$ $S_{17} = 84154, 33 \text{ N} = 84, 15 \text{ kN}$



Slika 5.28.: Pratt rešetka - čvor IX

Iz ravnoteže čvora VIII (slika 5.29.) slijedi:

$$\Sigma F_Y = 0$$

-S₁₈·sin45° - $\frac{1}{2}F_5$ - S₁₅ = 0
S₁₈ = $\frac{-222908,40-0,5\cdot5710}{\sin 45^{\circ}}$
S₁₈ = - 36434,98 N = - 36,43 kN
 $\Sigma F_X = 0$
-S₁₈·cos45° + S₁₂ - S₁₆ = 0
S₁₆ = - 84154,34 + 36434,98 · cos45°
S₁₆ = -58390,92 N = - 58,39 kN



Slika 5.29.: Pratt rešetka - čvor VIII

```
Iz ravnoteže čvora X (slika 5.30.) slijedi:
```

 $\Sigma F_X = 0$ -S₁₆ - S₂₀ = 0 S₂₀ = 58390,92 N = 58,39 kN $\Sigma F_Y = 0$ -S₁₉ - $\frac{1}{2}F_6 = 0$ S₁₉ = - 0,5 · 65255 S₁₉ = - 32627,5 N = - 32,63 kN



Slika 5.30.: Pratt rešetka - čvor X

Iz ravnoteže čvora XI (slika 5.31.) slijedi:

$$\Sigma F_X = 0$$

 $-S_{21} \cdot \cos 45^\circ + S_{17} + S_{18} \cdot \cos 45^\circ = 0$

 $S_{21} = \frac{84154,33 - 36434,98 \cdot \cos 45^{\circ}}{\cos 45^{\circ}}$

*S*₂₁ = 82577,21 N = 82,58 kN



Slika 5.31: Pratt rešetka - čvor XI

Tablica 5.2. prikazuje sile dobivene u proračunu za Pratt tip rešetke.

čtom	Sile u štapovima	Ontoroánia	
Stap	[kN]	Opterecenje	
S 1	-69,28	tlak	
S ₂	97,97	vlak	
S 3	-11,66	tlak	
S 4	126,89	vlak	
S 5	-81,48	tlak	
S 6	-69,28	tlak	
S 7	107,06	vlak	
S 8	-19,83	tlak	
S9	28,05	vlak	
S 10	-126,89	tlak	
S 11	0	vlak	
S 12	-84,15	tlak	
S 13	107,06	vlak	
S 14	-32,4	tlak	
S 15	22,91	vlak	
S 16	58,39	vlak	
S 17	84,15	vlak	
S 18	-36,43	tlak	
S 19	-32,63	tlak	
S 20	58,39	vlak	
S 21	82,58	vlak	

Tablica 5.2.: Sile u štapovima Pratt rešetke

5.2.5 Provjera dimenzija

Aksijalno opterećenje

Provjeravamo aksijalno najopterećeniji štap te da li je zadovoljen kriterij čvrstoće.

Štapovi su izrađeni od čelika S235JR, kao i u primjeru Howe rešetke.

Koristi se HE 320 A profil (slika 5.1.)

Dimenzije HE 320 A profila:

 $A = 124,4 \text{ cm}^2 = 12440 \text{ mm}^2$

h = 310 mm

Završni rad

b = 300 mm

 $t_w = 9 \text{ mm}$

 $t_f = 15,5 \text{ mm}$

Geometrijske karakteristike[4]:

- minimalni moment inercije: $I_{min} = 6985 \text{ cm}^4$

- masa: m = 97,7 kg/m

Štap S_4 je najopterećeniji, $S_4 = 126895,18$ N

$$\sigma = \frac{S_4}{A} = \frac{126895,18}{12440} = 10,2 \text{ MPa}$$

Zadovoljen je kriterij čvrstoće:

$$\sigma = \frac{S_4}{A} \le \sigma_{dop}$$

5.2.6. Izvijanje štapa

Također ćemo izvršiti provjeru štapa na kojeg djeluje najveća tlačna aksijalna sila.

Najveća tlačna sila je S10, S10 = 126895,18 N

 $l_{10} = 3000 \text{ mm}$

Kako bi konstrukcija ostala stabilna i štap se zadržao u elastičnom području potrebno je zadovoljiti:

$$S_{10} \leq F_{kr}$$

S obzirom na da štap zglobno vezan za oba svoja kraja, koristimo izraz:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E \cdot l_{min}}{l_{10}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 6985 \, 10^{-8}}{3^2} = 16085810,24 \text{ N}$$

Kritična sila premašuje silu S_{10} te je kriterij zadovoljen.

Za kraj treba provjeriti da li je izvijanje štapa u granicama elastičnog područja, dakle treba se zadovoljiti uvjet:

$$\lambda > \lambda_p$$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^{2} \cdot E}{\sigma_v}} = \sqrt{\frac{\pi^{2} \cdot 210 \cdot 10^3}{235}} = 93,91$$

$$\lambda = l_{10} \cdot \sqrt{\frac{A}{I_{min}}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{12440 \cdot 10^{-6}}{6985 \cdot 10^{-8}}} = 40,04$$

Kao kod proračuna izvijanja Howe rešetke gdje je $\sigma_{kr} > \sigma_{\nu}$ izvijanje je zanemareno.

Ukupna masa Pratt rešetkaste konstrukcije

Ukupna duljina svih štapova konstrukcije:

 $l_{uk} = l_1 + l_2 + \dots + l_{21} = 70458 \text{ mm}$

Ukupna težina konstrukcije:

 $m_k = \mathbf{m} \cdot l_{uk} = 97,7 \cdot 70,458 = 6883,7 \text{ kg}$

5.3 Warren tip rešetke

Warren tip rešetkaste konstrukcije sastoji se od jednakostraničnih trokuta, odnosno 23 štapa. Nosači konstrukcije povezani su s jedne strane na pomični, a s druge na nepomični oslonac (slika 5.32.).



Slika 5.32.: Warren rešetka sa oznakama štapova i čvorova

5.3.1 Zadani podaci



Slika 5.33.: Warren rešetka s opterećenjima

Za Warren rešetku opterećenu kao na slici 5.33. zadani podaci su:

$F_1 = 60,067 \text{ kN}$	$F_5 = 5,71 \text{ kN}$
$F_2 = 23,32 \text{ kN}$	$F_6 = 65,255 \text{ kN}$
$F_3 = 154,9 \text{ kN}$	$F_7 = 114,536 \text{ kN}$
$F_4 = 6,152 \text{ kN}$	$l_1 = 3000 \text{ mm} = 3 \text{ m}$

5.3.2 Duljine štapova

Warren tip rešetkaste konstrukcije čine jednakostranični trokuti te su duljine svih štapova jednake, odnosno l = 3 m.

+

5.3.3 Reakcije u osloncima

 $\Sigma M_{\tilde{c}vor XII} = 0 - \text{pozitivno u smjeru kazaljke na satu}$

$$F_{A} \cdot 18 - \frac{1}{2}F_{I} \cdot 18 - \frac{1}{2}F_{2} \cdot 15 - \frac{1}{2}F_{3} \cdot 12 - \frac{1}{2}F_{4} \cdot 9 - \frac{1}{2}F_{5} \cdot 6 - \frac{1}{2}F_{6} \cdot 3 = 0$$

$$F_{A} = \frac{9 \cdot 60067 + 7.5 \cdot 23320 + 6 \cdot 154900 + 4.5 \cdot 6152 + 3 \cdot 5710 + 1.5 \cdot 65255}{18000}$$

$$F_{A} = 99311,08 \text{ N} = 99,311 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{x} = 0$$

$$\Sigma F_{y} = 0$$

$$F_{A} - \frac{1}{2}F_{1} - \frac{1}{2}F_{2} - \frac{1}{2}F_{3} - \frac{1}{2}F_{4} - \frac{1}{2}F_{5} - \frac{1}{2}F_{6} - \frac{1}{2}F_{7} + F_{BY} = 0$$

$$F_{BY} = \frac{1}{2}F_{I} + \frac{1}{2}F_{2} + \frac{1}{2}F_{3} + \frac{1}{2}F_{4} + \frac{1}{2}F_{5} + \frac{1}{2}F_{6} + \frac{1}{2}F_{7} - F_{A}$$

$$F_{BY} = 0,5 \cdot 60067 + 0,5 \cdot 23320 + 0,5 \cdot 154900 + 0,5 \cdot 6152 + 0,5 \cdot 5710 + 0,5 \cdot 65255$$

$$0,5 \cdot 114536 - 99311,08$$

$$F_{BY} = F_{B} = 115658,92 \text{ N} = 115,659 \text{ kN}$$

5.3.4 Unutarnje sile u štapovima

Iz ravnoteže čvor I (slika 5.34.) slijedi:

$$\Sigma F_{Y} = 0$$

$$F_{A} - \frac{1}{2} F_{I} + S_{2} \cdot \sin 60^{\circ} = 0$$

$$S_{2} = \frac{0.5 \cdot 60067 - 99311.08}{\sin 60^{\circ}}$$

$$S_{2} = -80000 \text{ N} = -80 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{X} = 0$$

$$S_{I} + S_{2} \cdot \cos 60^{\circ} = 0$$

 $S_1 = 40000 \text{ N} = 40 \text{ kN}$



Slika 5.34.: Warren rešetka - čvor I

Iz ravnoteže čvora II (slika 5.35.) slijedi:

 $\Sigma F_Y = 0$

 $-S_2 \cdot \sin 60^\circ - S_3 \cdot \sin 60^\circ = 0$

 $S_3 = -S_2$

 $S_3 = 80000 \text{ N} = 80 \text{ kN}$

 $\Sigma F_X = 0$

 $S_4 - S_2 \cdot \cos 60^\circ + S_3 \cdot \cos 60^\circ = 0$

 $S_4 = S_2 \cdot \cos 60^\circ - S_3 \cdot \cos 60^\circ$

 $S_4 = -80000 \text{ N} = -80 \text{ kN}$



Slika 5.35.: Warren rešetka - čvor II

Iz ravnoteže čvora III (slika 5.36.) slijedi:

$$\sum F_{Y} = 0$$

- $\frac{1}{2} F_{2} + S_{3} \cdot \sin 60^{\circ} + S_{5} \cdot \sin 60^{\circ} = 0$
$$S_{5} \cdot \sin 60^{\circ} = -\frac{1}{2} F_{2} + S_{3} \cdot \sin 60^{\circ}$$

$$S_{5} = \frac{80000 \cdot \sin 60^{\circ} - 0.5 \cdot 23320}{\sin 60^{\circ}}$$

$$S_{5} = -66536,2 \text{ N} = -66,53 \text{ kN}$$

$$\sum F_{X} = 0$$

- $S_{I} + S_{6} + S_{3} \cdot \cos 60^{\circ} + S_{5} \cdot \cos 60^{\circ} = 0$
$$S_{6} = 40000 + 80000 \cdot \cos 60^{\circ} + 66536,2 \cdot \cos 60^{\circ}$$

$$S_{6} = 113268,1 \text{ N} = 113,28 \text{ kN}$$



Slika 5.36.: Warren rešetka - čvor III

Iz ravnoteže čvora IV (slika 5.37.) slijedi:

 $\sum F_Y = 0$

 $-S_5 \cdot \sin 60^\circ - S_7 \cdot \sin 60^\circ = 0$

 $S_7 = 66536,2 \text{ N} = 66,53 \text{ kN}$

 $\sum F_X = 0$

 $-S_4 + S_8 - S_5 \cdot \cos 60^\circ + S_7 \cdot \cos 60^\circ = 0$

 $S_8 = -80000 - 66536, 2 \cdot \cos 60^\circ - 66536, 2 \cdot \cos 60^\circ$

 $S_8 = -146536, 2 \text{ N} = -146, 62 \text{ kN}$



Slika 5.37.: Warren rešetka - čvor IV

Iz ravnoteže čvora V (slika 5.38.) slijedi:

 $\sum F_Y = 0$ - $\frac{1}{2} F_3 + S_7 \cdot \sin 60^\circ + S_9 \cdot \sin 60^\circ = 0$ $S_9 = \frac{0.5 \cdot 154900 - 66536.2 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ}$ $S_9 = 22895,36 \text{ N} = 22,9 \text{ kN}$ $\sum F_X = 0$ - $S_6 + S_{10} - S_7 \cdot \cos 60^\circ + S_9 \cdot \cos 60^\circ = 0$

 $S_{10} = 113268, 1 + 66536, 2 \cdot \cos 60^{\circ} - 22895, 36 \cdot \cos 60^{\circ}$

 $S_{10} = 135088,52 \text{ N} = 135,08 \text{ kN}$



Slika 5.38.: Warren rešetka - čvor V

Iz ravnoteže čvora VI (slika 5.39.) slijedi:

 $\sum F_Y = 0$

- $-S_9 \cdot \sin 60^\circ S_{11} \cdot \sin 60^\circ = 0$
- S_{11} = 22895,36 N = 22,36 kN

 $\sum F_X = 0$

- $-S_8 + S_{12} S_9 \cdot \cos 60^\circ + S_{11} \cdot \cos 60^\circ = 0$
- $S_{12} = -146536, 2 + 22895, 36 \cdot \cos 60^{\circ} + 22895, 36 \cdot \cos 60^{\circ}$

 $S_{12} = -123640,84 \text{ N} = -123,64 \text{ kN}$



Slika 5.39.: Warren rešetka - čvor VI

Iz ravnoteže čvora VII (slika 5.40.) slijedi:

$$\sum F_Y = 0$$

$$-\frac{1}{2}F_4 + S_{II} \cdot \sin 60^\circ + S_{I3} \cdot \sin 60^\circ = 0$$

$$S_{I3} = \frac{\frac{1}{2}F_4 - S_{11} \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$S_{I3} = 26447,22 \text{ N} = 26,45 \text{ kN}$$

$$\sum F_X = 0$$

$$-S_{I0} + S_{I4} - S_{I1} \cdot \cos 60^\circ + S_{I3} \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$S_{I4} = 135088,52 - 22895,36 \cdot \cos 60^\circ - 26447,22 \cdot \cos 60^\circ$$

$$S_{I4} = 110417,23 \text{ N} = 110,4 \text{ kN}$$



Slika 5.40.: Warren rešetka - čvor VII

Iz ravnoteže čvora VIII (slika 5.41.) slijedi:

 $\sum F_X = 0$

 $-S_{13} \cdot \sin 60^\circ - S_{15} \cdot \sin 60^\circ = 0$

$$S_{15} = -26447,22 \text{ N} = -26,45 \text{ kN}$$

 $\sum F_X = 0$

 $-S_{12} + S_{16} - S_{13} \cdot \cos 60^\circ + S_{15} \cdot \cos 60^\circ = 0$

 $S_{16} = -123640,84 + 26447,22 \cdot \cos 60^{\circ} + 26447,22 \cdot \cos 60^{\circ}$

*S*₁₆ = - 97193,62 N = - 97,19 kN



Slika 5.41.: Warren rešetka - čvor VIII

Iz ravnoteže čvora XIII (slika 5.42.) slijedi:

 $\sum F_Y = 0$ - $\frac{1}{2}F_7 + S_{23} \cdot \sin 60^\circ + F_B = 0$ $S_{23} = \frac{0.5 \cdot 114536 - 115658.92}{\sin 60^\circ}$ $S_{23} = -67424.03 \text{ N} = -67.42 \text{ kN}$ $\sum F_X = 0$ -S_{22} - S_{23} \cdot \cos 60^\circ = 0 $S_{22} = 33712.015 \text{ N} = 33.71 \text{ kN}$



Slika 5.42.: Warren rešetka - čvor XIII

Iz ravnoteže čvora XII (slika 5.43.) slijedi:

$$\sum F_Y = 0$$

$$S_{21} \cdot \sin 60^\circ + S_{23} \cdot \sin 60^\circ = 0$$

$$S_{21} = 67424,03 \text{ N} = 67,42 \text{ kN}$$

$$\sum F_X = 0$$

$$-S_{20} - S_{21} \cdot \cos 60^\circ + S_{23} \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$S_{20} = -67424,03 \cdot \cos 60^\circ - 67424,03 \cdot \cos 60^\circ$$

$$S_{20} = -67424,03 \text{ N} = -67,42 \text{ kN}$$



Slika 5.43.: Warren rešetka - čvor XII

Iz ravnoteže čvora XI (slika 5.44.) slijedi:

$$\sum F_Y = 0$$

- $\frac{1}{2}F_6 + S_{19} \cdot \sin 60^\circ + S_{21} \cdot \sin 60^\circ = 0$
$$S_{19} = \frac{0.5 \cdot 65255 - 67424.03 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$S_{19} = -29749.04 \text{ N} = -29,75 \text{ kN}$$

$$\sum F_X = 0$$

- $S_{18} + S_{22} - S_{19} \cdot \cos 60^\circ + S_{21} \cdot \cos 60^\circ = 0$
$$S_{18} = 29749.04 \cdot \cos 60^\circ + 67424.03 \cdot \cos 60^\circ + 33712.015$$

 $S_{18} = 82298,55 \text{ N} = 82,29 \text{ kN}$



Slika 5.44.: Warren rešetka - čvor XI

Iz ravnoteže čvora IX (slika 5.45.) slijedi:

- $\sum F_Y = 0$
- $-\frac{1}{2}F_5 + S_{15} \cdot \sin 60^\circ + S_{17} \cdot \sin 60^\circ = 0$
- *S*₁₇ = 29743,9 N = 29,74 kN



Slika 5.45.: Warren rešetka - čvor IX

Tablica 5.3. prikazuje sile dobivene u proračunu iznad za Warren tip rešetke.

Štap	Sile u štapovima [kN]	Opterećenje
S 1	40	vlak
S 2	-80	tlak
S 3	80	vlak
S 4	-80	tlak
S 5	-66,53	tlak
S 6	113,26	vlak
S 7	66,53	vlak
S 8	-146,53	tlak
S 9	22,90	vlak
S 10	135,08	vlak
S 11	-22,90	tlak
S ₁₂	-123,63	tlak
S 13	26,45	vlak
S 14	110,40	vlak
S 15	-26,45	tlak
S 16	-97,17	tlak
S ₁₇	29,74	vlak
S 18	82,30	vlak
S ₁₉	-29,75	tlak
S 20	-67,42	tlak
S 21	67,42	vlak
S ₂₂	33,71	vlak
S ₂₃	-67,42	tlak

Tablica 5.3.: Sile u štapovima Warren rešetke

5.3.5 Provjera dimenzija

Aksijalno opterećenje

U ovom dijelu provjeravamo aksijalno najopterećeniji štap te da li je zadovoljen kriterij čvrstoće.

Štapovi su izrađeni od čelika S235JR, kao i u primjerima iznad te njihova mehanička svojstva jednaka gore navedenom [3].

Koristi se HE 340 A profil

 $A = 133,5 \text{ cm}^2$

h = 330 mm

b = 300 mm

 $t_w = 9,5 \text{ mm}$

 $t_f = 16,5 \text{ mm}$

Geometrijske karakteristike[4]:

- minimalni moment inercije: $I_{min} = 7436 \text{ cm}^4$

Štap S_{10} je najopterećeniji štap, $S_{10} = 135088,52$ N

$$\sigma = \frac{S_{10}}{A} = \frac{135088,52}{13350} = 10,12 \text{ MPa}$$

Zadovoljen je kriterij čvrstoće:

$$\sigma = \frac{S_{10}}{A} \le \sigma_{dop}$$

5.17.2 Izvijanje štapa

Također ćemo izvršiti provjeru štapa na kojeg djeluje najveća tlačna aksijalna sila.

Najveća tlačna sila je S_{12} = 123640,84 N

$$l_{12} = 3 \text{ m}$$

Kako bi konstrukcija ostala stabilna i štap se zadržao u elastičnom području potrebno je zadovoljiti:

$$S_{12} \leq F_{kr}$$

S obzirom na da štap zglobno vezan za oba svoja kraja, koristimo izraz:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E \cdot l_{min}}{l_{12}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 7436 \, 10^{-8}}{3^2} = 17124421,61 \text{ N}$$

Kritična sila premašuje silu S_{12} te je kriterij zadovoljen.

Za kraj treba provjeriti da li je izvijanje štapa u granicama elastičnog područja, dakle treba se zadovoljiti uvjet:

 $\lambda > \lambda_p$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^{2} \cdot E}{\sigma_v}} = \sqrt{\frac{\pi^{2} \cdot 210 \cdot 10^3}{235}} = 93,91$$
$$\lambda = l_4 \cdot \sqrt{\frac{A}{I_{min}}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{13350 \cdot 10^{-6}}{7436 \cdot 10^{-8}}} = 40,2$$

Kao kod proračuna izvijanja Howe rešetke gdje je $\sigma_{kr} > \sigma_{\nu}$ izvijanje je također zanemareno

Ukupna masa Warren rešetkaste konstrukcije

Ukupna duljina svih štapova konstrukcije:

 $l_{uk} = l_1 + l_2 + \dots + l_{23} = 69000 \text{ mm} = 69 \text{ m}$

Ukupna težina konstrukcije:

 $m_k = m \cdot l_{uk} = 104, 8 \cdot 69 = 7231, 2 \text{ kg}$

6. ZAKLJUČAK

U završnom radu izvršen je izračun triju rešetkastih konstrukcija opterećenih istim opterećenjem, Howe, Pratt i Warren. Proračunom su izračunate reakcije u osloncima i definirana opterećenja koja utječu na konstrukciju. Za sva tri tipa rešetkastih konstrukcija proizvoljno su izabrani čelični profili i njihova svojstva zadovoljavaju opterećenja koja na njih djeluju.

Kako bi se olakšao proračun, sve tri konstrukcije rastavljene su na štapove te vanjske sile reducirane u čvorove. Štap koji je opterećen najvećom aksijalnom silom uzet je i prema njemu su usvojene dimenzije za sve ostale štapove. Izvijanje, odnosno sekundarna deformacija javlja se kod štapova na koje djeluje tlačna aksijalna sila. Zbog stabilnosti konstrukcije provjerene su dimenzije i tih štapova s obzirom na pojavu izvijanja. Za sva tri tipa rešetkaste konstrukcije aksijalno najopterećeniji štap zadovoljava kriterij čvrstoće.

Za kraj izračunata je i masa rešetkaste konstrukcije za sva tri tipa rešetkaste konstrukcije. Howe tip rešetkaste konstrukcije je najteža i za nju se koristi najveći profil te njegova izrada ne bi bila ekonomična. Također zbog njegove složene konstrukcije potrebno mu je dulje vrijeme izgradnje, što je slučaj i kod Pratt tipa rešetkaste konstrukcije. Pratt tip rešetkaste konstrukcije čine dijagonalni elementi koji se za razliku od Howe tipa spuštaju prema sredini. Masa njegove konstrukcije je najlakša te se potreban i najmanji profil, ali s obzirom na dulje vrijeme izgradnje ne bi se pokazao ako najbolje rješenje. Warren tip rešetkaste konstrukcije po masi i veličini profila nalazi se između prethodna dva. S obzirom na njegovu konstrukciju može podnijeti velika opterećenja, te zbog brze i jednostavne izgradnje on bi bio najbolji izbor.

LITERATURA

[1] Kršćanski, S.: "Aksijalno opterećenje", Čvrstoća I, predavanje, 12.03.2021.

[2] Brnić, J.: "Statika", Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2004.

[3] Brnić, J., Turkalj, G.: "Nauka o čvrstoći I", Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka 2004.

[4] <u>https://www.dlubal.com/en/cross-section-properties/he-360-a-euronorm-53-62-arcelormittal-2011</u>, kolovoz 2023.

POPIS SLIKA

- Slika 2.1.: Rešetkasti nosač
- Slika 3.1.: Aksijalno naprezanje
- Slika 3.2.: Unutarnje sile aksijalno opterećenog tijela
- Slika 4.1.: Ravnoteža elastičnog tijela
- Slika 4.2.: Ovisnost kritičnog naprezanja o vitkosti štapa
- Slika 5.1.: Howe tip rešetke
- Slika 5.2.: Pratt tip rešetke
- Slika 5.3.: Warren tip rešetke
- Slika 5.4.: Howe rešetka s oznakama štapova i čvorova
- Slika 5.5.: Howe rešetka s opterećenjima
- Slika 5.6.: Štap I₁, l₂, l₃
- Slika 5.7.: Howe rešetka čvor I
- Slika 5.8.: Howe rešetka čvor II
- Slika 5.9.: Howe rešetka čvor III
- Slika 5.10.: Howe rešetka čvor IV
- Slika 5.11.: Howe rešetka čvor V
- Slika 5.12.: Howe rešetka čvor VI
- Slika 5.13.: Howe rešetka čvor VII
- Slika 5.14.: Howe rešetka čvor VIII
- Slika 5.15.: Howe rešetka čvor IX
- Slika 5.16.: Howe rešetka čvor X
- Slika 5.17.: Howe rešetka čvor XI
- Slika 5.18.: HE profil
- Slika 5.19.: Pratt rešetka s oznakama štapova i čvorova
- Slika 5.20.: Pratt rešetka s opterećenjima
- Slika 5.21.: Pratt rešetka čvor I
- Slika 5.22.: Pratt rešetka čvor III
- Slika 5.23.: Pratt rešetka čvor II
- Slika 5.24.: Pratt rešetka čvor V
- Slika 5.25.: Pratt rešetka čvor IV
- Slika 5.26.: Pratt rešetka čvor VII
- Slika 5.27.: Pratt rešetka čvor VI

- Slika 5.28.: Pratt rešetka čvor IX
- Slika 5.29.: Pratt rešetka čvor VIII
- Slika 5.30.: Pratt rešetka čvor X
- Slika 5.31.: Pratt rešetka čvor XI
- Slika 5.32.: Warren rešetka s oznakama štapova i čvorova
- Slika 5.33.: Warren rešetka s opterećenjima
- Slika 5.34.: Warren rešetka čvor I
- Slika 5.35.: Warren rešetka čvor II
- Slika 5.36.: Warren rešetka čvor III
- Slika 5.37.: Warren rešetka čvor IV
- Slika 5.38.: Warren rešetka čvor V
- Slika 5.39.: Warren rešetka čvor VI
- Slika 5.40.: Warren rešetka čvor VII
- Slika 5.41.: Warren rešetka čvor VIII
- Slika 5.42.: Warren rešetka čvor XIII
- Slika 5.43.: Warren rešetka čvor XII
- Slika 5.44.: Warren rešetka čvor XI
- Slika 5.45.: Warren rešetka čvor IX

POPIS TABLICA

Tablica 4.1.: Tetmajerovi izrazi

Tablica 5.1.: Sile u štapovima Howe rešetke

Tablica 5.2.: Sile u štapovima Pratt rešetke

Tablica 5.3.: Sile u štapovima Warren rešetke

Analiza statičkih opterećenja rešetkaste konstrukcije

Sažetak

U ovom završnom radu izvršen je proračun statike tri tipa rešetkastog nosača prema zadanim opterećenjima. Određene su sile u elementima i reakcije na mjestima oslanjanja nosača. Za sva tri tipa rešetkastih nosača provjerene su dimenzije poprečnog presjeka najopterećenijeg elementa te je provjerena stabilnost na izvijanje za tlačno najopterećeniji element.

Ključne riječi:

rešetkasti nosač, opterećenja rešetkastog nosača, sile u štapovima, dimenzioniranje, izvijanje

Analysis of static loads of a truss structure

Abstract:

In this final work, statics calculation of three types of trusses was performed according to the given loads. Forces acting on the elements and the reactions at the support points of the supports were determined. For all three types of trusses, the cross-sectional dimensions of the most heavily loaded element were checked, and the buckling stability of the most compressively loaded element was also checked.

Keywords:

truss, truss loads, forces in rods, dimensioning, buckling