

# NUMERIČKA OPTIMIZACIJA HIDRODINAMIČKIH ZNAČAJKI FORME BRODA U MIRNOJ VODI

---

**Legović, Dunja**

**Doctoral thesis / Disertacija**

**2013**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:293166>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-20**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

**NUMERIČKA OPTIMIZACIJA HIDRODINAMIČKIH ZNAČAJKI  
FORME BRODA U MIRNOJ VODI**

Doktorska disertacija

**Dunja Matulja**

Rijeka, 2013.

SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

**NUMERIČKA OPTIMIZACIJA HIDRODINAMIČKIH ZNAČAJKI  
FORME BRODA U MIRNOJ VODI**

Doktorska disertacija

**Dunja Matulja**

Mentor: Prof. dr. sc. Roko Dejhalla, dipl. ing.

Rijeka, 2013.



Sveučilište u Rijeci  
**TEHNIČKI FAKULTET**  
-Fakultetsko vijeće-  
Klasa: 602-04/08-02/20  
Ur. br.: 2170-57-43-08-39  
Rijeka, 29. rujna 2008.

Fakultetsko vijeće Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, na svojoj 20. sjednici u akad. god. 2007./08./09./10., održanoj 26. rujna 2008., donijelo je sljedeću

## ODLUKU

Sukladno izvješću Stručnog povjerenstva, u sastavu: izv. prof. dr. sc. Roko Dejhalla, red. prof. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić i doc. dr. sc. Nastia Degiuli (Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu) te pozitivne ocjene prijave i obrane teme doktorskog rada, utvrđuje se da pristupnica *Dunja Matulja, dipl. ing.* ispunjava Zakonom propisane uvjete za prijavu i izradu teme doktorske disertacije naslovljene:

*„Numerička optimizacija hidrodinamičkih značajki forme broda u mirnoj vodi“*

Mentorom se imenuje izv. prof. dr. sc. Roka Dejhalla.



Dekan

Prof. dr. sc. Tonči Mikac, mag. ing. mech.

Dostaviti:

1. Dunja Matulja, dipl. ing.
2. Mentor, izv. prof. dr. sc. Roko Dejhalla
3. Služba studentske evidencije, ovdje
4. Pismohrana FV

## SAŽETAK

U radu se opisuje postupak numeričke optimizacije hidrodinamičkih značajki forme broda u mirnoj vodi. Postupak se temelji na metodi potencijalnog strujanja za proračun optjecanja, te na genetskom algoritmu kao optimizacijskoj metodi. Ideja je da se forma broda optimizira samo izmjenom oblika pramčanog bulba i pramčanog ramena, dok ostale karakteristike forme ostaju nepromijenjene. Realiziran je računalni program koji određuje značajke optjecanja brodske forme metodom potencijalnog strujanja s nelinearnim rubnim uvjetom. Razvijen je i program za automatsko generiranje mreže koji prati i prikazuje trenutni oblik oplakivane i slobodne površine. U radu je prikazana provjera i vrednovanje razvijene metode, te su rezultati numeričkog proračuna uspoređeni s dostupnim eksperimentalnim rezultatima. Zatim, opisani su tijek i karakteristike optimizacijskog postupka. Razmatrane su dvije različite funkcije cilja: otpor valova i valne elevacije u području oko pramca, a dobiveni rezultati grafički su prikazani i analizirani. Uspoređene su vrijednosti značajki strujanja za početnu i optimiziranu formu kroz određeno područje brzina. U skladu s odabranim parametrima optimizacijskog algoritma, postignute su povoljnije hidrodinamičke značajke forme broda, na temelju kojih se može očekivati i smanjenje sile ukupnog otpora.

## **SUMMARY**

A numerical optimization method of the hydrodynamic hull form characteristics in calm water is presented. The procedure is based on a non-linear potential flow method as flow solver, and the genetic algorithm is used as optimization tool. The idea is to optimize the hull form by just changing the bulbous bow and the fore part shape, while keeping unmodified the other characteristics. A computer program based on the potential flow with nonlinear boundary conditions has been developed to determine the characteristics of the flow. An automatic mesh generator has also been developed, in order to arrange and display the current shape of the wetted surface and the free surface. The verification and the validation of the developed method have been performed, and the results of the numerical calculation have been compared to the available experimental results. Furthermore, the optimization procedure has been described. Two different objective functions have been considered: the wave resistance and the wave elevation in the bow area, and the obtained results have been analyzed and graphically presented. The flow characteristics of the initial and optimized hull form have been compared over a speed range. Considering the predefined parameters of the optimization algorithm, an improvement of the hydrodynamic characteristics has been achieved, so a total resistance reduction can also be expected.

## ZAHVALA

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Roku Dejhalli na neograničenom strpljenju i potpori u svakom trenutku izrade rada. Također mu zahvaljujem na uloženom vremenu i pomoći kod prikupljanja literature, kod rješavanja poteškoća u programiranju i kod uobličenja rada. Ipak, prije svega mu zahvaljujem na strpljenju, kojega je zaista trebalo mnogo.

Iskreno zahvaljujem svim članovima svoje obitelji koji su imali razumijevanja i volje da mi pomognu oko nekih dnevnih obveza koje su katkada pale u drugi plan, i koji su zbog toga žrtvovali dio svog slobodnog vremena.

Zatim, željela bih zahvaliti svim kolegama i kolegicama s Fakulteta koji su mi svojim iskustvima, prijedlozima i idejama pomogli u izradi rada.

A posebno zahvaljujem svim kolegama, kolegicama, članovima obitelji i prijateljima koji mi možda nisu izravno pomogli kod izrade doktorske disertacije, ali su mi svojom dobrom voljom uvelike olakšali to razdoblje.

*Autorica*



# SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
1. 1. Obrazloženje radne hipoteze.....	2
1. 2. Pregled dosadašnjih istraživanja.....	54
2. MATEMATIČKA POSTAVKA PROBLEMA.....	8
2. 1. Osnovne jednačbe.....	8
2. 2. Rubni uvjeti.....	10
2. 3. Integralna formulacija problema.....	15
2. 4. Određivanje vrijednosti sila, tlakova i elevacija .....	18
3. NUMERIČKI MODEL.....	20
3.1. Diskretizacija oplakivane i slobodne površine.....	21
3.1.1. Diskretizacija oplakivane površine Bézierovom plohom .....	24
3. 1. 2. Diskretizacija oplakivane površine napetim splajnom .....	27
3. 2. Metoda izdignutih panela.....	33
3. 3. Analitičko rješenje za određivanje induciranih brzina.....	36
3. 4. Rješenje sustava jednačbi.....	39
3. 5. Određivanje sila integracijom tlaka po oplakivanoj površini, te elevacija slobodne površine.....	40
3. 6. Tijek numeričkog proračuna.....	41
4. PROVJERA I VREDNOVANJE NUMERIČKOG MODELA.....	46
4. 1. Wigleyeva matematička forma.....	46
4. 2. Serija 60, $C_B = 0,60$ .....	50
4. 3. Serija 60, $C_B = 0,70$ .....	54
4. 4. Serija 60, $C_B = 0,80$ .....	56
5. OPTIMIZACIJA FORME BRODA.....	60
5. 1. Pramčani bulb.....	60
5. 2. Primjena napetog splajna na opisivanje geometrije bulba.....	63
5. 3. Genetski algoritam.....	65
5. 4. Optimizacijski postupak.....	68
5. 4. 1. Funkcija cilja.....	70
6. REZULTATI OPTIMIZACIJSKOG POSTUPKA.....	73

6.1. S175 – brod za prijevoz kontejnera.....	74
6.1.1. Optimizacija sa stajališta otpora valova.....	75
6. 1. 2. Optimizacija sa stajališta elevacije valova.....	79
6. 2. Brod za prijevoz tekućeg tereta.....	84
6.2.1. Optimizacija sa stajališta otpora valova.....	85
6. 2. 2. Optimizacija sa stajališta elevacije valova.....	88
6.3. Analiza dobivenih rezultata.....	92
7. ZAKLJUČAK.....	94
POPIS LITERATURE.....	97
POPIS SIMBOLA.....	103
POPIS SLIKA.....	107
POPIS TABLICA.....	111
ŽIVOTOPIS.....	112

## 1. UVOD

Poznavanje značajki strujanja oko forme broda te komponenti otpora broda vrlo je važno u procesu osnivanja broda. Metoda za određivanje otpora koja se najdulje primjenjuje i smatra se najpouzdanijom je ispitivanje modela u bazenu. Rezultati dobiveni iz pokusa mogu se primijeniti na brod u naravi svodenjem izmjerenih vrijednosti na mjerilo broda prema odgovarajućim postavkama. Međutim, zbog troškova ispitivanja u bazenu, provode se samo za konačno odabranu formu, dok se za određivanje optjecanja i hidrodinamičkih značajki svih preliminarnih varijacija forme broda sve više primjenjuju metode iz grupe računarske dinamike fluida (RDF, *engl. Computational Fluid Dynamics - CFD*). RDF metode omogućavaju numeričko modeliranje forme broda i okolnih uvjeta, simulaciju optjecanja te pravovremeno uočavanje nepoželjnih pojava pri optjecanju forme broda koja se zatim može na odgovarajući način modificirati radi poboljšanja hidrodinamičkih značajki.

Optjecanje brodske forme je specifičan slučaj zbog toga što se brod giba kroz dva medija istovremeno – kroz zrak i vodu, a granica između njih je slobodna površina. Modeliranje takvog optjecanja omogućava određivanje značajki strujanja oko odabrane forme broda, kako bi se forma mogla još u fazi projektiranja analizirati.

Numeričke metode za proračun značajki strujanja oko forme broda mogu se podijeliti na metode koje rješavaju strujanje viskozne tekućine, te na metode za rješavanje neviskoznog strujanja, odnosno metode potencijalnog strujanja. Metode potencijalnog strujanja često se primjenjuju, iako su katkad ograničene po pitanju značajki forme za koje daju pouzdane rezultate (manji koeficijent punoće istisnine, manja brzina, dublje uronjen pramčani bulb). No, vrlo su efikasne za određivanje oblika valova nastalih na slobodnoj površini, profila vala duž broda, oblika strujnica, brzina i tlakova u točkama proračunskog područja, te otpora valova.

Za razliku od potencijalnog strujanja, gdje se pretpostavlja da je fluid neviskozni i bezvrtložan, kod viskoznog strujanja uzima se u obzir viskoznost fluida. Za opisivanje nestlačivog, laminarnog strujanja primjenjuju se Navier-Stokesove jednačbe, dok se za

rješavanje turbulentnog strujanja koriste Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe (engl. *Reynolds Averaged Navier Stokes Equations*- RANSE).

Kako se proračun razvijen u radu temelji na potencijalnom strujanju, odgovarajuće su jednačbe i načini njihovog rješavanja opisane u radu, zajedno s osnovnim zakonima očuvanja i rubnim uvjetima.

## 1. 1. Obrazloženje radne hipoteze

U tehnici je uvijek prisutan problem optimizacije u smislu unaprijeđenja proizvoda. Cilj svakog optimiziranja je određivanje vrijednosti varijabli koje daju maksimalnu ili minimalnu vrijednost funkcije cilja. Za većinu problema, područje vrijednosti tih varijabli je ograničeno dodatnim uvjetima koji proizlaze iz prirode problema te samih varijabli.

Optimizacija forme broda složen je postupak, budući da postoji cijeli niz često proturječnih zahtjeva koje forma mora zadovoljiti (Wilson et al., 2011.). Zbog toga se vrlo često forma optimizira na osnovi manjeg broja ili čak i samo jednog kriterija (Zalek et al., 2009.). No, i u tim je slučajevima optimizacija vrlo složena.

Jedna od mogućnosti za optimizaciju hidrodinamičkih značajki forme broda u mirnoj vodi je povezivanje numeričkog modela za trodimenzijsko rješenje potencijalnog optjecanja forme s odgovarajućom optimizacijskom metodom. Takav se sustav može primijeniti za odabir forme koja je optimalna s obzirom na značajke koje se mogu odrediti numeričkom metodom kao što su otpor valova, valne elevacije slobodne površine, profil vala duž forme, raspored tlakova i brzina na oplakivanoj površini. Na ovaj način numeričke metode mogu unaprijediti odabir forme broda s povoljnijim hidrodinamičkim značajkama.

Metode koje se temelje na lineariziranom rubnom uvjetu već su nekoliko desetljeća prisutne kao alat za proračun optjecanja. Poznato je da linearizirani rubni uvjet na slobodnoj površini vrijedi za male poremećaje slobodne površine. Međutim, u slučaju plovidbe vitkog broda većom brzinom ili pak sporog broda većeg koeficijenta punoće istisnine nelinearnosti na slobodnoj površini se ne mogu opisati na odgovarajući način lineariziranim modelom (Larsson, Raven, 2010). Osim toga, linearizirani model ne uzima u obzir utjecaj forme iznad mirne slobodne površine. To znači da se pojedine izvedbe forme broda kao npr. izbačena forma rebara pramca iznad vodne linije ili prevjesna krma ne mogu analizirati. Slično tome, izrazito nelinearne pojave koje nastaju oko pramčanog bulba kojemu je volumen smješten

bliže slobodnoj površini te pojave oko djelomično uronjenih bulbova linearizirani model ne podržava. Utjecaj forme iznad ravne slobodne površine mogao bi se ispravno uključiti u model kada bi se rubni uvjeti primijenili za stvarnu vodnu liniju i slobodnu površinu što dovodi do potrebe za razvojem nelinearnog modela (Kim, Kim et al., 2011.)

U radu se razmatra trodimenzijski hidrodinamički problem optjecanja forme broda, koja napreduje mirnom slobodnom površinom tekućine. Poznate su glavne dimenzije forme broda, oblik forme, te brzina napredovanja broda. Potrebno je odrediti značajke strujanja kod takvog optjecanja. Od osobitog je značaja određivanje koeficijenata i sila otpora valova, na temelju kojih se može izračunati ukupni otpor broda. Međutim, poznate metode koje se temelje na linearizaciji rubnog uvjeta na slobodnoj površini u određenim slučajevima nisu pouzdane. Neki od njihovih nedostataka navedeni su u nastavku:

- Osim ograničenja po pitanju vrste strujanja, postoje ograničenja po pitanju same forme broda ukoliko se koriste linearizirane metode. Linearizirani rubni uvjet nije pogodan za primjenu na forme kod kojih je prisutna veća zakrivljenost u području blizu vodne linije.
- Rezultati proračuna provedenih različitim lineariziranim metodama daju slične vrijednosti za brodske forme čiji je koeficijent punoće istisnine  $C_B$  između 0,60 i 0,70. Međutim, ako se razmatraju punije forme pri nižim brzinama, postoje značajne razlike među proračunatim vrijednostima otpora te se nijedna metoda pritom ne može smatrati pouzdanom.
- Kod vitkijih formi koje napreduju većom brzinom, sve poznate linearizirane metode daju određene pogreške u postavljanju rubnih uvjeta na slobodnoj površini, čak i kad se dobivaju prihvatljivi rezultati. Za punije, sporije forme javljaju se prilično velike greške kod opisivanja uvjeta na slobodnoj površini, a posebice primjenom Kelvinove metode (Raven, 1996).
- Otpor uzrokovan poremećajima daleko iza broda pozitivnog je predznaka, ali kod otpora koji se dobiva integracijom tlakova na oplakivanoj površini mogu se pojaviti razlike višeg reda veličine u odnosu na protok energije kroz valovitu slobodnu površinu. U nekim slučajevima te razlike mogu biti i prvog reda veličine. U ekstremnim slučajevima na taj način može se integriranjem tlakova kao rezultat dobiti negativan otpor, a to se može izbjeći rješenjem nelinearnog problema.
- Iako su pojedine metode koje se temelje na linearizaciji (Dawsonova, Eggersova) prihvatljive i dovoljno točne za pojedine forme, ne daju mogućnost proračuna

optjecanja oko izrazito vitkih, brzih formi, kao niti oko izrazito punih formi. Također ne postoji mogućnost napretka ili poboljšanja unutar samih metoda.

- Svi linearizirani rubni uvjeti na slobodnoj površini mogu sadržavati nedosljednosti u pojedinim slučajevima. Za Neumann-Kelvinov problem, to je različito postavljanje rubnih uvjeta na oplakivanoj površini i na slobodnoj površini, iz čega proizlazi „Gaddov paradoks“ (Gadd, 1976.) .

Svi navedeni nedostaci mogu se ukloniti primjenom nelinearnog rubnog uvjeta na slobodnoj površini, pa je stoga potreban razvoj potpuno nelinearne metode za proračun optjecanja oko brodske forme u mirnoj vodi.

U radu je razvijena nelinearna numerička metoda za rješavanje trodimenzijskog potencijalnog optjecanja sa slobodnom površinom. Metoda se primjenjuje u kombinaciji s genetskim algoritmom u svrhu optimiziranja pramčanog dijela broda.

Razlog odabira nelinearne metode je taj što linearizirani rubni uvjet na slobodnoj površini vrijedi za male poremećaje slobodne površine. Međutim, u slučaju plovidbe vitkog broda većom brzinom ili pak sporog broda većeg koeficijenta punoće istisnine prisutne su nelinearne pojave na slobodnoj površini koje se lineariziranim modelom ne mogu opisati na odgovarajući način.

Odabrana je metoda potencijalnog strujanja, jer se zna da će u procesu optimizacije biti potrebno nekoliko stotina ili tisuća puta provesti proračun optjecanja te svaku modifikaciju forme iznova prikazati pomoću mreže. U ovom slučaju je potreban računalni program koji će proračun optjecanja provesti brzo, kroz nekoliko sekundi ili minuta, a upravo to je odlika rješavača koji se temelje na potencijalnim metodama. Nadalje, potencijalne metode su dovoljno precizne za relativno ocjenjivanje formi, odnosno za procjenu koja je povoljnija u odnosu na neku drugu. Nakon konačnog odabira forme, ili nakon smanjivanja izbora na dvije ili tri, mogu se provesti dodatna ispitivanja pomoću RDF viskoznih metoda ili pokusima u bazenu, kako bi se detaljno utvrdile lokalne značajke strujanja i kako bi se potvrdile vrijednosti ukupnog otpora.

## 1. 2. Pregled dosadašnjih istraživanja

Nastajanje valova na slobodnoj površini te njihov utjecaj na otpor broda jedan je od problema koji se u hidrodinamici broda neprestano istražuju. Prva istraživanja počela su još u devetnaestom stoljeću, a temeljila su se na mjerenjima tlakova, eksperimentima i vizualnim zapažanjima. No, kako se u ovom radu govori o numeričkim metodama, pregled dosadašnjih istraživanja započinje u periodu početka korištenja računala.

Za rješavanje problema nastajanja valova na slobodnoj površini optjecanje se raščlanjuje na nastajanje gravitacijskih valova na slobodnoj površini, te pojavu graničnog sloja. Kod određivanja sustava valova može se zanemariti utjecaj viskoznosti, te problem svesti na potencijalno strujanje sa slobodnom površinom. Pritom su značajke strujanja ovisne o položaju slobodne površine, čiji oblik prethodno nije poznat. Jedna od najznačajnijih je Dawsonova metoda (Dawson, 1977.), koja primjenjuje metodu Rankineovih izvora za modeliranje valova na slobodnoj površini, a nelinearne kinematičke i dinamičke rubne uvjete na slobodnoj površini linearizira uvođenjem optjecanja dvostrukog modela. U istraživanju koje je proveo Gadd (Gadd, 1976.), nelinearni rubni uvjeti na slobodnoj površini rješavaju se iterativno, ali se nameću na mirnu slobodnu površinu. Međutim, zbog metoda proračuna koje su tada bile na raspolaganju, nije se mogla koristiti dovoljno fina mreža panela, te se nisu mogli dobiti zadovoljavajući rezultati.

Daube i Dulieu razvili su metodu koja se temelji na Dawsonovoj metodi (Daube, Dulieu, 1981.). To je jedna od prvih metoda u kojoj se pokušavaju obuhvatiti nelinearni rubni uvjeti na oplakivanoj površini. U toj se metodi rubni uvjet na slobodnoj površini prikazuje pomoću derivacija po strujnicama na slobodnoj površini, a koje se određuju na temelju vrijednosti dobivenih proračunom optjecanja dvostrukog modela.

Jedna od prvih metoda s primijenjenim potpuno nelinearnim uvjetom na slobodnoj površini trodimenzijskog optjecanja razvijena je na Chalmers University (Xia, 1986.) Metoda je zapravo iterativni proces u kojem se uvjeti na slobodnoj površini lineariziraju pretpostavljajući male promjene s obzirom na rješenje iz prethodne iteracije. Kao i kod Dawsonove metode, derivacije brzina određuju se metodom konačnih razlika. U ovoj metodi paneli izvora poklapaju se s panelima na mirnoj slobodnoj površini, što znači da je dolazilo do preklapanja izvora s domenom fluida, a konvergencija se mogla postići samo u slučajevima malih nelinearnosti. Rad na toj metodi nastavio je Ni (Ni, 1987.), uz izmjenu koja se sastoji u

postavljanju izvora na trenutnu slobodnu površinu, dok se kao izvori koriste paneli višeg reda. Približno u isto vrijeme, u Hamburgu je razvijena još jedna metoda (Jensen et al., 1989., Jensen, et al., 1986.), temeljena na korištenju jednostavnih točkastih izvora na nekoj visini iznad slobodne površine. Derivacije brzina ne određuju se metodom konačnih razlika nego analitički, čime su izbjegnute numeričke pogreške, ali se pojavljuje problem postavljanja radijacijskog uvjeta. U ovoj se metodi radijacijski uvjet zadovoljava pomicanjem izvora slobodne površine unazad za jedno mjesto s obzirom na kolokacijske točke. Istraživanje potencijalnih metoda nastavio je Janson (Janson, 1997., Janson, 2000.), kombinirajući neke od poznatih pristupa. Koriste se točkasti izvori podignuti iznad slobodne površine, dok se radijacijski uvjet, kao i kod Jensenovih metoda, zadovoljava pomicanjem kolokacijskih točaka na slobodnoj površini. Metoda se može koristiti kao linearizirana i kao nelinearna.

Metodu koja se temelji na podizanju izvora iznad slobodne površine i iteracijskom postupku za nelinearno rješenje razvio je i Raven (Raven, 1996) te je kasnije proučavao mogućnosti uključivanja viskoznog strujanja u takvu iterativnu metodu (Raven, Starke, 2002.) i (Raven, van der Ploeg, Starke, 2004).

Još jednu metodu razvili su Lin i Kuang (Lin, Kuang, 2006.), a sastoji se u uvođenju koeficijenta umjetnog rasipanja koji služi za modeliranje vrlo malih viskoznosti. U toj metodi se tlak uzima kao glatka funkcija vektora normale na oplakivanu površinu u koordinatnom sustavu broda.

Istovremeno s metodama za proračun optjecanja oko forme broda, počele su se razvijati metode za optimizaciju forme. Umjesto da se izrađuju modeli raznih varijanti iste forme i ispituju u bazenu, rezultati računalnih simulacija postali su temelj za odabir optimalne forme. Numeričku optimizaciju je među prvima primijenio Hsiung (Hsiung, 1981., Hsiung, Shenyang, 1984.). U njegovoj metodi forma broda aproksimirana je skupinom „tent“ funkcija, pomoću kojih se integriranjem može odrediti oplakivana površina, a otpor valova i ukupni otpor određeni su primjenom Mitchellovog integrala. Optimizacija sa stajališta otpora valova i ukupnog otpora postiže se smanjivanjem oplakivane površine.

Godine 1986. razvijena je metoda za odabir oblika pramčanog bulba za brze brodove (Hoyle et al., 1986). Razvijena je serija od devet mogućih oblika bulba, koja je zatim analizirana kombinacijom numeričkih metoda i ispitivanja u bazenu. Svi oblici analizirani su numerički, te su najpovoljniji odabrani za pokus otpora u bazenu. Uspoređeni su koeficijenti



ukupnog otpora dobiveni numerički i eksperimentalno, međutim vrijednosti se međusobno značajno razlikuju, iako slijede isti trend.

Devedesetih godina 20. stoljeća dolazi do značajnog razvoja neuronskih mreža i genetskog algoritma, te se njihove prednosti nastoje iskoristiti kod razvoja brodske forme. Godine 1995. objavljen je rad (Doctors i Day, 1995.) u kojem se optimizira Wigleyeva forma na temelju otpora valova, primjenom genetskog algoritma. Zbog velikog razmatranog broja jedinki i populacija, proračun otpora na temelju Mitchellovog integrala proveden je više od 10 000 puta. Kako bi se izbjegla prerana konvergencija, svaki proračun započet je s pet različitih početnih populacija. Isti autori istraživali su tu tematiku i narednih godina, te su rezultate objavili 2000. godine (Day i Doctors, 2000.), u obliku smjernica i uputa na koji način postaviti ulazne parametre za genetski algoritam, na koji način prikazati geometriju forme, uz analizu točnosti pojedinih metoda za procjenu otpora.

Neuronske mreže su se pokazale kao slabije rješenje za optimizaciju forme broda, jer zahtijevaju velik broj ulaznih podataka za „učenje“, pa bi se mogle primjenjivati samo na međusobno vrlo slične forme (Schmitz et al., 2004.). Napredak po pitanju optimizacijskih procesa postignut je u području genetskog algoritma (Peri et al., 2000., 2001.), postavljanjem mješovite funkcije cilja, te odabirom višestrukih kriterija (Zalek et al., 2009.)

Na temelju analize dosadašnjih istraživanja, uočena je mogućnost primjene nelinearne metode za rješenje potencijalnog strujanja kao dio procesa optimizacije forme broda. Kako bi se iskoristile prednosti nelinearne metode pri određivanju značajki optjecanja, u radu su objedinjena saznanja iz prethodnih istraživanja. Na temelju postojećeg računalnog programa (Dejhalla, 1999.), za proračun optjecanja lineariziranom metodom izrađen je novi računalni program NLP-FLOW (*NonLinear Potential Flow*). Program rješava potencijalno strujanje s nelinearnim rubnim uvjetom. U metodi se primjenjuju izdignuti paneli s izvorima, automatski generator mreže i optimizacijski algoritam koji na temelju značajki strujanja pronalazi najpovoljniji oblik pramčanog dijela forme. Metode koje su primijenjene te postignuti rezultati obrazloženi su u sljedećim poglavljima ovog rada.

## 2. MATEMATIČKA POSTAVKA PROBLEMA

U ovom je poglavlju opisana metoda za rješavanje trodimenzijskog potencijalnog strujanja broda koja se temelji na Laplaceovoj parcijalnoj diferencijalnoj jednačbi. Za numeričko rješenje Laplaceove jednačbe s odgovarajućim rubnim uvjetima koristi se metoda rubnih elemenata, odnosno panelna metoda. Za rješenje trodimenzijskog stacionarnog potencijalnog optjecanja forme broda primijenjuje se metoda Rankineovih izvora. Nelinearno rješenje dobiva se iteracijskim rješavanjem niza lineariziranih problema. Potrebno je postaviti neko početno rješenje, dok se svakoj idućoj iteraciji kao početno rješenje uzima oblik valovite slobodne površine iz prethodnog rješenja.

### 2. 1. Osnovne jednačbe

Promatra se optjecanje oko forme broda koja u mirnoj vodi napreduje konstantnom brzinom  $U_\infty$ . Ishodište koordinatnog sustava postavlja se na pramčanu okomicu, u ravnini mirne vodene površine, za koju vrijedi  $z = 0$ , slika 2.1. Os  $x$  usmjerena je prema krmi, os  $y$  prema desnom boku, a os  $z$  vertikalno prema gore.

Na slici 2.1.  $S_{FS}$  označava slobodnu površinu, koja se definira kao:

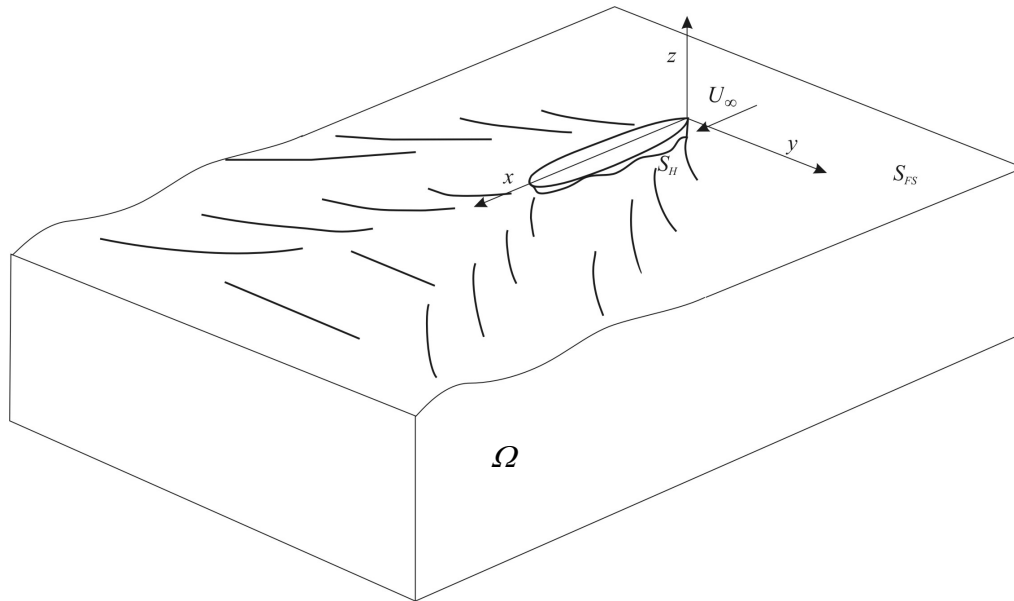
$$H(x, y, z) = h(x, y) - z = 0 \quad (2.1)$$

Pritom  $h$  označava valnu elevaciju u smjeru osi  $z$ .

$S_H$  označava oplakivanu površinu, koja se definira u obliku područja  $\gamma$ :

$$\Gamma(x, y, z) = \gamma(x, z) - y = 0 \quad (2.2)$$

Pri postavljanju problema pretpostavlja se bezvrtložno strujanje homogene, nestlačive i neviskozne tekućine. Također se uzima da forma miruje, a na nju nastružava tekućina brzinom  $U_\infty$ .



Slika 2.1. Koordinatni sustav

Jednadžba očuvanja mase u mehanici fluida glasi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.3)$$

Za stacionarno strujanje veličine se ne mijenjaju u vremenu, pa slijedi:

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.4)$$

Kod nestlačivih fluida gustoća  $\rho$  je konstantna, pa slijedi:

$$\text{div} \vec{V} = 0 \quad (2.5)$$

Uvodi se pojam potencijala brzine  $\phi(x, y, z)$ , čijim se negativnim gradijentom definira vektorsko polje brzina takvog potencijalnog strujanja:

$$\vec{V}(x, y, z) = -\text{grad} \phi = -(\partial_x \phi \vec{i} + \partial_y \phi \vec{j} + \partial_z \phi \vec{k}) \quad (2.6)$$

Komponente brzine su pritom:

$$V_x = \partial_x \phi, \quad V_y = \partial_y \phi, \quad V_z = \partial_z \phi \quad (2.7)$$

Odnosno, Laplaceova jednadžba glasi:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} \phi) = \nabla(\nabla \phi) = \Delta \phi = \partial_{xx} \phi + \partial_{yy} \phi + \partial_{zz} \phi = 0, \quad \text{za } (x, y, z) \in \Omega \quad (2.8)$$

Kako se za opisivanje potencijalnog strujanja koristi Laplaceova jednadžba, potrebno je da ona bude zadovoljena u cijelom području fluida  $\Omega$ , na oplakivanoj i slobodnoj površini.

Za rješavanje Laplaceove jednadžbe zahtijeva se zadovoljavanje svih rubnih uvjeta na rubovima proračunskog područja  $\Omega$ .

Također je potrebno zadovoljiti jednadžbu očuvanja energije koja se zbog značajki tekućine i strujanja svodi na Bernoullijevu jednadžbu:

$$p - p_\infty = -\frac{1}{2} \rho (\nabla \phi \cdot \nabla \phi - U_\infty^2) - \rho g z, \quad \text{za } (x, y, z) \in \Omega \quad (2.9)$$

## 2. 2. Rubni uvjeti

**Kinematički rubni uvjet na oplakivanoj površini**, ili Neumannov rubni uvjet za brzinu na oplakivanoj površini forme broda, odnosi se na nepromočivost stijenke. Normalna komponenta brzine čestica tekućine jednaka je nuli, odnosno strujanje mora biti tangencijalno u odnosu na  $S_H$ :

$$\vec{n} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (2.10)$$

Pritom  $\vec{n}$  označava vektor normale na oplakivanu površinu usmjeren od oplakivane površine u područje  $\Omega$ .

**Kinematički rubni uvjet na slobodnoj površini**, odnosi se na pretpostavku da ne postoji normalna komponenta brzine čestica tekućine relativno prema slobodnoj površini  $H$ :

$$\nabla \phi \cdot \nabla H = 0 \quad (2.11)$$

odnosno

$$\partial_x \phi \cdot \partial_x h + \partial_y \phi \cdot \partial_y h - \partial_z \phi = 0 \quad (2.12)$$

**Dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini** uvodi se radi određivanja elevacija slobodne površine  $h(x, y)$  znajući da je tlak konstantan:

$$\frac{1}{2}(\nabla \phi \cdot \nabla \phi) + gz = \frac{1}{2}U_\infty^2 \quad (2.13)$$

i taj uvjet mora se primijeniti na trenutnu slobodnu površinu  $z = h$ .

Strujanje na širem području oko broda mora biti neometano, a valovi koji nastaju oko forme ne smiju se širiti ispred pramca (tzv. radijacijski uvjet):

$$\phi = U_\infty x + \begin{cases} O(x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}}, & \text{za } x < -\frac{L}{2}, \\ O(1), & \text{za } x \geq -\frac{L}{2}, \end{cases} \text{ kada } (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty \quad (2.14)$$

Nadalje, na velikoj udaljenosti od forme postoji jedino paralelno strujanje, bez utjecaja optjecanja forme broda:

$$\lim_{x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty} \nabla \phi_k = U_\infty \vec{i}. \quad (2.15)$$

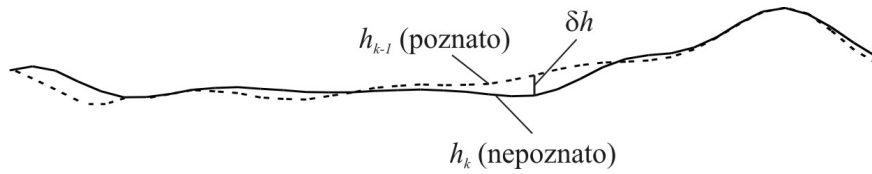
Osnovni je problem nelinearnost dinamičkog rubnog uvjeta (2.13), uz činjenicu da se uvjeti (2.11) i (2.13) moraju zadovoljiti na slobodnoj površini čiji oblik nije unaprijed poznat. Stoga se pristupa linearizaciji problema.

Potencijal brzine  $\phi_k$  u  $k$ -toj iteraciji izražava se kao zbroj rješenja potencijala iz prethodne iteracije  $\phi_{k-1}$  i poremećajnog potencijala  $\delta\phi$  koji uključuje utjecaj valovite slobodne površine:

$$\phi_k = \phi_{k-1} + \delta\phi \quad (2.16)$$

Na isti način, elevacija slobodne površine (slika 2.2) može se napisati u obliku:

$$h_k = h_{k-1} + \delta h. \quad (2.17)$$



Slika 2.2. Elevacije slobodne površine

Kao osnovno rješenje za elevaciju usvaja se valovita slobodna površina iz prethodnog rješenja. Pretpostavlja se da su vrijednosti  $\phi_{k-1}$  i  $h_{k-1}$  reda veličine  $O(1)$ , a  $\delta\phi$  i  $\delta h$  reda veličine  $O(\varepsilon)$ . Linearizacijskim postupkom se zanemaruju članovi reda  $O(\varepsilon^2)$ , jer je dokazano (Raven, 1996.) da je njihov utjecaj na točnost proračuna zanemariv, a znatno komplicira numeričko rješenje, jer je njihov iznos višestruko manji od reda veličine  $O(1)$ .

Uvrštavanjem vrijednosti (2.17) u jednadžbu slobodne površine (2.1) dobiva se:

$$H(x, y, z) = h_{k-1}(x, y) + \delta h(x, y) - z = 0 \quad (2.18)$$

Tada se kinematički rubni uvjet na slobodnoj površini (2.11) može napisati kao:

$$\nabla(\phi_{k-1} + \delta\phi) \cdot \nabla(h_{k-1} + \delta h - z) = 0 \quad (2.19)$$

Dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini (2.13) glasi:

$$\frac{1}{2} \nabla(\phi_{k-1} + \delta\phi) \cdot \nabla(\phi_{k-1} + \delta\phi) + g(h_{k-1} + \delta h) = \frac{1}{2} U_\infty^2 \quad (2.20)$$

Zanemarivanjem članova višeg reda veličine  $O(\varepsilon^2)$ , dobivaju se rubni uvjeti:

$$\nabla\phi_{k-1} \cdot \nabla h_{k-1} + \nabla\phi_{k-1} \cdot \nabla\delta h + \nabla\delta\phi \cdot \nabla h_{k-1} - \partial_z \delta\phi = 0 \quad (2.21)$$

$$g\delta h + \nabla\phi_{k-1} \cdot \nabla\delta\phi = 0 \quad (2.22)$$

Iz (2.22) slijedi:

$$\nabla \delta h = -\frac{1}{g} \nabla (\nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla \delta \phi) \quad (2.23)$$

Uvrštavanjem u (2.21) dobiva se:

$$\nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla h_{k-1} - \frac{1}{g} \nabla \phi_{k-1} \nabla (\nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla \delta \phi) + \nabla \delta \phi \cdot \nabla h_{k-1} - \partial_z \delta \phi = 0 \quad (2.24)$$

Potencijal brzine  $\phi_k$  može se izraziti kao suma potencijala paralelnog strujanja koje nailazi iz velike udaljenosti ispred forme broda i perturbacijskog potencijala  $\phi'$  koji nastaje uslijed optjecanja forme:

$$\phi_k = U_\infty x + \phi' \quad (2.25)$$

odnosno, brzina je u tom slučaju:

$$\nabla \phi_k = U_\infty \vec{i} + \nabla \phi' \quad (2.26)$$

Ukoliko se (2.26) uvrsti u (2.24), nakon sređivanja slijedi izraz:

$$\begin{aligned} \nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla (\nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla \phi') - g \nabla \phi' \cdot \nabla h_{k-1} + g \partial_z \delta \phi = \\ = \nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla (\nabla \phi_{k-1} \cdot \nabla \phi_{k-1} - U_\infty \partial_x \phi_{k-1} \nabla \phi') + g U_\infty \partial_x h_{k-1} \end{aligned} \quad (2.27)$$

u kojem vrijedi:

$$\begin{aligned} \nabla \phi_{k-1} &= \partial_x \phi_{k-1} \vec{i} + \partial_y \phi_{k-1} \vec{j} + \partial_z \phi_{k-1} \vec{k}, \\ \nabla \phi' &= \partial_x \phi' \vec{i} + \partial_y \phi' \vec{j} + \partial_z \phi' \vec{k}, \\ \nabla h_{k-1} &= \partial_x h_{k-1} \vec{i} + \partial_y h_{k-1} \vec{j}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Uvrštavanjem jednadžbe za elevaciju slobodne površine (2.18) u (2.27), eliminiraju se članovi povezani s elevacijama slobodne površine, te se dobiva rubni uvjet na slobodnoj površini u sređenom obliku:

$$\begin{aligned}
& \partial_x \phi'(a+c) + \partial_y \phi'(b+d) + (\partial_x \phi_{k-1})^2 \partial_{xx} \phi' + (\partial_y \phi_{k-1})^2 \partial_{yy} \phi' + (\partial_z \phi_{k-1})^2 \partial_{zz} \phi' + \\
& + \partial_x \phi_{k-1} \partial_y \phi_{k-1} (\partial_{yx} \phi' + \partial_{xy} \phi') + \partial_x \phi_{k-1} \partial_z \phi_{k-1} (\partial_{xz} \phi' + \partial_{zx} \phi') + \\
& + \partial_y \phi_{k-1} \partial_z \phi_{k-1} (\partial_{zy} \phi' + \partial_{yz} \phi') + \\
& + \partial_z \phi' (\partial_x \phi_{k-1} \partial_{zx} \phi_{k-1} + \partial_y \phi_{k-1} \partial_{zy} \phi_{k-1} + \partial_z \phi_{k-1} \partial_{zz} \phi_{k-1} + g) = \\
& = 2\partial_x \phi_{k-1} (c - U_\infty \partial_{xx} \phi_{k-1}) + \partial_y \phi [2d - U_\infty (\partial_{xy} \phi_{k-1} + \partial_{yx} \phi_{k-1})] + \\
& + \partial_z \phi_{k-1} [2\partial_x \phi_{k-1} \partial_{xz} \phi_{k-1} + 2\partial_y \phi_{k-1} \partial_{yz} \phi_{k-1} + 2\partial_z \phi_{k-1} \partial_{zz} \phi_{k-1} - \\
& - U_\infty (\partial_{xz} \phi_{k-1} + \partial_{zx} \phi_{k-1})]
\end{aligned} \tag{2.29}$$

U jednadžbi (2.29) vrijedi:

$$\begin{aligned}
a &= \partial_x \phi_{k-1} \cdot \partial_{xx} \phi_{k-1} + \partial_y \phi_{k-1} \cdot \partial_{xy} \phi_{k-1} + \partial_z \phi_{k-1} \cdot \partial_{xz} \phi_{k-1} \\
b &= \partial_x \phi_{k-1} \cdot \partial_{yx} \phi_{k-1} + \partial_y \phi_{k-1} \cdot \partial_{yy} \phi_{k-1} + \partial_z \phi_{k-1} \cdot \partial_{yz} \phi_{k-1} \\
c &= \partial_x \phi_{k-1} \cdot \partial_{xx} \phi_{k-1} + \partial_y \phi_{k-1} \cdot \partial_{yx} \phi_{k-1} + \partial_z \phi_{k-1} \cdot \partial_{zx} \phi_{k-1} \\
d &= \partial_x \phi_{k-1} \cdot \partial_{xy} \phi_{k-1} + \partial_y \phi_{k-1} \cdot \partial_{yy} \phi_{k-1} + \partial_z \phi_{k-1} \cdot \partial_{zy} \phi_{k-1}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Na taj način dobiva se rubni uvjet na slobodnoj površini kojeg treba zadovoljiti za rješenje Laplaceove jednadžbe i određivanje potencijala  $\phi'$ , zajedno s (2.10), (2.14) i (2.15).

Rješenje nelinearnog problema (2.13) dobiva se na način da se iteracijskim postupkom elevacije na slobodnoj površini prilagođavaju do postizanja konvergencije.

Kao kriterij konvergencije postavljen je zahtjev da razlike između valnih elevacija u konačnoj i prethodnoj iteraciji budu unutar neke unaprijed zadane male vrijednosti. Treba uzeti u obzir da te razlike budu unutar zadanih vrijednosti u dvije uzastopne iteracije, jer se tek tada može isključiti utjecaj pogreške zbog lokalne promjene oblika slobodne površine.

Prema preporukama iz (Raven, 1996), kao kriterij konvergencije usvojen je zahtjev da razlika svih valnih elevacija u zadnjoj iteraciji bude manja od  $|0,0001 L|$ .

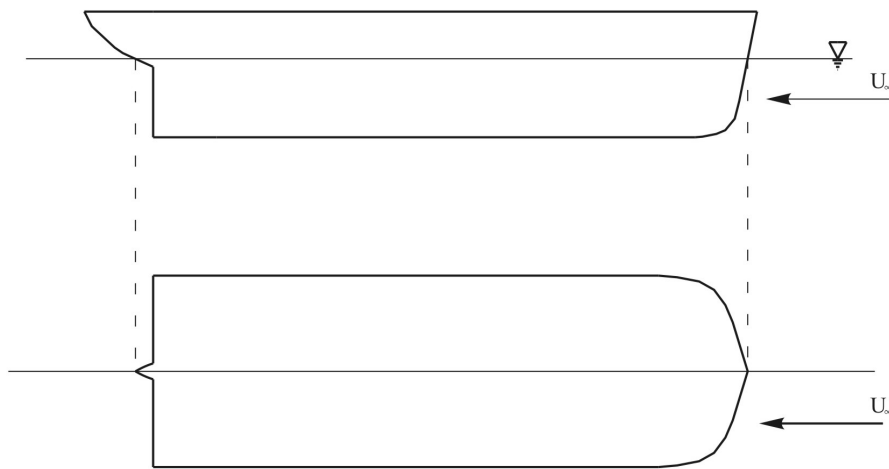
U prvoj iteraciji, dok izgled slobodne površine još nije poznat, potrebno je odabrati neko početno rješenje. Bilo bi moguće kao početno rješenje usvojiti mirnu slobodnu površinu, no time bi se povećao broj iteracija prije postizanja konvergencije, a time i vrijeme proračuna. Stoga je kao početno rješenje odabrano optjecanje forme broda, uz pretpostavku da se na slobodnoj površini ne pojavljuju valovi.



Takav se oblik rješenja može dobiti ako se na podvodni dio forme broda, koji se nalazi ispod ravnine  $z = 0$ , zrcaljenjem s obzirom na tu ravninu nadoda isti takav dio u prostor iznad ravnine  $z = 0$ . Na ovaj način dobiva se dvostruki model, koji je simetričan s obzirom na ravninu mirne površine vode, te smješten u neograničenoj tekućini, Slika 2.3.

Kod optjecanja takvog dvostrukog modela ravnina  $z = 0$  ponaša se kao kruta stijenka, dok se kao vrijednost elevacije slobodne površine u prvoj iteraciji usvaja Bernoullijev val:

$$h_0 = \frac{1}{2g}(U_\infty^2 - \nabla\phi_0 \cdot \nabla\phi_0) \quad (2.31)$$



Slika 2.3. Dvostruki model

### 2. 3. Integralna formulacija problema

Kao što je navedeno u jednadžbi (2.26), potencijal brzine  $\phi$  je suma brzine paralelnog strujanja koje nailazi iz velike udaljenosti i perturbacijskog potencijala  $\phi'$  koji nastaje uslijed optjecanja forme broda, i koji mora zadovoljavati Laplaceovu jednadžbu. Jedna od najefikasnijih metoda za rješenje Laplaceove diferencijalne jednadžbe je svođenje problema na integralnu jednadžbu po rubnim površinama. Pritom se primjenom Greenovog teorema traženje rješenja u proračunskom području  $\Omega$  može svesti na traženje rješenja na rubu  $S$ :

$$\iiint_{\Omega} (f\Delta g - g\Delta f) d\Omega = \iint_S \left( f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS. \quad (2.32)$$

U tom se slučaju potencijal  $\phi'$  definira odgovarajućom kontinuiranom razdiobom Greenovih funkcija po rubnim površinama  $S_H$  i  $S_{FS}$ :

$$\phi' = \iint_{S_H \cup S_{FS}} G(P, Q) \sigma(Q) dS. \quad (2.33)$$

U ovom izrazu  $P$  je proizvoljna točka u  $\Omega$ , a  $Q$  točka na rubnoj površini.  $G(P, Q)$  je Greenova funkcija koja zadovoljava Laplaceovu diferencijalnu jednadžbu, a  $\sigma(Q)$  nepoznati intenzitet Greenove funkcije koji se određuje iz rubnih uvjeta.

Za razmatrani slučaj odabire se Greenova funkcija oblika :

$$G(P, Q) = \frac{1}{r(P, Q)} = \frac{1}{\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}} \quad (2.34)$$

u kojoj  $r(P, Q)$  predstavlja udaljenost između točaka  $P$  i  $Q$ . Greenova funkcija ovog oblika je potencijal Rankineova izvora i predstavlja potencijal brzine koji u točki  $P$  inducira jedinični izvor koji se nalazi u točki  $Q$ .

Za rješenje Laplaceove diferencijalne jednadžbe, potrebno je odabrati odgovarajuću funkciju:

$$\frac{1}{r(P, Q)} = \frac{1}{\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}} \quad (2.35)$$

U slučaju funkcije (2.35), jedinični izvor smješten u točki  $Q$  inducira u točki  $P$  potencijal brzine:

$$\phi'(P) = \frac{1}{r(P, Q)} \quad (2.36)$$

Slijedi:

$$\partial_x \phi' = \partial_x \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \partial_x r \quad (2.37)$$

$$\partial_x r = \frac{1}{2} \left[ (x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \partial_x (x_P - x_Q)^2 \quad (2.38)$$

$$\partial_x (x_P - x_Q)^2 = 2(x_P - x_Q) \quad (2.39)$$

Dobiva se:

$$\partial_x r = \frac{(x_P - x_Q)}{r} \quad (2.40)$$

$$\partial_x \phi' = -\frac{(x_P - x_Q)}{r^3} \quad (2.41)$$

Za ostale koordinate na isti način može se dobiti:

$$\partial_y \phi' = -\frac{(y_P - y_Q)}{r^3}, \quad \partial_z \phi' = -\frac{(z_P - z_Q)}{r^3} \quad (2.42)$$

Druga derivacija dobiva se:

$$\begin{aligned} \partial_{xx} \phi' &= \partial_x \left( \frac{x_P - x_Q}{r^3} \right) = \frac{r^3 - (x_P - x_Q) \cdot 3r^2 \partial_x r}{r^6} = \\ &= \frac{r^3 - 3(x_P - x_Q) \cdot r^2 \cdot \frac{(x_P - x_Q)}{r}}{r^6} \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\partial_{xx} \phi' = \frac{r^2 - 3(x_P - x_Q)^2}{r^5} \quad (2.44)$$

Za ostale koordinate na isti se način može dobiti:

$$\partial_{yy} \phi' = \frac{r^2 - 3(y_P - y_Q)^2}{r^5}, \quad \partial_{zz} \phi' = \frac{r^2 - 3(z_P - z_Q)^2}{r^5} \quad (2.45)$$

Prema tome, rješenje Laplaceove jednadžbe glasi:

$$\nabla(\nabla \phi') = \Delta \phi' = \frac{3r^2 - 3[(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2]}{r^5} = 0 \quad (2.46)$$

Zbog ovakvog odabira Greenove funkcije, dobivenu Laplaceovu jednadžbu nije potrebno rješavati unutar domene fluida, već samo po rubovima proračunskog područja.

## 2. 4. Određivanje vrijednosti sila, tlakova i elevacija

Sile i momenti koje djeluju na oplakivanu površinu broda mogu se odrediti integracijom tlakova po oplakivanoj površini pomoću izraza:

$$\vec{F} = - \iint_{S_H} p \vec{n} dS \quad (2.47)$$

$$\vec{M} = - \iint_{S_H} p (\vec{r} \times \vec{n}) dS \quad (2.48)$$

Tlakovi se prikazuju u bezdimenzijskom obliku, pomoću koeficijenta tlaka:

$$C_{p_k} = 1 - \left( \frac{|\nabla \phi_k|}{U_\infty} \right)^2, \quad (2.49)$$

U lineariziranom obliku, koeficijent tlaka glasi:

$$C_{p_k} = 1 - \frac{1}{U_\infty^2} \left\{ (\partial_x \phi_k)^2 + (\partial_y \phi_k)^2 + (\partial_z \phi_k)^2 + 2(\partial_x \phi_k \partial_x \delta\phi + \partial_y \phi_k \partial_y \delta\phi + \partial_z \phi_k \partial_z \delta\phi) \right\} \quad (2.50)$$

Elevacije slobodne površine mogu se odrediti iz dinamičkog rubnog uvjeta:

$$h_k = \frac{1}{2g} \left\{ U_\infty^2 - [(\partial_x \phi_k)^2 + (\partial_y \phi_k)^2 + (\partial_z \phi_k)^2 + 2(\partial_x \phi_k \partial_x \delta\phi + \partial_y \phi_k \partial_y \delta\phi + \partial_z \phi_k \partial_z \delta\phi)] \right\} \quad (2.51)$$

Sila otpora valova, koja se pojavljuje pri gibanju broda u idealnoj tekućini sa slobodnom površinom, određuje se kao:

$$R_W = - \iint_{S_H} p n_x dS \quad (2.52)$$

Bezdimenzijski koeficijent otpora valova određuje se iz  $R_W$  kao:

$$C_W = \frac{R_W}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_H} = -\frac{1}{S_H} \iint_{S_H} C_p n_x dS \quad (2.53)$$

gdje je  $C_p$  bezdimenzijski koeficijent tlaka koji je definiran u izrazu (2.49.)

Vertikalna sila dobiva se iz izraza:

$$R_Z = -\iint_{S_H} p n_z dS \quad (2.54)$$

dok se koeficijent vertikalne sile određuje kao:

$$C_Z = \frac{R_Z}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_H} = -\frac{1}{S_H} \iint_{S_H} C_p n_z dS \quad (2.55)$$

Moment oko poprečne osi koja prolazi težištem istisnine broda dobiva se iz:

$$M = -\iint_{S_H} C_p [n_x(z - Z_{CB}) - n_z(x - X_{CB})] dS \quad (2.56)$$

Bezdimenzijski koeficijent momenta proizlazi iz  $M$ :

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_H L} = -\frac{1}{S_H L} \iint_{S_H} C_p [n_x(z - Z_{CB}) - n_z(x - X_{CB})] dS \quad (2.57)$$

Pritom je vektor normale na oplakivanu površinu definiran kao:  $\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}$ .

### 3. NUMERIČKI MODEL

Kod razvoja nelinearne metode za proračun stacionarnog potencijalnog strujanja sa slobodnom površinom, potrebno se držati sljedećih načela:

- Kako neki članovi višeg reda mogu imati dvostruko ili trostruko veći valni broj od glavne komponente valnog sustava, nelinearni proračun se mora temeljiti na pouzdanom numeričkom modelu i na dovoljno gustoj mreži panela, kako bi se svi nelinearni učinci ispravno uzeli u obzir.
- Vrlo je važno da korištena nelinearna metoda ne bude osjetljiva na oscilacije koje se mogu javiti između susjednih točaka kod gušće raspoređenih panela, kao primjerice u Dawsonovoj metodi.
- Derivacije višeg reda dobivaju se numerički primjenom metode konačnih razlika, te rezultat ovisi o primijenjenoj shemi konačnih razlika i o diskretizaciji same slobodne površine. Zbog određivanja derivacija numeričkim putem, točnost derivacija višeg reda može biti upitna. Tada je u nelinearnom rubnom uvjetu bolje potpuno izbjeći derivacije potencijala višeg reda, ili pak temeljiti proračun na primjerenijoj numeričkoj metodi.
- Potrebno je vrlo precizno uzeti u obzir oblik trenutnog presjeka slobodne i oplakivane površine, te se rubni uvjet na oplakivanoj površini mora nametnuti na trenutni oblik oplakivane površine.
- Potrebno je da metoda daje pouzdanu procjenu strujanja i sustava valova oko forme, budući da se postupak optimizacije forme temelji na tim vrijednostima. Točnost predviđanja otpora valova u tom slučaju nije najvažnija, iako krivulja otpora mora slijediti očekivani trend.
- Računalni program mora biti stabilan i lako primjenjiv. Budući da se radi o metodi neviskoznog strujanja, očekuje se da će se rezultati biti dovoljno pouzdani za preliminarnu optimizaciju brodske forme, te da će, istovremeno, vrijeme potrebno za pripremu i provođenje proračuna biti razumno kratko (Kim et al., 2009.). Sam proračun značajki strujanja za jednu brzinu traje između jedne i dvije minute na osobnom računalu.

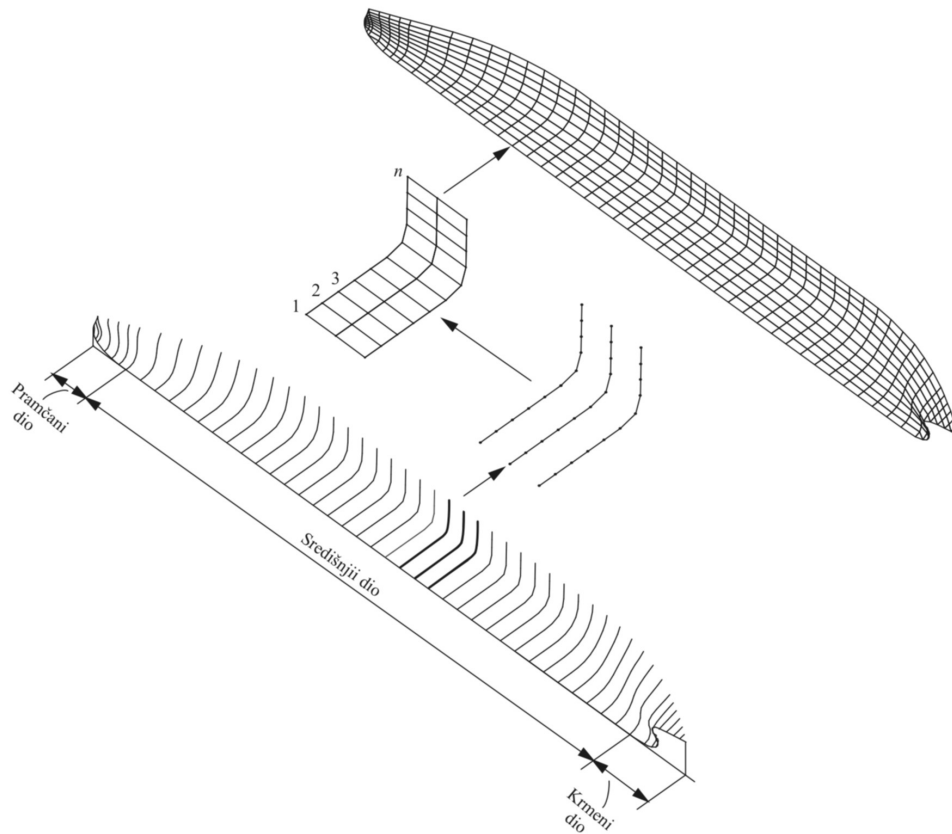
- Važno je da se mreža panela na oplakivanoj i slobodnoj površini automatski prilagodi trenutnom obliku slobodne površine. Treba uzeti u obzir da je automatsko formiranje mreže moguće ukoliko se za pojedinu formu napravi temeljita priprema kako bi se izbjegle pogreške koje mogu utjecati na točnost proračuna.
- Među članovima višeg reda veličine, koji se zanemaruju u lineariziranim metodama, članovi koji opisuju prijelaz rubnog uvjeta s trenutne na neporemećenu slobodnu površinu vrlo su važni, a katkad i presudni, osobito u slučaju izrazito nelinearnih učinaka. Kako bi se najvažniji nelinearni učinci ispravno uključili u model, uvjet na slobodnoj površini mora se nametnuti na trenutnu slobodnu površinu, a ne na njezinu aproksimaciju. Potrebno je također uključiti sve druge nelinearne članove koji su s njom povezani.

Vodeći računa o navedenim načelima, pristupilo se izradi računalnog programa za proračun optjecanja s nelinearnim rubnim uvjetom. U numeričkom rješenju oplakivana i slobodna površina diskretizirane su pomoću panela, a paneli slobodne površine podignuti su iznad površine mirne vode.

### **3.1. Diskretizacija oplakivane i slobodne površine**

Način diskretizacije oplakivane i slobodne površine izravno je ovisan o metodi koja se primjenjuje (Ferziger, Perić, 2002.). S obzirom na to da će se za numeričko rješenje primijeniti panelna metoda, potrebno je prije svega formirati mrežu panela na oplakivanoj površini broda, te na slobodnoj površini.

Mreža panela oplakivane i slobodne površine formira se za desnu polovicu forme broda, slika 3.1. Paneli mogu biti četverokutni i trokutni. Odabir generatora mreže je proizvoljan, jedini je uvjet da omogućuje ispis koordinata rubnih točaka svakog panela na oplakivanoj i slobodnoj površini koje su potrebne za proračun. U radu je za diskretizaciju oplakivane i slobodne površine korišten integrirani računalni program, koji daje grafički prikaz mreže u AutoCAD-u. Kao temeljni računalni program korišten je program SMESH (Dejhalla, 1999.), koji je zatim prilagođen kako bi se mreža mogla automatski generirati u pojedinim iteracijama.



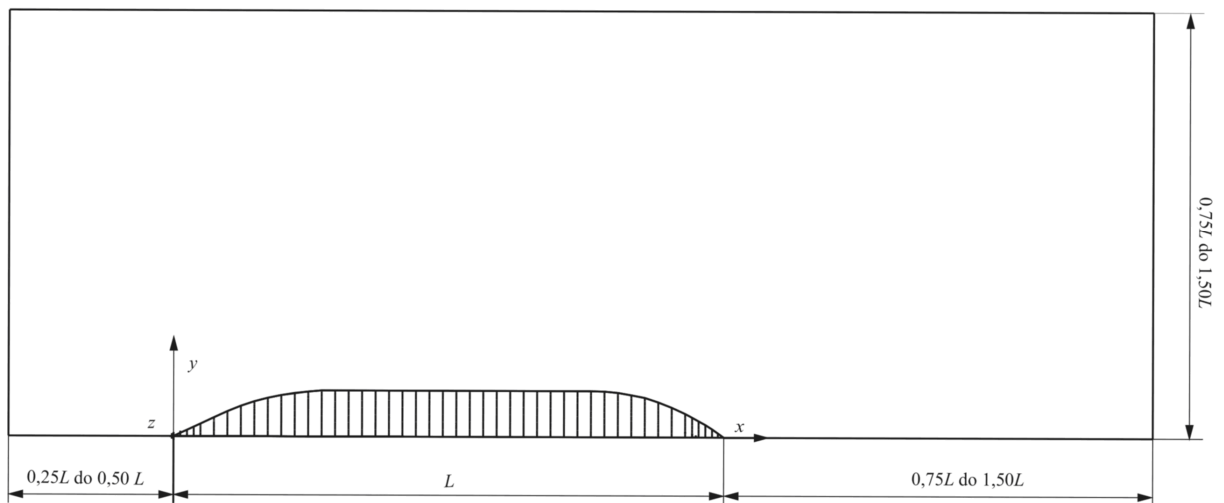
Slika 3.1. Diskretizacija oplakivane površine

Općenito, za diskretizaciju oplakivane površine paneli se moraju gušće postaviti na područjima većih zakrivljenosti oplakivane površine, odnosno u pramčanom i krmenom području jer se na tim se područjima očekuje veća promjena značajki strujanja. Ukoliko se geometrija oplakivane površine ne mijenja značajno, dakle na središnjem dijelu forme, može se pretpostaviti da se ni značajke strujanja neće suviše mijenjati pa i dimenzije panela mogu biti nešto veće.

Kako nije moguće diskretizirati neograničenu slobodnu površinu, mora se odrediti njezina veličina, s time da mora biti dovoljna kako odbijanje valova od vanjskih rubova ne bi imalo utjecaja na rezultate proračuna.

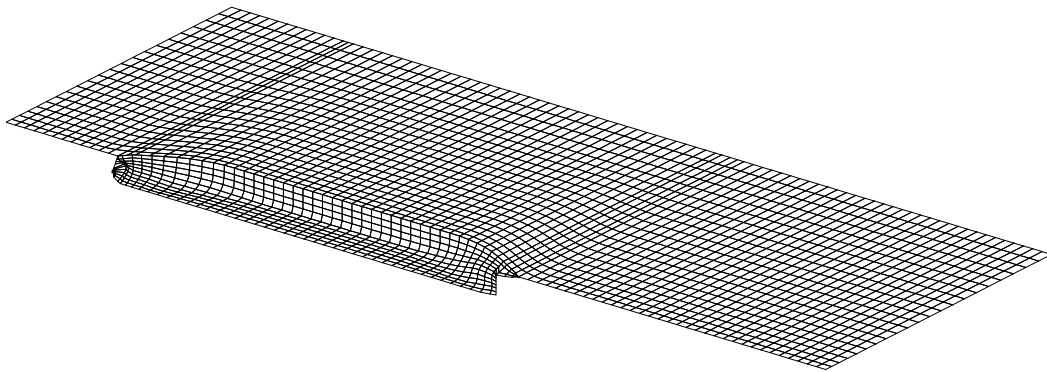
Općenito se prihvaća proračunska mreža (slika 3.2.) koja započinje na udaljenosti od  $0,25 L$  do  $0,5 L$  ispred pramca, a završava na udaljenosti od  $0,75 L$  do  $1,50 L$  iza krme broda. U poprečnom smjeru (u smjeru osi  $y$ ) usvaja se širina područja od  $0,75L$  do  $1,0 L$ . Pritom  $L$  označava duljinu vodne linije.





**Slika 3.2.** Veličina područja slobodne površine

Broj i veličina panela slobodne površine ovise o slučaju koji se razmatra. Za veće Froudeove brojeve potrebno je uzeti u obzir veće područje slobodne površine, posebice iza krme i u poprečnom smjeru. Za manje Froudeove brojeve važna je finija podjela, pa je bolje uzeti veći broj manjih panela na manjem području. Primjer diskretizirane oplakivane i slobodne površine prikazan je na slici 3.3.



**Slika 3.3.** Prikaz oplakivane i slobodne površine

Odabrana metoda koristi se ravninskim panelima s konstantnim intenzitetom izvora po panelu. No kako su koordinate rubnih točaka pojedinog panela oplakivane površine preuzete iz trodimenzijski modelirane brodske forme, četiri točke koje definiraju vrhove panela na oplakivanoj površini u općenitom slučaju ne leže u istoj ravnini. Radi toga je potrebno zakrivljene panele svesti na ravninske. Prvo se formiraju dva dijagonalna vektora koji spajaju

nasuprotne vrhove panela. Njihov vektorski produkt daje vektor normale ravninskog panela. Zbog usmjerenja vektora normale na oplakivanu površinu važan je odgovarajući redosljed spajanja točaka u panel. Ravnina panela u potpunosti se određuje iz zahtjeva da prolazi kroz točku čije su koordinate srednja vrijednost koordinata polaznih četiriju točaka koje leže na oplakivanoj površini. Te se točke paralelno projiciraju u smjeru vektora normale u ravninu, pa se tako dobivaju vrhovi ravnog panela. Ravnina definirana na ovaj način jednako je udaljena od sve četiri polazne točke iz kojih se formira panel. Pritom se kod površine veće zakrivljenosti rubovi panela ne podudaraju, no zračnosti koje tako nastaju nisu od velikog utjecaja jer uzrokuju zanemarive pogreške višeg reda. Ipak, treba voditi računa da te zračnosti budu male u odnosu na dimenzije panela, pa je plohe veće zakrivljenosti bolje aproksimirati većim brojem manjih panela.

Za opisivanje oplakivane površine potrebno je primijeniti odgovarajuću metodu. Potrebno je da sve značajke forme budu vjerno prikazane, da podjela na panele bude čim jednostavnija i numerički prihvatljiva, te da bude moguć vjeran grafički prikaz. Stoga su razmatrane dvije metode za generiranje mreže: Bézierova ploha i napeti splajn.

### 3.1.1. Diskretizacija oplakivane površine Bézierovom plohom

Bézierova ploha je oblik matematičke plohe koja se često primjenjuje u računalnoj grafici i modeliranju (Salomon, 2006). Radi se o četverokutnoj plohi, koja se naziva i Bézierova zakrpa (engl. *patch*). Definira se pomoću skupine kontrolnih točaka. Četiri točke predstavljaju vrhove četverokuta, i ploha prolazi kroz njih bez obzira na položaj ostalih točaka. Ostale točke određuju smjer deformacije plohe, kao da je privlače prema sebi. Međutim ploha ne prolazi točno kroz njih, nego se oblikuje u glatku površinu koja je pogodna za opisivanje oplakivane površine forme broda. Bézierova ploha je pogodna za numeričke proračune jer se može podijeliti na bilo koji broj četverokutnih panela, te zadržava svojstva kontinuiteta u bilo kojem trenutku.

Bézierova ploha reda  $(n, m)$  formira se pomoću mreže  $(n+1)(m+1)$  kontrolnih točaka  $p(i, j)$ . Ako je  $p(u, v)$  funkcija parametarskih koordinata  $(u$  i  $v)$ , tada se Bézierova ploha može definirati kao parametarska ploha u obliku:

$$p(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) \cdot p_{i,j} \quad (3.1)$$

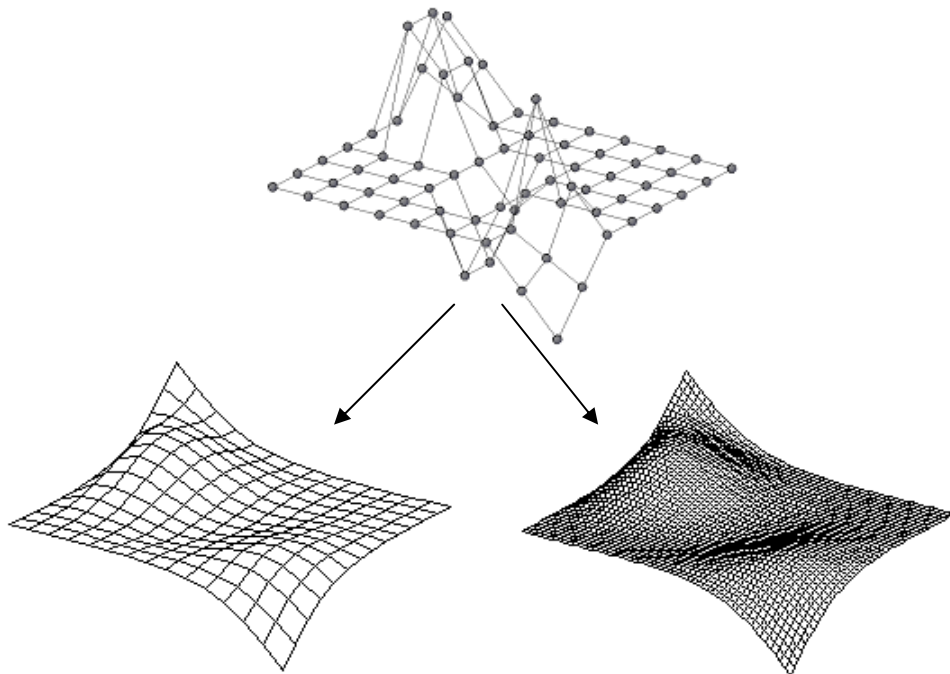
U izrazu (3.1) članovi  $B_i^n(u)$  i  $B_j^m(v)$  predstavljaju Bernsteinove polinome, a izražavaju se kao:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \quad (3.2)$$

$$B_j^m(v) = \binom{m}{j} v^j (1-v)^{m-j} \quad (3.3)$$

gdje su članovi  $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$  i  $\binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!}$  binomni koeficijenti.

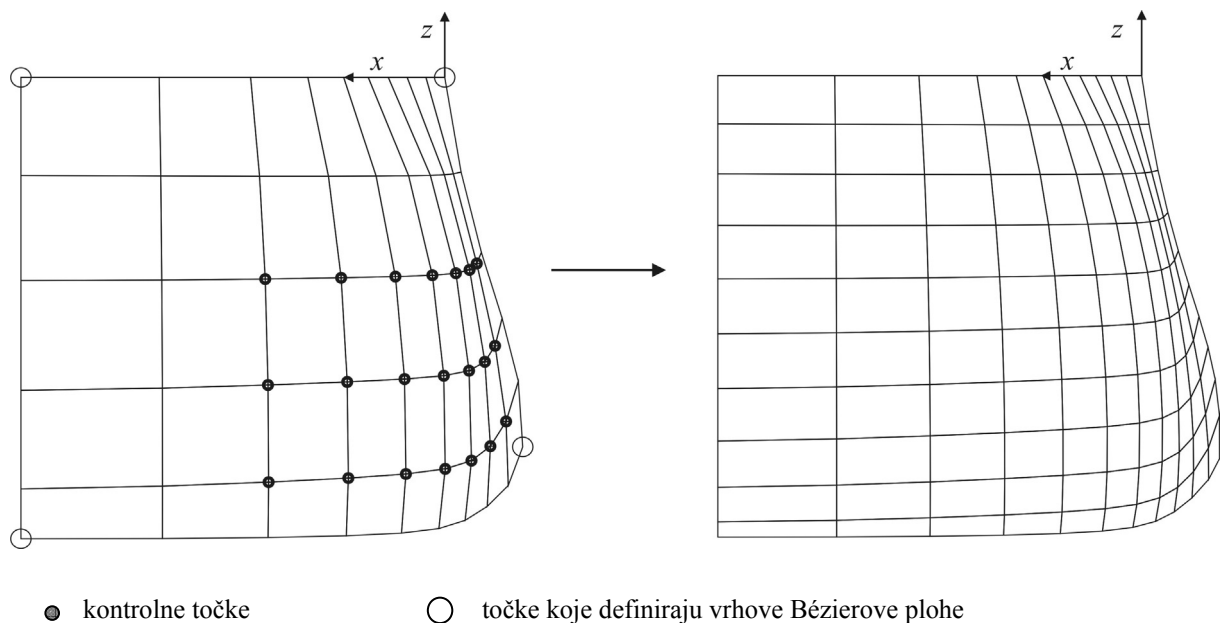
Primjer oblikovanja mreže panela iz skupa točaka prikazan je na slici 3.4. Gustoća mreže se vrlo lako može prilagođavati, izmjenom vrijednosti  $u$  i  $v$ .



**Slika 3.4.** Primjer stvaranja Bézierove plohe iz skupa točaka

Prednost Bézierove plohe je stvaranje glatke plohe uz pomoć relativno malog broja točaka, te prikaz plohe pomoću mreže željene gustoće. Međutim, Bézierova se ploha kao metoda za prikaz pramčanog dijela broda pokazala kao nedovoljno dobro rješenje. Primjena jedne plohe, koja u osnovi ima četiri brida i vrha, omogućava prikaz tek ograničenih oblika bulbova, a pogotovo je teško opisati oblik pramčane statve (Matulja, Dejhalla, 2011.), slika 3.5.

Kao što se može vidjeti na slici 3.5, u ovom slučaju se jedan od vrhova plohe poklapa sa vrhom bulba. Kada bi vrh bio postavljen više, ili dalje od pramčane okomice, bilo bi ga nemoguće opisati samo jednom Bézierovom plohom.



**Slika 3.5.** Diskretizacija pramčanog dijela pomoću Bézierove plohe

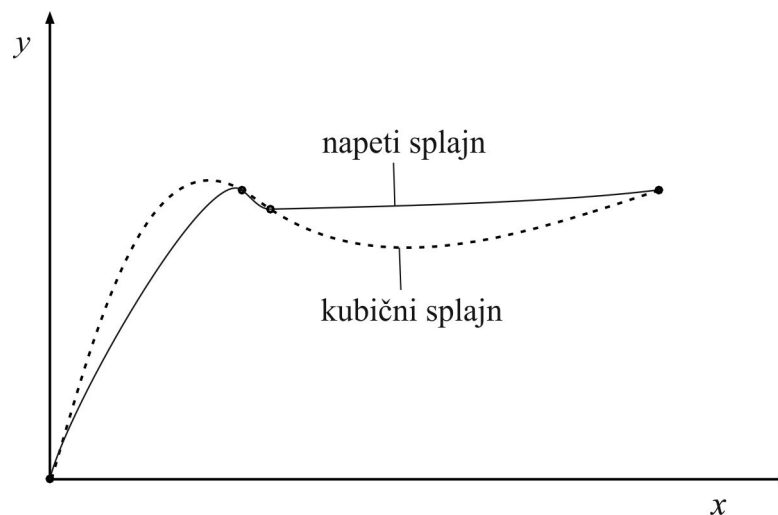
Kombinacija više Bézierovih ploha omogućila bi temeljitiji prikaz geometrije bulba. Međutim, u tom slučaju bi se moglo očekivati nepodudaranje rubova pojedinih ploha, te bi spajanje pojedinih segmenata trebalo provoditi ručno za svaku modifikaciju forme. U procesu optimizacije potrebna je automatska generacija mreže, te je bilo kakvo prilagođavanje pojedine forme neprihvatljivo. Stoga se za opisivanje geometrije pramčanog bulba analizirala primjena napetog splajna.

### 3. 1. 2. Diskretizacija oplakivane površine napetim splajnom

Za potpuno automatizirani proces optimizacije, neophodan je i automatizirani proces generiranja mreže kojom se opisuje forma. Svaka promjena geometrije pramčanog dijela promatra se kao nova forma koju je potrebno ocijeniti u procesu optimizacije. Kako bi broj parametara bio čim manji, a kako bi se forma mogla istovremeno detaljno opisati s istim brojem parametara, potrebno je koristiti odgovarajuće interpolacijske krivulje.

Jedna od najčešće korištenih interpolacijskih krivulja je kubični splajn. Njegove prednosti su glatkoća i mogućnost vjernog prikazivanja raznih lokalnih značajki. Međutim, kubični splajn ima jedan nedostatak zbog kojeg nije primjenjiv za opisivanje forme broda, a to je pojava neželjenih točaka infleksije radi održavanja glatkoće krivulje.

Kao bolje prilagođena vrsta krivulje uvodi se napeti splajn, odnosno krivulja koja se može predočiti kao vrlo lagana i fleksibilna letvica, koja prolazi kroz zadane točke, ali se i istovremeno prilagođava određenoj vlačnoj sili na krajevima. Primjerena napetost u tom slučaju izgladuje neželjene točke infleksije. Kubični i napeti splajn uspoređeni su na slici 3.6.



Slika 3.6. Napeti splajn i kubični splajn

Tu vrstu krivulja po prvi put je razmatrao Schweikert, (Schweikert, 1966.). Napeti splajn temelji se na hiperboličkim funkcijama, čija je osobina da prolazi točno kroz zadane

točke, tvoreći tako glatku krivulju s minimalnim brojem točaka infleksije ili oscilacija. Oblik krivulje regulira se pomoću pozitivnog faktora napetosti  $\sigma$ , koji može biti konstantan duž cijele krivulje ili se mijenjati u svakom intervalu. Intervalom se smatra dio krivulje između dvije zadane točke, a zadane točke promatraju se kao čvorovi. Ukoliko je  $\sigma \equiv 0$ , funkcija  $f(x)$  poprima karakteristike kubičnog splajna definirano vrijednostima točaka i derivacijama u krajnjim točkama intervala. Kako  $\sigma$  raste, krivulja se sve više aproksimira dužinama između pojedinih točaka. Odabirom dovoljno velike vrijednosti koeficijenta napetosti  $\sigma$ , krivulja  $f(x)$  zadržava svojstva pozitivnosti, monotonosti i konveksnosti. Koeficijent napetosti mijenja se po intervalima, pa je moguće u svakom intervalu primijeniti optimalnu napetost, odnosno primijeniti upravo onoliku napetost kolika je potrebna. Time se postiže točniji oblika krivulje nego korištenjem konstantne napetosti. Minimalni faktor napetosti za svaki interval računa se automatski, tako da se zadrži željeni oblik krivulje.

Potrebno je zadati skup točaka  $\{x_i\}, i=1, \dots, n$ , kojima su pridružene vrijednosti funkcije  $\{y_i\}, i=1, \dots, n$ , s time da vrijednosti na apscisi moraju biti strogo rastuće ( $x_i < x_{i+1}$ ). Potrebno je odrediti funkciju čije će vrijednosti biti realni brojevi i za koju će vrijediti:

$$f(x_i) = y_i, \text{ za svaki } i=1, \dots, n. \quad (3.4)$$

Potrebno je da se veličina  $f''(x) - \sigma^2 f(x)$  mijenja linearno za svaki interval  $[x_i, x_{i+1}]$ , za  $i = 1, \dots, n-1$ . Za neku točku  $x$ , takvu da je  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ , vrijedi:

$$\begin{aligned} f''(x) - \sigma^2 f(x) &= \\ &= [f''(x_i) - \sigma^2 y_i] \cdot (x_{i+1} - x) / h_i + [f''(x_{i+1}) - \sigma^2 y_{i+1}] \cdot (x - x_i) / h_i \end{aligned} \quad (3.5)$$

Pritom je  $h_i = x_{i+1} - x_i$ , za svaki  $i = 1, \dots, n-1$ .

U svakom intervalu mora također vrijediti:  $f''''(x) - \sigma^2 f''(x) = 0$ .

Rješavanjem (3.5), i uvrštavanjem uvjeta iz (3.4), slijedi:

$$\begin{aligned} f(x) &= (f''(x_i) / \sigma^2) \cdot \sinh[\sigma(x_{i+1} - x)] / \sinh(\sigma h_i) + \\ &+ (y_i - f''(x_i) / \sigma^2) \cdot (x_{i+1} - x) / h_i + \\ &+ (f''(x_{i+1}) / \sigma^2) \cdot \sinh[\sigma(x - x_i)] / \sinh(\sigma h_i) + \\ &+ (y_{i+1} - f''(x_{i+1}) / \sigma^2) \cdot (x - x_i) / h_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

Ova funkcija  $f(x)$  je neprekinuta u intervalu od  $[x_1, x_n]$ . U jednadžbi (3.6), varijabla  $x$  predstavlja točku u kojoj se traži vrijednost funkcije  $y = f(x)$ . Iz jednadžbe (3.5) proizlazi da će  $f''(x)$ , a s time i  $f'(x)$ , biti neprekinuta, uz pretpostavku da ima jedinstveno rješenje za  $f''(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Da bi se dobilo rješenje, potrebno je postaviti i riješiti sustav jednadžbi. Diferenciranjem jednadžbe (3.6) i izjednačavanjem vrijednosti s lijeve i desne strane za  $x_i$ , ako je  $i = 2, \dots, n-1$ , dobiva se:

$$\begin{aligned} & 1/h_{i-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{i-1}) \cdot f''(x_{i-1}) / \sigma^2 + \\ & + [\sigma \cosh(\sigma h_{i-1}) / \sinh(\sigma h_{i-1}) - 1/h_{i-1} + \sigma \cosh(\sigma h_i) / \sinh(\sigma h_i) - 1/h_i] \cdot f''(x_i) / \sigma^2 + \\ & + [1/h_i - \sigma / \sinh(\sigma h_i)] \cdot f''(x_{i+1}) / \sigma^2 = (y_{i+1} - y_i) / h_i - (y_i - y_{i-1}) / h_{i-1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Mogu se razmatrati dva slučaja dodatnih uvjeta.

U prvom slučaju, može se pretpostaviti da su zadane veličine  $y'_1$  i  $y'_n$ , te da se traži takva vrijednost funkcije  $f$  koja će zadovoljiti jednakost  $f'(x_i) = y'_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Ponovnim diferenciranjem jednadžbe (3.1.2.3) za  $x = x_1$  i  $x = x_n$  te izjednačavanjem s  $y_1$  i  $y_n$ , dobiva se:

$$\begin{aligned} & [\sigma \cosh(\sigma h_1) / \sinh(\sigma h_1) - 1/h_1] \cdot f''(x_1) / \sigma^2 + \\ & + [1/h_1 - \sigma / \sinh(\sigma h_1)] \cdot f''(x_2) / \sigma^2 = (y_2 - y_1) / h_1 - y'_1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

i

$$\begin{aligned} & [1/h_{n-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{n-1})] \cdot f''(x_{n-1}) / \sigma^2 + \\ & + [\sigma \cosh(\sigma h_{n-1}) / \sinh(\sigma h_{n-1}) - 1/h_{n-1}] \cdot f''(x_n) / \sigma^2 = \\ & = y'_n - (y_n - y_{n-1}) / h_{n-1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

U drugom slučaju, traži se periodičko rješenje  $f(x)$ , takvo da za neki  $x_{n+1} > x_n$  jednadžba (3.5) vrijedi u intervalu  $[x_n, x_{n+1}]$ , zajedno s  $y_1 = f(x_{n+1})$ ,  $f'(x_1) = f'(x_{n+1})$  i  $f''(x_1) = f''(x_{n+1})$ .

Na temelju ovih ograničenja dobiva se:

$$\begin{aligned} & [1/h_n - \sigma / \sinh(\sigma h_n)] \cdot f''(x_n) / \sigma^2 \\ & + [\sigma \cosh(\sigma h_n) / \sinh(\sigma h_n) - 1/h_n + \sigma \cosh(\sigma h_1) / \sinh(\sigma h_1) - 1/h_1] \cdot f''(x_1) / \sigma^2 \\ & + [1/h_1 - \sigma / \sinh(\sigma h_1)] \cdot f''(x_2) / \sigma^2 = (y_2 - y_1) / h_1 - (y_1 - y_n) / h_n \end{aligned} \quad (3.10)$$

i

$$\begin{aligned}
& [1/h_{n-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{n-1})] \cdot f''(x_{n-1}) / \sigma^2 \\
& + [\sigma \cosh(\sigma h_{n-1}) / \sinh(\sigma h_{n-1}) - 1/h_{n-1} + \sigma \cosh(\sigma h_n) / \sinh(\sigma h_n) - 1/h_n] \cdot \\
& \cdot f''(x_n) / \sigma^2 + [1/h_n - \sigma / \sinh(\sigma h_n)] \cdot f''(x_1) / \sigma^2 = \\
& = (y_1 - y_n) / h_n - (y_n - y_{n-1}) / h_{n-1}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Rješenje diferencijalne jednadžbe s različitim rubnim uvjetima ekvivalentan je rješenju pripadajućeg linearnog sustava (3.7), (3.8) i (3.9) ili (3.7), (3.10) i (3.11). Nakon što se odrede nepoznanice  $f''(x_i) / \sigma^2$ ,  $i=1, \dots, n$ , rješenje se dobiva iz (3.6).

Ukoliko se primjenjuje konstantan faktor napetosti, na izgled krivulje utječe skaliranje. Ukoliko se vrijednosti  $x_i$  koje označavaju čvorove pomnože s nekom konstantom  $a$ , istovremeno se mijenjaju razmaci  $h_i$ , pa se jednadžba (3.7) nelinearno mijenja. Kako bi se takve nelinearnosti izbjegle, može se primijeniti normalizirani faktor napetosti  $\sigma'$ :

$$\sigma' = \begin{cases} \sigma \cdot (x_n - x_1) / (n-1), & \text{za neperiodički splajn} \\ \sigma \cdot (x_{n+1} - x_1) / n, & \text{za periodički splajn} \end{cases}$$

Opisani oblik napetog splajna nije pogodan za bilo kakav skup točaka, primjerice zatvorene krivulje, ili krivulje kojima je tangenta u bilo kojoj točki paralelna sa osi  $y$  (Cline, 1974). Ovaj problem može se riješiti primjenom parametarskog oblika napetog splajna, odnosno koristeći duljinu luka krivulje kao nezavisnu varijablu koja prolazi kroz zadane točke.

U slučaju parametarskog napetog splajna, jednadžbe za određivanje rubnih uvjeta te vrijednosti funkcije su slične jednadžbama običnog napetog splajna, jedino se kao varijabla koristi duljina luka  $s_i$ :

$$\begin{aligned}
s_1 &= 0 \\
s_i &= s_{i-1} + \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \quad i = 2, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Pritom se koriste dvije interpolacijske funkcije (Gupta, 1989.) te jednadžba (3.6) poprima oblik:



$$x = \left[ f''(x_i) / \sigma^2 \right] \cdot \sinh[\sigma(s_{i+1} - t)] / \sinh(\sigma h_i) + \left[ x_i - f''(x_i) / \sigma^2 \right] \cdot (s_{i+1} - t) / h_i \\ + \left[ f''(x_{i+1}) / \sigma^2 \right] \cdot \sinh[\sigma(t - s_i)] / \sinh(\sigma h_i) + \left[ x_{i+1} - f''(x_{i+1}) / \sigma^2 \right] \cdot (t - s_i) / h_i \quad (3.13)$$

i

$$y = \left[ f''(y_i) / \sigma^2 \right] \cdot \sinh[\sigma(s_{i+1} - t)] / \sinh(\sigma h_i) + \left[ y_i - f''(y_i) / \sigma^2 \right] \cdot (s_{i+1} - t) / h_i \\ + \left[ f''(y_{i+1}) / \sigma^2 \right] \cdot \sinh[\sigma(t - s_i)] / \sinh(\sigma h_i) + \left[ y_{i+1} - f''(y_{i+1}) / \sigma^2 \right] \cdot (t - s_i) / h_i \quad (3.14)$$

U jednadžbama (3.13) i (3.14)  $t$  predstavlja trenutni položaj na krivulji za koji je potrebno odrediti koordinate  $x$  i  $y$ , dok  $h_i$  predstavlja duljinu odsječka na krivulji,  $h_i = s_i - s_{i-1}$ . Sustav linearnih jednadžbi u tom slučaju, za  $i = 2, \dots, n-1$ , za varijablu  $x$  glasi:

$$\left[ 1/h_{i-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{i-1}) \right] \cdot f''(x_{i-1}) / \sigma^2 + \left[ \sigma \cosh(\sigma h_{i-1}) / \sinh(\sigma h_{i-1}) - 1/h_{i-1} \right. \\ \left. + \sigma \cosh(\sigma h_i) / \sinh(\sigma h_i) - 1/h_i \right] \cdot f''(x_i) / \sigma^2 + \\ + \left[ 1/h_i - \sigma / \sinh(\sigma h_i) \right] \cdot f''(x_{i+1}) / \sigma^2 = (x_{i+1} - x_i) / h_i - (x_i - x_{i-1}) / h_{i-1} \quad (3.15)$$

odnosno, za varijablu  $y$ :

$$\left[ 1/h_{i-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{i-1}) \right] \cdot f''(y_{i-1}) / \sigma^2 + \left[ \sigma \cosh(\sigma h_{i-1}) / \sinh(\sigma h_{i-1}) - 1/h_{i-1} \right. \\ \left. + \sigma \cosh(\sigma h_i) / \sinh(\sigma h_i) - 1/h_i \right] \cdot f''(y_i) / \sigma^2 + \\ + \left[ 1/h_i - \sigma / \sinh(\sigma h_i) \right] \cdot f''(y_{i+1}) / \sigma^2 = (y_{i+1} - y_i) / h_i - (y_i - y_{i-1}) / h_{i-1} \quad (3.16)$$

Kako se parametarski napeti splajn koristi za opisivanje geometrije forme, prve derivacije u prvoj i posljednjoj točki potrebno je unaprijed zadati, jer se pomoću njih definira oblik pojedinog rebra. Uvrštavanjem vrijednosti  $x_1'$  i  $x_n'$  u jednadžbu (3.15), odnosno  $y_1'$  i  $y_n'$  u (3.16), dobivaju se izrazi za rješavanje sustava linearnih jednadžbi. Za  $i = 1$ , izraz za varijablu  $x$  glasi:

$$\left[ \sigma \cosh(\sigma h_1) / \sinh(\sigma h_1) - 1/h_1 \right] \cdot f''(x_1) / \sigma^2 + \\ + \left[ 1/h_1 - \sigma / \sinh(\sigma h_1) \right] \cdot f''(x_2) / \sigma^2 = (x_2 - x_1) / h_1 - x_1' \quad (3.17)$$

Odnosno, za varijablu  $y$ :

$$\left[ \sigma \cosh(\sigma h_1) / \sinh(\sigma h_1) - 1/h_1 \right] \cdot f''(y_1) / \sigma^2 + \\ + \left[ 1/h_1 - \sigma / \sinh(\sigma h_1) \right] \cdot f''(y_2) / \sigma^2 = (y_2 - y_1) / h_1 - y_1' \quad (3.18)$$

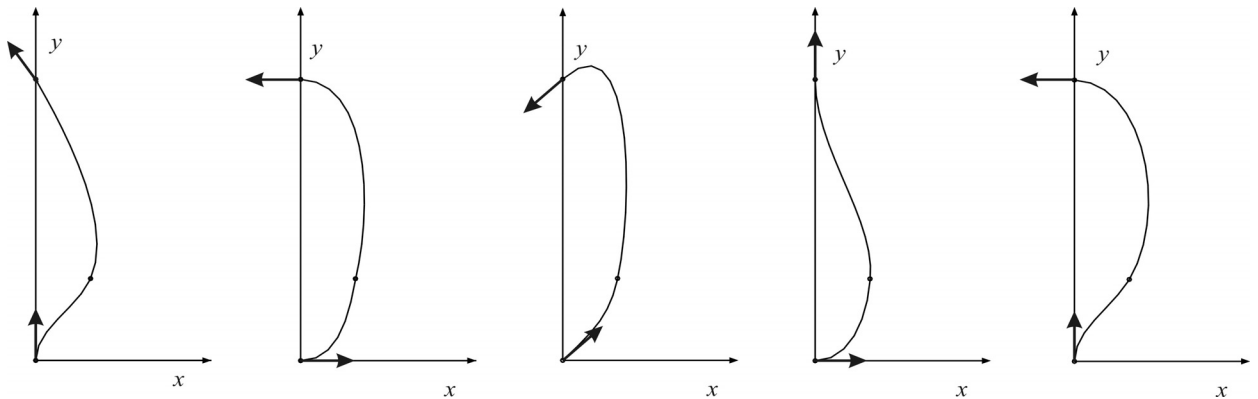
te za  $i = n$ , za varijablu  $x$ :

$$\begin{aligned}
& [1/h_{n-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{n-1})] \cdot f''(x_{n-1}) / \sigma^2 + \\
& [\sigma \cosh(\sigma h_{n-1}) / \sinh(\sigma h_{n-1}) - 1/h_{n-1}] \cdot f''(x_n) / \sigma^2 = \\
& = x_n' - (x_n - x_{n-1}) / h_{n-1}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

odnosno, za varijablu  $y$ :

$$\begin{aligned}
& [1/h_{n-1} - \sigma / \sinh(\sigma h_{n-1})] \cdot f''(y_{n-1}) / \sigma^2 + \\
& [\sigma \cosh(\sigma h_{n-1}) / \sinh(\sigma h_{n-1}) - 1/h_{n-1}] \cdot f''(y_n) / \sigma^2 = \\
& = y_n' - (y_n - y_{n-1}) / h_{n-1}
\end{aligned} \tag{3.20}$$

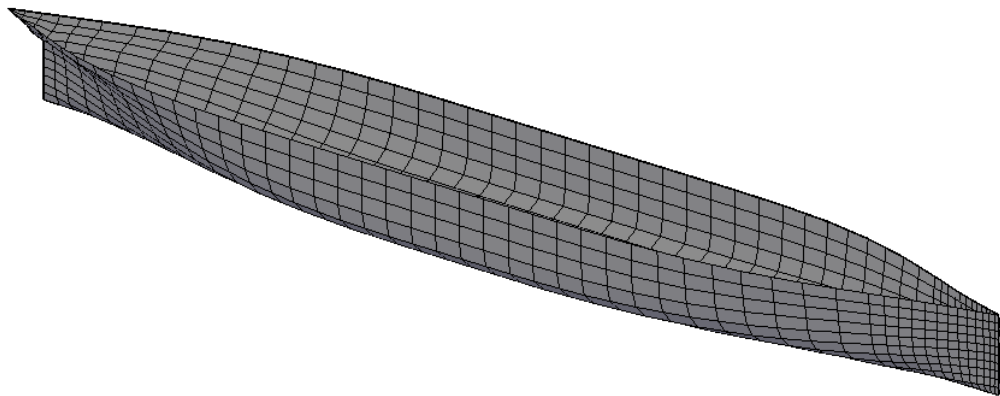
Parametarski napeti splajn pogodan je za opisivanje forme broda, jer se primjenom relativno malog broja ulaznih točaka mogu točno definirati brodske linije, a moguće je i postizanje promjene same forme bez utjecaja na glavne dimenzije broda, jednostavno mijenjajući kut tangente u početnoj i završnoj točki. Kao što je vidljivo na slici 3.7., parametarski oblik napetog splajna pogodan je za opisivanje rebara, čak i kad ona poprimaju oblik zatvorene krivulje, kao što je slučaj u području bulba (Del Puppo, Contento, 2011).



Slika 3.7. Promjena oblika napetog splajna promjenom samo kuta tangente

Budući da se napeti splajn može koristiti i kao dvodimenzijaska i kao trodimenzijaska krivulja, pogodan je za definiranje presjeka u bilo kojoj ravnini, ali i za opisivanje pramčanog bulba. Zatim, potpuno je definiran već sa tri točke, a može se podijeliti na bilo koji broj segmenata jednake duljine, što je važno za panelizaciju. Napeti splajn može se koristiti za jednostavno i točno opisivanje valovite vodne linije, što je kod Bézierove plohe neizvedivo. Parametarski oblik napetog splajna omogućava opisivanje pramčane statve, bez obzira na točke infleksije. Zbog navedenih prednosti, napeti splajn je u nastavku korišten kao sredstvo za numeričko opisivanje svake razmatrane forme broda, a primjer diskretizacije prikazan je na slici 3.8.

Kako bi se postigao željeni oblik krivulje, treba voditi računa o odabiru faktora napetosti  $\sigma$ . Premala vrijednost će krivulju previše približiti kubičnom splajnu, a kod prevelike vrijednosti izgubiti će se glatkoća krivulje. Iako vrijednost faktora napetosti  $\sigma$  ovisi o pojedinačnom slučaju, na temelju iskustva može se reći da je povoljna početna vrijednost  $\sigma=0,5$ . U tijeku rada na diskretizaciji mreže iskušani su razni pristupi. Napeti splajnovi su korišteni za aproksimaciju rebara, pramčane i krmene statve te vodne linije. S obzirom na formu, faktor napetosti nema toliko utjecaja kao broj segmenata na koji se dijeli krivulja. Kako broj segmenata izravno utječe na broj panela oplakivane površine, mogućnosti su ograničene. Kao neki optimalan omjer u slučaju rebara, odabrani su napeti splajnovi podijeljeni na 10 segmenata, s faktorom napetosti  $\sigma = 0,35$ . Broj segmenata po potrebi je smanjen na samom pramcu i na krmu kako bi svi paneli ostali podjednake dimenzije. Isti faktor napetosti,  $\sigma = 0,35$ , primijenjen je i u ostalim slučajevima, no broj segmenta za opisivanje vodne linije ovisan je o broju rebara, dok je kod pramčane statve broj segmenata ovisan o visini bulba.



Slika 3.8. Forma broda diskretizirana pomoću napetog splajna

### 3. 2. Metoda izdignutih panela

Na površini svakog panela određuje se jedna kolokacijska točka u kojoj se zadovoljava rubni uvjet. Kolokacijska točka panela određuje se iz uvjeta da u toj točki sam izvor ne inducira nikakve horizontalne komponente brzina u lokalnoj koordinatnoj ravnini u kojoj se nalazi, već samo normalnu brzinu. Unutar površine panela postoji samo jedna točka sa tim svojstvom, i nalazi se vrlo blizu težišta površine panela.

Osim kolokacijskom točkom, svaki panel karakteriziran je vektorom normale, te odgovarajućim geometrijskim veličinama kao što su površina, težište površine te momenti tromosti površine u odnosu na određenu os. Ovi se podaci koriste pri određivanju brzina koje induciraju izvori. Međutim, kod nelinearne bi metode zadržavanje kolokacijskih točaka u ravnini panela slobodne površine moglo biti vrlo složeno, a rezultati nepouzdana. Naime, u svakoj iteraciji se prilagođava oblik slobodne površine, što bi značilo da bi u svakoj iteraciji i kolokacijske točke morale mijenjati položaj. Na taj bi način postizanje konvergencije bilo upitno. Kako bi se riješio ovaj problem, primjenjuje se metoda izdignutih panela. Kod metoda koje se temelje na panelima na kojima su postavljeni izvori, granice proračunskog područja prekrivaju se razdiobom izvora diskretiziranima u panele. Odabiru se kolokacijske točke, najčešće u težištu panela, u kojima će se nametnuti rubni uvjeti.

Međutim, kod nelinearnog rješenja potrebno je voditi računa o sljedećim pojedinostima. Kao prvo, u svakoj iteraciji u procesu traženja rješenja računa se nova aproksimacija oblika slobodne površine. Paneli na slobodnoj površini bi se tada trebali prilagoditi novom izgledu slobodne površine, a paneli na oplakivanoj površini novoj vodnoj liniji. To znači da se od jedne iteracije do druge mijenjaju izgled, veličina i položaj izvorišnih panela, kao i položaj kolokacijskih točaka. Te promjene povlače za sobom i promjene geometrije, koje je u tom slučaju vrlo teško automatizirati, a poznato je i da promjena geometrije može nepovoljno utjecati na konvergenciju iterativnog postupka.

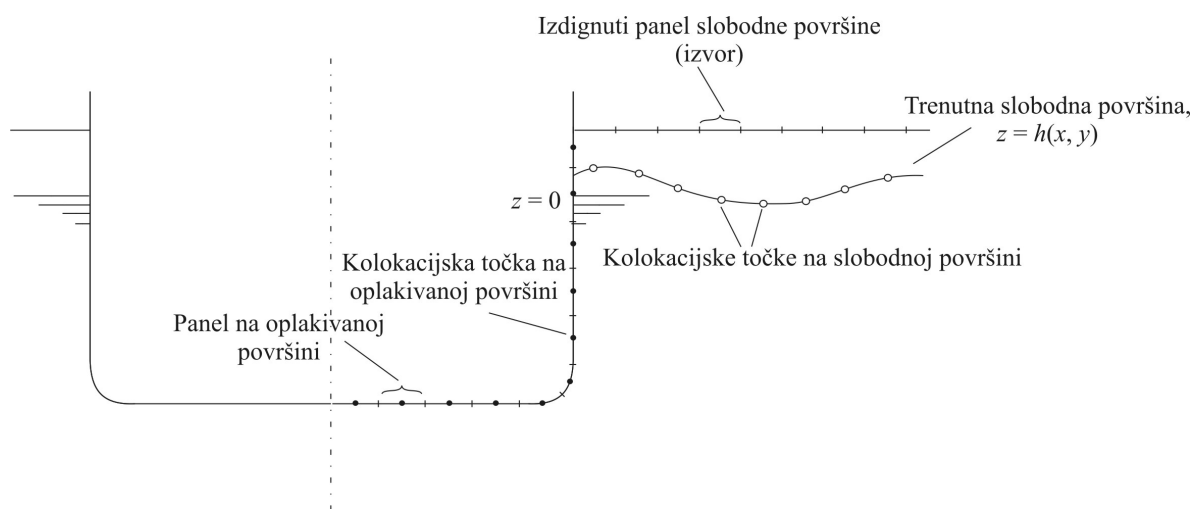
Sljedeći problem bi mogao biti utjecaj na rubni uvjet na slobodnoj površini zbog razlike između brzina na novoj i prethodnoj slobodnoj površini. Iterativni postupak koji je primijenjen u ovom radu sastoji se od rješavanja niza Laplaceovih jednadžbi s lineariziranim rubnim uvjetom, ali uz prilagodbu oblika slobodne površine u svakoj iteraciji. U tom slučaju je u nekoj iteraciji  $k$  poznat oblik slobodne površine iz prethodne iteracije,  $h_{k-1}$ , a poznata je brzina u  $k-1$  iteraciji,  $\nabla\phi_{k-1}$ .

Uvjet slobodne površine se linearizira u skladu s optjecanjem iz prethodne iteracije, postavlja se u kolokacijske točke na  $z = h_{k-1}$ , te se računaju nove brzine  $\nabla\phi_k$  u tim točkama.

Nove elevacije  $h_k$  se tad dobivaju iz dinamičkog rubnog uvjeta (2.13).

Međutim, prethodno izračunate brzine definirane su samo na području ispod panela slobodne površine, pa se stoga mogu odrediti samo za  $h_{k-1}$ . Ukoliko su elevacije u  $k$ -toj iteraciji  $h_k$  veće od elevacija iz prethodnog rješenja,  $h_{k-1}$ , ne može se odrediti novo početno optjecanje. Rješenje tog problema može se pronaći u pretpostavci da nije neophodno da se

izvori nalaze točno na granicama proračunskog područja. Izvori se mogu, pod određenim uvjetima, postaviti izvan proračunskog područja, dok kolokacijske točke u kojima rubni uvjeti moraju vrijediti, ostaju na stvarnoj granici područja. Za potrebe numeričkog modela, izvori se postavljaju iznad slobodne površine. Pritom se formira dodatna mreža panela iznad razine mirne slobodne površine, u kojoj se nalaze izvori. Visina na kojoj se nalaze izdignuti paneli mora biti veća od najviše moguće valne elevacije za promatranu formu pri određenoj brzini. Kolokacijske točke nalaze se na trenutnoj slobodnoj površini, približno ispod težišta panela, kao što je prikazano na slici 3.9. Ovaj postupak definira se kao metoda izdignutih panela (Raven, 1996).



Slika 3.9. Metoda izdignutih panela

Prednosti te metode za rješenje potencijalnog strujanja su:

- Udaljenost između izvorišnih panela i slobodne površine je proizvoljna (u razumnim granicama), pa nije potrebno u svakoj iteraciji prilagođavati izvorišne panele novoj slobodnoj površini. U većini slučajeva se promjene elevacije nalaze unutar prostora između panela i slobodne površine. Tada se izvorišni paneli zadržavaju u istom položaju, a mijenjaju se samo kolokacijske točke pomicanjem prema gore ili prema dolje, ovisno o trenutnom obliku slobodne površine. To je mnogo jednostavnije i stabilnije za numerički proračun.
- Polje brzina određeno u nekoj iteraciji definirano je za područje ispod izvorišnih panela, te se na taj način proteže iznad slobodne površine. Time je riješen prethodno opisani problem učinka prijenosa (engl. *transfer effect*).

### 3.3. Analitičko rješenje za određivanje induciranih brzina

Za određivanje induciranih brzina primjenjuje se analitička metoda koju su razvili Hess i Smith (Hess, Smith, 1962., 1964.). Intenzitet izvora ima konstantnu vrijednost po panelu, pa potencijal brzine u  $i$ -toj kolokacijskoj točki iznosi:

$$\phi_i' = \sigma_j \iint_{A_j} \frac{1}{r_{i,j}} dA \quad (3.21)$$

Pritom je  $r_{i,j}$  udaljenost između kolokacijske točke  $i$ -tog panela i težišta  $j$ -tog panela, a  $A_j$  površina panela. Potencijal brzine koji u  $i$ -toj kolokacijskoj točki induciraju svi izvori iznosi:

$$\phi_i' = \sum_{j=1}^{N_T} \sigma_j \iint_{A_j} \frac{1}{r_{i,j}} dA. \quad (3.22)$$

Brzina koju u  $i$ -toj kolokacijskoj točki induciraju izvori na panelima oplakivane površine i slobodne površine u svim iteracijama dobiva se iz:

$$\nabla \phi_i' = -2\pi\sigma_i \vec{n}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_T} \sigma_j \iint_{A_j} \nabla \left( \frac{1}{r_{i,j}} \right) dA. \quad (3.23)$$

U izrazu (3.23) vektor  $\vec{n}_i = n_{x_i} \vec{i} + n_{y_i} \vec{j} + n_{z_i} \vec{k}$  predstavlja vektor normale  $i$ -tog panela, a integral iz funkcije (3.23) prikazuje se u obliku:

$$\iint_{A_j} \nabla \left( \frac{1}{r_{i,j}} \right) dA = X_{i,j} \vec{i} + Y_{i,j} \vec{j} + Z_{i,j} \vec{k} \quad (3.24)$$

Integral (3.24) označava brzinu tekućine s komponentama  $(X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j})$  koju u kolokacijskoj točki  $i$ -tog panela inducira jedinični izvor smješten na  $j$ -tom panelu. Koordinate vrhova panela zadane su u globalnom koordinatnom sustavu  $(x, y, z)$ , koji je vezan za formu broda, a potrebno je imati niz lokalnih koordinatnih sustava, od kojih je svaki vezan za pojedini panel. Svaki lokalni koordinatni sustav postavlja se u ravninu  $xy$ , tako da se pozitivni dio osi  $z$  poklapa s vanjskim jediničnim vektorom normale panela, pa su onda koordinate rubova panela  $(\zeta, \eta, 0)$ . U tom slučaju udaljenost  $r$  iznosi:

$$r = \left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.25)$$

Potencijal brzine koju u točki  $P(x, y, z)$  inducira izvor jediničnog intenziteta iznosi:

$$\phi_i' = \iint_A \frac{dA}{r} = \iint_A \frac{d\xi d\eta}{\left[ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.26)$$

Komponente inducirane brzine, koja je funkcija geometrijskih veličina panela i udaljenosti između težišta i kolokacijske točke, mogu se odrediti pomoću analitičkih izraza, koji ovise o udaljenosti između točaka  $r$ , površini pojedinog panela  $A$  te momentima tromosti površine panela  $I_{xx}$ ,  $I_{xy}$ ,  $I_{yy}$ , kako slijedi:

$$\begin{aligned} V_x &= -\partial_x \phi' = \iint_A \frac{(x - \xi) d\xi d\eta}{r^3} = -(A \partial_x w + \frac{1}{2} I_{xx} \partial_{xxx} w + I_{xy} \partial_{xxy} w + \frac{1}{2} I_{yy} \partial_{xyy} w), \\ V_y &= -\partial_y \phi' = \iint_A \frac{(y - \eta) d\xi d\eta}{r^3} = -(A \partial_y w + \frac{1}{2} I_{xx} \partial_{xyx} w + I_{xy} \partial_{xyy} w + \frac{1}{2} I_{yy} \partial_{yyy} w), \\ V_z &= -\partial_z \phi' = \iint_A \frac{z d\xi d\eta}{r^3} = -(A \partial_z w + \frac{1}{2} I_{xx} \partial_{xxz} w + I_{xy} \partial_{xyz} w + \frac{1}{2} I_{yy} \partial_{yyz} w). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Pritom vrijedi:

$$w = \frac{1}{r_0} = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \partial_x w &= -x r_0^{-3} \\ \partial_y w &= -y r_0^{-3} \\ \partial_z w &= -z r_0^{-3} \\ \partial_{xxx} w &= 3r(3p + 10x^2) r_0^{-7} \\ \partial_{xxy} w &= 3y p r_0^{-7} \\ \partial_{xyy} w &= 3y q r_0^{-7} \\ \partial_{yyy} w &= 3y(3q + 10y^2) r_0^{-7} \\ \partial_{xxz} w &= 3z p r_0^{-7} \\ \partial_{xyz} w &= -15xyz r_0^{-7} \\ \partial_{yyz} w &= 3z q r_0^{-7} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Pritom vrijedi:

$$p = y^2 + z^2 - 4x^2, \quad q = x^2 + z^2 - 4y^2 \quad (3.30)$$

Komponente brzine u kolokacijskoj točki dobivaju se tada sumiranjem brzine paralelnog strujanja i brzina koje induciraju svi izvori:

$$\begin{aligned} \partial_x \phi_i &= -2\pi\sigma_i n_{xi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_T} X_{i,j} \sigma_j + U_\infty \\ \partial_y \phi_i &= -2\pi\sigma_i n_{yi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_T} Y_{i,j} \sigma_j \\ \partial_z \phi_i &= -2\pi\sigma_i n_{zi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_T} Z_{i,j} \sigma_j \end{aligned} \quad (3.31)$$

Tada rubni uvjet na oplakivanoj površini (2.10) u sređenom obliku glasi:

$$-2\pi\sigma_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_T} [X_{i,j} n_{xi} + Y_{i,j} n_{yi} + Z_{i,j} n_{zi}] \sigma_j = -U_\infty n_{xi}, \quad \text{za } i = 1, \dots, N_H \quad (3.32)$$

Vrijednost  $-2\pi\sigma_i$  odnosi se na normalnu brzinu koju izvor inducira u vlastitoj kolokacijskoj točki.

Tada rubni uvjet na slobodnoj površini (2.29) u sređenom obliku glasi:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{N_T} [X_{i,j}(a_i + c_i) + Y_{i,j}(b_i + d_i) + (\partial_x \phi_{i_{k-1}})^2 \partial_x X_{i,j} + (\partial_y \phi_{i_{k-1}})^2 \partial_y Y_{i,j} + \\ &+ (\partial_z \phi_{i_{k-1}})^2 \partial_z Z_{i,j} + \partial_x \phi_{i_{k-1}} \partial_y \phi_{i_{k-1}} (\partial_x Y_{i,j} + \partial_y X_{i,j}) + \\ &+ \partial_x \phi_{i_{k-1}} \partial_z \phi_{i_{k-1}} (\partial_x Z_{i,j} + \partial_z X_{i,j}) + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \partial_z \phi_{i_{k-1}} (\partial_y Z_{i,j} + \partial_z Y_{i,j}) + \\ &+ Z_{i,j} (\partial_x \phi_{i_{k-1}} \partial_{zx} \phi_{i_{k-1}} + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \partial_{zy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_z \phi_{i_{k-1}} \partial_{zz} \phi_{i_{k-1}} + g)] \sigma_j = \\ &= 2\partial_x \phi_{i_{k-1}} (c_i - U_\infty \partial_{xx} \phi_{i_{k-1}}) + \partial_y \phi_{i_{k-1}} [2d_i - U_\infty (\partial_{xy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_{yx} \phi_{i_{k-1}})] + \\ &+ \partial_z \phi_{i_{k-1}} [2\partial_x \phi_{i_{k-1}} \partial_{xz} \phi_{i_{k-1}} + 2\partial_y \phi_{i_{k-1}} \partial_{yz} \phi_{i_{k-1}} + 2\partial_z \phi_{i_{k-1}} \partial_{zz} \phi_{i_{k-1}} - \\ &- U_\infty (\partial_{xz} \phi_{i_{k-1}} + \partial_{zx} \phi_{i_{k-1}})] \quad \text{za } i = N_H + 1, \dots, N_T \end{aligned} \quad (3.33)$$

U jednadžbama 3.33 i 3.41,  $k$  označava redni broj iteracije, a vrijedi:



$$\begin{aligned}
a_i &= \partial_x \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{xx} \phi_{i_{k-1}} + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{xy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_z \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{xz} \phi_{i_{k-1}}, \\
b_i &= \partial_x \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{yx} \phi_{i_{k-1}} + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{yy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_z \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{yz} \phi_{i_{k-1}}, \\
c_i &= \partial_x \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{xx} \phi_{i_{k-1}} + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{yx} \phi_{i_{k-1}} + \partial_z \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{zx} \phi_{i_{k-1}}, \\
d_i &= \partial_x \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{xy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_y \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{yy} \phi_{i_{k-1}} + \partial_z \phi_{i_{k-1}} \cdot \partial_{zy} \phi_{i_{k-1}}.
\end{aligned} \tag{3.34}$$

### 3. 4. Rješenje sustava jednadžbi

Kako su sada poznate komponente inducirane brzine, može se prema (3.32) i (3.33) formirati sustav od  $N_T$  linearnih jednadžbi, u kojima postoji  $N_T$  nepoznanica  $\sigma_i$ ,  $i = 1, N_T$ . Sustav jednadžbi rješava se metodom Gaussove eliminacije. Pritom se  $N_H$  odnosi na broj panela na oplakivanoj površini, a  $N_T$  na ukupni broj panela na oplakivanoj i slobodnoj površini.

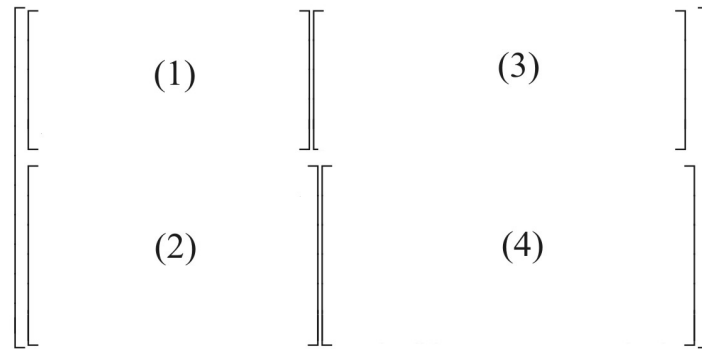
$$\begin{bmatrix}
A_{1,1} & \dots & A_{1,N_H} & A_{1,N_{H+1}} & \dots & \dots & A_{1,N_T} \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
A_{N_H,1} & \dots & A_{N_H,N_H} & A_{N_H,N_{H+1}} & \dots & \dots & A_{N_H,N_T} \\
A_{N_{H+1},1} & \dots & A_{N_{H+1},N_H} & A_{N_{H+1},N_{H+1}} & \dots & \dots & A_{N_{H+1},N_T} \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
A_{N_T,1} & \dots & A_{N_T,N_H} & A_{N_T,N_{H+1}} & \dots & \dots & A_{N_T,N_T}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\sigma_1 \\
\dots \\
\sigma_{N_H} \\
\sigma_{N_{H+1}} \\
\dots \\
\sigma_{N_T}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
B_1 \\
\dots \\
B_{N_H} \\
B_{N_{H+1}} \\
\dots \\
B_{N_T}
\end{bmatrix} \tag{3.35}$$

Ili, može se napisati:

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{B} \tag{3.36}$$

Pritom se matrica A sastoji od podmatrica, kao na slici 3.10., koje predstavljaju:

- (1) - utjecaj izvora oplakivane površine na kolokacijske točke oplakivane površine,
- (2) - utjecaj izvora oplakivane površine na kolokacijske točke slobodne površine,
- (3) - utjecaj izvora slobodne površine na kolokacijske točke oplakivane površine,
- (4) - utjecaj izvora slobodne površine na kolokacijske točke slobodne površine.

Slika 3.10. Prikaz podmatrica matrice  $A$ 

Rješenjem sustava jednadžbi dobivaju se intenziteti izvora, pa se zatim mogu odrediti brzine u pojedinim točkama prema (3.31).

### 3.5. Određivanje sila integracijom tlaka po oplakivanoj površini, te elevacija slobodne površine

Sile i momente koji djeluju na formu broda moguće je odrediti iz numeričkog rješenja hidrodinamičkog modela. Pritom je od najveće važnosti određivanje sile otpora valova. U okviru teorije potencijalnog strujanja, otpor valova broda može se odrediti integracijom tlakova po oplakivanoj površini broda. U skladu s aproksimacijom oplakivane površine ravninskim panelima, vektori normala i vrijednosti tlakova uzimaju se konstantnim za pojedini panel. Integracija se tada zamjenjuje sumiranjem po svim panelima. Pri optjecanju broda u idealnoj tekućini sa slobodnom površinom u smjeru napredovanja pojavljuje se samo sila otpora valova. Prema tome, bezdimenzijski koeficijent otpora valova određuje se kao:

$$C_W = -\frac{1}{S_H} \sum_{i=1}^{N_H} C_{p_i} n_{x_i} A_i \quad (3.37)$$

Otpor valova stoga iznosi:

$$R_W = \frac{1}{2} \rho C_W U_\infty^2 S_H \quad (3.38)$$

Veličina diskretiziranja površine  $S_H$  broda u stanju mirovanja iznosi:

$$S_H = \sum_{i=1}^{N_H} A_i, \quad (3.39)$$

Bezdimenzijski koeficijent vertikalne sile određuje se kao:

$$C_Z = -\frac{1}{S_H} \sum_{i=1}^{N_H} C_{p_i} n_{z_i} A_i \quad (3.40)$$

dok vertikalna sila iznosi:

$$R_Z = \frac{1}{2} \rho C_Z U_\infty^2 S_H \quad (3.41)$$

Bezdimenzijski koeficijent momenta sila dobiva se iz:

$$C_M = -\frac{1}{S_H L} \sum_{i=1}^{N_H} C_{p_i} [n_{x_i} (z_i - Z_{CB}) - n_{z_i} (x_i - X_{CB})] A_i \quad (3.42)$$

Moment sila oko poprečne osi tada iznosi:

$$M = \frac{1}{2} \rho C_M U_\infty^2 S_H L \quad (3.43)$$

### 3. 6. Tijek numeričkog proračuna

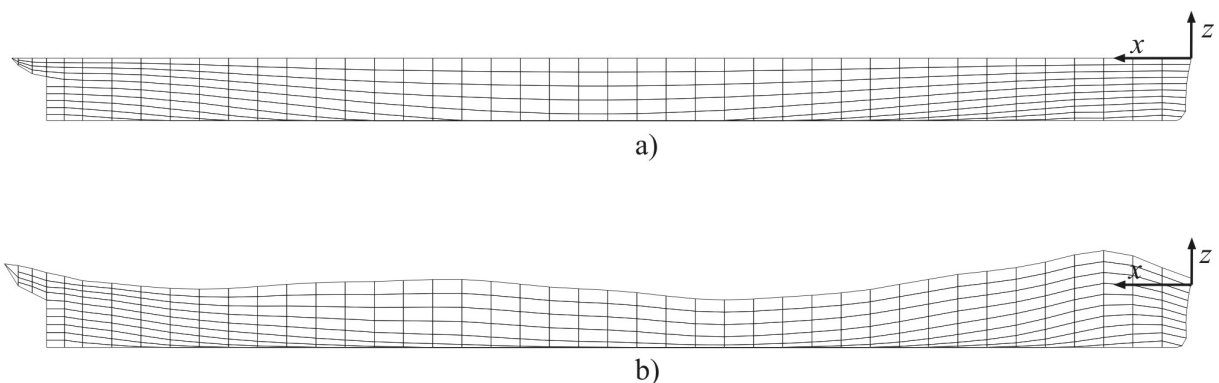
Za rješenje promatranog nelinearnog problema, na temelju postavki postojećeg programa (Dejhalla, 1999.), razvijen je računalni program NLP-FLOW. Primjenjuje se iterativni postupak, koji se sastoji u rješavanju niza lineariziranih rješenja, tako da se postigne konvergencija kao rješenje potpunog stacionarnog nelinearnog problema.

Tijek proračuna je sljedeći:

1. Kao početno rješenje uzima se optjecanje dvostrukog modela.
2. Definiiraju se paneli na oplakivanoj površini, te paneli na nekoj visini iznad početne slobodne površine. Odabiru se kolokacijske točke na trenutnoj slobodnoj površini, čije se  $x$  i  $y$  koordinate poklapaju s položajem težišta panela.

3. Kolokacijskim točkama na slobodnoj površini nameće se kombinirani rubni uvjet, lineariziran na temelju perturbacija pretpostavljene razdiobe brzina i pretpostavljenog oblika slobodne površine. Formira se sustav linearnih jednadžbi te se njegovim rješenjem određuju intenziteti izvora.
4. Računaju se brzine i tlakovi u odgovarajućim točkama. Određuju se nove elevacije slobodne površine iz dinamičkog rubnog uvjeta. Računaju se otpor valova, vertikalna sila i moment trima integracijom tlakova po oplakivanoj površini.
5. Kolokacijske točke pomiču se na novu slobodnu površinu. Polje brzina određeno u prethodnoj iteraciji prilagođava se novom rješenju.
6. Provjerava se udaljenost između novih kolokacijskih točaka i panela slobodne površine. Po potrebi se položaj panela prilagođava trenutnoj valovitoj slobodnoj površini. Prilagođavaju se i paneli na oplakivanoj površini.
7. Računaju se razlike u elevacijama slobodne površine. Ukoliko su razlike veće od kriterija konvergencije, potrebno je vratiti se na 2. korak.

Geometrija brodske forme definira se pomoću koordinata točaka rebara, te pramčane i krmene statve u programu za generiranje mreže. Oplakivana površina diskretizira se provlačenjem napetih splajnova kroz točke pojedinih rebara. Budući da se napeti splajn dijeli na odsječke približno jednake duljine luka, mreža panela formira se spajanjem krajnjih točaka tih odsječaka. Mreža panela automatski se prilagođava valovitoj slobodnoj površini, kao što je prikazano na slici 3.11. Potpuna automatizacija postupka formiranja mreže panela neophodna je u nelinearnoj metodi kod koje se zahtijeva stalno prilagođavanje panela oplakivane površine obliku trenutne valovite slobodne površine.



**Slika 3.11.** Prikaz oplakivane površine na početku i u tijeku proračuna

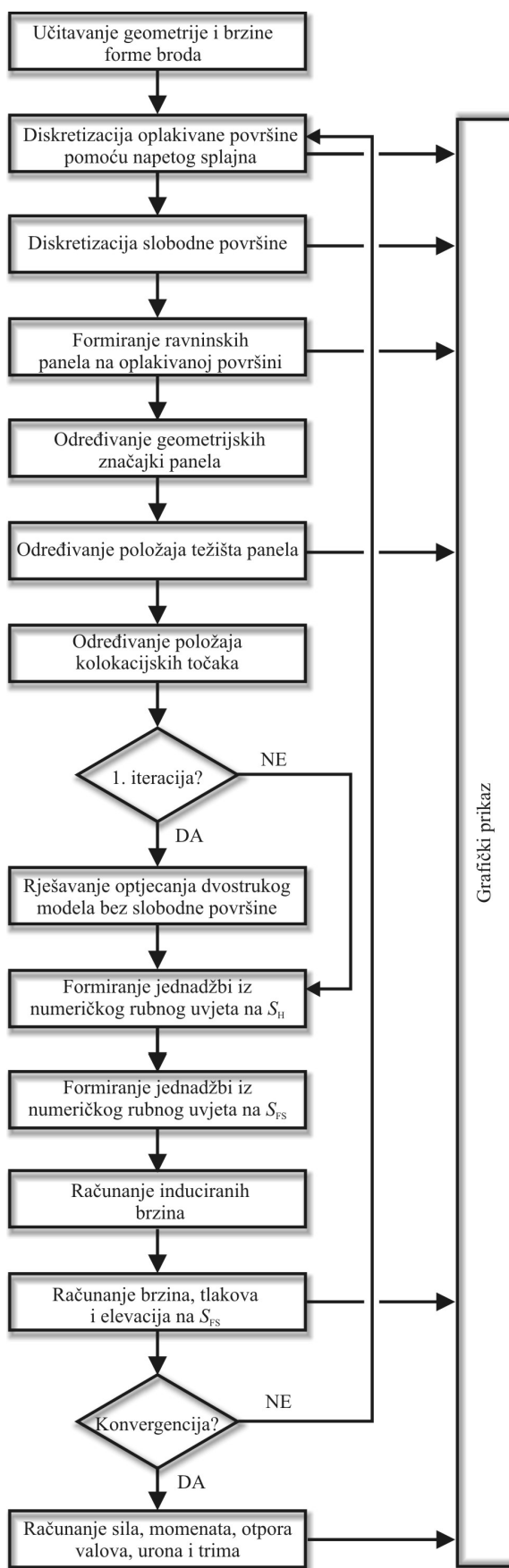
Paneli su gušće postavljeni u području pramca, jer se zbog većih zakrivljenosti oplakivane površine mogu očekivati veće promjene značajki strujanja. Te značajke strujanja od velike su važnosti u procesu optimizacije, jer se na njima temelji evaluacija forme kao prikladne ili manje prikladne.

Ukupni broj, raspored i veličina panela utječu na rezultat proračuna i mogu se po potrebi mijenjati, vodeći računa o tome da veći broj panela može i ne mora osigurati veću točnost, ali svakako produžava vrijeme potrebno za proračun. Mjera koja se pokazala kao najdjelotvorniji kompromis između točnosti i brzine izvođenja je oko 40 panela po duljini forme broda.

Proračun se provodi unutar računalnog programa NLP-FLOW napisanog u programskom jeziku FORTRAN, a blok dijagram prikazan je na slici 3.12. Diskretizacija slobodne površine provodi se automatski nakon diskretizacije oplakivane površine. Pritom se unaprijed zadaje veličina slobodne površine, ovisno o konkretnom problemu koji se rješava. Potrebno je obuhvatiti dovoljnu površinu ispred pramca, iza krme te u poprečnom smjeru. Veličina panela na slobodnoj površini treba približno odgovarati veličini panela na oplakivanoj površini. Zatim se računaju karakteristike panela: površine, položaji težišta, momenti tromosti, vektori normala. Paneli u kojima će se nalaziti izvori podižu se iznad ravnine slobodne površine.

U prvoj iteraciji početno rješenje se dobiva iz optjecanja dvostrukog modela, dok u se u sljedećim iteracijama koristi rješenje iz prethodne iteracije. Formiraju se podmatrice sustava jednadžbi iz nelinearnog rubnog uvjeta na slobodnoj površini i na oplakivanoj površini. Sustav linearnih jednadžbi rješava se Gaussovom metodom eliminacije. Inducirane brzine računaju se na tri načina, ovisno o međusobnoj udaljenosti izvora i kolokacijske točke: pomoću egzaktnih formula, pomoću formula za točkasti izvor i pomoću formula za točkasti kvadrupol (Hess, Smith, 1962.).

Potom se određuju brzine, tlakovi i elevacije na slobodnoj površini. Rezultati numeričkog proračuna iz  $k$ -te iteracije se tada uspoređuju sa rezultatima iz prethodne,  $(k - 1)$  iteracije. Ukoliko je njihova razlika veća od unaprijed zadane prihvatljive vrijednosti greške, oblik oplakivane i slobodne površine prilagođava se trenutnom obliku pomoću automatskog generatora mreže. Postupak se ponavlja sve dok se razlika ne svede na prihvatljivo malu vrijednost.



Slika 3.12. Shema računalnog programa NLP-FLOW

Po završetku proračuna, rezultati se mogu prikazivati numerički i grafički. Vrijednost otpora valova jedan je od naznačajnijih podataka koji se dobivaju iz proračuna. Međutim, računaju se i vrijednosti brzina i tlakova, te elevacije valova na slobodnoj površini, koji u numeričkom obliku nisu osobito pregledni, pa se prikazuju i u grafičkom obliku u formatu \*.DXF datoteka.

## 4. PROVJERA I VREDNOVANJE NUMERIČKOG MODELA

Prije nego li se pristupi primjeni razvijenog modela, potrebno je provjeriti te potvrditi valjanost numeričkog modela. Za potvrdu valjanosti odabrane su forme čiji su rezultati ispitivanja poznati i koji se često koriste upravo u svrhe vrednovanja numeričkih proračuna: Wigleyeva matematička forma i Serija 60,  $C_B=0,60$ ,  $C_B=0,70$  i  $C_B=0,80$ . Wigleyeva forma odabrana je zbog izrazite vitkosti i izrazitih nelinearnih pojava u sustavu valova na pramčanom dijelu pri većim brzinama. Serija 60,  $C_B=0,60$  odabrana je zbog vitkosti i brzine, dok su Serija 60,  $C_B=0,70$  i  $C_B=0,80$  odabrane zbog punoće forme i nelinearnih pojava već pri manjim brzinama.

Uspoređeni su rezultati proračuna dobiveni računalnim modelom s eksperimentalnim rezultatima.

### 4. 1. Wigleyeva matematička forma

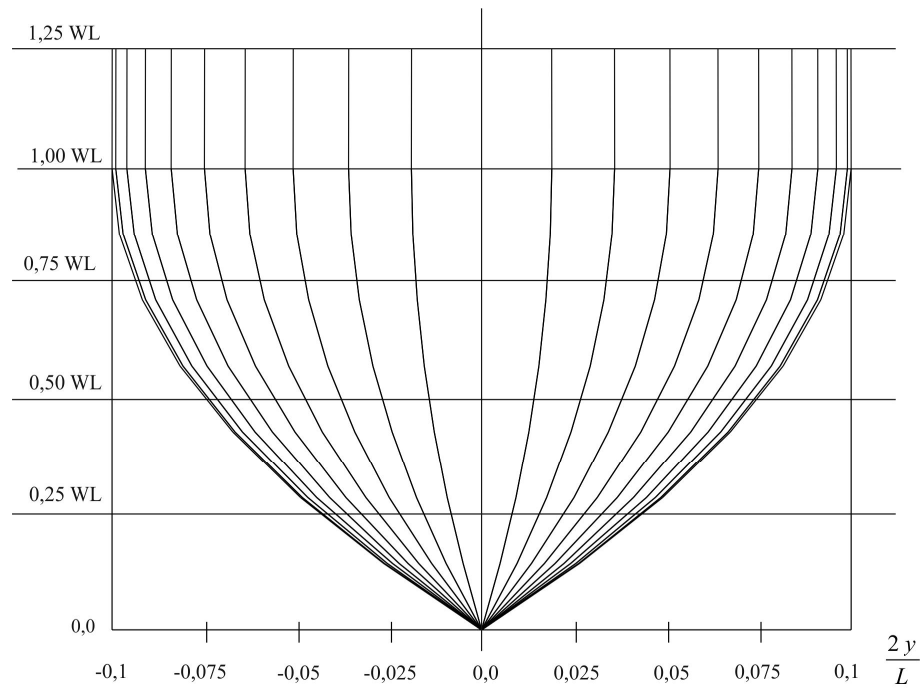
Kao potvrda valjanosti numeričkog modela prvo je ispitana Wigleyeva forma. Rebra i vodne linije definirane su parboličkim krivuljama, pomoću sljedeće formule:

$$y = \frac{B}{2} \left( 1 - \frac{4x^2}{L^2} \right) \left( 1 - \frac{z^2}{T^2} \right), \text{ za } -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \text{ i za } 0 \leq z \leq T. \quad (4.1)$$

U jednadžbi 4.1 vrijede omjeri  $B/L = 0,1$  i  $T/L = 0,0625$ . Dimenzije se mogu odabrati prema potrebi, a u ovom slučaju uzete su glavne karakteristike Wigleyeve forme prikazane u tablici 4.1.

Wigleyeva matematička forma prikazana je na slici 4.1., dok je na slici 4.2. prikazan raspored panela na oplakivanoj i slobodnoj površini.

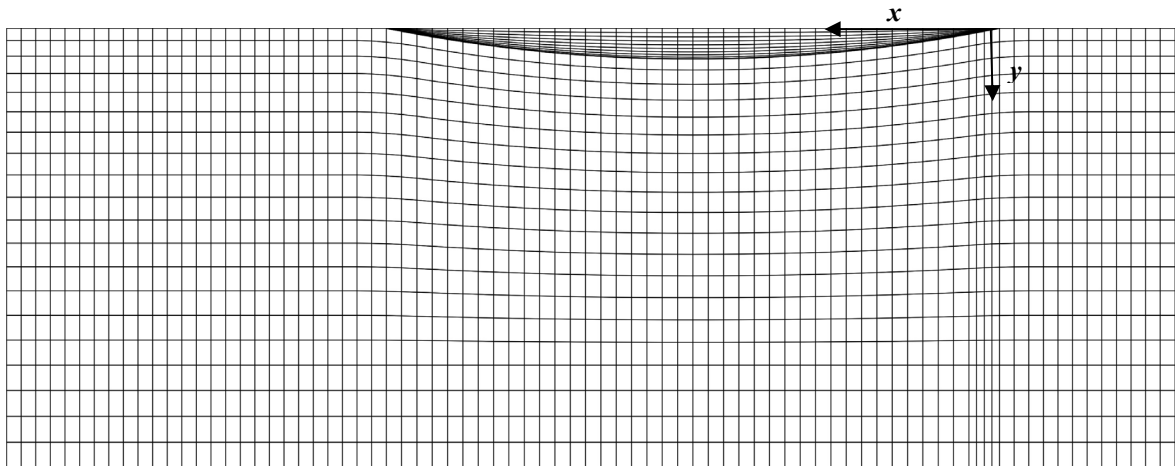




Slika 4.1. Wigleyeva matematička forma

Tablica 4.1. Glavne dimenzije Wigleyeve paraboloidne matematičke forme

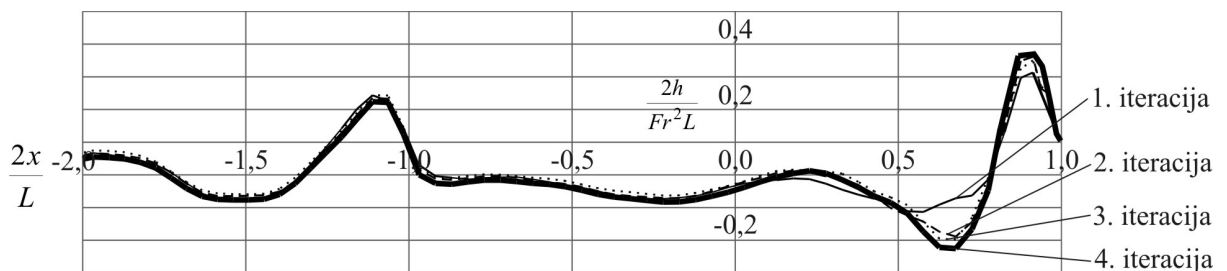
Duljina između okomica, $L_{pp}$	20,0	m
Širina, $B$	2,0	m
Gaz, $T$	1,25	m
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,44	



Slika 4.2. Raspored panela na oplakivanoj i slobodnoj površini za Wigleyevu matematičku formu

Na slici 4.3 prikazan je profil vala pri Froudeovom broju 0,266 kod pojedinih iteracija u nelinearnoj metodi. Prva iteracija predstavlja početno rješenje, što u ovom slučaju odgovara rješenju dobivenom lineariziranom metodom. Može se uočiti da i početno linearizirano

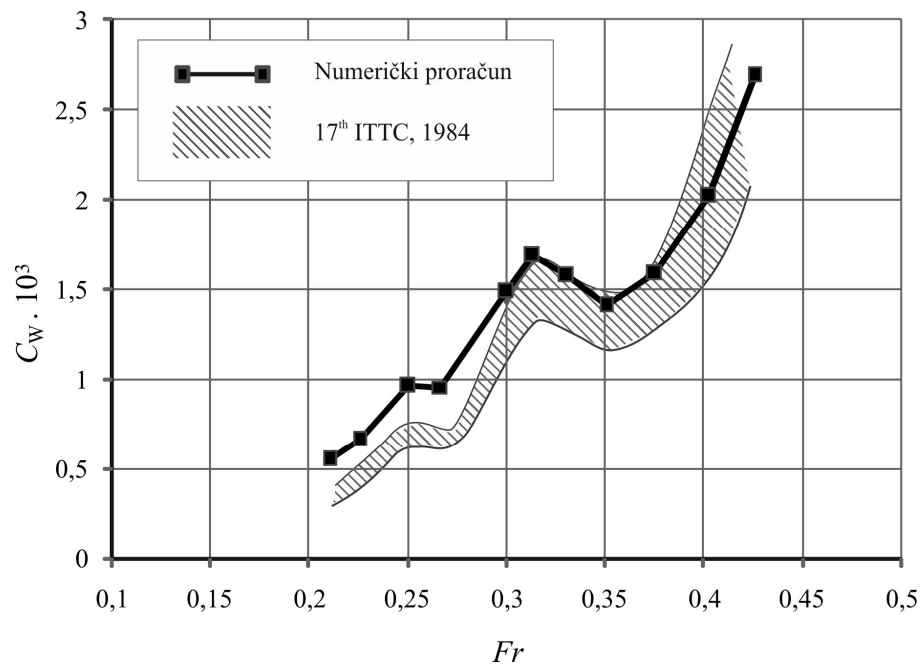
rješenje prati oblik profila vala, ali elevacije na pramcu i na krmi su niže. Ta pojava je sasvim očekivana, zbog izrazito nelinearnih pojava na slobodnoj površini kod optjecanja Wigleyeve forme. U drugoj iteraciji dolazi do porasta elevacija, dok su u trećoj i četvrtoj rezultati vrlo slični, te se smatra da je u četvrtoj iteraciji postignuta konvergencija prema kriteriju konvergencije iz poglavlja 2.2. Rezultat četvrte iteracije smatra se konačnim. U tablici 4.2. prikazani su rezultati numeričkog proračuna za cijelo područje brzina, a na slici 4.4. uspoređeni su s eksperimentalnim vrijednostima. Na slici 4.5. je profil vala uspoređen s eksperimentalnim vrijednostima.



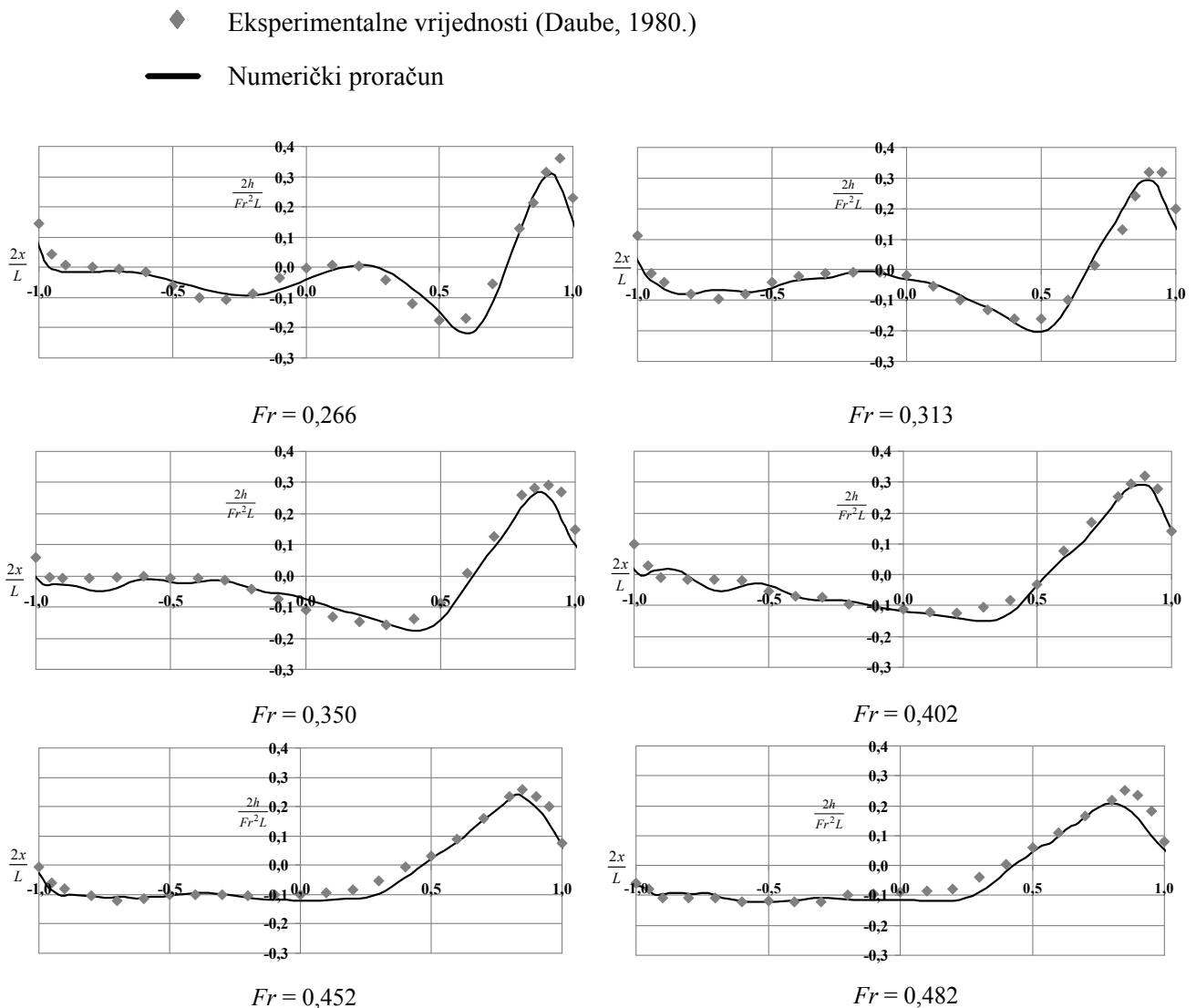
Slika 4.3. Prikaz profila vala u pojedinim iteracijama za  $Fr = 0,266$

Tablica 4.2. Rezultati numeričkog proračuna za Wigleyevu matematičku formu

$Fr$	0,210	0,225	0,250	0,266	0,300	0,313	0,325	0,350	0,375	0,402	0,452
$C_w \cdot 10^3$	0,550	0,662	0,961	0,957	1,490	1,691	1,575	1,407	1,585	2,023	2,695



Slika 4.4. Koeficijenti otpora valova za Wigleyevu matematičku formu

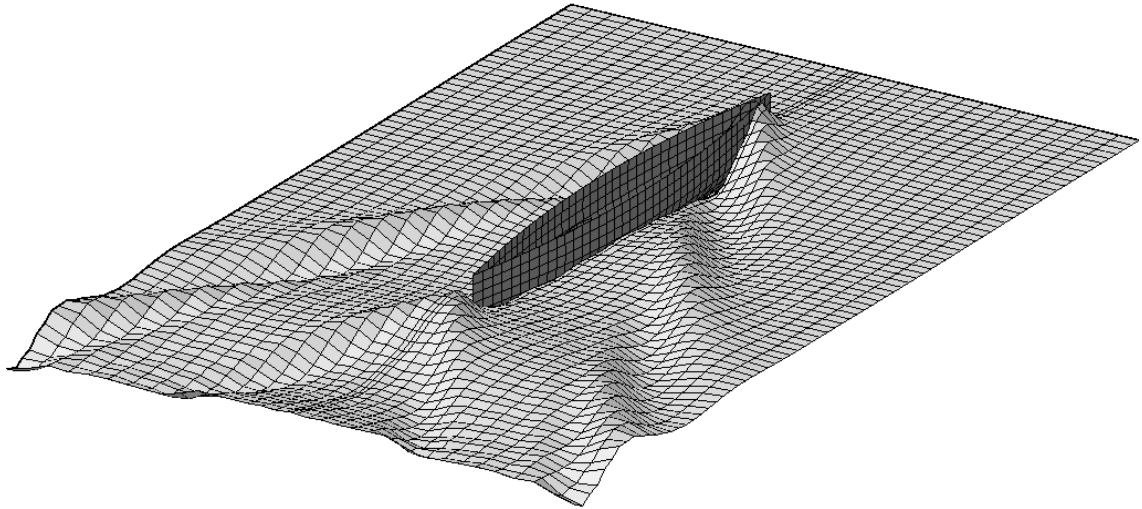


Slika 4.5. Usporedba profila valova za Wigleyevu matematičku formu

Profili valova prikazani su bezdimenzijski. Može se uočiti da se profili vala dobiveni numeričkim proračunom dobro poklapaju s eksperimentalnim vrijednostima, iako su elevacije na pramcu nešto niže od onih dobivenih eksperimentom.

Budući da metoda ne uzima u obzir viskoznost tekućine, ne može se očekivati potpuno poklapanje svih apsolutnih vrijednosti elevacija valova i koeficijenata otpora valova s eksperimentalnim vrijednostima.

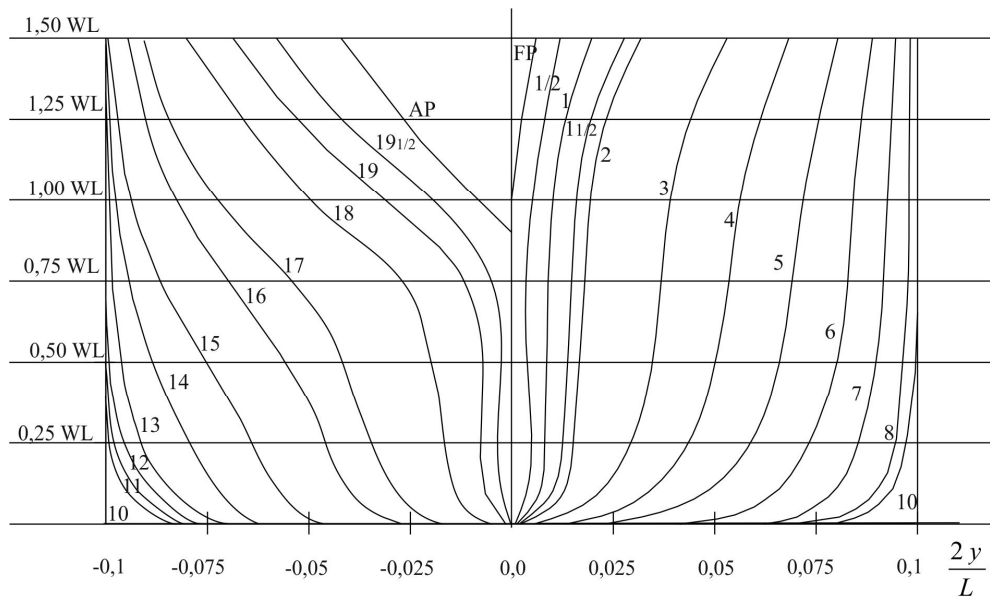
Na slici 4.6. prikazana je valovita slobodna površina pri  $Fr = 0,306$ , s time da su elevacije vala uvećane pet puta radi preglednosti.



Slika 4.6. Prikaz valovite slobodne površine za Wigleyevu formu,  $Fr = 0,306$  (elevacije uvećane pet puta)

## 4. 2. Serija 60, $C_B = 0,60$

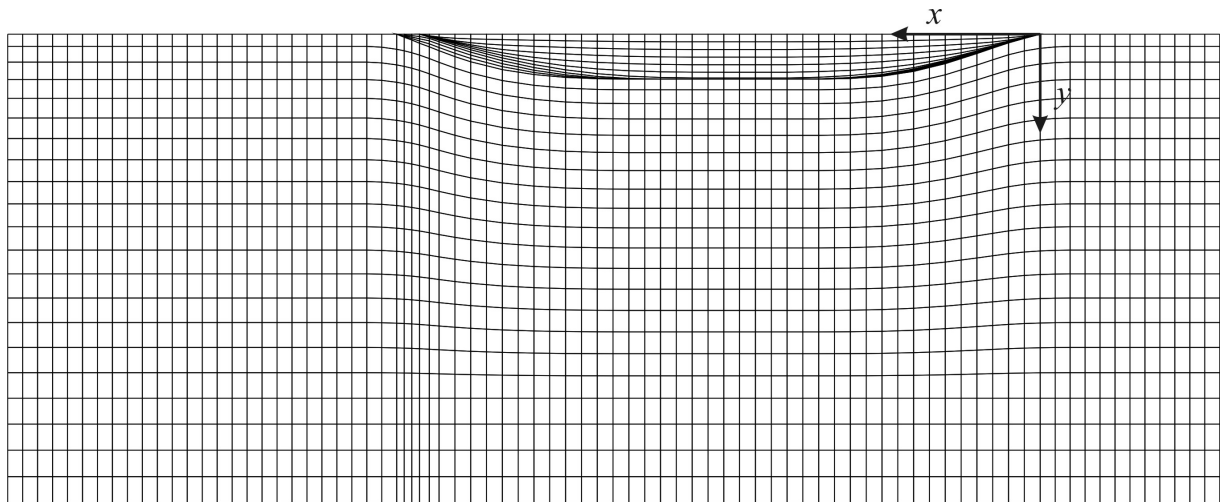
Numerički model potvrđen je i na temelju rezultata ispitivanja za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ . Na slici 4.7. prikazane su linije forme broda, a u tablici 4.3. navedene su glavne dimenzije. Oplakivana i slobodna površina prikazane su na slici 4.8.



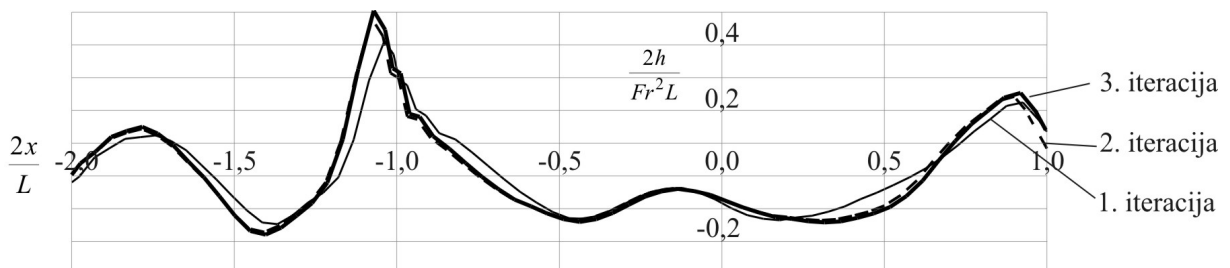
Slika 4.7. Serija 60,  $C_B = 0,60$

**Tablica 4.3.** Glavne dimenzije za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ 

Duljina između okomica, $L_{pp}$	121,92	m
Širina, $B$	16,256	m
Gaz, $T$	6,502	m
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,60	

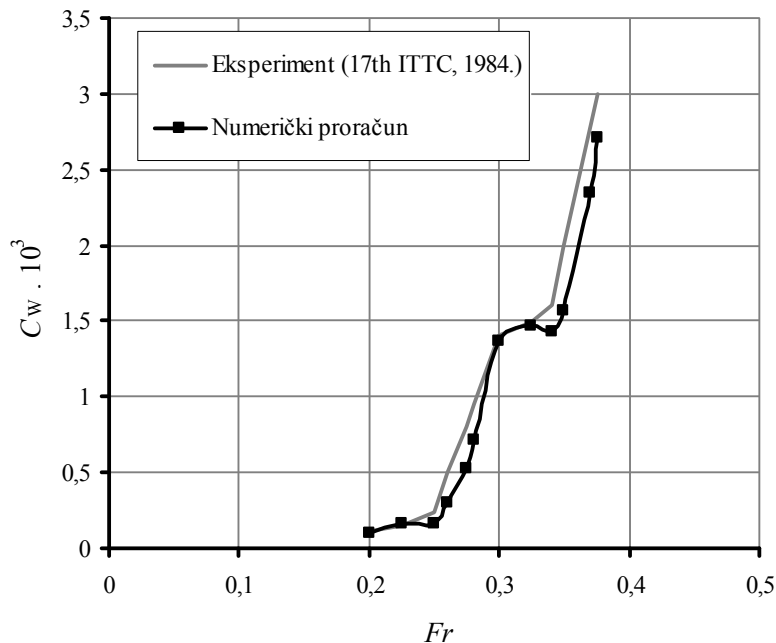
**Slika 4.8.** Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ 

Na slici 4.9. prikazan je profil vala pri Froudeovom broju 0,260 kod pojedinih iteracija u nelinearnom rješenju. Prva iteracija predstavlja početno rješenje, što u ovom slučaju odgovara rješenju dobivenom lineariziranim metodom. Može se uočiti da i linearizirana metoda prati oblik profila vala, u drugoj iteraciji dolazi do blagog porasta elevacija na pramcu i na krmi, dok su u trećoj iteraciji rezultati vrlo slični drugoj. U ovom se slučaju treća iteracija smatra konačnim rješenjem. U tablici 4.4. prikazani su rezultati numeričkog proračuna za cijelo područje brzina, a na slici 4.10. su proračunske vrijednosti koeficijenata otpora valova usporedene s eksperimentalnim vrijednostima.

**Slika 4.9.** Prikaz profila vala u pojedinim iteracijama,  $Fr = 0,260$

**Tablica 4.4.** Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ 

$Fr$	0,200	0,225	0,250	0,260	0,275	0,280	0,300	0,325	0,340	0,350	0,370
$C_w \cdot 10^3$	0,102	0,159	0,160	0,302	0,521	0,712	1,364	1,464	1,430	1,570	2,340

**Slika 4.10.** Koeficijenti otpora valova za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ 

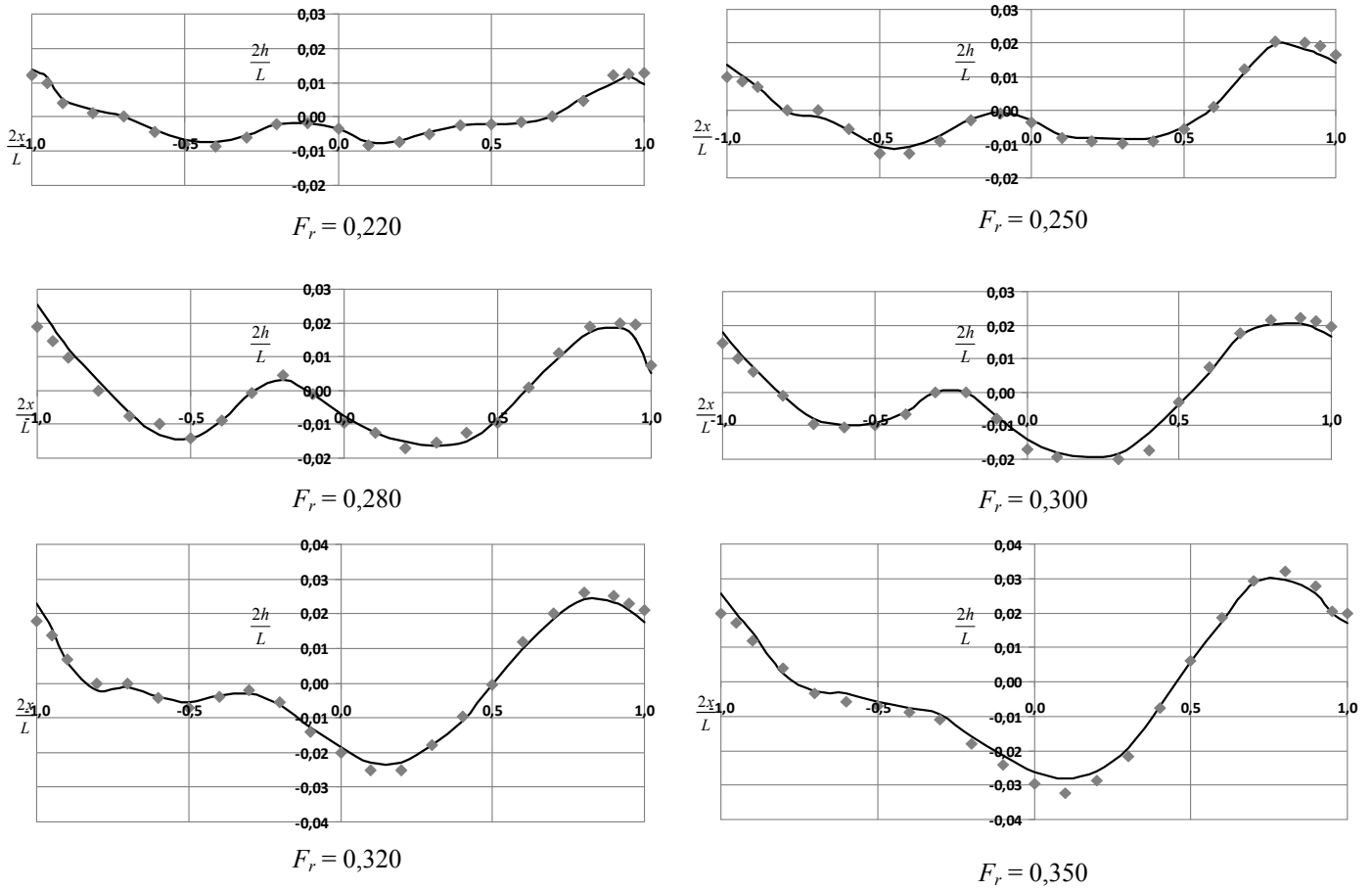
Proračunska krivulja koeficijenata otpora valova prati krivulju dobivenu eksperimentalnim putem, no kod viših Froudeovih brojeva može se uočiti da su proračunske vrijednosti nešto niže. Od posebnog je značaja što se položaj grbe na krivulji numeričkog proračuna dobro podudara s položajem na krivulji dobivenoj eksperimentalnim putem. Kao i u prethodnom poglavlju, apsolutne vrijednosti koeficijenata otpora valova nisu potpuno jednake kao i u eksperimentu, što se može i očekivati jer u metodu nije uključen utjecaj viskoznosti tekućine.

Na slici 4.11. uspoređeni su profili valova dobiveni numeričkim proračunom s izmjerenim profilima valova, te se može uočiti da se rezultati dobro poklapaju kod svih razmatranih Froudeovih brojeva.

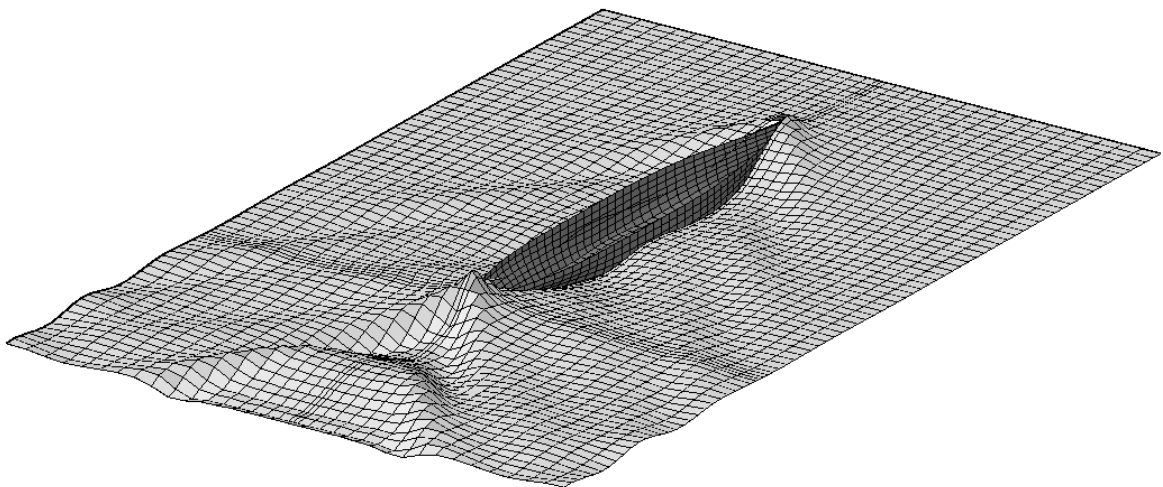
Na slici 4.12. prikazana je valovita slobodna površina pri  $Fr = 0,260$ , a valne elevacije uvećane su pet puta radi preglednosti. Na slobodnoj površini vide se područja gušće raspoređenih panela koji prate gušće raspoređene panele na oplakivanoj površini. Takva gušća raspodjela potrebna je na oko krmene statve kako bi se čim točnije prikazale značajke strujanja na tim područjima.

◆ Eksperimentalne vrijednosti (Xia, 1986.)

— Numerički proračun



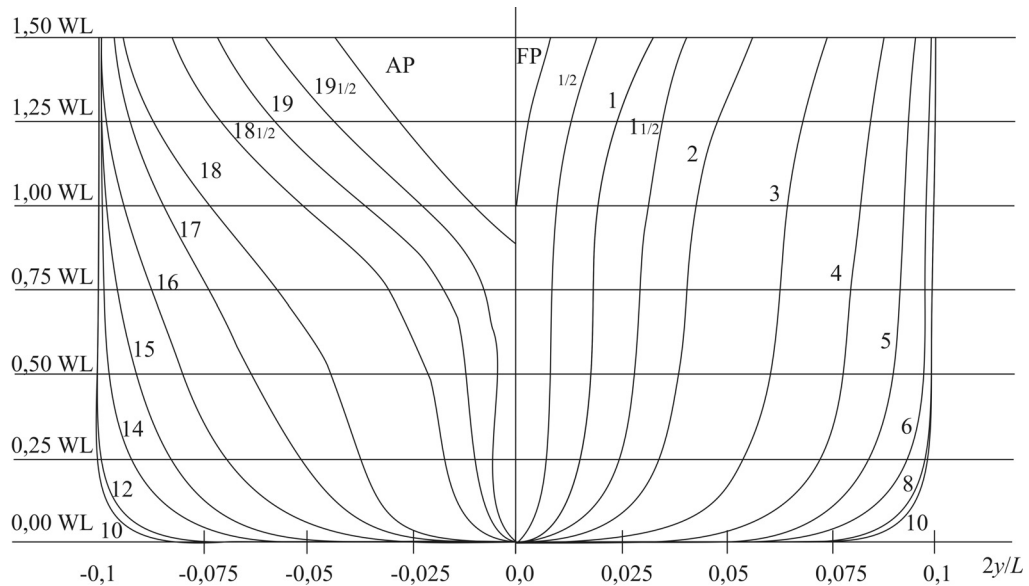
Slika 4.11. Usporedba profila valova za formu iz Serije 60,  $C_B=0,60$



Slika 4.12. Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,60$ ,  $Fr = 0,260$  (val uvećan pet puta)

### 4.3. Serija 60, $C_B = 0,70$

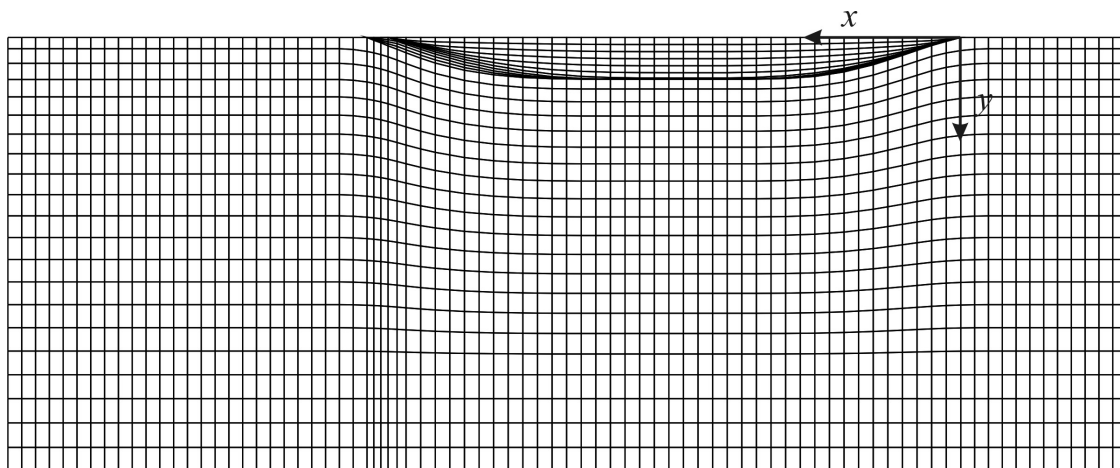
Valjanost numeričkog modela potvrđena je i na temelju rezultata ispitivanja za Seriju 60,  $C_B = 0,70$ . Na slici 4.13. prikazane su linije forme broda, a u tablici 4.5. glavne dimenzije, dok su na slici 4.14. prikazane diskretizirana oplakivana i slobodna površina.



Slika 4.13. Serija 60,  $C_B = 0,70$

Tablica 4.5. Glavne dimenzije za Seriju 60,  $C_B = 0,70$

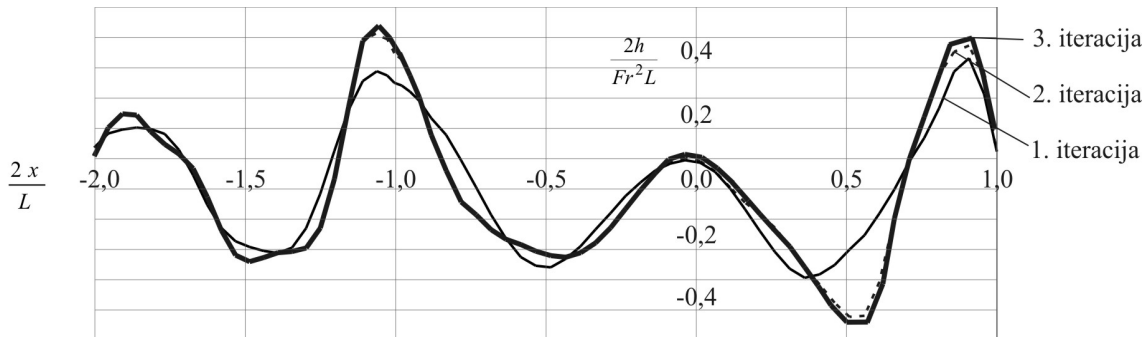
Duljina između okomica, $L_{pp}$	121,92	m
Širina, $B$	17,416	m
Gaz, $T$	6,986	m
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,70	



Slika 4.14. Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,70$



Na slici 4.15. vide se profili valova kroz iteracije za  $Fr=0,275$ . Kako je razlika između druge i treće iteracije prihvatljivo mala, treća iteracija se uzima kao konačno rješenje na temelju kriterija konvergencije.

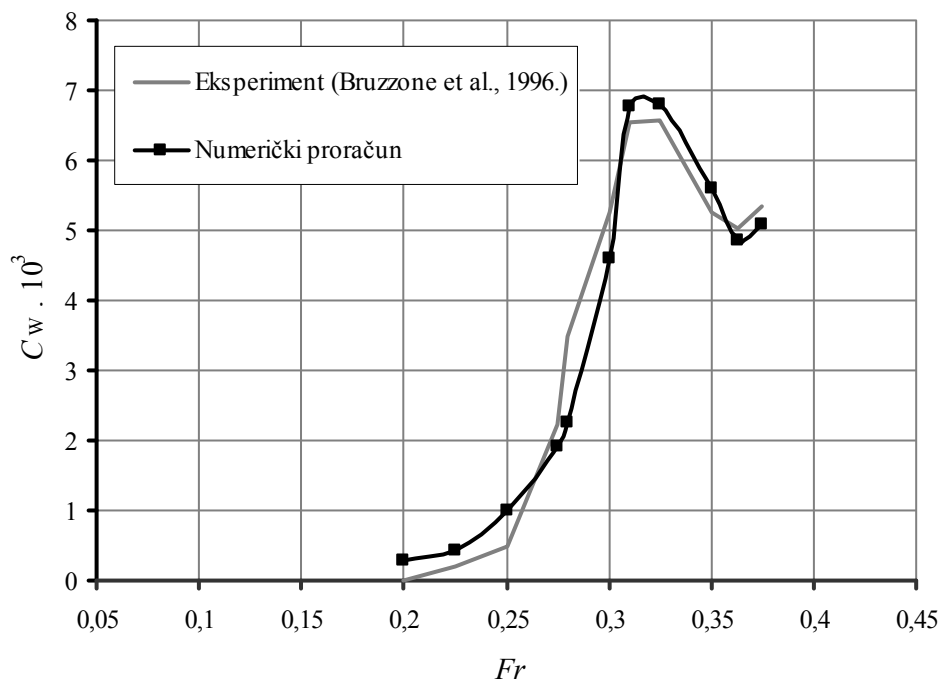


Slika 4.15. Prikaz profila vala kroz iteracije za Seriju 60,  $C_B = 0,70$ , za  $Fr=0,275$

U tablici 4.6. prikazane su vrijednosti proračunatih koeficijenta otpora valova, a na slici 4.16. su proračunati koeficijenti uspoređeni s eksperimentalnim vrijednostima.

Tablica 4.6. Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60,  $C_B = 0,70$

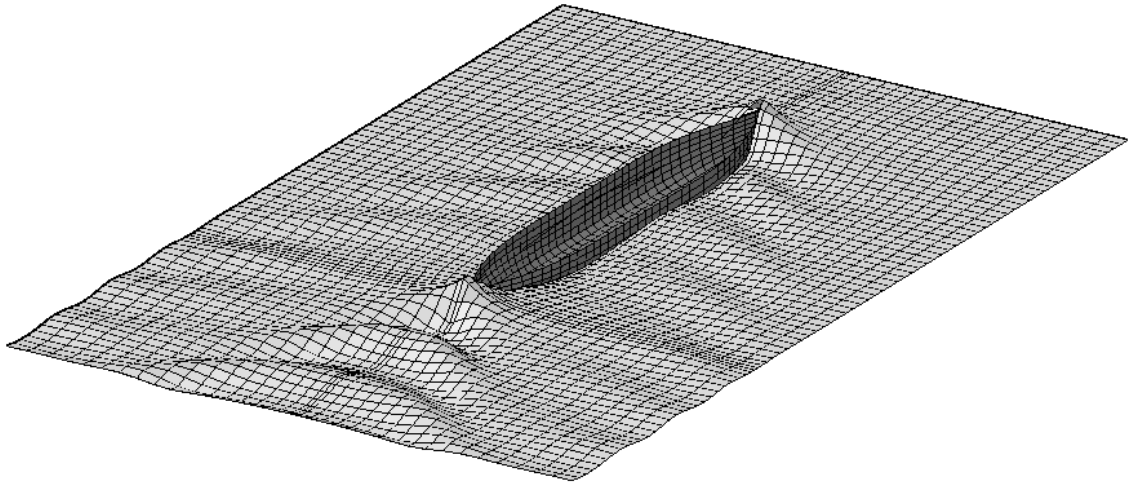
$Fr$	0,200	0,225	0,250	0,275	0,280	0,300	0,310	0,325	0,350	0,363	0,370
$C_w \cdot 10^3$	0,295	0,423	1,012	1,915	2,255	4,602	6,780	6,812	5,613	4,850	5,095



Slika 4.16. Koeficijenti otpora valova za Seriju 60,  $C_B = 0,70$

Na slici 4.17. prikazana je valovita slobodna površina pri  $Fr = 0,200$ , a valne elevacije uvećane su pet puta radi preglednosti. Kao i kod prethodne forme, na slobodnoj površini vide

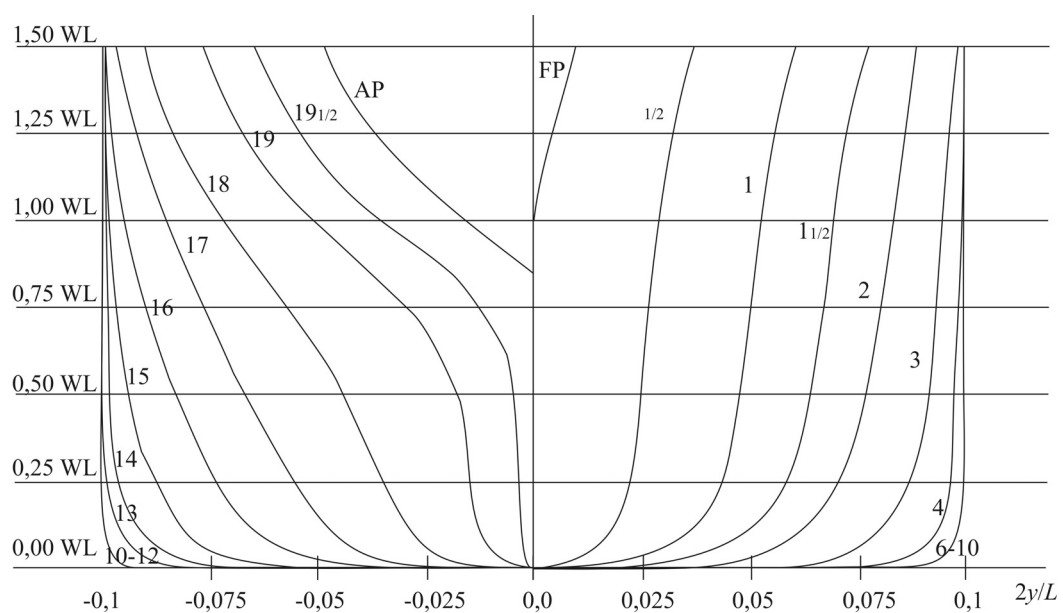
se područja gušće raspoređenih panela koji prate gušće raspoređene panele na oplakivanoj površini. Takva gušća raspodjela potrebna je oko krmene statve kako bi se čim točnije prikazale značajke strujanja na tom području.



Slika 4.17. Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,70$ ,  $Fr = 0,200$  (val uvećan 5 puta)

#### 4. 4. Serija 60, $C_B = 0,80$

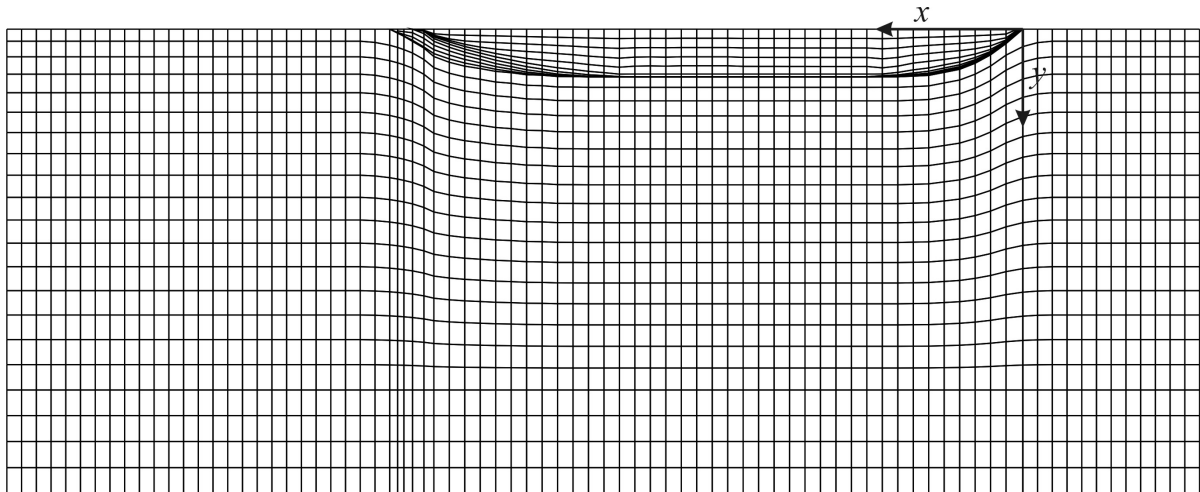
Vrednovanje numeričkog modela obavljeno je i na temelju rezultata ispitivanja za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ . Na slici 4.18. prikazane su linije forme broda, a u tablici 4.7. glavne dimenzije, dok se na slici 4.19. vidi prikaz diskretizirane oplakivane i slobodne površine.



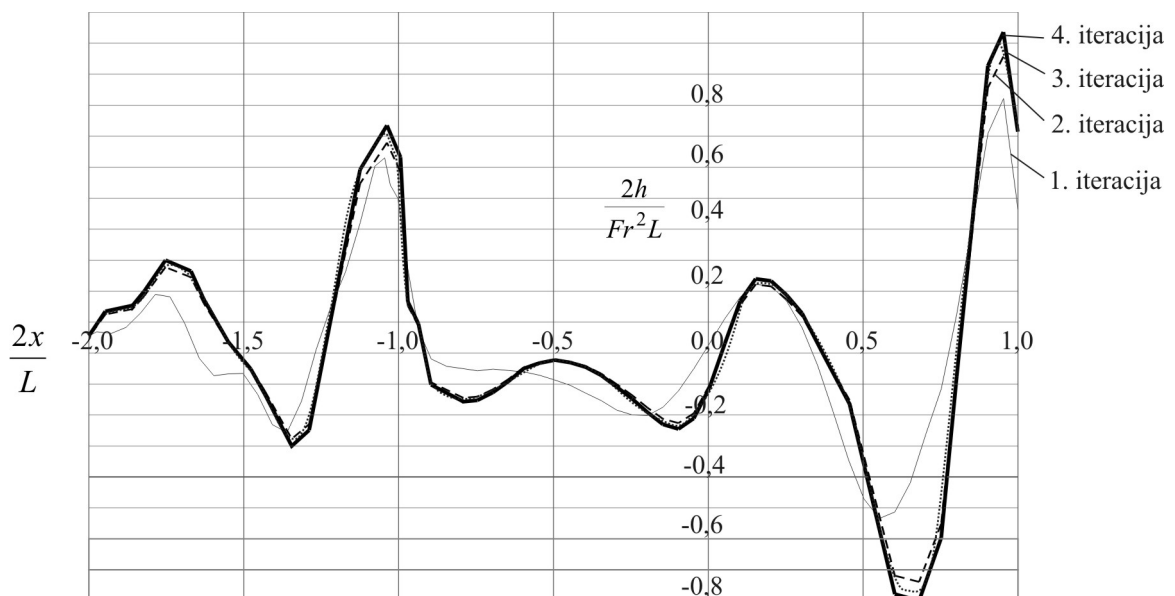
Slika 4.18. Serija 60,  $C_B = 0,80$

**Tablica 4.7.** Glavne dimenzije za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ 

Duljina između okomica, $L_{pp}$	121,92	m
Širina, $B$	18,757	m
Gaz, $T$	7,495	m
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,80	

**Slika 4.19.** Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ 

Na slici 4.20. vide se profili valova kroz iteracije za  $Fr = 0,260$ . U ovom slučaju se kao konačno rješenje uzima 4. iteracija. Valne elevacije su prilično izražene jer se radi o punijoj formi, iako je brzina umjerena.

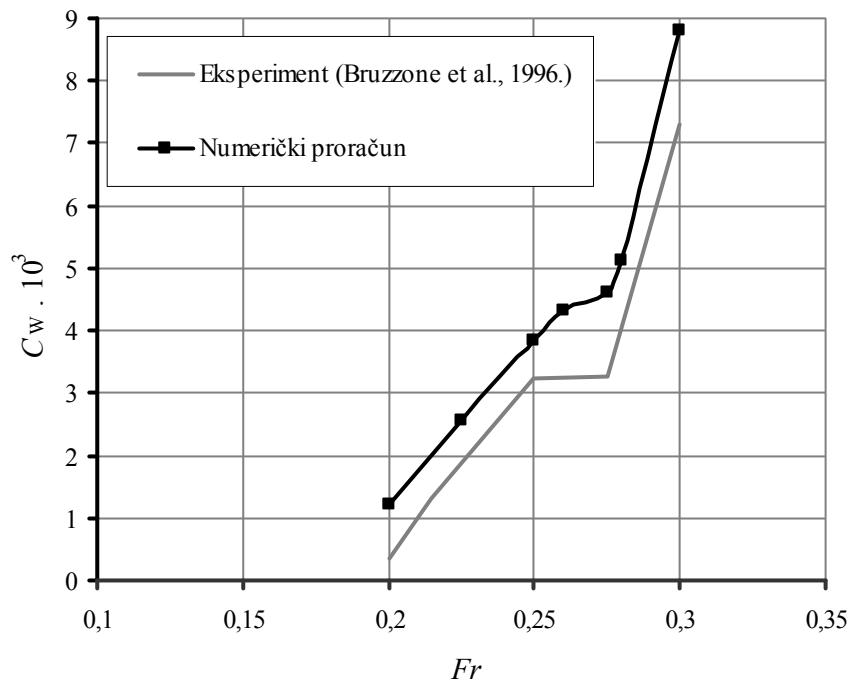
**Slika 4.20.** Prikaz profila vala kroz iteracije za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ , za  $Fr=0,260$

U tablici 4.8. prikazane su vrijednosti proračunatih koeficijenta otpora valova, a na slici 4.21. su proračunati koeficijenti uspoređeni s eksperimentalnim vrijednostima. Mogu se uočiti veća odstupanja nego u prethodnim slučajevima, iako se položaj grbe na krivuljama koeficijenata otpora valova podudara.

Razlozi odstupanja mogu biti različiti. Kao prvo, moguće je da je potrebno uvesti još finiju diskretizaciju pramčanog dijela. Zatim, moguće je da kod eksperimenta zbog viskoznih značajki tekućine dolazi do separacije strujanja na krmi, no kako su dostupni rezultati eksperimenta samo iz jednog izvora (Bruzzone et al., 1996.), teško je potvrditi apsolutne vrijednosti koeficijenata otpora valova.

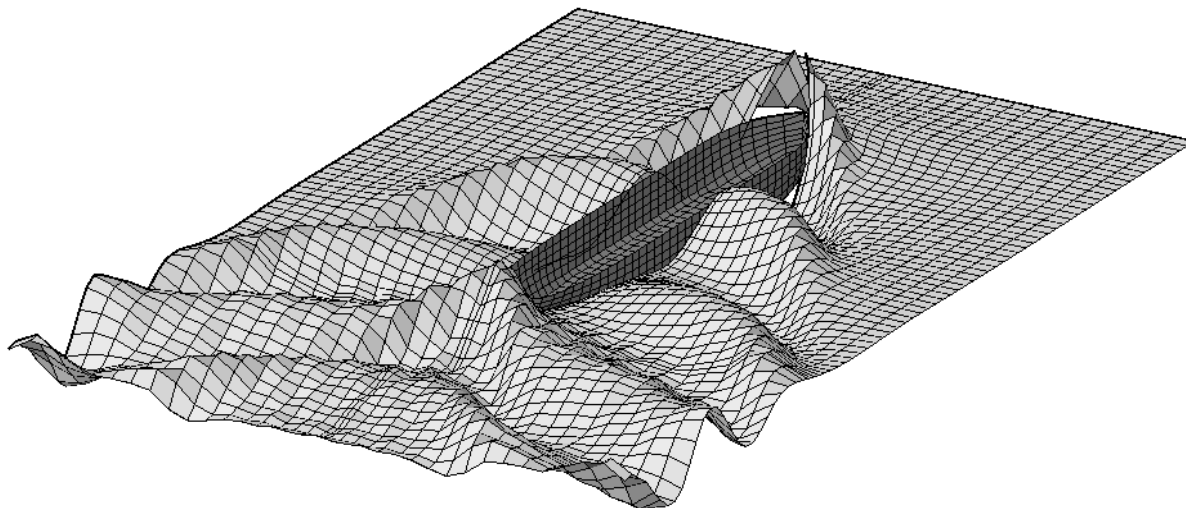
**Tablica 4.8.** Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60,  $C_B = 0,80$

$Fr$	0,200	0,225	0,250	0,260	0,275	0,280	0,300
$C_w \cdot 10^3$	1,231	2,564	3,850	4,313	4,622	5,217	8,794

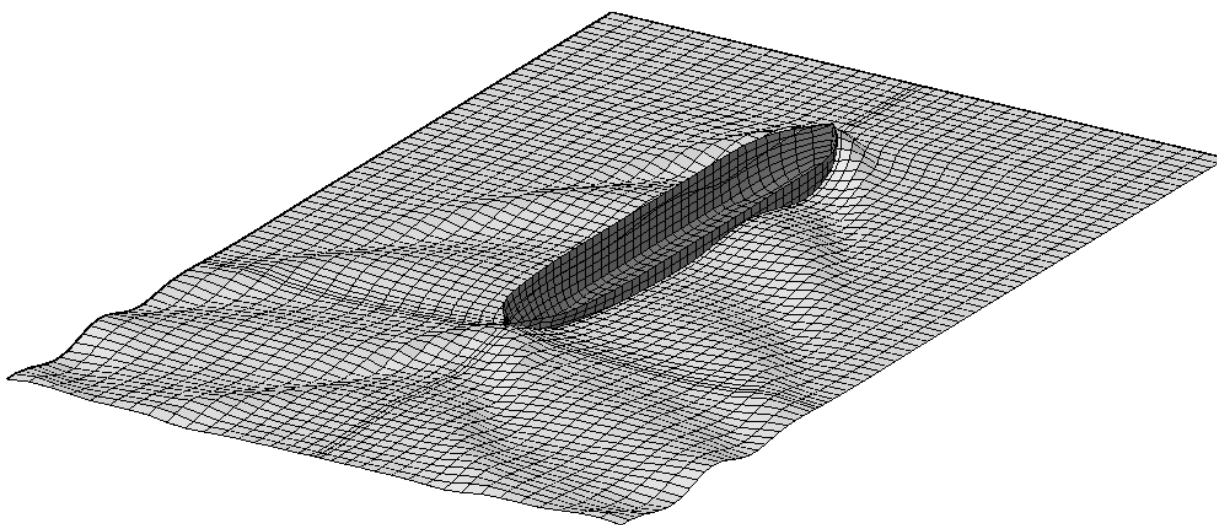


**Slika 4.21.** Koeficijenti otpora valova za Seriju 60,  $C_B = 0,80$

Na slici 4.22. prikazana je valovita slobodna površina za  $Fr = 0,260$ , uvećana pet puta. Kako se proračunom dobivaju relativno visoke vrijednosti elevacija, na slici 4.23. je radi preglednosti prikazana valovita slobodna površina bez uvećanja valnih elevacija.



**Slika 4.22.** Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ ,  $Fr = 0,260$  (val uvećan 5 puta)



**Slika 4.23.** Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60,  $C_B = 0,80$ ,  $Fr = 0,260$  bez uvećanja elevacija

## 5. OPTIMIZACIJA FORME BRODA

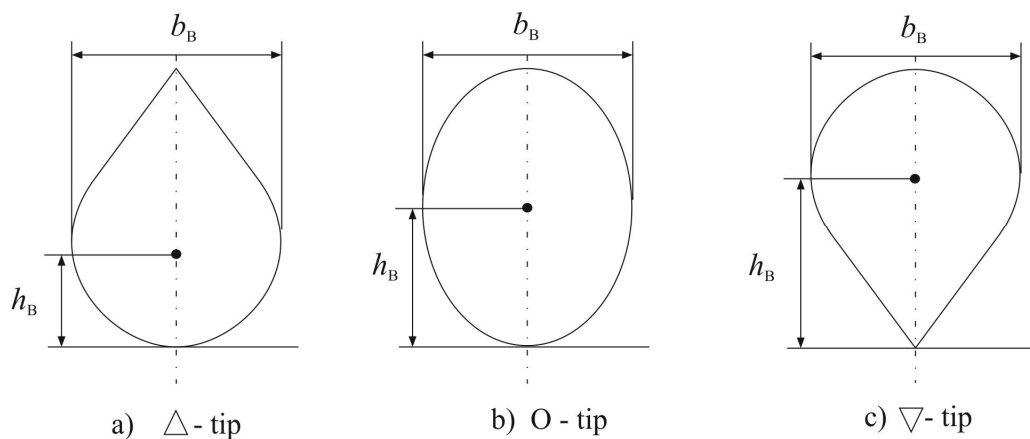
### 5. 1. Pramčani bulb

Pramčani bulb je izbačeni dio pramčanog dijela broda koji se proteže ispred pramčane okomice broda, a nalazi se ispod vodne linije. Prilikom napredovanja broda, bulb utječe na optjecanje oko trupa i mijenja ga. Djelovanje bulba moguće je objasniti na različite načine. Jedan od osnovnih načina je činjenica da zaobljeno tijelo, primjerice kugla, koje se giba tik ispod površine vode, uzrokuje sustav valova koji započinje valnim dolom. Bulb ispod površine vodne linije ima svrhu stvaranja takvog valnog dola, koji bi se trebao poklopiti sa brijegom pramčanog vala i na taj način djelomično smanjiti elevacije sustava pramčanih valova. Za najbolji učinak, bulb bi trebao uzrokovati val amplitude jednake amplitudi pramčanog vala, a suprotne faze (Larsson, Raven, 2010.). Amplituda pretežito ovisi o volumenu bulba i vertikalnom položaju njegovog težišta, dok se faza vezuje uz duljinu bulba. Smanjenjem valnih elevacija na pramcu mijenja se raspored tlakova po oplakivanoj površini i smanjuje se otpor valova. Prema tome, kod projektiranja forme broda, posebna se pažnja posvećuje odabiru odgovarajućeg oblika pramčanog bulba, kako bi se postigle čim povoljnije hidrodinamičke značajke forme broda.

Pokazalo se također da pramčani bulb može povoljno utjecati na trim i stabilitet broda pri promatranoj brzini. Nadalje, kod brodova s bulbom može se zamijetiti oko 12% manja potrošnja goriva u usporedbi sa sličnim brodovima bez bulba, što znači veliku uštedu ako se uzmu u obzir sve godine eksploatacije broda (Harries et al., 2006.). Uštede su značajnije kod većih brzina plovidbe (Wyatt, Chang, 1994.). Što se tiče povijesnog razvoja, već kod nekih starogrčkih plovila na vesla pojavljivala se deformacija pramčane statve koja bi se mogla nazvati bulbom. No, prvom primjenom modernog bulba smatra se ona na brodu USS Delaware, koji je porinut 1910. godine. Prvo značajno razmatranje teorije bulba izloženo je u Taylorovom radu (Taylor, 1933.). U tom djelu Taylor iznosi dijagrame koji su se mogli koristiti za projektiranje bulba s obzirom na dimenzije i projektnu brzinu broda. Jednu od prvih proračunskih metoda postavili su Havelock i Wigley između 1928. i 1935. godine, a temelji se na potencijalnom strujanju. Pramčani bulb primjenjuje se od 1940-ih godina, iako

se oblik bulba sve do kraja 1970-ih odabirao uglavnom na temelju iskustva i modelskih ispitivanja. Godine 1978. objavljen je rad A. Krachta, (Kracht, 1978.) u kojemu su opisane i klasificirane različite vrste bulbova, a priloženi su i dijagrami za odabir “modernog” oblika bulba. Neki od tih dijagrama se još uvijek koriste kod projektiranja broda. Istovremeno, početkom 1980-ih, dolazi do značajnog napretka u razvoju računala i CFD metoda. Osim što se računalnim modeliranjem mogla potvrditi svrhovitost pramčanog bulba i bez ispitivanja u bazenu, u to vrijeme je započeo proces ispitivanja pojedinih varijanti brodske forme, čime su postavljeni temelji računalne optimizacije. Bulb također utječe na viskozni otpor zaglađivanjem strujanja u pramčanom području. Pramčani bulb je najdjelotvorniji način za smanjenje otpora broda, a time i potrošnje goriva, koji se može primijeniti ne mijenjajući pritom osnovnu formu broda niti njene glavne karakteristike (Hochkirch, Bertram, 2009.). Kako djelovanje bulba izravno ovisi o strujanju oko njega, jasno je da su položaj, veličina i oblik bulba karakteristike o čijem izboru na kraju ovisi njegovo djelovanje.

Kracht (Kracht, 1978.) je podijelio bulbove u tri osnovne kategorije, ovisno o njihovom poprečnom presjeku na pramčanoj okomici. Te tri kategorije su prikazane na slici 5.1.

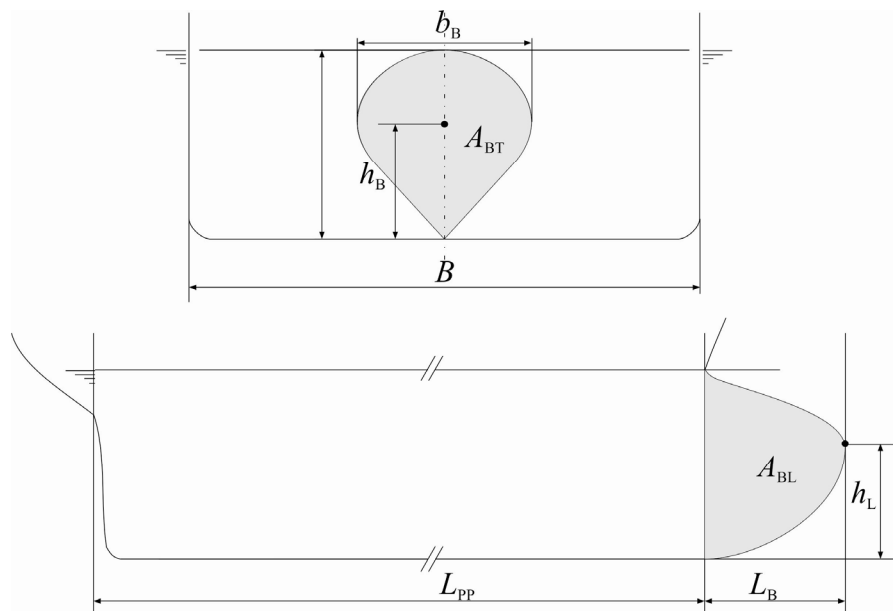


Slika 5.1. Tipovi bulba

- Delta-tip: odnosi se na poprečni presjek oblika kapljice sa težištem površine u donjem dijelu. Ovaj oblik označava bulb čiji je volumen koncentriran bliže osnovici broda.
- O-tip: Ova vrsta bulba ima ovalni presjek, težište površine nalazi se u sredini, kao i težište volumena. Svi bulbovi kružnog ili eliptičnog presjeka mogu se svrstati u ovu kategoriju.

- c) Nabra-tip: također ima presjek oblika kapljice, ali okrenute tako da se težište površine i volumena nalazi bliže slobodnoj površini. Ova vrsta bulba povezuje se s povoljnim svojstvima pomorstvenosti pa se ta vrsta bulba u današnje vrijeme najčešće koristi.

Odabir oblika bulba često se provodi empirijski, temeljem sličnih formi i poznatih izvedbi koje su se pokazale kao dobre. Međutim, činjenica je da nekoj formi broda ne odgovara bilo kakav bulb. Stoga je primjena optimizacijske metode zanimljiv način da se dođe do oblika bulba koji će biti optimalan upravo za promatranu formu. Kako bi se mogao koristiti optimizacijski algoritam, potrebno je oblik bulba opisati pomoću parametara, dakle brojeva. Parametri moraju izravno karakterizirati trenutni oblik bulba, a istovremeno moraju biti takvi da njihova promjena izravno uzrokuje promjenu oblika bulba. Na temelju Krachtove podjele, prikazani su parametri bulba koji će se tretirati kao karakteristični parametri, slika 5.2.



Slika 5.2. Parametri bulba

Parametri bulba su:

- 1)  $b_B$  – maksimalna širina poprečnog presjeka bulba  $A_{BT}$  na pramčanoj okomici
- 2)  $h_L$  – verikalna udaljenost između osnovice broda i vrha bulba, odnosno najudaljenije točke na pramčanoj statvi u odnosu na pramčanu okomicu
- 3)  $h_B$  – verikalna udaljenost između osnovice broda i težišta poprečnog presjeka bulba na pramčanoj okomici
- 4)  $L_B$  – horizontalna udaljenost između pramčane okomice i najudaljenije točke na pramčanoj statvi.



Parametri površina,  $A_{BT}$ , koji se odnosi na površinu poprečnog presjeka bulba na pramčanoj okomici, i  $A_{BL}$ , koji se odnosi na površinu uzdužnog presjeka bulba na simetrali, izravno su ovisni o navedena četiri parametra. Međutim, potrebno je koristiti dodatne točke, odnosno uvjete, pomoću kojih bi se geometrija bulba mogla jednoznačno definirati. Kako se za proračun optjecanja koristi panelna metoda, potrebno je da geometrija bulba bude definirana pomoću točaka koje će biti spojene u panele. Točaka mora biti dovoljno da se postigne tražena gustoća mreže.

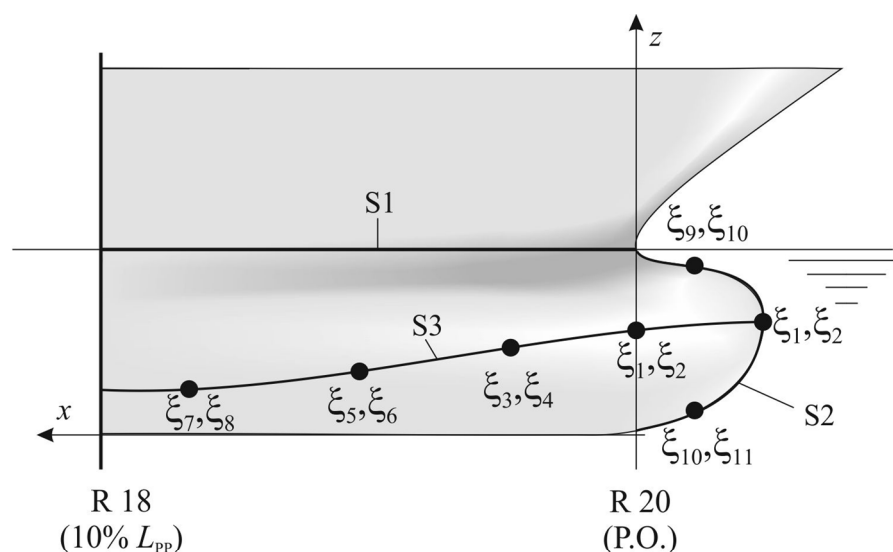
Istovremeno, nepoželjno je da se u optimizacijskom algoritmu koristi previše točaka u vidu parametara za optimizaciju, jer bi u tom slučaju konvergencija bila upitna. Također, postavlja se pitanje koliko bi bilo izgledno dobivanje nekakve glatke plohe, koliko bi generacija za to bilo potrebno, i ne bi li cijeli postupak optimizacije zbog toga otišao u krivom smjeru. Stoga se postavlja pitanje kako sa čim manje točaka što točnije opisati geometriju bulba (Campana et al., 2006.), a da se pritom iz njih može dobiti dovoljan broj dodatnih točaka za finu mrežu panela na pramčanom dijelu. Treba imati na umu da te dodatne točke moraju biti ravnomjerno raspoređene radi dobivanje pravilne mreže, te da cijeli postupak spajanja panela mora biti u potpunosti automatiziran kako bi se optimizacijski algoritam uopće mogao primijeniti. Kako bi svi ti uvjeti bili zadovoljeni, za opisivanje pramčanog dijela broda je na temelju prethodnog iskustva odabran napeti splajn koji je opisan u poglavlju 3.1.2. Ta je metoda pogodna za numeričke proračune, omogućava tražene izmjene oblika promjenom koordinata ili promjenom kuta tangente, daje glatke krivulje iz relativno malo točaka i dovoljno je pregledna za korištenje.

## 5. 2. Primjena napetog splajna na opisivanje geometrije bulba

Za potrebe proračuna, sva rebra forme broda zadana su u obliku točaka koje su spojene pomoću napetih splajnova. Treba napomenuti da je kubični splajn također pogodna vrsta krivulje za opisivanje forme, što znači omogućava dobro praćenje oblika rebara i vodnih linija, te je matematički pogodan što se tiče generiranja mreže. Kubični splajn korišten je za generiranje mreže panela na slobodnoj površini. Međutim, zbog ranije navedenih prednosti napetog splajna kod praćenja različitih oblika pramčane statve, on je primijenjen za opisivanje geometrije i generaciju mreže panela na oplakivanoj površini.

Za opisivanje bulba korištena su tri napeta splajna i ukupno 11 točaka, slika 5.3. Pramčani dio broda definira se kao duljina u postotku  $L_{PP}$ . U ovom slučaju to podrazumijeva dio pramca ispred pramčane okomice, te dio forme broda do 10%  $L_{PP}$  iza pramčane okomice. Taj dio forme opisan je pomoću tri napeta splajna: prvi splajn (S1) podudara se sa vodnom linijom, drugi (S2) opisuje konturu pramčane statve, a treći (S3) krivulje koja spaja karakteristične točke na svakom rebru. Te točke mogu biti točke infleksije, ili točke maksimalne širine. Splajn S1 opisuje vodnu liniju, bila ona ravna ili valovita, dok splajnovi S2 i S3 definiraju oblik bulba, dozvoljavaju izmjene oblika te omogućavaju prikazivanje trenutnog oblika bulba pomoću koordinata točaka.

Budući da se napeti splajn može provući kroz relativno mali broj točaka, a istovremeno se može podijeliti na proizvoljan broj segmenata, povoljan je za numeričku primjenu. Točke od  $\zeta_1$  do  $\zeta_{11}$  prikazane na slici 5.3. označavaju parametre koji će se mijenjati unutar optimizacijskog algoritma. Primjerice, točka označena sa  $(\zeta_1, \zeta_2)$  definira vrh pramčane statve, odnosno njezin najistaknutiji dio. Parametar  $\zeta_1$  odnosi se na mogući pomak te točke po  $x$ -osi, a  $\zeta_2$  na mogući pomak po  $z$ -osi. Isto vrijedi i za točke  $(\zeta_9, \zeta_{10})$  i  $(\zeta_{10}, \zeta_{11})$ , gdje su  $\zeta_9$  i  $\zeta_{11}$  dozvoljeni pomaci u smjeru  $z$ -osi, a  $\zeta_{10}$  u smjeru  $x$ -osi, koji je jednak za gornju i donju točku. Početnom točkom splajna S2 smatra se donja točka presjeka pramčane okomice i pramčane konture, dok se krajnjom točkom splajna S2 smatra presjecište pramčane konture i mirne vodne linije. Početna i krajnja točke krivulje S2 nisu parametri nego fiksne vrijednosti. Na taj način definirana je kontura pramca, čiji se oblik može mijenjati promjenom navedenih parametara, ne utječući pritom na dio forme iznad vodne linije (Chun, 2010.).



Slika 5.3. Opisivanje geometrije bulba pomoću napetog splajna

### 5. 3. Genetski algoritam

U procesu optimizacije brodske forme u mirnoj vodi prilagodbom oblika pramčanog bulba, potrebno je doći do rješenja koje će predstavljati globalni minimum zadane funkcije cilja. Kao jedna od metoda koristi se genetski algoritam, koji se temelji na opstanku najjačih jedinki i prirodnoj evoluciji kroz generacije. Budući da se većina računalnih operacija temelji na proizvoljnom broju generacija, genetski algoritam se svrstava u stohastičke optimizacijske metode. U procesu traženja optimalnog rješenja, genetski algoritmi koriste isključivo funkciju cilja. Zbog svog općenitog oblika, genetski algoritam se može primjenjivati u različite svrhe, kao što su diskretne, kontinuirane ili nediferencijabilne funkcije (Percival, Hendrix, Noblesse, 2011.).

Osnovni princip genetskog algoritma je da postupak optimizacije počne sa skupinom projektnih točaka, i te se točke zovu prva ili početna generacija. Njihove se vrijednosti odabiru slučajno unutar nekog prethodno odabranog raspona za svaku varijablu. Zatim, za svaku se točku procjenjuje vrijednost prilagodbe (engl. *fitness evaluation*) koja se vezuje uz funkciju cilja. Jedinke koje se ocijene kao najbolje prilagođene sudjeluju u daljnjem procesu optimizacije, dok se slabo prilagođene jedinke isključuju. Nakon što nastane sljedeća generacija, proces se ponavlja.

U okvirima genetskog algoritma, **populacija** se odnosi na skupinu promatranih slučajeva/jedinki u svakoj iteraciji.

**Generacija** označava korak iteracije, i u svakoj se promatra populacija koja se sastoji od određenog broja jedinki.

**Jedinka** označava slučaj ili projektnu točku, a u ovom konkretnom slučaju je to jedna varijanta forme broda, odnosno bulba.

**Kromosom**, ili projektna varijabla (engl. *design variable*), koristi se za definiranje karakteristika neke jedinke.

**Funkcija prilagodbe** (engl. *fitness function*) definira prilagođenost neke jedinke okolini u kojoj se nalazi. Kako bi se postiglo optimalno rješenje, potrebno je definirati što funkcija prilagodbe znači. Ona može biti jednaka funkciji cilja.

U ovom je radu funkcija cilja stvaranje forme sa čim povoljnijim hidrodinamičkim značajkama forme broda u mirnoj vodi. Dakle, kao funkcija prilagodbe može se uzeti otpor

valova, pa se za stvaranje sljedeće generacije uzimaju u obzir one forme broda, odnosno izvedbe bulba, koji imaju manji otpor valova od prethodnih. Međutim kao funkcija prilagodbe može se uzeti i srednja elevacija valova, imajući na umu da manje elevacije valova zbog manje ukupne energije na kraju znače i manji otpor valova. Na temelju dobre prilagođenosti nekih jedinki iz jedne generacije, nastaje populacija u sljedećoj generaciji. Operacije koje se primjenjuju u stvaranju sljedeće generacije su odabir, križanje i mutacija.

**Odabir** (selekcija) je proces izdvajanja jedinki u jednoj generaciji čije se osobine žele prenijeti u sljedeću generaciju (Goldberg, 1989). U prirodi, snažnije jedinke preživljavaju, i to zbog sposobnosti da se odupru prirodnim neprijateljima, da pronađu hranu ili da izdrže ekstremne vremenske uvjete. Potrebno je u genetskom algoritmu simulirati neke uvjete koji će označavati stanje okoline, a funkcija prilagodbe u tom slučaju označava stupanj prilagođenosti jedinke okolini.

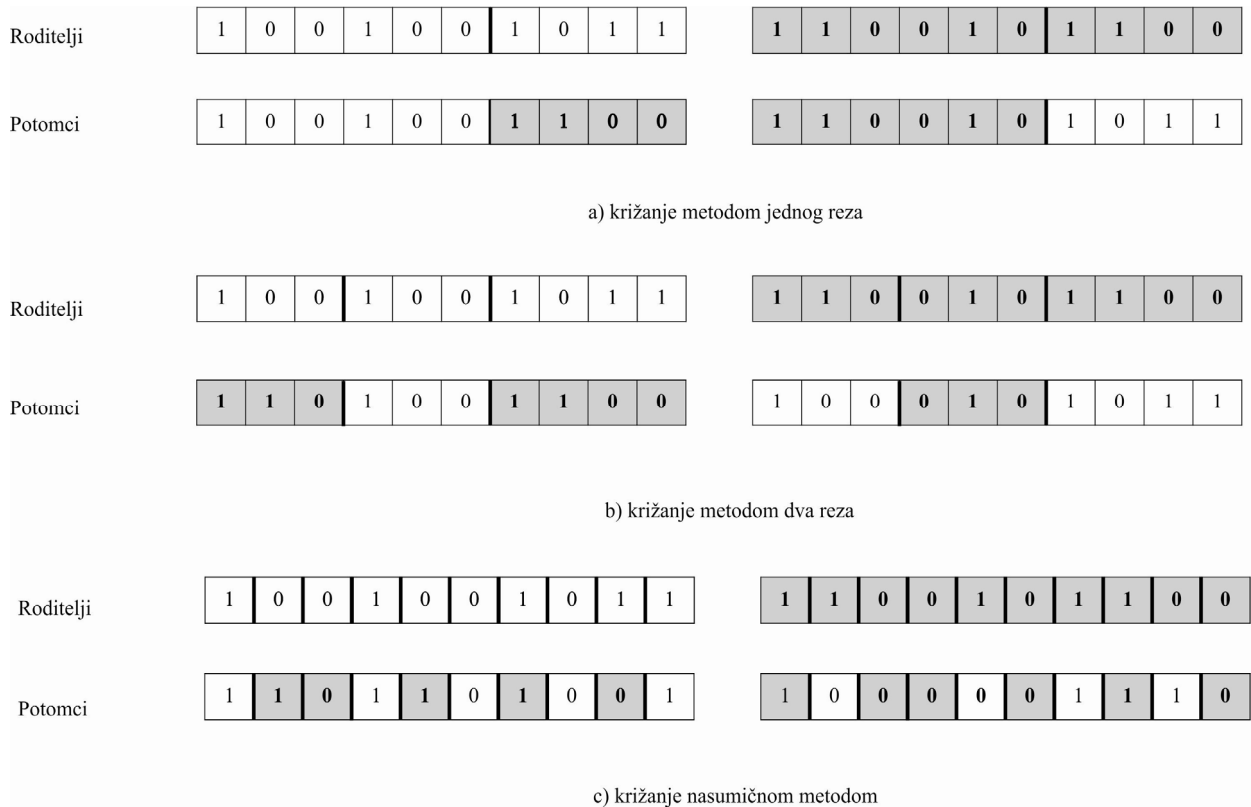
Odabir se vrši metodom reza (engl. *cut-off*) . U toj se metodi ponajprije jedinke u nekoj generaciji sortiraju prema vrijednosti svoje funkcije prilagodbe. Zatim se odabiru jedinke čija će se svojstva naslijediti u sljedećoj generaciji pomoću prethodno određene vrijednosti reza.

Ukoliko je neka jedinka izuzetno dobro prilagođena, njezina svojstva se prenose u iduću generaciju nepromijenjena (engl. *elite child*), a ostale jedinke razmnožavaju se križanjem.

**Križanje** ima vrlo značajnu ulogu kod osiguravanja raznolikosti unutar populacije. Križanjem se smatra zamjena dva različita kromosoma, odnosno varijabli, unutar populacije. Najčešće su tri metode: metoda jednog reza, metoda dva reza i metoda nasumičnog križanja (Hyunyul, 2009.). Sve tri metode prikazane su na slici 5.4.

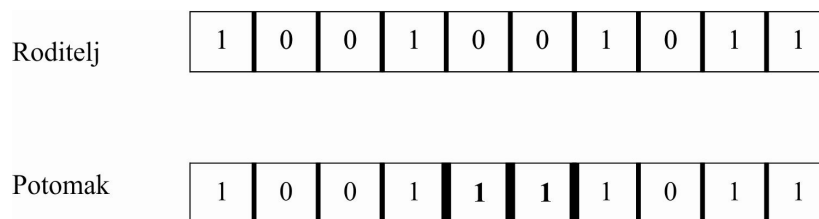
U metodi jednog reza, nasumično se odabire mjesto u vrpci, pa se vrpca kromosoma svakog roditelja dijeli na dva dijela. Od dva roditelja nastanu dva potomka. Prvi se sastoji od prvog dijela „majčine“ vrpce i drugog dijela „očeve“, a drugi od drugog dijela „majčine“ i prvog dijela „očeve“. Metoda dva reza je slična, samo se vrpca kromosoma oba roditelja pomoću dva reza dijeli na tri dijela. Potomci nastaju tako da se jedan od tri dijela zamijeni među roditeljima. U metodi nasumičnog križanja, kromosomi se između roditelja izmjenjuju nasumičnim odabirom.

**Mutacija** je još jedan način stvaranja jedinki u novoj generaciji. Cilj mutacije je uvođenje novih obilježja u genetski kod. Odabire se određen broj jedinki unutar jedne generacije, te se nasumično izmijeni nekoliko kromosoma.



Slika 5.4. Metode križanja

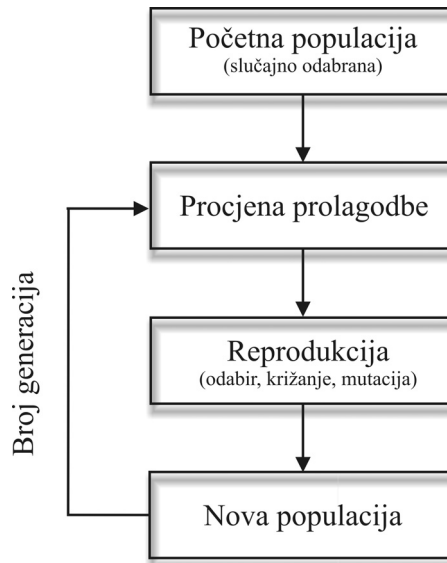
Postupak mutacije prikazan je na slici 5.5. U ovom jednostavnom primjeru jedinka ima 10 kromosoma koji su dobiveni selekcijom i križanjem iz prethodnih generacija. Pomoću postupka mutacije, nasumično odabrani kromosomi od 1 postaju 0 ili od 0 postaju 1.



Slika 5.5. Mutacija

Nadalje, u svakoj generaciji se jedinka koja daje najnižu vrijednost funkcije cilja definira kao „vođa“ populacije. Ukoliko „vođa“ iz prethodne generacije daje najnižu vrijednost funkcije cilja i u sljedećoj generaciji, dakle ukoliko je to i dalje najbolje prilagođena jedinka, ona se i dalje tretira kao „vođa“. Ako pak neka druga jedinka iz nove generacije ostvari minimalnu vrijednost, tada ona preuzima vodeći položaj. Prednost korištenja „vođe“ je mogućnost da ta jedinka preživi kroz više generacija dokle god se njezina prilagođenost može smatrati boljom od ostalih, a time ona sudjeluje u daljnjem „razmnožavanju“, te se i njezin genetski kod prenosi u sljedeće generacije. Kako bi se taj postupak mogao sprovesti unutar genetskog

algoritma, potrebno je sortirati sve jedinke u svakoj generaciji prema vrijednosti funkcije prilagodbe, te izdvojiti najbolje prilagođenu koja će se ponoviti u idućoj generaciji. Tijek genetskog algoritma prikazan je na slici 5.6. Nakon što su poznate značajke strujanja, u genetskom algoritmu se procjenjuje razina prilagodbe, dolazi do reprodukcije, te se kao izlaz dobivaju parametri nove forme. Na temelju tih parametara definira se nova geometrija brodske forme, te se cijeli postupak ponavlja onoliko puta koliko je to zadano brojem jedinki i brojem generacija.



Slika 5.6. Tijek genetskog algoritma

## 5.4. Optimizacijski postupak

Optimizacija je postupak koji omogućava pronalaženje najboljeg rješenja nekog problema u nekom unaprijed ograničenom ili pak neograničenom rasponu mogućih ishoda (Pierre, 1969.). Često se problemi optimizacije mogu svesti na problem minimiziranja funkcije cija  $f(\vec{\xi})$  određenog broja varijabli  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n$ , čije je ponašanje uvjetovano unaprijed određenim ograničenjima. S hidrodinamičkog stajališta, optimizacija brodske forme svodi se na nelinearni problem. Funkcija cilja i ograničenja unutar kojih su moguće izmjene su nelinearne funkcije projektnih varijabli. Moguća je pojava višestrukih minimalnih vrijednosti te je potrebno koristiti optimizacijsku metodu koja takvom slučaju može u doći do traženog globalnog minimuma. Genetski algoritam je vrlo učinkovit u pronalaženju optimalnog ili gotovo optimalnog rješenja u širokom rasponu problema, jer nije potrebno

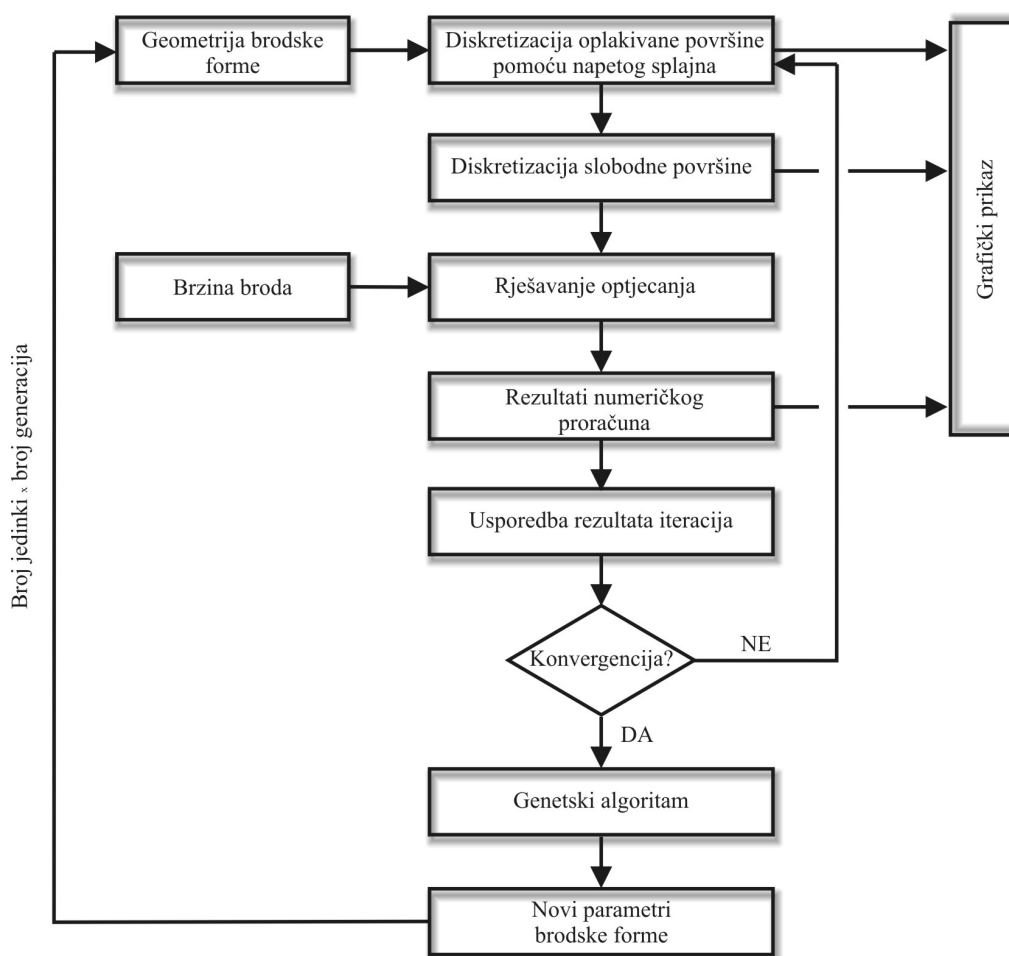
nametanje ograničenja koja su kod tradicionalnih optimizacijskih metoda neophodna. (Goldberg, 1989.). Genetski algoritmi ne rade s pojedinačnim rješenjima nego s populacijama, te su vrlo učinkoviti ako je područje u kojemu se nalazi rješenje preširoko da bi se temeljito istražilo, ili ukoliko je u tom području moguća pojava lokalnog minimuma. Budući da se genetski algoritmi ne oslanjaju na gradijentne informacije u pojedinom slučaju, diskontinuiteti na njih ne djeluju te su vrlo male vjerojatnosti da će odabrati neki lokalni optimum kao rješenje. Iz navedenih razloga, genetski algoritam odabran je kao pogodna metoda za rješenje problema optimizacije brodske forme.

Općenito, tijek svakog genetskog algoritma je sličan. Ponajprije se u svakoj generaciji procjenjuje razina prilagođenosti pojedine jedinke primjenom funkcije prilagodbe. Na temelju njihove prilagođenosti, iz postojeće se generacije odabiru jedinke za reprodukciju. U skladu s načelima genetike i evolucije, genetski algoritam uvodi izmjene u populaciju umjetno stvorenih jedinki (Day, Doctors, 2000.). Djelovanjem operatora genetskog algoritma poboljšavaju se svojstva jedinki iz trenutne populacije i na taj način nastaje nova generacija. Ovaj proces se ponavlja kroz zadani broj generacija, sve dok se ne postigne najbolje moguće rješenje.

U slučaju optimizacijskog postupka, potrebno je problem postaviti tako da bude prihvatljiv kodu genetskog algoritma, te da istovremeno omogućava uvid u rezultate i svojstva jedinki. Stoga je razvijeni numerički model za rješavanje potencijalnog strujanja povezan s genetskim algoritmom (Goodman 1996.), na način da rezultat postupka bude oblik pramčanog bulba koji će povoljno utjecati na hidrodinamičke značajke brodske forme. U postupak nije uključen utjecaj poniranja i promjena trima forme. Budući da je metoda potencijalnog strujanja odabrana zbog svoje brzine i efikasnosti, kao funkcija cilja odabran je u jednom slučaju otpor valova, a u drugom korijen sume kvadrata valnih elevacija. Otpor valova je jedna od najznačajnijih komponenti ukupnog otpora, a iznosi između 20% i 80% ukupnog otpora broda koji napreduje u mirnoj vodi. Dokazano je (Larsson, Raven, 2010.) da je ova komponenta otpora usko povezana s lokalnim karakteristikama forme, te da su značajna smanjenja u otporu valova moguća bez većeg utjecaja na osnovne hidrostatičke značajke forme broda.

Optimizacijski postupak započinje proračunom optjecanja oko odabrane početne forme, a dobiveni se rezultati uspoređuju sa zadanom funkcijom cilja. Zatim genetski algoritam generira početnu populaciju koja se sastoji od unaprijed zadanog broja jedinki.

Svaka jedinka predstavlja jednu varijaciju forme broda. Varijacije forme u početnoj populaciji nastaju slučajnim odabirom unutar dozvoljenog raspona odabranih varijabli. Algoritam koji definira promjene u obliku pramca sastavni je dio optimizacijskog postupka. Taj algoritam varira karakteristične točke napetog splajna koji opisuje bulb, te automatski generira novu mrežu panela oplakivane površine za svaki razmatrani slučaj. Navedeni postupak posve je automatiziran, te se optimizacija, nakon pokretanja, odvija bez daljnjeg djelovanja korisnika. Kako bi se postupak opisan u prethodno navedenim poglavljima mogao provesti, izrađen je računalni program koji objedinjuje sve korake. Na slici 5.7. prikazana je shema proračunskog postupka za optimizaciju brodske forme.



Slika 5.7. Shema proračunskog postupka

#### 5. 4. 1. Funkcija cilja

Postavljanje funkcije cilja jedan je od ključnih koraka kod optimizacije. Kako je postupak optimizacije sasvim automatiziran, potrebno je da funkcija cilja bude neka vrijednost koja se dobiva proračunom optjecanja. Kao funkcija cilja može se odabrati jedan



kriterij ili kombinacija više kriterija. U radu su primijenjena dva različita pristupa formiranja funkcije cilja.

U prvom slučaju, kao funkcija cilja odabran je otpor valova:

$$f(\vec{\xi}) = R_w. \quad (5.1)$$

To znači da je cilj optimizacijskog postupka postizanje čim manjeg otpora valova za odabranu brodsku formu, mijenjajući samo oblik pramca.

U drugom slučaju, kao funkcija cilja korišten korijen sume kvadrata valnih elevacija u području pramca (Peri et al., 2001.):

$$f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2} \quad (5.2)$$

gdje  $h_i$  predstavlja elevaciju vala na  $i$ -tom panelu u području slobodne površine koje se nalazi u blizini pramca. To se područje definira kao kružna površina, s time da se središte kruga nalazi na pramčanoj okomici, a polumjer kruga iznosi 30%  $L_{pp}$ .

Kako bi se postavljeni minimizacijski problem pretvorio u maksimizacijski, na temelju kojeg genetski algoritam funkcionira, potrebno je zadanu funkciju cilja pretvoriti u oblik funkcije prilagodbe. Primjenjuje se sljedeća transformacija:

$$\text{Prilagodba} = \begin{cases} C_{\max} - f(\vec{\xi}) & \text{ako je } f(\vec{\xi}) < C_{\max} \\ 0 & \text{ako je } f(\vec{\xi}) \geq C_{\max} \text{ ili } f(\vec{\xi}) \leq 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

Vrijednost parametra  $C_{\max}$  koristi se kao ulazna vrijednost kako bi se izbjegle negativne vrijednosti prilagođenosti, a njegova bi vrijednost trebala biti veća od najveće očekivane vrijednosti funkcije cilja u simulaciji. Često je vrijednost sirove prilagođenosti (engl. *raw fitness*) potrebno skalirati kako bi genetski algoritam mogao zadržati neku razinu raznolikosti među slično ocijenjenim jedinkama.

Genetski algoritam koji je korišten za dobivanje rezultata ima sljedeće karakteristike:

- Linearno skaliranje sirove prilagođenosti (engl. *raw fitness*),

- Kao operator selekcije primjenjuje se stohastičko jednoliko uzorkovanje,
- Operator križanja je križanje metodom dva reza,
- Operator mutacije je multibitna mutacija.

Nakon što je odabrana optimizacijska metoda, pristupa se postupku optimizacije pramčanog dijela broda. Svrha ovakvog optimizacijskog postupka je poboljšanje hidrodinamičkih značajki forme broda prilagodbom oblika pramčanog bulba, a pritom se pretpostavlja da će se osnovne značajke forme broda poput volumena istisnine, položaja težišta istisnine i slično, mijenjati čim manje.

## 6. REZULTATI OPTIMIZACIJSKOG POSTUPKA

Budući da je metoda za rješenje potencijalnog strujanja oko forme broda provedena prvenstveno kako bi se poboljšala njezina točnost kod brzih, vitkih formi te kod formi većeg koeficijenta punoće, kao primjeri za postupak optimizacije u obzir su uzete dvije forme: brod za prijevoz kontejnera S175 (ITTC, 1978.) i brod za prijevoz tekućeg tereta (Legović, 2006.)

Kao što je navedeno u poglavlju 5.3., u procesu optimizacije izmjene su provedene samo na pramčanomi dijelu broda. Pramčani dio definira se kao duljina u postotku  $L_{PP}$ . U ovom slučaju to podrazumijeva dio pramca ispred pramčane okomice te dio forme broda do 10%  $L_{PP}$  iza pramčane okomice.

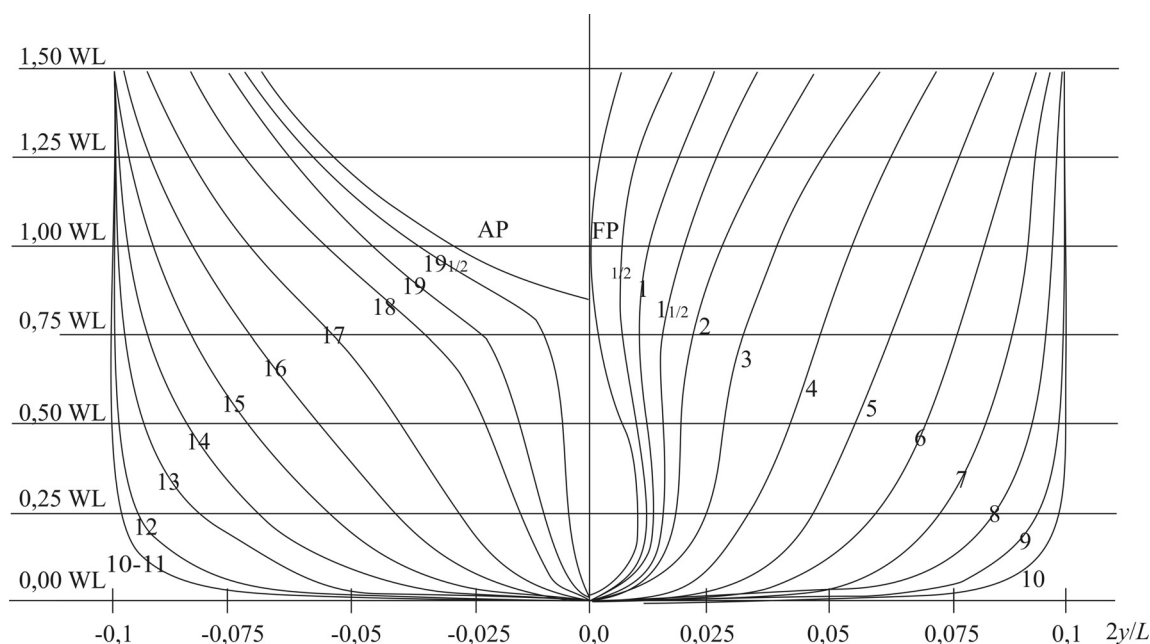
Treba istaknuti da je, kao i kod svakog rješavača koji geometriju razmatranog tijela prikazuje pomoću mreže, upravo kvaliteta mreže od presudne važnosti. Iako je proces generiranja mreže unutar procesa automatiziran, potrebno je izvršiti pripreme prije pokretanja računalnog programa. Potrebno je definirati broj rebara i njihove koordinate, oblik pramčane i krmene statve, te točke koje će predstavljati parametre genetskog algoritma i pomoću kojih će se oblik pramca mijenjati u pojedinim generacijama.

Kako se zbog nelinearnog rješenja optjecanja mijenja i trenutni oblik vodne linije, generator mreže mora u svakoj iteraciji osigurati ravnomjernu mrežu, bez prevelikih razlika u dimenzijama panela. Već i malo preklapanje rubova zbog preraspodjele panela može uzrokovati numeričku pogrešku. Takva pogreška može potpuno onemogućiti normalan tijek proračuna, ili dovesti do nevjerodostojnih rezultata i povesti proces optimizacije u pogrešnom smjeru. Kako bi se takve pojave izbjegle, te kako bi točnost i ravnomjernost mreže bile postignute u svakoj iteraciji, potrebno je prije pokretanja programa predvidjeti slučajeve koji bi se mogli pojaviti, pažljivo testirati mrežu i ukloniti moguće poteškoće. U nekim slučajevima je postizanje potpune automatizacije vrlo složeno i zahtijeva više vremena.

Stoga je važno napomenuti da je dobra priprema u fazi predprocesiranja ključna za pouzdanost rezultata.

## 6.1. S175 – brod za prijevoz kontejnera

Kao brza, vitka forma za koju je proveden postupak optimizacije odabran je brod za prijevoz kontejnera S175. Početna forma prikazana je na slici 6.1., a glavne karakteristike u tablici 6.1.

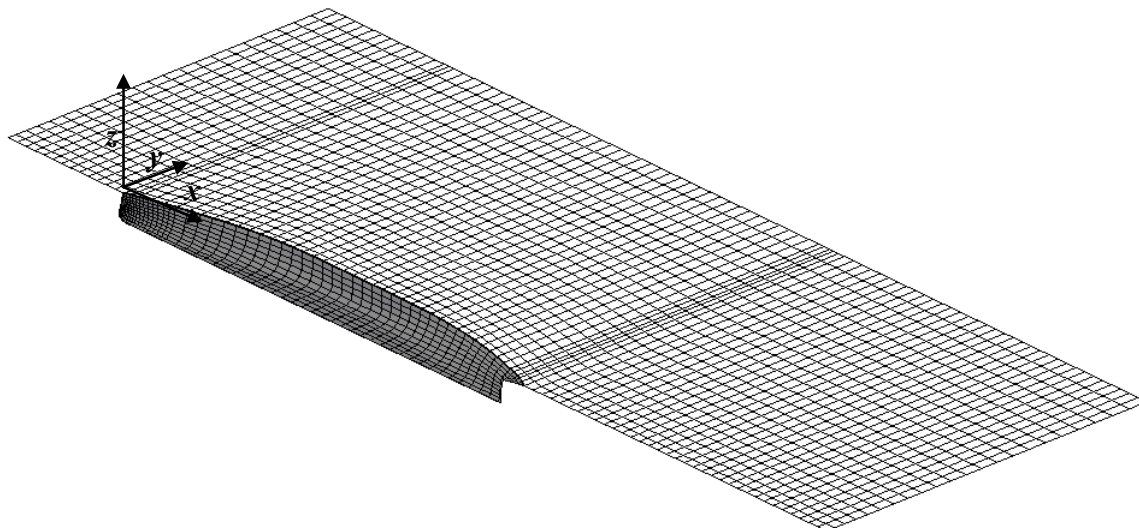


Slika 6.1. Prikaz rebara forme S175

Tablica 6.1. Osnovne karakteristike S175 broda za prijevoz kontejnera

Duljina između okomica, $L_{pp}$	175,0	m
Širina, $B$	25,4	m
Gaz, $T$	9,5	m
Masa istisnine	24779,7	t
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,572	
Koeficijent punoće glavnog rebra, $C_M$	0,97	

Proračunsko područje sastoji se od mreže koja se sastoji od 469 panela na oplakivanoj površini i 1980 panela na slobodnoj površini, kao što je prikazano na slici 6.2. Slobodna površina proteže se  $0,3 \cdot L$  ispred pramca,  $0,8 \cdot L$  iza krme i  $0,80 \cdot L$  u poprečnom smjeru. Proračun je proveden za desnu polovicu oplakivane površine i slobodne površine, a vrijednosti na lijevoj polovici dobivene su zrcalnim preslikavanjem.



Slika 6.2. Proračunsko područje oplakivane i slobodne površine

### 6.1.1. Optimizacija sa stajališta otpora valova

U prvom procesu optimizacije, kao funkcija cilja odabran je otpora valova,  $f(\vec{\zeta}) = R_w$ .

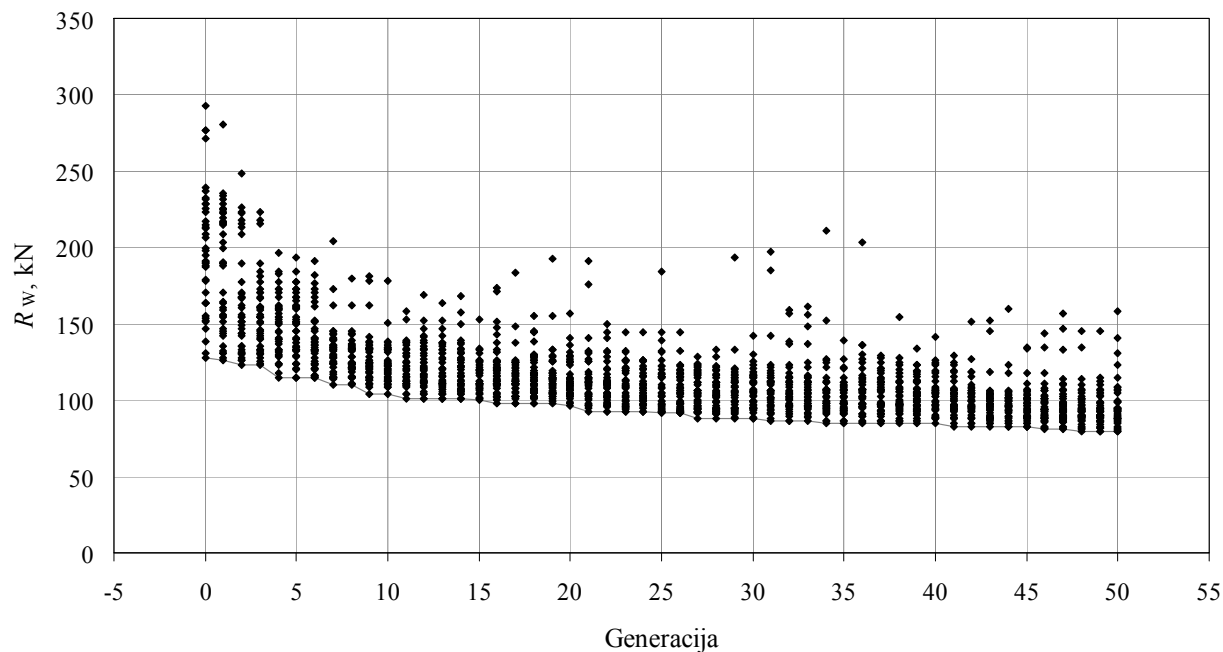
Što se tiče genetskog algoritma, usvojeni su sljedeći parametri:

- Duljina vrpce = 7,
- Vjerojatnost križanja  $p_c = 0,5$ ,
- Vjerojatnost mutacije  $p_m = 0,3$ ,
- Broj jedinki unutar populacije = 40,
- Broj generacija = 50.

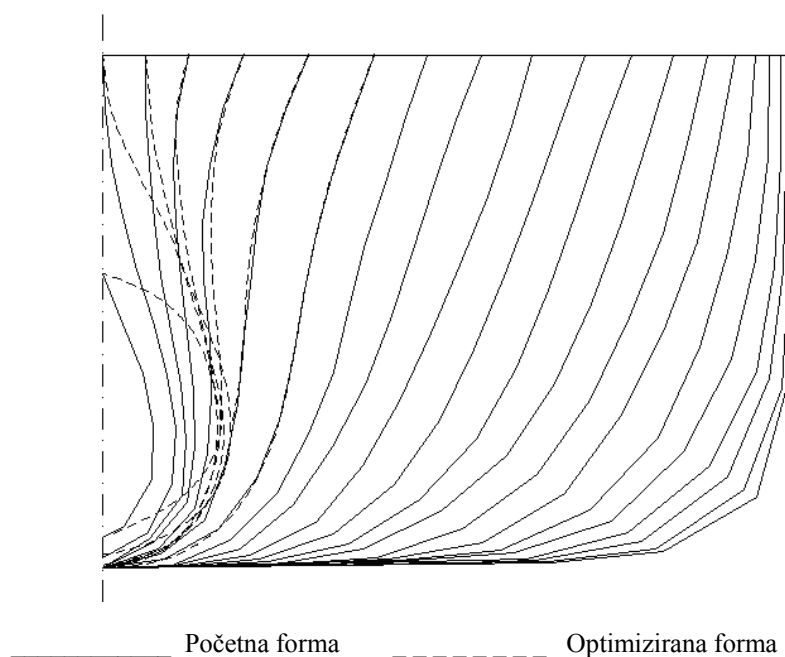
Kako bi se ispitalo je li moguće postići smanjenje otpora valova ne utječući na karakteristične linije ove forme, kao ograničenje je usvojen oblik pramčane statve i vodne linije. To znači da su jedine dozvoljene izmjene u ovom slučaju širine pramčanih rebara.

Na slici 6.3. prikazani su otpori valova tijekom evolucije optimalne forme S175. Svaka točka predstavlja apsolutnu vrijednost otpora valova pojedine jedinke (forme broda) u procesu evolucije. Budući da se promatrana populacija sastoji od 40 jedinki kroz 50 generacija, u procesu nastajanja optimalne forme provedeno je 2000 evaluacijskih ciklusa. Puna linija spaja optimalna rješenja iz pojedine generacije, a odnosi se na jedinke čiji je otpor valova bio najmanji.

Kao optimalno rješenje, odnosno forma s najnižom vrijednošću otpora valova, može se izdvojiti 37. jedinka iz 48. generacije. Na slici 6.4. uspoređena su pramčana rebra početne forme S175 i optimizirana rebra. Dobiveni oblik pramca u potpunosti zavisi o izmijenjenim značajkama strujanja, koje su posljedica promjene i prilagodbe oblika rebara. Razlika između početne i optimizirane forme može se jasno uočiti.

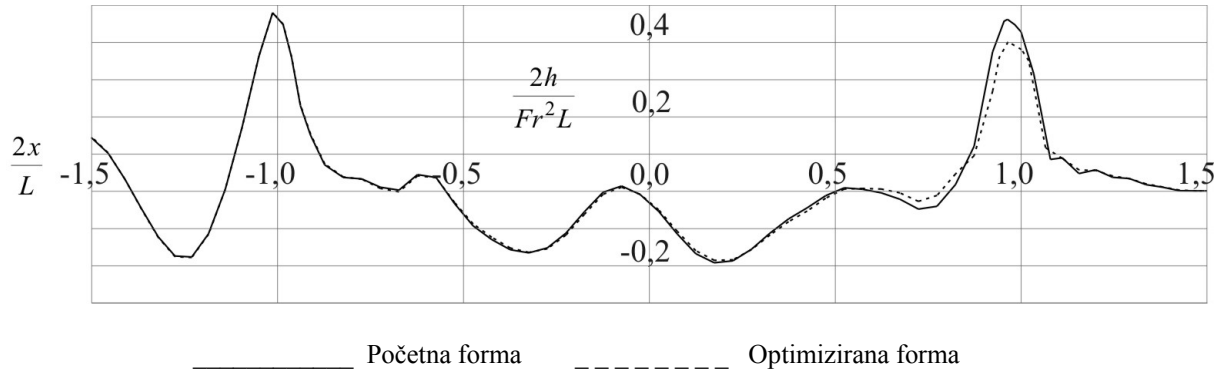


Slika 6.3. Prikaz evolucije optimizirane brodske forme S175,  $f(\vec{\xi}) = R_w$



Slika 6.4. Usporedba početne i optimizirane forme S175,  $f(\vec{\xi}) = R_w$

Na slici 6.5. prikazana je usporedba profila vala početne i optimizirane forme koja napreduje pri  $Fr = 0,220$ . Duljina trupa, kao i elevacije valova prikazane su bezdimenzijski, na način da su normalizirane pomoću  $L_{pp}/2$ .



**Slika 6.5.** Usporedba profila vala početne i optimizirane forme S175,  $f(\xi) = R_w$

Elevacije  $h$  odnose se na panele neposredno duž oplakivane površine. Na području oko pramčane okomice je vidljivo smanjenje elevacije vala u odnosu na početnu formu.

Budući da je forma izmijenjena samo u pramčanom području, u krmenom području nema promjena u izgledu profila vala. Nadalje, iako je postupak optimizacije proveden samo za jednu brzinu, proveden je proračun optjecanja za raspon brzina koji odgovaraju Froudeovim brojevima između 0,175 i 0,280. Na taj način određeni su koeficijenti otpora valova za ostale brzine, te su prikazani u tablici 6.2. i na slici 6.6.

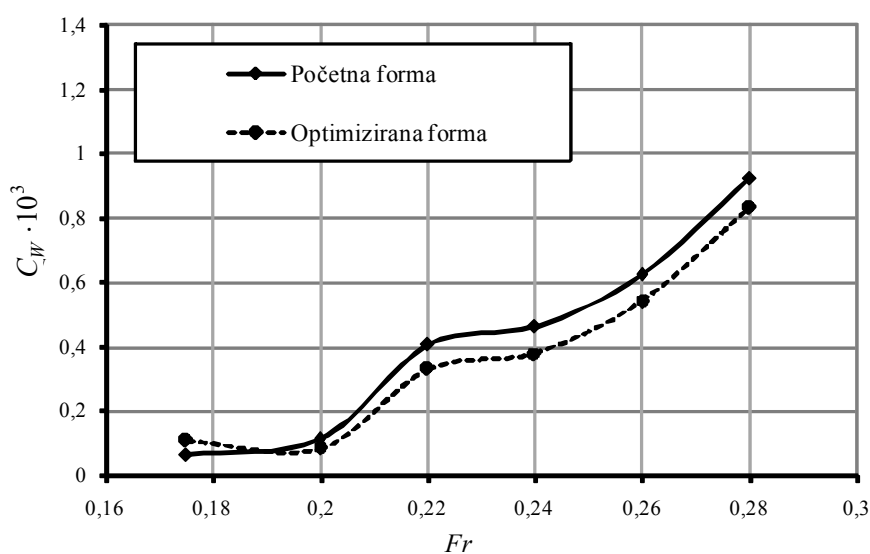
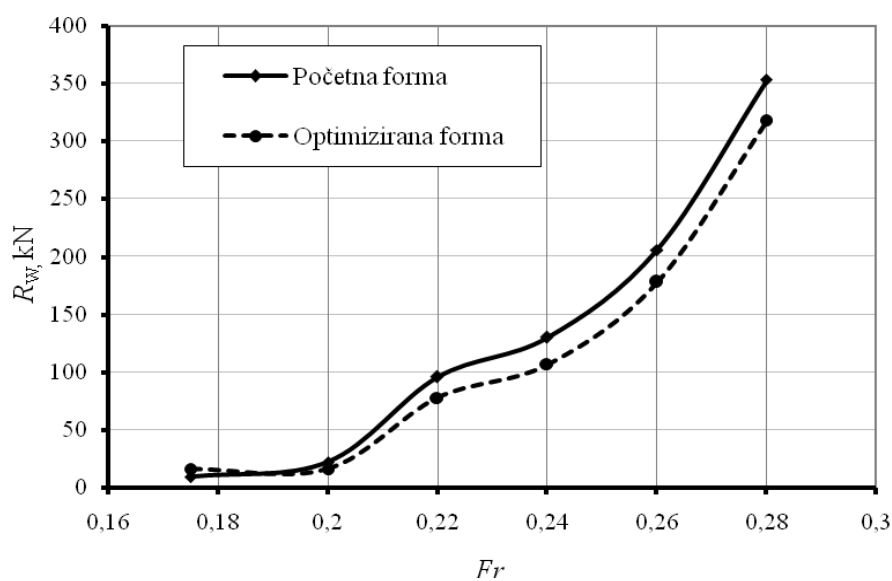
Uspoređene su proračunate vrijednosti za početnu i optimiziranu formu. Osim za projektnu brzinu, krivulja jasno prikazuje smanjenje vrijednosti koeficijenata otpora valova za cijeli razmatrani raspon brzina.

Na slici 6.7. uspoređene su krivulje otpora valova početne forme i forme optimizirane na temelju otpora valova. Može se uočiti da su vrijednosti otpora forme dobivene optimizacijom niže nego kod početne forme za cijeli raspon brzina, osim za najnižu brzinu.

Pri  $Fr = 0,22$  postignuto je smanjenje otpora valova od 18,7%, dok pri  $Fr = 0,28$  smanjenje otpora valova iznosi 9,97%. S obzirom na relativno malu izmjenu forme, to se smanjenje može smatrati značajnim sa hidrodinamičkog stajališta.

**Tablica 6.2.** Usporedba koeficijenata i otpora valova za početnu i optimiziranu formu S175,  $f(\bar{\xi}) = R_w$ 

$Fr$	Početna forma		Optimizirana forma	
	$C_w$	$R_w$ , kN	$C_w$	$R_w$ , kN
0,175	$0,064 \cdot 10^{-3}$	10,117	$0,106 \cdot 10^{-3}$	15,918
0,200	$0,113 \cdot 10^{-3}$	22,055	$0,084 \cdot 10^{-3}$	18,315
0,220	$0,406 \cdot 10^{-3}$	96,832	$0,331 \cdot 10^{-3}$	81,798
0,240	$0,462 \cdot 10^{-3}$	130,519	$0,381 \cdot 10^{-3}$	107,570
0,260	$0,622 \cdot 10^{-3}$	203,975	$0,539 \cdot 10^{-3}$	178,382
0,280	$0,925 \cdot 10^{-3}$	354,053	$0,828 \cdot 10^{-3}$	316,845

**Slika 6.6.** Koeficijenti otpora valova,  $f(\bar{\xi}) = R_w$ **Slika 6.7.** Krivulja otpora valova,  $f(\bar{\xi}) = R_w$



### 6. 1. 2. Optimizacija sa stajališta elevacije valova

U drugom pristupu procesu optimizacije, kao funkcija cilja korišten je korijen sume kvadrata valnih elevacija u području pramca,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .

Pritom  $h_i$  predstavlja elevaciju vala na  $i$ -tom panelu u području slobodne površine koja se nalazi u blizini pramca. To se područje definira kao kružna površina, s time da se središte kruga nalazi na pramčanoj okomici, a polumjer kruga iznosi 30%  $L_{pp}$ . Ovaj pristup proizlazi iz povezanosti visine valova, njihove energije i njihovog utjecaja na porast otpora. Ukoliko je pramčani bulb oblikovan tako da uzrokuje niže elevacije valova u pramčanom dijelu, može se očekivati i da će otpor valova biti manji, a time i ukupni otpor.

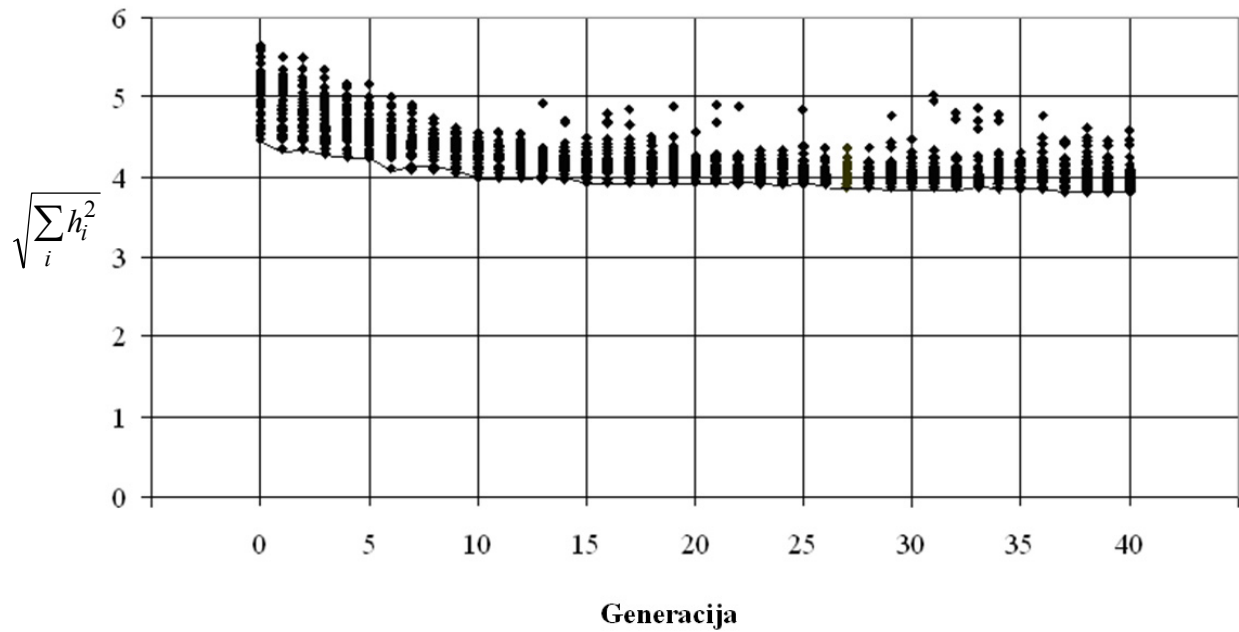
Parametri genetskog algoritma su sljedeći:

- Duljina vrpce = 7,
- Vjerojatnost križanja  $p_c = 0,5$ ,
- Vjerojatnost mutacije  $p_m = 0,3$ ,
- Broj jedinki unutar populacije = 30,
- Broj generacija = 40.

Kao i u poglavlju 6.1.1, kao ograničenje usvojen je oblik pramčane statve i vodne linije. To znači da su jedine dozvoljene izmjene i u ovom slučaju širine pramčanih rebara.

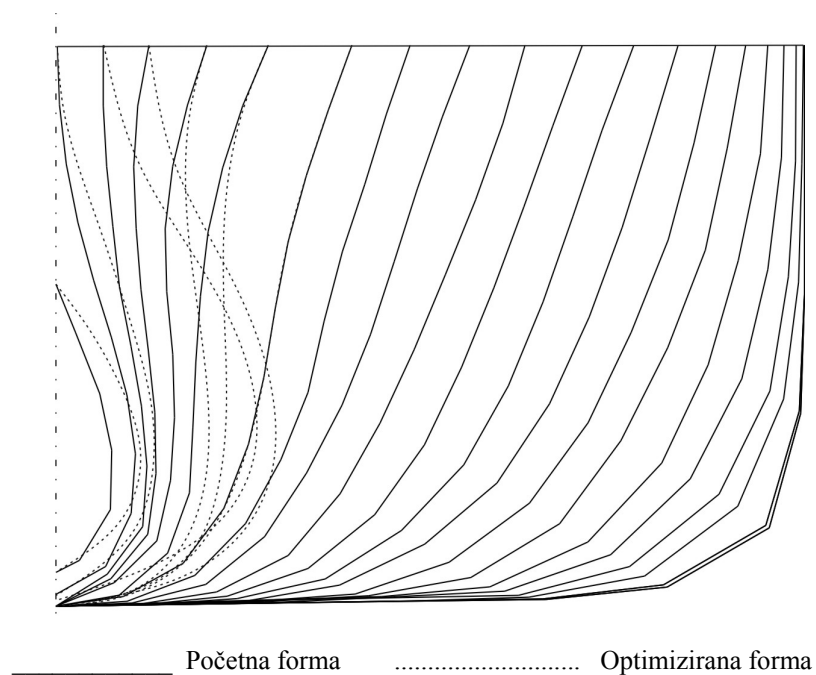
Na slici 6.8. prikazani su korijeni sume kvadrata valnih elevacija u području pramca tijekom evolucije optimalne forme S175. Svaka točka predstavlja apsolutnu vrijednost  $\sqrt{\sum_i h_i^2}$  pojedine jedinke (brodske forme) u procesu evolucije.

Budući da se promatrana populacija sastoji od 30 jedinki kroz 40 generacija, u procesu nastajanja optimalne forme provedeno je 1200 evaluacijskih ciklusa. Puna linija spaja optimalna rješenja iz pojedine generacije, a odnosi se na jedinke čiji je korijen sume kvadrata bio najmanji. Može se uočiti konvergencija prema kraju procesa. Kao optimalno rješenje, odnosno forma s najnižom vrijednošću korijena sume kvadrata elevacija, može se izdvojiti 13. jedinka iz 40. generacije.



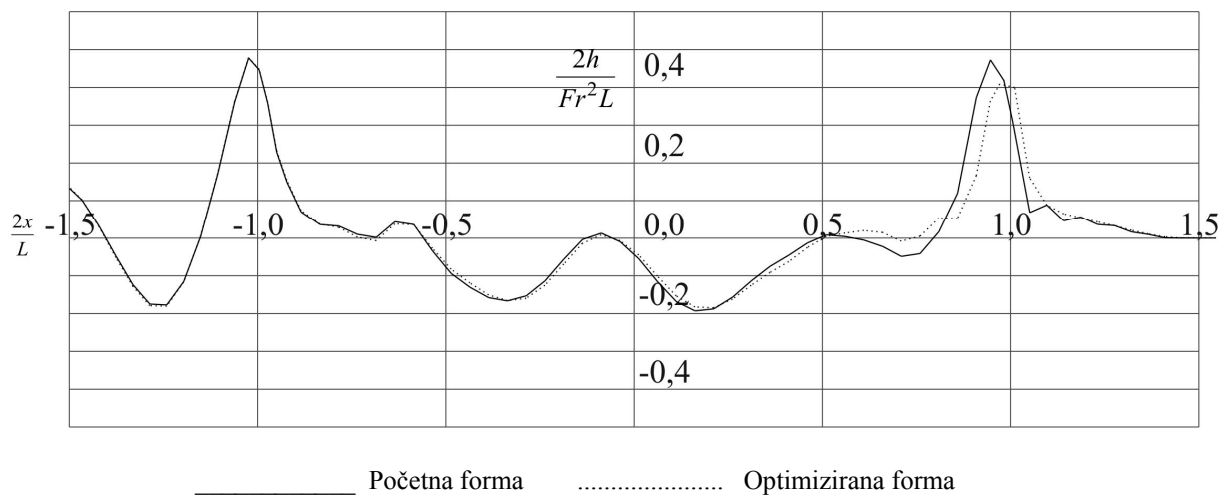
Slika 6.8. Prikaz evolucije optimizirane brodske forme S175,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Na slici Slici 6.9. uspoređena su pramčana rebra početne forme S175 i optimizirana rebra. Razlika između početne i optimizirane forme može se jasno uočiti. Također, može se uočiti da se izgled optimiziranih pramčanih razlikuje od rebara dobivenim optimizacijom na temelju otpora valova.



Slika 6.9. Usporedba početne i optimizirane forme S175,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Na slici 6.10. prikazana je usporedba profila vala početne i optimizirane forme koja napreduje pri  $Fr = 0,220$ . Duljina forme broda, kao i elevacije valova prikazane su bezdimenzijski, na način da su normalizirane pomoću  $L_{pp}/2$ . Elevacije  $h$  odnose se na panele neposredno duž oplakivane površine. Na području oko pramčane okomice je vidljivo smanjenje elevacije vala u odnosu na početnu formu, te pomak brijega pramčanog vala prema naprijed. Kao i u prethodnom slučaju, forma je izmijenjena samo u pramčanom području pa u krmenom području nema promjena u izgledu profila vala.



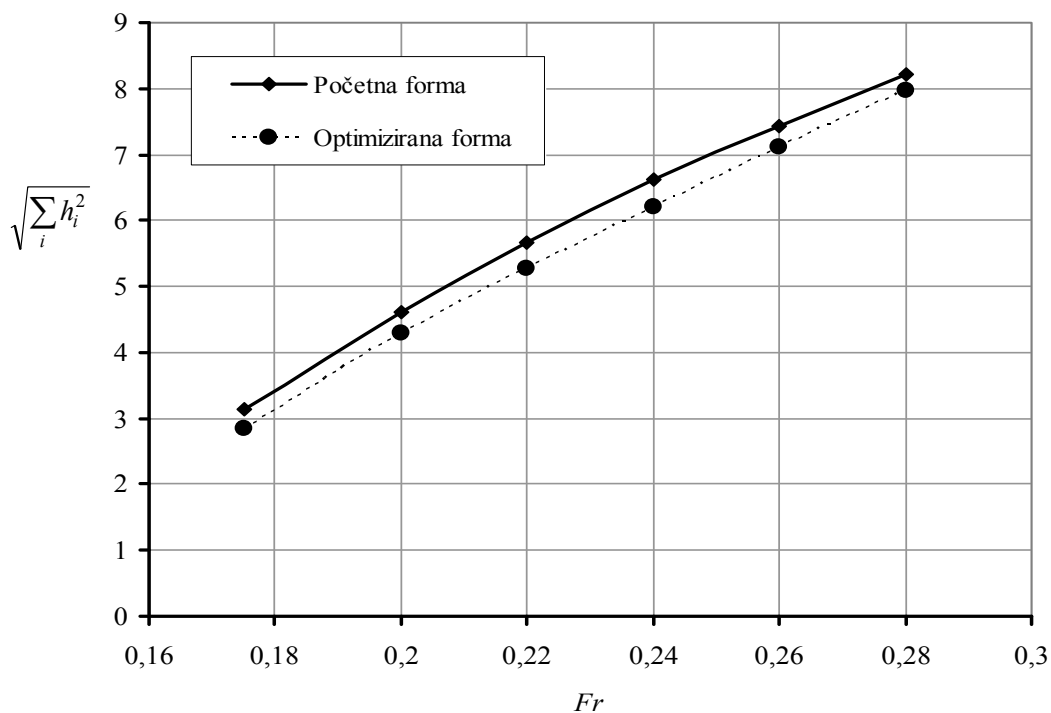
**Slika 6.10.** Usporedba profila vala početne i optimizirane forme S175,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Postupak optimizacije proveden je samo za brzinu od 17,7 čvorova, koja odgovara Froudeovom broju 0,22. Kao funkcija cilja odabrano je smanjenje valnih elevacija. Taj cilj je postignut, kao što je vidljivo u prikazu profila valova. Kako bi se potvrdilo smanjenje otpora za šire područje brzina, proveden je proračun optjecanja za raspon brzina koji odgovaraju Froudeovim brojevima između 0,175 i 0,280. Na taj način određeni su korijeni suma kvadrata valnih elevacija i koeficijenti otpora valova za ostale brzine, te su prikazani u tablici 6.3. i na slikama 6.11. i 6.12.

Na slici 6.11. prikazane su vrijednosti korijena sume kvadrata valnih elevacija za početnu i optimiziranu formu. Može se uočiti da su te vrijednosti kod optimizirane forme manje nego kod početne, a prosječno smanjenje iznosi 6%. Time se smatra da je funkcija cilja zadovoljena.

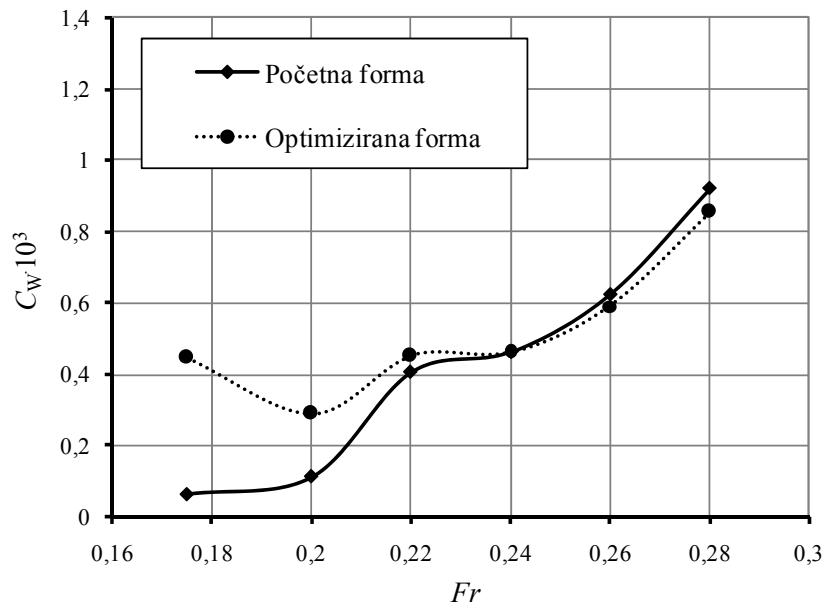
**Tablica 6.3.** Usporedba vrijednosti koeficijenata otpora valova i otpora valova za početnu i optimiziranu formu S175

$Fr$	Početna forma			Optimizirana forma		
	$\sqrt{\sum_i h_i^2}, \text{ m}$	$C_w$	$R_w, \text{ kN}$	$\sqrt{\sum_i h_i^2}, \text{ m}$	$C_w$	$R_w, \text{ kN}$
0,175	3,133	$0,064 \cdot 10^{-3}$	10,117	2,858	$0,448 \cdot 10^{-3}$	67,291
0,200	4,613	$0,113 \cdot 10^{-3}$	22,055	4,298	$0,291 \cdot 10^{-3}$	57,073
0,220	5,661	$0,406 \cdot 10^{-3}$	96,832	5,282	$0,452 \cdot 10^{-3}$	107,238
0,240	6,611	$0,462 \cdot 10^{-3}$	130,519	6,210	$0,463 \cdot 10^{-3}$	130,635
0,260	7,406	$0,622 \cdot 10^{-3}$	203,975	7,095	$0,591 \cdot 10^{-3}$	195,942
0,280	8,211	$0,925 \cdot 10^{-3}$	354,053	7,980	$0,858 \cdot 10^{-3}$	329,850

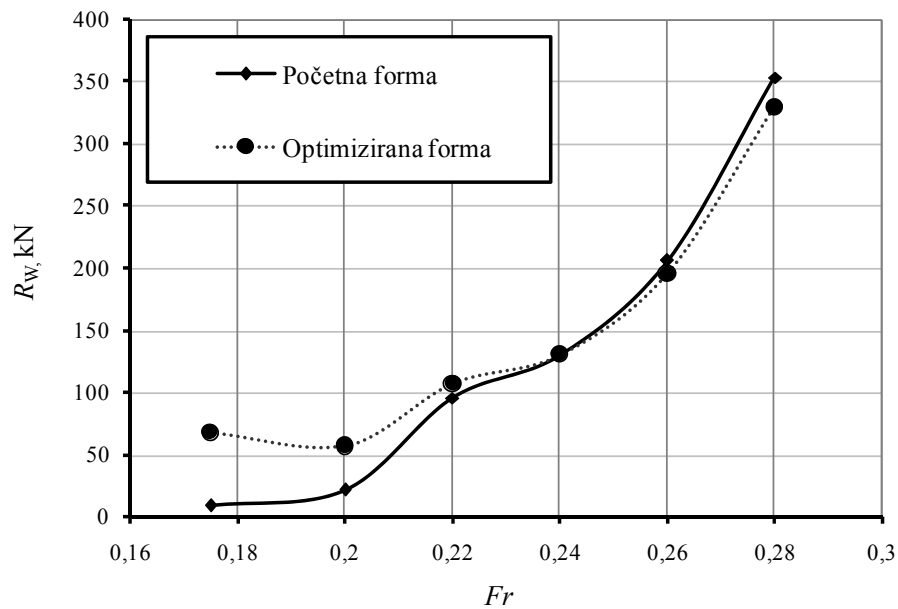
**Slika 6.11.** Vrijednosti korijena sume kvadrata valnih elevacija za formu S175

Međutim, na slikama 6.12. i 6.13. može se uočiti da su vrijednosti koeficijenata i sila otpora valova smanjene tek pri višim brzinama, dok su pri nižim brzinama povećane. Također, smanjenje otpora valova je manje nego u slučaju u kojem je otpor valova odabran kao funkcija cilja. Može se zaključiti da, unatoč smanjenim elevacijama, smanjenje otpora

dobiveno ovim putem nije dovoljno da bi bilo interesantno po pitanju smanjenja otpora valova.



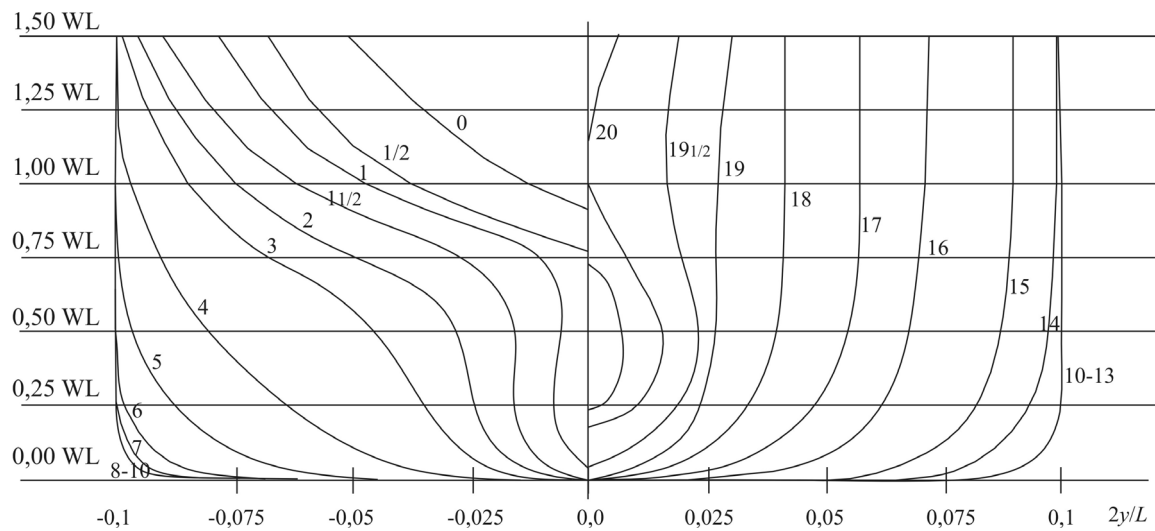
Slika 6.12. Koeficijenti otpora valova,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$



Slika 6.13. Otpor valova,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

## 6. 2. Brod za prijevoz tekućeg tereta

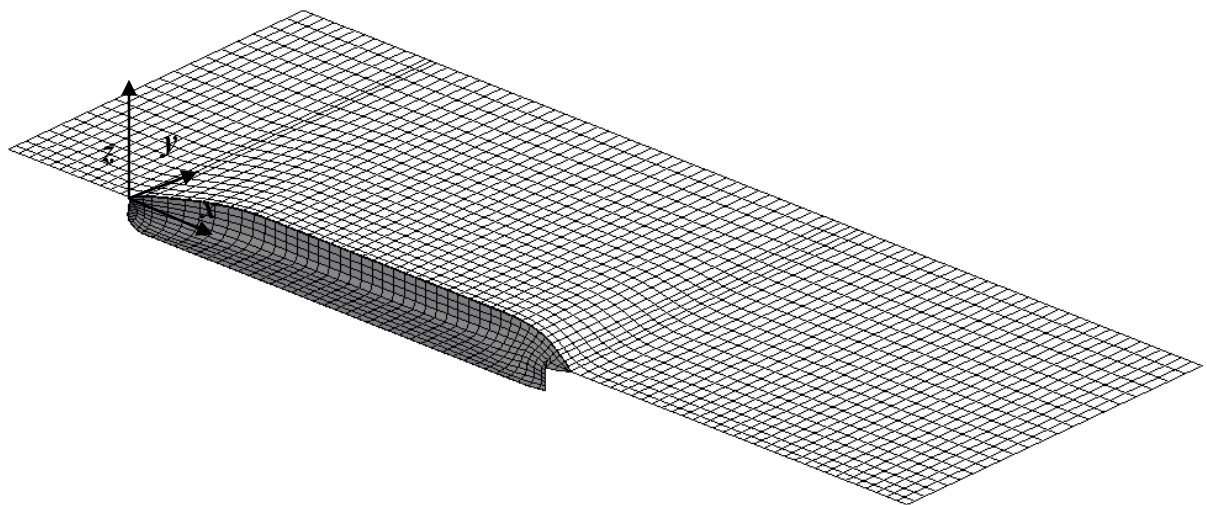
Kao punija forma, odabran je brod za prijevoz tekućeg tereta (Legović, 2006.), čija je forma prikazana na slici 6.14., a glavne karakteristike u tablici 6.4.



Slika 6.14. Prikaz rebara tankera

Tablica 6.4. Osnovne karakteristike tankera

Duljina između okomica, $L_{PP}$	169,0	m
Širina, $B$	32,0	m
Gaz, $T$	10,0	m
Masa istisnine	43506	t
Koeficijent punoće istisnine, $C_B$	0,785	
Koeficijent punoće glavnog rebra, $C_M$	0,985	



Slika 6.15. Proračunsko područje oplakivane i slobodne površine

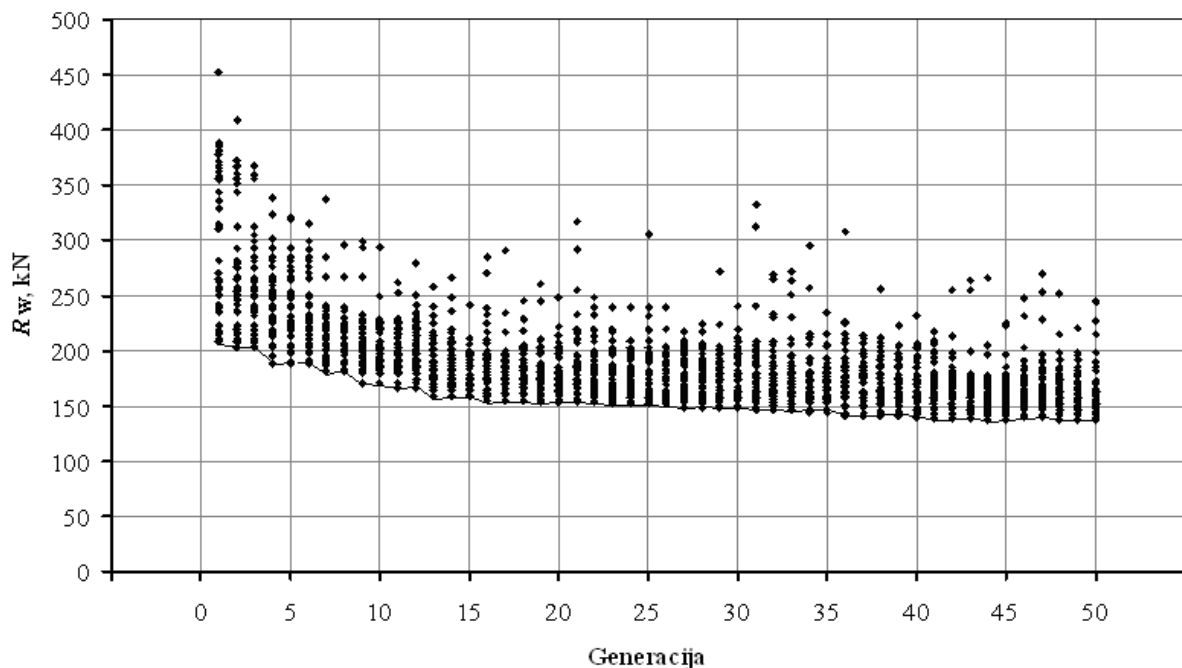
Proračunsko područje sastoji se od mreže koja se sastoji od 438 panela na oplakivanoj površini i 1848 panela na slobodnoj površini, kao što je prikazano na slici 6.15. Slobodna površina proteže se  $0,3 \cdot L$  ispred pramca,  $0,8 \cdot L$  iza krme i  $0,80 \cdot L$  u poprečnom smjeru.

### 6.2.1. Optimizacija sa stajališta otpora valova

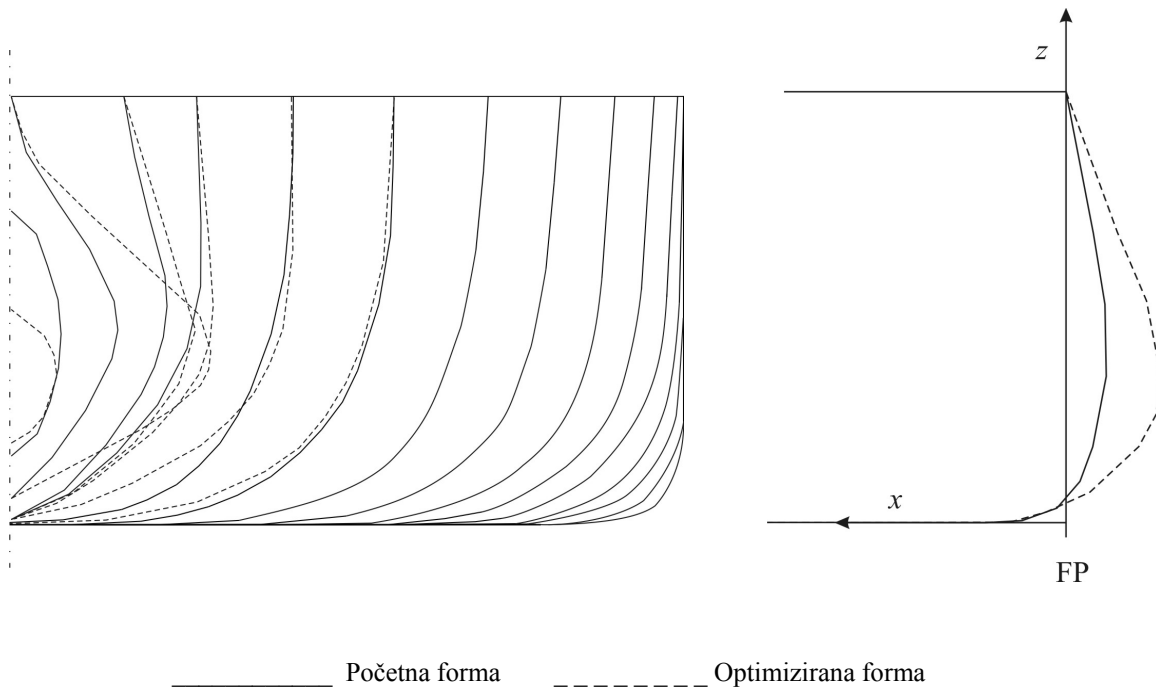
U prvom procesu optimizacije, kao funkcija cilja je odabrano je smanjenje otpora valova,  $f(\vec{\zeta}) = R_w$ . Što se tiče genetskog algoritma, usvojeni su sljedeći parametri:

- Duljina vrpce = 7,
- Vjerojatnost križanja  $p_c = 0,5$ ,
- Vjerojatnost mutacije  $p_m = 0,3$ ,
- Broj jedinki unutar populacije = 40,
- Broj generacija = 50.

Za razliku od prethodnog slučaja, kod broda za prijevoz tekućeg tereta dozvoljene su izmjene širine rebara i oblik pramčane statve. Kao ograničenje postavljen je oblik vodne linije, te oblik rebra koje se nalazi na  $10\% L_{pp}$ , kako bi se osigurao gladak prijelaz pramčanog dijela forme u neizmijenjeni dio forme. Evolucija forme broda kroz generacije prikazana je na slici 6.16.

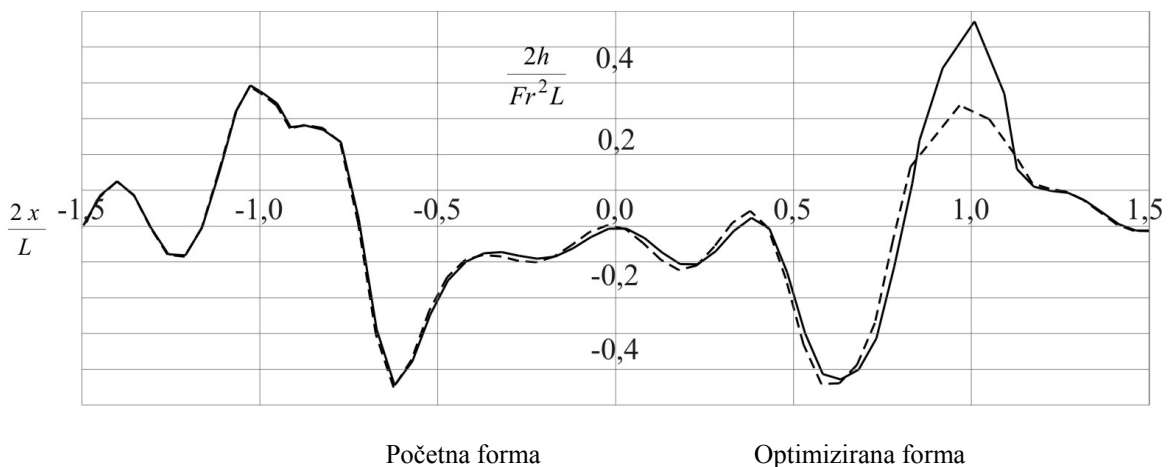


Slika 6.16. Prikaz evolucije forme sa stajališta otpora kroz generacije,  $f(\vec{\zeta}) = R_w$



**Slika 6.17** Prikaz rebara i pramčane statve početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = R_w$

Na slici 6.17. uspoređena su rebra i pramčane statve početne i optimizirane forme. Može se primijetiti da je od početnog blagog O-oblika bulb prešao u izrazitiji O-oblik, a pramčana statva izdužena je prema naprijed. Takav oblik bulba utječe na smanjenje valnih elevacija na pramčanom dijelu, kao što se može vidjeti na slici 6.18. Na krmenom dijelu nema promjene, kao što je i očekivano, budući da je forma izmijenjena samo u području bulba.



**Slika 6.18.** Usporedba profila vala početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = R_w$

Nakon što je na temelju funkcije cilja odabrana optimalna forma, provedeni su proračuni optjecanja za veći raspon brzina, kako bi se potvrdilo da je smanjenje otpora

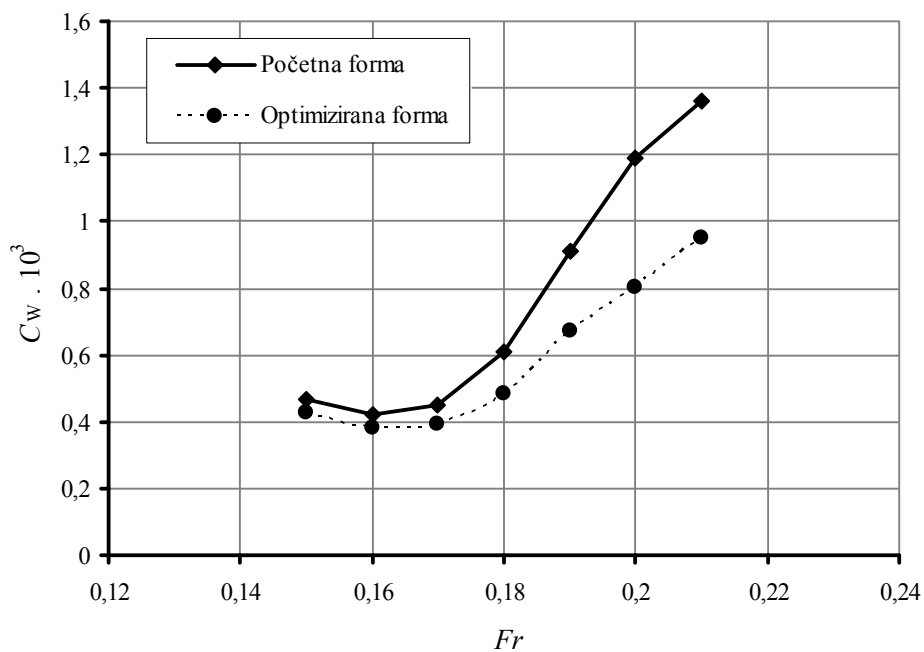


značajno za šire područje brzina, a ne samo za projektnu brzinu. Rezultati proračuna prikazani su u tablici 6.5.

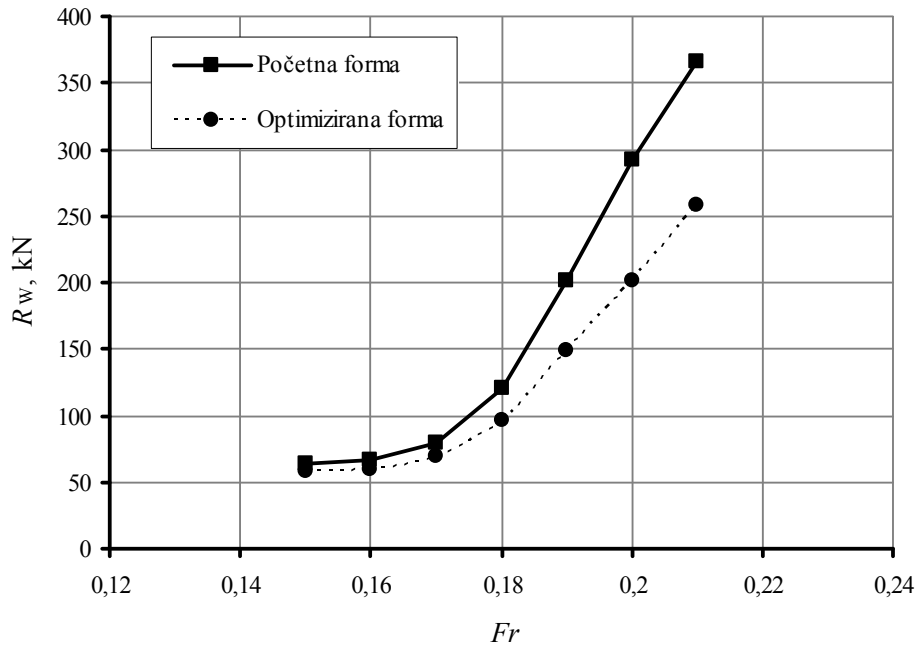
**Tablica 6.5.** Usporedba vrijednosti otpora valova i koeficijenata otpora valova,  $f(\vec{\xi}) = R_w$

$Fr$	Početna forma		Optimizirana forma	
	$C_w$	$R_w$ , kN	$C_w$	$R_w$ , kN
0,150	$0,468 \cdot 10^{-3}$	63,800	$0,426 \cdot 10^{-3}$	58,752
0,160	$0,424 \cdot 10^{-3}$	66,278	$0,381 \cdot 10^{-3}$	59,890
0,170	$0,450 \cdot 10^{-3}$	79,294	$0,392 \cdot 10^{-3}$	69,507
0,180	$0,607 \cdot 10^{-3}$	120,119	$0,486 \cdot 10^{-3}$	96,621
0,190	$0,912 \cdot 10^{-3}$	200,950	$0,674 \cdot 10^{-3}$	149,232
0,200	$1,190 \cdot 10^{-3}$	291,820	$0,802 \cdot 10^{-3}$	201,231
0,210	$1,360 \cdot 10^{-3}$	365,864	$0,953 \cdot 10^{-3}$	257,804

Rezultati proračuna otpora su, osim tablično, prikazani i grafički na slikama 6.19. i 6.20. Može se uočiti da je postignuto smanjenje koeficijenata otpora valova i sila otpora valova kroz cijeli raspon brzina. Pri nižim Froudeovim brojevima razlika je manja, dok se pri višim Froudeovim brojevima može primijetiti značajnije smanjenje otpora kod optimizirane forme u odnosu na početnu.



**Slika 6.19.** Usporedba koeficijenata otpora valova početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = R_w$



Slika 6.20. Usporedba otpora valova početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = R_w$

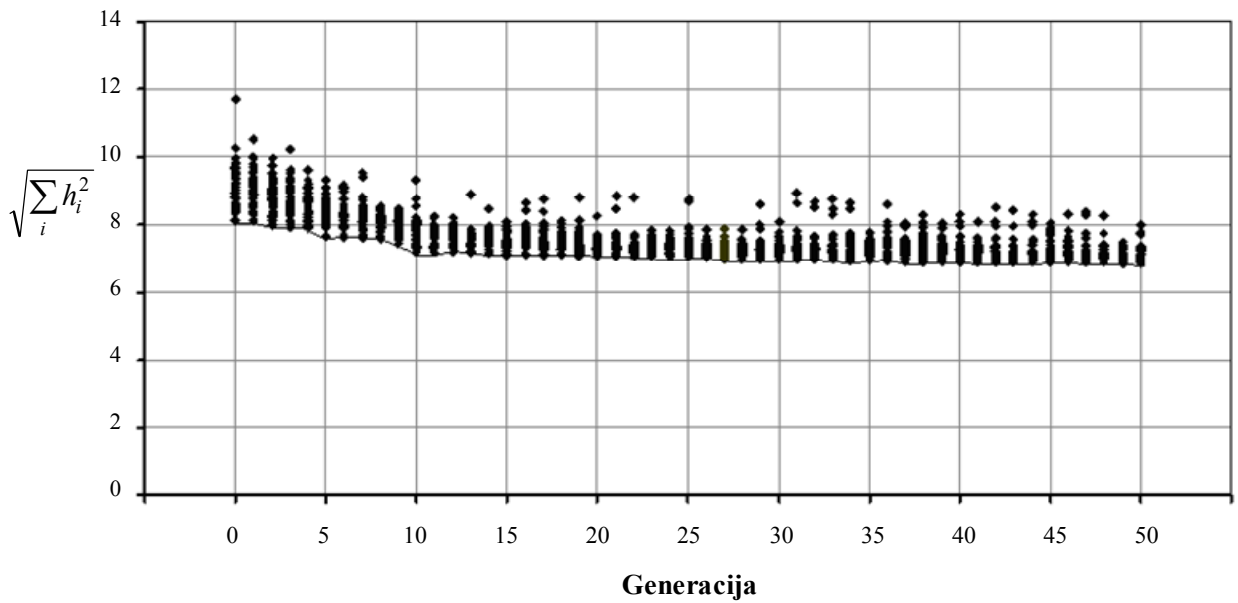
### 6. 2. 2. Optimizacija sa stajališta elevacije valova

Kao i u prethodnom slučaju, optimizacija je provedena također odabirući kao funkciju cilja korijen sume kvadrata valnih elevacija,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .

Što se tiče genetskog algoritma, usvojeni su sljedeći parametri:

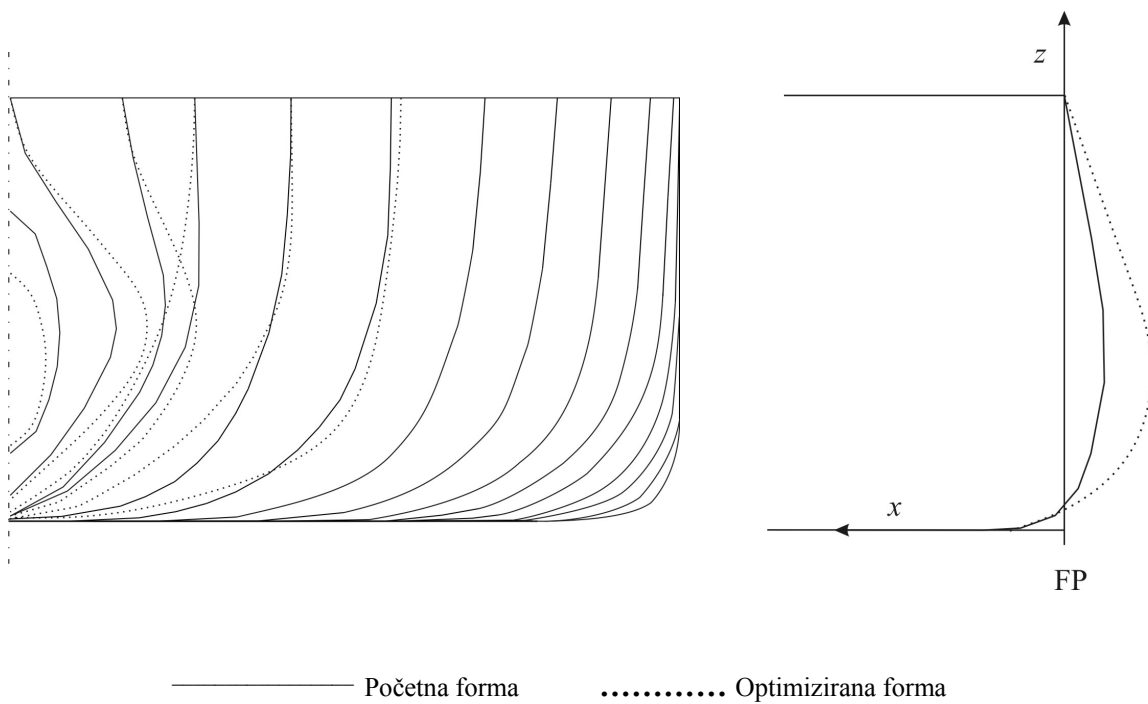
- Duljina vrpce = 7,
- Vjerojatnost križanja  $p_c = 0,5$ ,
- Vjerojatnost mutacije  $p_m = 0,3$ ,
- Broj jedinki unutar populacije = 40,
- Broj generacija = 50.

Također su dozvoljene izmjene širine rebara i oblik pramčane statve. Kao ograničenje postavljen je oblik vodne linije, te oblik rebra koje se nalazi na 10%  $L_{PP}$ , kako bi se osigurao gladak prijelaz pramčanog dijela forme u neizmijenjeni dio ostatka forme. Evolucija forme broda kroz generacije prikazana je na slici 6.21.



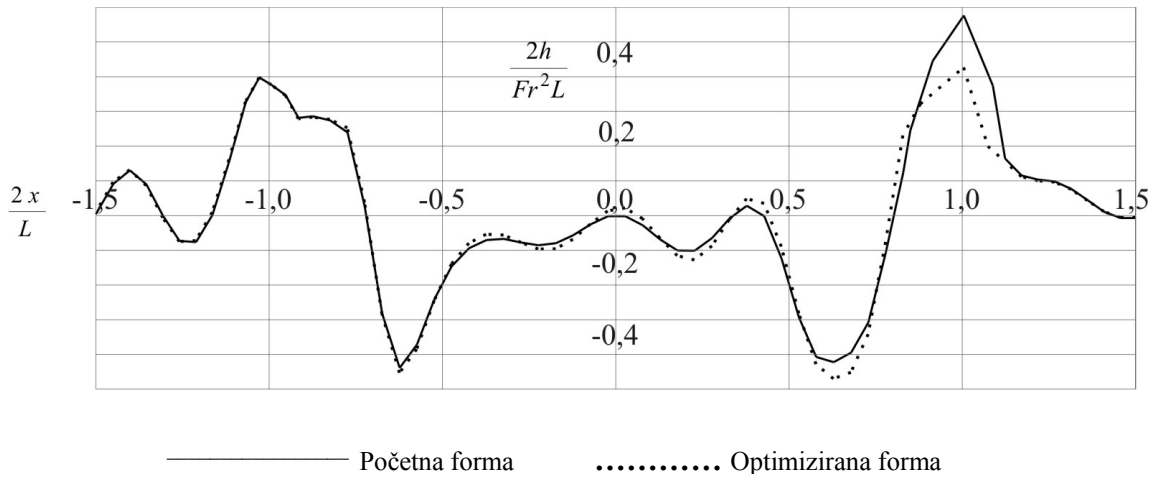
Slika 6.21. Prikaz evolucije forme sa stajališta elevacije kroz generacije,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Na slici 6.21. uspoređen je izgled pramčanih rebara početne i optimizirane forme. Može se uočiti da je bulb dobiven optimizacijom po ovom kriteriju manje širine nego u prethodnom slučaju.



Slika 6.22. Prikaz rebara i pramčane statve početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Na slici 6.232. prikazana je usporedba profila vala uzduž trupa za početnu i optimiziranu formu. Može se primijetiti značajno smanjenje elevacija u području pramčane okomice, dok u krmenim području profil vala ostaje gotovo nepromijenjen.

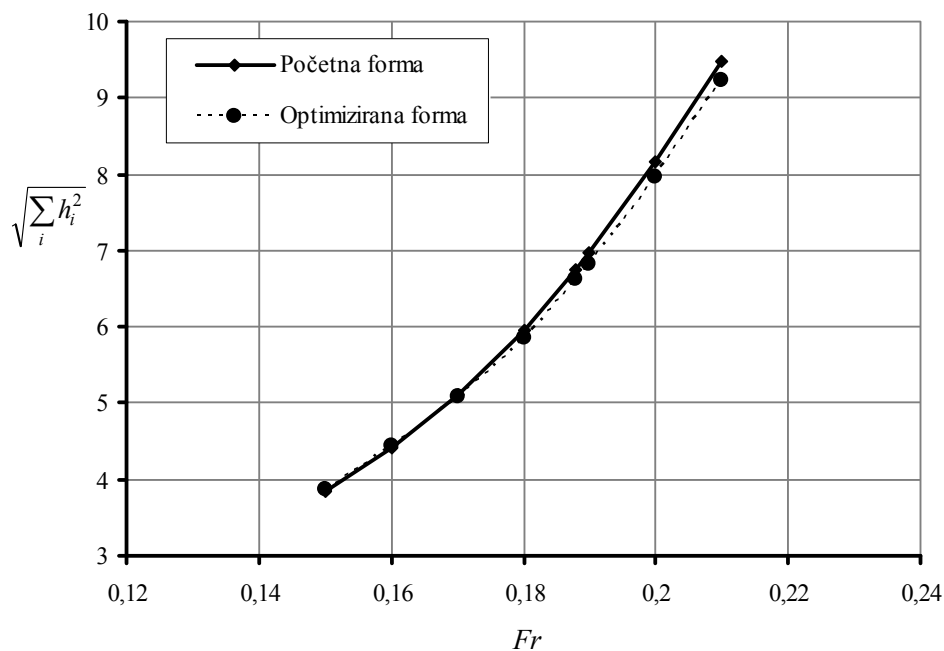


Slika 6.23. Usporedba profila vala početne i optimizirane forme,  $f(\xi) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

Tablica 6.6. Usporedba koeficijenata otpora valova i otpora valova,  $f(\xi) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

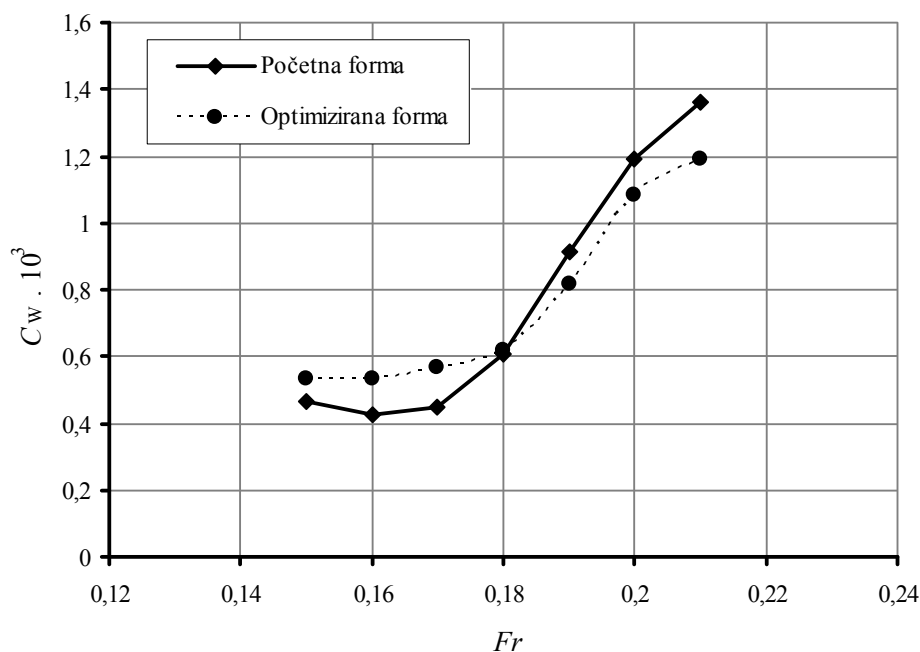
$Fr$	Početna forma			Optimizirana forma		
	$\sqrt{\sum_i h_i^2}, \text{ m}$	$C_w$	$R_w, \text{ kN}$	$\sqrt{\sum_i h_i^2}, \text{ m}$	$C_w$	$R_w, \text{ kN}$
0,150	3,854	$0,468 \cdot 10^{-3}$	63,800	3,874	$0,536 \cdot 10^{-3}$	73,552
0,160	4,418	$0,424 \cdot 10^{-3}$	66,278	4,450	$0,532 \cdot 10^{-3}$	83,014
0,170	5,118	$0,450 \cdot 10^{-3}$	79,294	5,093	$0,568 \cdot 10^{-3}$	100,164
0,180	5,955	$0,607 \cdot 10^{-3}$	120,119	5,866	$0,619 \cdot 10^{-3}$	122,292
0,190	6,749	$0,912 \cdot 10^{-3}$	200,950	6,620	$0,818 \cdot 10^{-3}$	180,108
0,200	6,968	$1,190 \cdot 10^{-3}$	291,820	6,827	$1,086 \cdot 10^{-3}$	264,971
0,210	8,157	$1,360 \cdot 10^{-3}$	365,864	7,962	$1,192 \cdot 10^{-3}$	322,386

U tablici 6.6. uspoređeni su rezultati proračuna optjecanja za početnu i optimiziranu formu, dok su na slici 6.24. prikazane vrijednosti kvadrata sume valnih elevacija. Može se primijetiti određeno smanjenje kod optimizirane forme u odnosu na početnu, a najveće smanjenje kod Froudeovog broja 0,21 iznosi 2,4%.

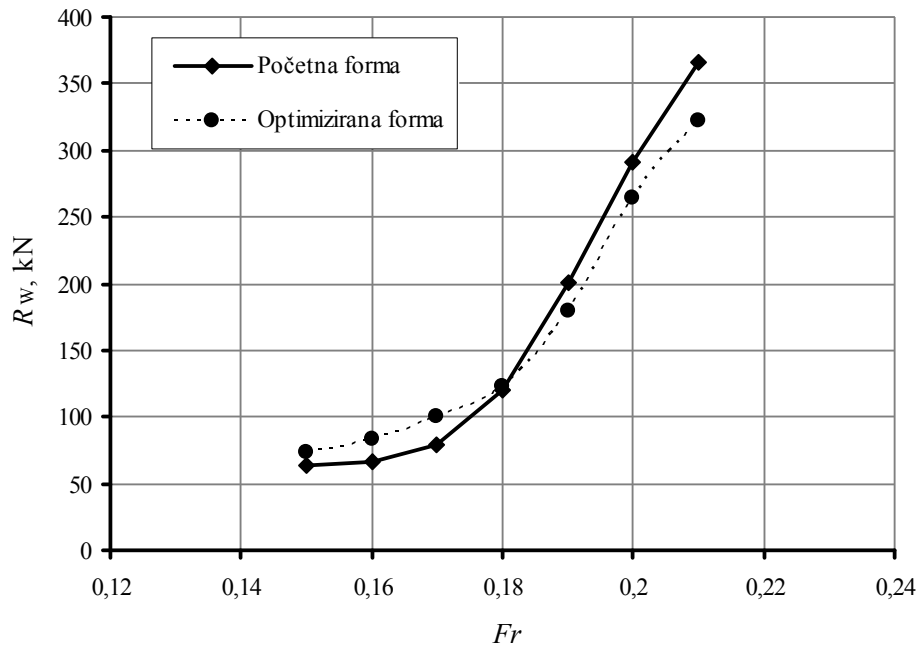


Slika 6.24. Vrijednosti korijena sume kvadrata valnih elevacija za tanker

Na slikama 6.25. i 6.26. rezultati prikazani grafički. Može se uočiti smanjenje otpora valova pri većim brzinama, dok je pri manjim brzinama primjenom ovog kriterija došlo do povećanja otpora.



Slika 6.25. Usporedba koeficijenta otpora valova početne i optimizirane forme,  $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$



Slika 6.26. Usporedba otpora valova početne i optimizirane forme,  $f(\bar{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$

### 6.3. Analiza dobivenih rezultata

S obzirom na podudaranje rezultata kod provjere i ocjene valjanosti metode za izračun potencijalnog strujanja s nelinearnim rubnim uvjetom, mogu se komentirati rezultati dobiveni optimizacijskim postupkom. Promjene forme koje su provedene genetskim algoritmom odnose se na oblik pramčanog bulba zajedno s pramčanim ramenom. Dakle, izmjene forme su omogućene samo u pramčanog dijelu broda, odnosno na duljini do 10%  $L_{PP}$  iza pramčane okomice. Izmjene su ograničene parametrima napetog splajna i genetskog algoritma, te osnovnim karakteristikama forme. Optimizacija je provedena prema dva različita kriterija: sa stajališta otpora valova i sa stajališta elevacija valova u pramčanom dijelu. Kod forme S175 dozvoljene su izmjene bulba samo po širini, uz uvjet da profil pramčane statve ostane jednak početnom. Pokazalo se da je napeti splajn pogodan za opisivanje pramčanih rebara kod ovakvog načina postavljanja parametara. S obzirom na relativno stroga ograničenja, smanjenje otpora postignuto optimizacijom može se smatrati značajnim, osobito pri višim Froudeovim brojevima. Može se uočiti da je smanjenje veće u slučaju kad je otpor valova

postavljen kao kriterij, iako ni poboljšanje dobiveno kriterijem valnih elevacija nije zanemarivo. Kako je optimizacija provedena za jednu brzinu, sasvim je očekivano da nova forma nije optimalna za cijeli raspon brzina.

U slučaju broda za prijevoz tekućeg tereta, osim promjena po širini u pramčanom dijelu, dozvoljene su i promjene u uzdužnom smjeru. Postupak optimizacije i u ovom je slučaju proveden po dva različita kriterija, odnosno u jednom slučaju kao funkcija cilja postavljen je minimalan otpor valova, a u drugom minimalna suma kvadrata elevacija valova u pramčanom dijelu. Nakon provedene optimizacije, u prvom slučaju pramčani je bulb poprimio izrazitiji O-oblik, dok je u drugom uočljiv nešto blaži O-oblik. Kod ove forme vidljiva je izmjena u profilu pramčane statve, koja je za oba kriterija rezultirana sličnim oblikom. Kao i kod broda za prijevoz kontejnera S175, u slučaju odabira otpora valova kao kriterija, postignuto je smanjenje koeficijenta otpora valova i sile otpora valova kroz cijelo područje brzina. U slučaju odabira valnih elevacija kao kriterija, može se uočiti smanjenje otpora valova kod viših brzina, ali povećanje kod nižih. I u ovom slučaju optimizacija je provedena za jedan Froudeov broj, a rezultati za ostale brzine dobivene su proračunom potencijalnog strujanja. Treba napomenuti da je forma broda za prijevoz tekućeg tereta punija forma ( $C_B=0,785$ ), a u poglavlju 4.4., kod vrednovanja razvijene metode, može se uočiti da su rezultati dobiveni proračunom nešto viši od eksperimentalnih vrijednosti. Za razmatranu početnu tankersku formu nisu dostupne eksperimentalne vrijednosti otpora valova, ali moguće je da su apsolutne vrijednosti dobivene proračunom nešto više od stvarnih, iako relativni omjeri između početnih i konačnih vrijednosti nedvojbeno dokazuju da postoji mogućnost poboljšanja razmatrane forme sa stajališta otpora valova.

Međutim, forma dobivena procesom optimizacije sa stajališta otpora valova ne garantira i manji ukupni otpor. Kao prvo, ukoliko zbog oblika bulba dolazi do povećanja oplakivane površine, doći će i do povećanja otpora trenja, koji je značajna komponenta ukupnog otpora. Zatim, treba imati u vidu separaciju strujanja koja se kod broda u stvarnosti može javiti u pramčanom području, ovisno o veličini ulaznog kuta vodne linije na pramcu. Budući da model potencijalnog strujanja ne podržava učinke viskoznosti tekućine, rezultati dobiveni numerički ne bi se podudarali sa vrijednostima ukupnog otpora u stvarnosti. Prema tome, metoda koja je u ovom radu opisana daje dobar uvid u značajke strujanja, ali apsolutne vrijednosti sile otpora valja uzeti s dozom rezerve, osobito kada se radi o punijim formama.

## 7. ZAKLJUČAK

U radu je prikazana metoda za numeričku optimizaciju pramčanog dijela broda u mirnoj vodi. Metoda se sastoji od dijela koji rješava nelinearni problem potencijalnog strujanja oko forme broda sa slobodnom površinom u svrhu proračuna hidrodinamičkih značajki brodske forme, te od optimizacijskog dijela koji se temelji na genetskom algoritmu. Genetski algoritam odabire optimalne parametre oblika pramčanog bulba i pramčanog ramena, kako bi se dobila brodska forma sa geometrijskim značajkama vrlo sličnim početnoj, ali povoljnijih hidrodinamičkih značajki.

Metoda je razvijena kako bi se mogle čim točnije odrediti hidrodinamičke značajke forme broda. Naime, linearizirane metode su u određenim slučajevima i za preliminarne faze projektiranja dovoljno točne. No u slučaju plovidbe vitke forme većom brzinom, kod punije forme ili kod forme čiji se bulb nalazi u blizini vodne linije, često daju nepouzdan rezultate. Kako bi se u procesu optimizacije pokrilo čim šire područje razmatranih brodskih formi, na temelju prethodnih istraživanja razvijena je metoda s nelinearnim rubnim uvjetom koja se temelji na iterativnom postupku, odnosno na rješavanju niza problema s lineariziranim rubnim uvjetom. U svakoj iteraciji se brzina i elevacije iz prethodne iteracije uzimaju kao početna rješenja sve do postizanja konvergencije. Kako se elevacije na slobodnoj površini mijenjaju kroz iteracije, odabran je pristup izdignutih panela izvora. Paneli izvora postavljeni su tako da u svakoj iteraciji budu iznad kolokacijskih točaka, koje se nalaze na slobodnoj površini. Valjanost metode potvrđena je pomoću eksperimentalnih vrijednosti za Wigleyevu formu i Seriju 60 ( $C_B=0,60$ ,  $C_B=0,70$ ,  $C_B=0,80$ ), a rezultati dobiveni proračunom prihvaćeni su kao vjerodostojni zbog dobrog poklapanja s eksperimentalnim vrijednostima. Vrijeme potrebno za proračun ovisno je o broju iteracija i o broju panela. U većini slučajeva konvergencija je postignuta unutar pet iteracija. Postupak određivanja hidrodinamičkih značajki brodske forme koristi se za određivanje prilagođenosti pojedine forme u procesu optimizacije.

Kao i kod većine metode iz računarske dinamike fluida, diskretizacija oplakivane i slobodne površine je od primarne važnosti. Iako se unutar pojedinih iteracija kod proračuna optjecanja mreža formira automatski, kao i unutar generacija u procesu optimizacije, potrebno je znatnu količinu vremena utrošiti kod pripreme ulaznih podataka i parametara mreže (engl. *pre-processing*). Potrebno je okvirno predvidjeti moguće ekstremne izmjene forme, te



moguće elevacije profila vala. Mreža mora biti adekvatna u bilo kojem slučaju, jer već i mala pogreška u načinu spajanja panela može dati pogrešne rezultate. Primjerice, panel prevelike duljine u odnosu na širinu može stvoriti negativnu numeričku vrijednost tlaka, te zbog toga ukupan tlak na oplakivanoj površini može nakon integracije biti manji nego što je realno. Time se dobivaju i manje valne elevacije te otpor valova, što u genetskom algoritmu znači povoljniju formu čije karakteristike treba zadržati i u idućim generacijama. To znači da će se na kraju procesa postići konvergencija, ali ona će biti temeljena na pogrešnim pretpostavkama. Dakle, potrebno je naglasiti da je sam postupak optimizacije relativno kratkotrajan, ali priprema mora biti opširna i temeljita.

U tijeku istraživanja iskušane su dvije vrste matematičkih krivulja koje bi mogle biti pogodne za opisivanje brodske forme ili samo njezinog dijela koji će se mijenjati u procesu optimizacije. Bézierova ploha pokazala se kao pogodna u određenim uvjetima. Njezina je prednost što dobivena mreža ne prolazi točno kroz točke, nego se deformira u njihovom smjeru. To znači da jedna točka koja značajno odudara od ostalih ne može uzrokovati pretjeranu deformaciju plohe, pa je rezultatna ploha uvijek glatka. Međutim primjenom samo jedne Bézierove plohe ne može se istovremeno pratiti deformacija pramčane statve i pramčanih rebara, te bi bilo potrebno upotrijebiti nekoliko ploha. Budući da one ne prolaze kroz zadane točke, bilo bi vrlo teško postići automatiziranu generaciju glatke i dobro povezane mreže. Stoga se kao sredstvo za opisivanje geometrije cijele forme primijenio napeti splajn, koji za razliku od kubičnog splajna nema neželjenih točaka infleksije ako se primijeni odgovarajući faktor napetosti. Prednost napetog splajna je opisivanje traženog oblika krivulje pomoću malog broja točaka i pomoću kuta tangente u početnoj i krajnjoj točki. Budući da se radi o matematičkoj krivulji, napeti splajn je pogodan i za stvaranje mreže ravnomjerno raspoređenih panela jer se svaki splajn može podijeliti na određen broj lukova približno jednake duljine. Parametarski oblik napetog splajna omogućava opisivanje rebara na samom bulbu, te praćenje oblika pramčane statve.

Razvijena metoda prikaza forme broda i proračuna potencijalnog strujanja s nelinearnim rubnim uvjetom primijenjena je za optimiziranje brodske forme sa stajališta postizanja čim povoljnijih hidrodinamičkih značajki. Kao optimizacijska metoda odabran je genetski algoritam, stoga što ne zahtijeva postavljanje posebnih svojstava funkcije cilja ili parametara, a uspješno pronalazi globalne, a ne lokalne ekstreme funkcije cilja. Pokazana je njegova učinkovitost iako je korišten u vrlo jednostavnom obliku, s tri osnovna operatora: odabirom roditelja, križanjem i mutacijom. U radu su prikazani rezultati dobiveni ovim

putem. Može se uočiti da su oblici pramčanih bulbova promatranih formi izmijenjeni, a dobivene izmjene uvelike ovise o zadanom rasponu optimizacijskih parametara. Optimizacija je provedena za jednu brzinu, ali optimizirane forme ispitane su za veći raspon brzina. Analizom rezultata pokazalo se da razvijena metoda omogućava postizanje povoljnijih hidrodinamičkih značajki forme broda.

Na temelju postignutih rezultata, otvaraju se različite mogućnosti po pitanju nastavka istraživanja. Prije svega, mogao bi se razviti detaljniji potprogram za automatsko generiranje mreže baziran na napetom splajnu. Program bi kao takav trebao biti složeniji i uzimati u obzir mnoge moguće lokalne oblike, ali bi bio jednostavniji za korištenje, a vrijeme potrebno za pripremu znatno bi se smanjilo. Time bi razvijena metoda postigla jednu razinu prilagođeniju korisnicima i mogla bi se primjenjivati u različite svrhe u preliminarnim fazama projektiranja broda. Također, parametri kojima se postižu izmjene forme mogli bi se postaviti na različite načine, te bi se pomaci točaka mogli kombinirati s promjenama kuta tangente u pojedinim točkama. Kao parametri mogli bi se koristiti volumen pramčanog dijela broda ili težište volumena bulba, čija bi se promjena mogla ograničiti. Vrlo je važno definirati raspon unutar kojega su dozvoljene varijacije pojedinih parametara, pa bi bilo zanimljivo postaviti neke općenite vrijednosti od kojih bi se počeo proces optimizacije. Time bi se također skratilo vrijeme pripreme, jer ne bi bilo potrebno istraživati moguće ekstremne slučajeve. Nadalje, numerički model bi se mogao proširiti kako bi bio pogodan za primjenu na različite brodske forme, kao što su forme s uronjenim krmenim zrcalom ili višetrupne forme. Zatim, zbog mogućnosti određivanja vektora brzina, kao funkcija cilja mogao bi se koristiti smjer strujnica. Metoda se također može prilagoditi za višekriterijsku optimizaciju, ili za optimizaciju s obzirom na različita stanja krcanja. Nadalje, primjenom računalnog programa za određivanje otpora broda na valovima, oblik bulba mogao bi se optimizirati s obzirom na svojstva pomorstvenosti brodske forme.

## POPIS LITERATURE

..., 15<sup>th</sup> ITTC, *Proceedings*, Hague, 1978.

..., 17<sup>th</sup> ITTC, *Report of the Resistance Committee*, Goteborg, 1984.

..., 23<sup>rd</sup> ITTC, *Proceedings*, Venice, Italy, 2002.

..., 24<sup>th</sup> ITTC, *Proceedings*, Edinburgh, Great Britain, 2005.

..., 25<sup>th</sup> ITTC, *Proceedings*, New Port, Rhode Island, 2007.

Bruzzone, D., Casella, P., Miranda, S., Pensa, C., Zotti, I., *Scale Effects on Wave Resistance Obtained by Longitudinal Cut. Experimental Results and Numerical Calculations*, 6th International Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units, Seoul, 1995.

Bruzzone, D., Castella, P., Miranda, S., Pensa, C., Zotti, I., *Steady Waves of Series 60  $C_B = 0.7$  Hull, Numerical Results and Experiments on Geosims*, Proceedings of the First International Conference on Marine Industry, Vol.1, Varna, 1996.

Campana, E., Peri, D., Bulgarelli, U.P., *Optimal Shape Design of a Surface Combatant with Reduced Wave Pattern*, RTO AVT Symposium, April 2002, Paris, France.

Campana, E., Peri, D., Tahara, Y., Stern, F., *Shape optimization in ship hydrodynamics using computational fluid dynamics*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 196, pp. 634-651, Elsevier, 2006.

Chun, H.H., *Hull Form Parametrization Technique with Local and Global Optimization Algorithms*, Proceedings of the International Conference of Marine Technology, BUET, Dhaka, Bangladesh, 2010.

Cline, A. K., *Scalar- and Planar- Valued Curve Fitting Using Splines Under Tension*, Communications of the Association of Computing Machinery – Numerical Mathematics, Vol. 17 (4), 1974.

Daube, O., Dulieu, A., *A Numerical approach of the Nonlinear Wave Resistance Problem*, 3<sup>rd</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp. 73-80, Paris, 1981.

Dawson, C. W., *A Practical Computer Method for Solving Ship-Wave Problems*, 2<sup>nd</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Berkeley, USA, 1977.

Daube, O., *Contribution au Calcul Non Linéaire de la Résistance de Vagues d'un Navire*, These de Doctorat d' État, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1980.

Doctors, L. J., Day, A. H., *Hydrodynamically optimal hull forms for river ferries*, International Symposium on High Speed Vessels for Transport and Defense, London, 1995.

Day, A. H., Doctors, L. J., *The Survival of the Fittest – Evolutionary Tools for Hydrodynamic Design of Ship Hull Form*, The Royal Institution of Naval Architects, 2000.

Dejhalla, R., *Numeričko modeliranje optjecanja plovnog objekta*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Rijeka, 1999.

Del Puppo, N., Contento, G., *A parametric representation of fair hull shape by means of splines in tension*, Sustainable Maritime Transportation and Exploitation of Sea Resources, Proceedings of IMAM 2011, 2012 Taylor& Francis Group, London, 2011.

Eggers, K., *On the dispersion relation and exponential amplitude variation of wave components satisfying the slow ship differential equation on the undisturbed free surface*, Study on local non-linear effect in ship waves, T. Inui, ed., Tokyo, 1980.

Ferziger, J. H., Perić, M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*, 3rd Edition, Springer, 2002.

Gadd, G. E., *A Method for Computing the Flow and Surface Wave Pattern Around Full Forms*. Transactions RINA, Vol.118, 1976.

Goldberg, D., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1989.

Goodman, E.D., *An Introduction to GALLOPPS - The "Genetic Algorithm Optimized for Portability and Parallelism System"*, Release 3.2, Technical Report #96-07-01, East Lansing, Michigan State University. 1996.

Gupta, S. K., *Parametric Splines in Tension*, Rochester Institute of Technology, Rochester, New York, July 1989.

Harries, S., Abt, C., Heimann, J., Hochkirch, K., *Advanced Hydrodynamic Design of Container Carriers for Improved Transport Efficiencies*, Design & Operation of Container Ships, Royal Institution of Naval Architects, UK, London, 2006.

Hess, J. L., Smith, A. M. O., *Calculation of Non-Lifting Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies*, Journal of Ship Research, 1964.

Hess, J. L., Smith, A. M. O., *Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies*, Douglas Aircraft Company, Aircraft Division, Long Beach, California, 1962.

Hochkirch, K., Bertram, V., *Slow Steaming Bulbous Bow Optimization for a Large Containership*, 8<sup>th</sup> International Conference on Computer and IT Applications in the Maritime Industries, Budapest, 2009.

Hoyle, J. W., Cheng, B. H., Hays, B., Johnson, B., Nehrling, B., *A Bulbous Bow Design Methodology for High-Speed Ships*, SNAME Transactions, vol. 94, New York, 1986.

Hsiung, C. C., *Optimal Ship Forms for Minimum Wave Resistance*, Journal of Ship Research, Vol. 25, No.2, 1981.

Hsiung, C. C., Shenyan, D., *Optimal Ship Forms for Minimum Total Resistance*, Journal of Ship Research, Vol. 28, No.3, 1984.

Hyunyuul, K., *Multi-Objective Optimization for Ship Hull Form Design*, Doctoral Thesis, George Mason University, Fairfax, VA, 2009.

Janson, C. E., *Potential Flow Panel Methods for the Calculation of Free-Surface Flows*, Chalmers University of Technology, Gothenburg, 1997.

Jensen, G. , Bertram, V., Söding, H., *Ship-Wave Resistance Computations*, 5<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp. 593-606, Hiroshima, 1989.

Jensen, G. , Mi, Z .H., Söding, H., Rankine Source *Methods for Numerical Solutions of the Steady Wave Resistance Problem*, 16<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, pp. 575-582., Berkeley, 1989.

Kim, H., Yang, C. Kim, H., Chun, H.H., *Hydrodynamic Optimization of a Modern Container Ship using Variable Fidelity Models*, Proceedings of the Nineteenth (2009) International Offshope and Polar Engineering Conference, Osaka, Japan, 2009.

Kim, J., Kim, K. S., Kim, Y. C., Van, S. H, Kim,H. C., *Comparison of potential and viscous methods for the nonlinear ship wave problem*, Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, vol. 3, pp. 159-173, 2011.

Kracht, A. M., *Design of bulbous bows*, SNAME Transactions, vol. 86, pp. 197-271, Jersey City, 1978.

Larsson, L., Raven, H. C., *Ship Resistance and Flow*, SNAME, New Jersey, 2010.

Legović, D., *Računarska simulacija potencijalnog optjecanja broske forme uz usporedbu s eksperimentalnim i analitičkim rezultatima*, Diplomski rad, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2006.

Lin, R. Q., Kuang, W., *Nonlinear Ship-Wave Interaction Model, Part 2: Ship Boundary Condition*, Journal of Ship Research, Vol 50, No.2, pp. 181-186, June 2006.

Matulja, D., Dejhalla, R., *Numerical optimization of a hull form with bulbous bow*, Sustainable Maritime Transportation and Exploitation of Sea Resources, Proceedings of the 14th International Congress of the International Maritime Association of the Mediterranean, 2011, pp. 13-18, Taylor&Francis Group, 2011.

Ni, S. Y., *Higher-order panel methods for potential flows with linear or nonlinear free surface boundary condition*, Doctoral thesis, Chalmers University, Göteborg, 1987.

Percival, S., Hendrix, D., Noblesse, F., *Hydrodynamic optimization of ship hull forms*, Applied Ocean Research, Vol 23, pp. 337-355, Elsevier, 2001.

Peri, D., Rossetti, M., Campana, E. F., *Improving the Hydrodynamic Characteristics of Ship Hulls via Numerical Optimization Techniques*, Ischia, IMAM 2000.

Peri, D., Rossetti, M., Campana, E. F., *Design Optimization of Ship Hulls via CFD Techniques*, Journal of Ship Research, Vol. 45, pp. 140-149, SNAME, 2001.

Pierre, D. A., *Optimization Theory with Applications*, Dover Publications Inc., New York, 1969.

Raven, H. C., *Nonlinear Ship Wave Calculations Using the RAPID Method*. 6<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa City, August 1993.

Raven, H. C., *A solution method for the nonlinear ship wave resistance problem*, Doctoral thesis, Technical University of Delft, MARIN, Holland, 1996.

Raven, H. C., Starke, A. R., *Efficient Methods to Compute Ship Viscous Flow with a Free Surface*, 24<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, Fukuoka, Japan, 2002.

Raven, H. C., van der Ploeg, A., Starke, A. R., *Computation of free-surface viscous flow at model and full scale by a steady iterative approach*, 25th Symposium on Naval Hydrodynamics, St.Johns, Newfoundland, 2004.

Salomon, D., *Curves and surfaces for computer graphics*, Northridge: Springer Science+Business Media, Inc., 2006.

Schmitz, A., Besnard, E., Hefazi, H. *Automated Hydrodynamic Shape Optimization Using Neural Networks*, SNAME Transactions, Vol. 12, pp. 429-441, 2004.

Schweikert, D.G., *An interpolation curve using a spline in tension*, Journal of Mathematics and Physics, Vol. 45, 1966.

Taylor, D. W., *Speed and Power of Ships*, 1933.

Wilson, W., Hendrix, D., Gorski, J., *Hull form optimization for early stage ship design*, Naval Engineers Journal Vol. 122, pp. 53-65, Alexandria, 2011.

Wyatt, D. C., Chang, P. A., *Development and Assessment of a Total Resistance Optimized Bow for the AE 36*, Marine Technology, Vol. 31, No. 2, 1994.

Xia, F. Numerical Calculations of Ship Flows, with Special Emphasis on the Free Surface Potential Flow, Doctoral Thesis, Chalmers University, Göteborg, 1986.

Zalek, S. F., Parsons, M. G., Beck, R. F., *Naval Hull Form Multicriterion Hydrodynamic Optimization for the Conceptual Design Phase*, Journal of Ship Research, Vol 53, No.4, pp. 199-213, December 2009.



**POPIS SIMBOLA**

$A_{BL}$	uzdužna površina bulba na centralnoj simetralnoj ravnini, $m^2$
$A_{BT}$	poprečna površina bulba na mjestu maksimalne širine, $m^2$
$A_i$	površina $i$ -tog panela, $m^2$
$b_B$	maksimalna širina bulba, m
$A_{WL}$	površina vodne linije, $m^2$
$B$	širina broda, m
$C_B$	koeficijent punoće istisnine
$C_M$	koeficijent punoće glavnog rebra
$C_M$	koeficijent momenta
$C_p$	koeficijent tlaka
$C_{p_k}$	koeficijent tlaka u $k$ -toj iteraciji
$C_P$	prizmatički koeficijent
$C_W$	koeficijent otpora valova
$C_{WP}$	koeficijent punoće vodne linije
$C_Z$	koeficijent vertikalne sile
$\vec{F}$	sila na oplakivanu površinu, N
$Fr$	Froudeov broj
$g$	gravitacijsko ubrzanje, $m/s^2$
$H$	oznaka područja slobodne površine
$h$	elevacija slobodne površine, m

$h_B$	težište pramčanog bulba po visini broda od osnovice, m
$h_i$	elevacija vala na $i$ -tom panelu, m
$h_k$	elevacija vala u $k$ -toj iteraciji, m
$h_0$	elevacija Bernoullijevog vala, m
$L_B$	maksimalna duljina bulba ispred pramčane okomice, m
$L_{PP}$	duljina između okomica, m
$L$	duljina vodne linije, m
$M$	moment oko poprečne osi koja prolazi težištem broda, Nm
$\vec{M}$	moment na oplakivanu površinu, Nm
$\vec{n}$	vektor normale na oplakivanu površinu
$N_H$	broj panela na oplakivanoj površini
$N_T$	ukupni broj panela na oplakivanoj i slobodnoj površini
$n_x$	komponenta vektora normale na oplakivanu površinu u smjeru $x$ -osi
$n_y$	komponenta vektora normale na oplakivanu površinu u smjeru $y$ -osi
$n_z$	komponenta vektora normale na oplakivanu površinu u smjeru $z$ -osi
$p$	tlak na slobodnoj površini, Pa
$R_W$	sila otpora valova, N
$R_Z$	vertikalna sila, N
$s_i$	duljina luka krivulje, m
$S_{FS}$	slobodna površina, m <sup>2</sup>
$S_H$	oplakivana površina, m <sup>2</sup>

$T$	gaz, m
$U_\infty$	brzina napredovanja broda, odnosno brzina pritjecanja tekućine, m/s
$\vec{v}$	vektor brzine na oplakivanu površinu
$\vec{V}$	vektor brzine u točki izvora
$V_x$	komponenta brzine u smjeru $x$ osi, m/s
$V_y$	komponenta brzine u smjeru $y$ osi, m/s
$V_z$	komponenta brzine u smjeru $z$ osi, m/s
$X_{CB}$	uzdužni položaj težišta istisnine broda, m
$X_{ij}$	$x$ komponenta brzine koju u kolokacijskoj točki $i$ -tog panela inducira jedinični izvor smješten na $j$ -tom panelu, $1/m^2$
$x_P$	$x$ koordinata točke $P$ u kojoj jedinični izvor iz točke $Q$ inducira potencijal brzine, m
$x_Q$	$x$ koordinata točke $Q$ u kojoj se nalazi jedinični izvor, m
$Y_{ij}$	$y$ komponenta brzine koju u kolokacijskoj točki $i$ -tog panela inducira jedinični izvor smješten na $j$ -tom panelu, $1/m^2$
$y_P$	$y$ koordinata točke $P$ u kojoj jedinični izvor iz točke $Q$ inducira potencijal brzine, m
$y_Q$	$y$ koordinata točke $Q$ u kojoj se nalazi jedinični izvor, m
$Z_{CB}$	vertikalni položaj težišta istisnine, m
$Z_{ij}$	$z$ komponenta brzine koju u kolokacijskoj točki $i$ -tog panela inducira jedinični izvor smješten na $j$ -tom panelu, $1/m^2$
$z_P$	$z$ koordinata točke $P$ u kojoj jedinični izvor iz točke $Q$ inducira potencijal brzine, m
$z_Q$	$z$ koordinata točke $Q$ u kojoj se nalazi jedinični izvor, m

$\Gamma$	oznaka područja oplakivane površine
$\eta$	os lokalnog koordinatnog sustava
$\sigma$	faktor napetosti napetog splajna
$\sigma_i$	intenzitet izvora iz točke $Q_i$ , m <sup>3</sup> /s
$\rho$	gustoća fluida, kg/m <sup>3</sup>
$\phi$	potencijal brzine, m <sup>2</sup> /s
$\phi_0$	potencijal dvostrukog modela, m <sup>2</sup> /s
$\phi'$	perturbacijski potencijal, m <sup>2</sup> /s
$\phi_k$	potencijal brzine u $k$ -toj iteraciji, m <sup>2</sup> /s
$\phi_i$	poremećajni potencijal, m <sup>2</sup> /s
$\xi$	os lokalnog koordinatnog sustava
$\xi_i$	parametar genetskog algoritma
$\Omega$	promatrano područje fluida
$\nabla$	volumen istisnine broda, m <sup>3</sup>

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1. Koordinatni sustav.....	9
Slika 2.2. Elevacije slobodne površine.....	12
Slika 2.3. Dvostruki model.....	15
Slika 3.1. Diskretizacija oplakivane površine.....	22
Slika 3.2. Veličina područja slobodne površine.....	23
Slika 3.3. Prikaz oplakivane i slobodne površine.....	23
Slika 3.4. Primjer stvaranja Bézierove plohe iz skupa točaka.....	25
Slika 3.5. Diskretizacija pramčanog dijela pomoću Bézierove plohe.....	26
Slika 3.6. Napeti splajn i kubični splajn.....	27
Slika 3.7. Promjena oblika napetog splajna promjenom samo kuta tangente.....	32
Slika 3.8. Brodska forma diskretizirana pomoću napetog splajna.....	33
Slika 3.9. Metoda izdignutih panela.....	35
Slika 3.10. Prikaz podmatrica matrice A .....	40
Slika 3.11. Prikaz oplakivane površine na početku i u tijeku proračuna .....	42
Slika 3.12. Shema računalnog programa NLP-FLOW .....	44
Slika 4.1. Wigleyeva matematička forma.....	47
Slika 4.2. Raspored panela na oplakivanoj i slobodnoj površini za Wigleyevu matematičku formu.....	47
Slika 4.3. Prikaz profila vala u pojedinim iteracijama za $Fr = 0,266$ .....	48
Slika 4.4. Koeficijenti otpora valova za Wigleyevu matematičku formu.....	48
Slika 4.5. Usporedba profila valova za Wigleyevu matematičku formu.....	49
Slika 4.6. Prikaz valovite slobodne površine za Wigleyevu formu, $Fr = 0,306$ (val uvećan 5 puta) .....	50
Slika 4.7. Serija 60, $C_B = 0,60$ .....	50

Slika 4.8. Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,60$ .....	51
Slika 4.9. Prikaz profila vala u pojedinim iteracijama, $Fr = 0,260$ .....	51
Slika 4.10. Koeficijenti otpora valova za Seriju 60, $C_B = 0,60$ .....	52
Slika 4.11. Usporedba profila valova za formu iz Serije 60, $C_B = 0,60$ .....	53
Slika 4.12. Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,60$ , $Fr = 0,260$ (val uvećan 5 puta) .....	53
Slika 4.13. Serija 60, $C_B = 0,70$ .....	54
Slika 4.14. Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,70$ .....	54
Slika 4.15. Prikaz profila vala kroz iteracije za Seriju 60, $C_B = 0,70$ za $Fr=0,275$ .....	55
Slika 4.16. Koeficijenti otpora valova za Seriju 60, $C_B = 0,70$ .....	55
Slika 4.17. Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,70$ , $Fr = 0,200$ (val uvećan 5 puta) .....	56
Slika 4.18. Serija 60, $C_B = 0,80$ .....	56
Slika 4.19. Prikaz oplakivane i slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,80$ .....	57
Slika 4.20. Prikaz profila vala kroz iteracije za Seriju 60, $C_B = 0,80$ za $Fr = 0,260$ .....	57
Slika 4.21. Koeficijenti otpora valova za Seriju 60, $C_B = 0,80$ .....	58
Slika 4.22. Prikaz valovite slobodne površine za Seriju 60, $C_B = 0,80$ , $Fr = 0,260$ .....	59
Slika 5.1. Tipovi bulba.....	61
Slika 5.2. Parametri bulba.....	62
Slika 5.3. Opisivanje geometrije bulba pomoću napetog splajna.....	64
Slika 5.4. Metode križanja.....	67
Slika 5.5. Mutacija.....	67
Slika 5.6. Tijek genetskog algoritma.....	68
Slika 5.7. Shema proračunskog postupka.....	70
Slika 6.1. Prikaz rebara forme S175.....	74
Slika 6.2. Proračunsko područje oplakivane i slobodne površine.....	75

Slika 6.3. Prikaz evolucije optimizirane brodske forme S175, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	76
Slika 6.4. Usporedba početne i optimizirane forme S175, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	76
Slika 6.5. Usporedba profila vala početne i optimizirane forme S175, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	77
Slika 6.6. Koeficijenti otpora valova, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	78
Slika 6.7. Krivulja otpora valova, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	78
Slika 6.8. Prikaz evolucije optimizirane brodske forme S175, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	80
Slika 6.9. Usporedba početne i optimizirane forme S175, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	80
Slika 6.10. Usporedba profila vala početne i optimizirane forme S175, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	81
Slika 6.11. Vrijednosti korijena sume kvadrata valnih elevacija za formu S175 .....	82
Slika 6.12. Koeficijenti otpora valova, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	83
Slika 6.13. Otpor valova, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	83
Slika 6.14. Prikaz rebara tankera .....	84
Slika 6.15. Proračunsko područje oplakivane i slobodne površine .....	84
Slika 6.16. Prikaz evolucije forme sa stajališta otpora kroz eneracije, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	85
Slika 6.17. Prikaz rebara i pramčane statve početne i optimizirane forme tankera, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	86
Slika 6.18. Usporedba profila vala početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	86
Slika 6.19. Usporedba koeficijena otpora valova početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	87
Slika 6.20. Usporedba otpora valova početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	88

Slika 6.21. Prikaz evolucije forme sa stajališta elevacije kroz generacije, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	89
Slika 6.22. Prikaz rebara i pramčane statve početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	89
Slika 6.23. Usporedba profila vala početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	90
Slika 6.24. Vrijednosti korijena sume kvadrata valnih elevacija za tanker.....	91
Slika 6.25. Usporedba koeficijenata otpora valova početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	91
Slika 6.26. Usporedba otpora valova početne i optimizirane forme, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	92



## POPIS TABLICA

Tablica 4.1. Glavne dimenzije za Wigleyevu matematičku formu.....	47
Tablica 4.2. Rezultati numeričkog proračuna za Wigleyevu matematičku formu.....	48
Tablica 4.3. Glavne dimenzije za Seriju 60, $C_B = 0,60$ .....	51
Tablica 4.4. Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60, $C_B = 0,60$ .....	52
Tablica 4.5. Glavne dimenzije za Seriju 60, $C_B = 0,70$ .....	54
Tablica 4.6. Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60, $C_B = 0,70$ .....	55
Tablica 4.7. Glavne dimenzije za Seriju 60, $C_B = 0,80$ .....	57
Tablica 4.8. Rezultati numeričkog proračuna za Seriju 60, $C_B = 0,80$ .....	58
Tablica 6.1. Osnovne karakteristike S175 broda za prijevoz kontejnera.....	74
Tablica 6.2. Usporedba koeficijenata otpora valova za početnu i optimiziranu formu S175, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	78
Tablica 6.3. Usporedba vrijednosti koeficijenata otpora valova za početnu i optimiziranu formu S175, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	82
Tablica 6.4. Osnovne karakteristike tankera.....	84
Tablica 6.5. Usporedba sila i koeficijenata otpora, $f(\vec{\xi}) = R_W$ .....	87
Tablica 6.6. Usporedba koeficijenata i sila otpora, $f(\vec{\xi}) = \sqrt{\sum_i h_i^2}$ .....	90

## ŽIVOTOPIS

Dunja Matulja (rođ. Legović) rođena je 29. ožujka 1982. godine u Rijeci. Završila je osnovno školovanje na talijanskom jeziku u OŠ "Gelsi". 1996. godine upisala se u Salezijansku klasičnu gimnaziju. Nakon završetka srednje škole 2000. godine upisala je Sveučilišni studij brodogradnje na Tehničkom fakultetu u Rijeci. Tijekom studija bila je stipendist Grada Rijeke za darovite učenike i stipendist Primorsko-goranske županije za deficitarne kadrove, a za akademske godine 2002./03. i 2003./04. primila je nagradu Fakultetskog vijeća Sveučilišta u Rijeci za najboljeg studenta. Tijekom studija bila je demonstrator iz kolegija "Oprema broda" i "Hidrodinamika plovnih objekata".

Diplomirala je s ocjenom izvrstan u siječnju 2006. godine sa diplomskim radom pod naslovom *Računarska simulacija potencijalnog optjecanja brodske forme uz usporedbu s eksperimentalnim i analitičkim rezultatima*, pod vodstvom mentora izv. prof. dr. sc. R. Dejhallo.

Od 02. 05. 2006. zaposlena je na Tehničkom fakultetu u Rijeci kao znanstvena novakinja na Zavodu za brodogradnju i inženjerstvo morske tehnologije, na projektu br. 0069007, pod nazivom *Numeričko modeliranje u hidrodinamici plovnih objekata*. Voditeljica projekta bila je red. prof. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, a mentorom studija imenovan je izv. prof. dr. sc. R. Dejhallo. Od 2007. godine Dunja Matulja uključena je u znanstvenoistraživački projekt *Numeričko modeliranje hidrodinamičkog opterećenja i odziva pomorskih objekata* voditeljice red. prof. dr. sc. Jasne Prpić-Oršić. Sudjeluje u nastavi održavanjem vježbi iz kolegija *Hidrodinamika plovnih objekata I*, *Hidrodinamika plovnih objekata II*, *Osnove dinamike plovnih objekata*, *Propulzori broda* i *Pomorstvenost plovnih objekata*.

Godine 2009. provela je mjesec dana na stručnom usavršavanju u Brodarskom institutu u Zagrebu, te mjesec dana na Instituto Superior Tecnico u Lisabonu, gdje se bavila proučavanjem utjecaja morskih valova na otpor broda. Godine 2010. je zahvaljujući stipendiji programa ERASMUS provela tri mjeseca na Sveučilištu u Trstu, gdje se bavila primjenom RDF metoda za procjenu hidrodinamičkih značajki gliserskih plovila.

U koautorstvu ima objavljena tri članka u časopisima i sedam radova u zbornicima skupova s recenzijom. Osim poznavanja engleskog jezika i talijanskog jezika, vrlo dobro se služi i francuskim jezikom.

Oznaka: D.D. Tek. broj: UDK: 629.5.015.24:532.51:519.863:004.421.2(043)

## NUMERIČKA OPTIMIZACIJA HIDRODINAMIČKIH ZNAČAJKI FORME BRODA U MIRNOJ VODI

Dunja Matulja

Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
Hrvatska

Ključne riječi: hidrodinamika broda  
potencijalno strujanje  
nelinearni rubni uvjet  
napeti splajn  
optimizacija  
genetski algoritam

Sažetak:

U radu se opisuje postupak numeričke optimizacije hidrodinamičkih značajki forme broda u mirnoj vodi. Ideja je da se forma broda optimizira samo izmjenom oblika pramčanog bulba i pramčanog ramena, dok ostale karakteristike forme ostaju nepromijenjene. Postupak se temelji na nelinearnoj metodi potencijalnog strujanja za proračun optjecanja, te na genetskom algoritmu kao optimizacijskoj metodi. Realiziran je računalni program koji određuje značajke optjecanja brodske forme metodom potencijalnog strujanja s nelinearnim rubnim uvjetom. Razvijen je i program za automatsko generiranje mreže koji prati i prikazuje trenutni oblik oplakivane i slobodne površine. U radu je prikazana provjera i vrednovanje razvijene nelinearne metode, te su rezultati numeričkog proračuna uspoređeni s dostupnim eksperimentalnim vrijednostima. Zatim, opisani su tijek i karakteristike optimizacijskog postupka. Razmatrane su dvije različite funkcije cilja: smanjenje otpora valova i smanjenje valnih elevacija u području pramca, a dobiveni rezultati grafički su prikazani i analizirani. Uspoređene su vrijednosti značajki strujanja za početnu i optimiziranu formu kroz određeno područje brzina. U skladu s odabranim parametrima optimizacijskog algoritma, postignute su povoljnije hidrodinamičke značajke forme broda, na temelju kojih se može očekivati i smanjenje sile ukupnog otpora.

Mentor: Prof. dr. sc. Roko Dejhalla, dipl. ing.  
Povjerenstvo za ocjenu: Prof. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.  
Prof. dr. sc. Roko Dejhalla, dipl. ing.  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.  
Povjerenstvo za obranu: Prof. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.  
Prof. dr. sc. Roko Dejhalla, dipl. ing.  
Prof. dr. sc. Nastia Degiuli, dipl. ing.

Datum obrane:

UDK: 629.5.015.24:532.51:519.863:004.421.2(043)

Ključne riječi

hidrodinamika broda  
potencijalno strujanje  
nelinearni rubni uvjet  
napeti splajn  
optimizacija  
genetski algoritam

DD

I. Numerička optimizacija  
hidrodinamičkih značajki forme  
broda u mirnoj vodi  
I  
Matulija, D.  
Sveučilište u Rijeci  
II  
Tehnički fakultet  
Hrvatska

Code: D.D.

No.

UDC: 629.5.015.24:532.51:519.863:004.421.2(043)

## NUMERICAL OPTIMIZATION OF THE SHIP HULL HYDRODYNAMIC CHARACTERISTICS IN STILL WATER

Dunja Matulja

University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
Croatia

Key words: ship hydrodynamics  
potential flow  
nonlinear boundary condition  
spline in tension  
optimization  
genetic algorithm

### Summary:

A numerical optimization method of the hydrodynamic hull form characteristics in calm water is presented. The idea is to optimize the hull form by just changing the bulbous bow and the fore part shape, while keeping unmodified the other characteristics. The procedure is based on a non-linear potential flow method as flow solver, and the genetic algorithm is used as optimization tool. A computer program based on the potential flow with nonlinear boundary conditions has been developed to determine the characteristics of the flow. An automatic mesh generator has also been developed, in order to arrange and display the current shape of the wetted surface and of the free surface. The verification and the validation of the developed nonlinear method have been performed, and the results of the numerical calculation have been compared to the available experimental values. Furthermore, the optimization procedure has been described. Two different objective functions have been considered: the reduction of wave resistance and the reduction of wave elevation at the bow, and the obtained results have been analyzed and presented and graphically. The flow characteristics of the initial and optimized hull form have been compared over a speed range. Considering the predefined parameters of the optimization algorithm, a significant improvement of the hydrodynamic characteristics has been achieved, so a total resistance reduction can also be expected.

Mentor: Prof. Roko Dejhalla, D. Sc  
Reviewers: Prof. Jasna Prpić-Oršić, D. Sc  
Prof. Roko Dejhalla, D. Sc  
Prof. Nastia Degiuli, D. Sc  
Examiners: Prof. Jasna Prpić-Oršić, D. Sc  
Prof. Roko Dejhalla, D. Sc  
Prof. Nastia Degiuli, D. Sc

Oral examination:

UDC: 629.5.015.24:532.51:519.863:004.421.2(043)

Key words:

ship hydrodynamics

potential flow

nonlinear boundary condition

spline in tension

optimization

genetic algorithm

DD  
1. Numerical optimization of the

ship hull hydrodynamic

characteristics in still water

I Matulja, D.

II University of Rijeka

Faculty of Engineering

Croatia