Korištenje softwarea JASP u statističkoj analizi podataka

Matešić, Raul

Undergraduate thesis / Završni rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:190:445278

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Sveučilišni prijediplomski studij strojarstva

Završni rad

KORIŠTENJE SOFTWAREA JASP U STATISTIČKOJ ANALIZI PODATAKA

Rijeka, srpanj 2024.

Raul Matešić

0069093318

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Sveučilišni prijediplomski studij strojarstva

Završni rad

KORIŠTENJE SOFTWAREA JASP U STATISTIČKOJ ANALIZI PODATAKA

Mentorica: izv. prof. dr. sc. Loredana Simčić

Rijeka, srpanj 2024.

Raul Matešić

0069093318

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET
POVJERENSTVO ZA ZAVRŠNE ISPITE

Rijeka, 08.03.2024.

Zavod: Zavod za matematiku, fiziku i strane jezike
Predmet: Inženjerska statistika

ZADATAK ZA ZAVRŠNI RAD

Pristupnik: **Raul Matešić (0069093318)**
Studij: Sveučilišni prijediplomski studij strojarstva (1010)

Zadatak: **Korištenje softwarea JASP u statističkoj analizi podataka / Use of JASP software in statistical data analysis**

Opis zadatka:

U završnom radu je potrebno opisati software JASP i njegove module. Za odabrane module je potrebno dati odgovarajuću teorijsku podlogu te korištenje modula detaljno objasniti na primjerima. Korištenjem svih opisanih modula potrebno je napraviti statističku analizu skupa stvarnih podataka.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanja diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

Zadatak uručen pristupniku: 20.03.2024.

Mentor:
izv. prof. dr. sc. Loredana Simčić

Predsjednik povjerenstva za završni ispit:
izv. prof. dr. sc. Samir Žic

IZJAVA O AUTORSTVU ZAVRŠNOG RADA I JAVNOJ OBJAVI OBRANJENOG ZAVRŠNOG RADA

Ime i prezime studenta: **Raul Matešić**

Matični broj studenta: **0069093318**

Naslov rada: **Korištenje softwarea JASP u statističkoj analizi podataka**

Izjavljujem da sam ovaj rad samostalno izradio, te da su svi dijelovi rada, nalazi ili ideje koje su u radu citirane ili se temelje na drugim izvorima, bilo da su u pitanju knjige, znanstveni ili stručni članci, Internet stranice, zakoni i sl. navedeni u popisu literature.

Izjavljujem da kao student–autor završnog rada, dozvoljavam Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci da ga trajno javno objavi i besplatno učini dostupnim javnosti u cjelovitom tekstu u mrežnom digitalnom repozitoriju Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci.

U svrhu podržavanja otvorenog pristupa završnim radovima trajno objavljenim u javno dostupnom digitalnom repozitoriju Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, ovom izjavom dajem neisključivo imovinsko pravo iskorištavanja, bez sadržajnog, vremenskog i prostornog ograničenja, mog završnog rada kao autorskog djela pod uvjetima *Creative Commons* licencije CC BY Imenovanje, prema opisu dostupnom na http://creativecommons.org/liceses/.

U Rijeci, **9. srpnja 2024.**

Potpis studenta/studentice: ____________________

ZAHVALA

Želim se zahvaliti svojoj mentorici izv. prof. dr. sc. Loredani Simčić koja mi je pružila podršku i pomoć svojim savjetima i idejama tijekom izrade ovog završnog rada. Hvala Vam na strpljenju i utrošenom vremenu.

Sadržaj:

1. UVOD

Statistika je znanstvena disciplina koja se bavi prikupljanjem, klasificiranjem, organiziranjem podataka, donošenjem specifičnih zaključaka temeljenih na tim podacima, te daljnjim predviđanjem na temelju dobivenih zaključaka. Obično se podaci prikupljaju u skupu koji sadrži vrlo mnogo, ponekad čak i beskonačno mnogo elemenata. Na primjer, može se razmotriti skup rezultata ispita u školi, skup podataka o prometu na određenoj prometnici ili skup informacija o kupcima u online trgovini.

Skup svih promatranih elemenata naziva se populacija. Međutim prilikom prikupljanja statističkih podataka, često nije moguće promatrati cijelu populaciju, već se odabire određeni uzorak. Važno je odabrati tzv. reprezentativni uzorak, odnosno uzorak koji će adekvatno predstavljati cjelokupnu populaciju i omogućiti donošenje valjanih i pouzdanih zaključaka.

Nakon prikupljanja empirijskih podataka, obično su podaci neorganizirani, pa je sljedeći korak njihovo razvrstavanje i uređivanje. Ovim zadatcima se bavi grana statistike poznata kao deskriptivna statistika.

U istraživanjima i tehničkim znanostima, istraživanja su uobičajeno povezana s mjerenjem određenih fizikalnih veličina. Rezultati mjerenja izražavaju se brojevima, stoga se koristi izraz "brojčani" ili "numerički podaci". Ako na rezultate mjerenja tj. opažanja utječu tzv. slučajni faktori, tada se ti podaci nazivaju statističkim podatcima. To znači da je priroda promatrane pojave takva da nisu svi mogući utjecaji na proces koji dovodi do konačnog rezultata podložni kontroli, odnosno, da je promatrani proces slučajan.

Kroz ovaj rad istražit će se korištenje programa JASP u statističkoj analizi podataka. Fokus će biti na opisivanju, objašnjavanju i primjeni osnovnih statističkih metoda kao što su deskriptivna statistika, t-testovi i analiza varijance (ANOVA), te zaključno demonstraciji kako se deskriptivna statistika te t-testovi i analize varijance mogu provesti i interpretirati unutar programa JASP. Prikazat će se praktični primjeri iz različitih područja kao što su medicina, tehničke znanosti psihologija i ekonomija kako bi se pokazala primjenjivost ovog softvera.

2. PRIKAZIVANJE STATISTIČKIH PODATAKA

Kada analiziramo velik skup podataka, nije moguće pojedinačno promatrati svaki podatak jer sam po sebi ne govori puno. Stoga, prvi korak u obradi podataka je njihovo grupiranje. Ukoliko je svojstvo koje proučavamo kvantitativno, podaci se izražavaju numeričkim vrijednostima, dok u slučaju kada je svojstvo atributivno, podaci poprimaju opisne vrijednosti (npr. dobar-loš). Kada je riječ o kvantitativnim obilježjima razlikujemo slučajeve u kojima podaci poprimaju samo vrijednosti iz diskretnog (konačnog ili prebrojivog) skupa, odnosno u kojima mogu poprimiti vrijednosti iz nekog intervala u skupu realnih brojeva. U prvom se slučaju govori o diskretnom, a u drugom o neprekidnom statističkom obilježju. Kada promatramo veliki neuređeni skup podataka, prvi korak uključuje tabliciranje i razvrstavanje podataka u odgovarajuće razrede.

Prvi korak pri analizi velikog i neuređenog skupa podataka je organizacija i klasifikacija podataka putem tablica i razvrstavanje u odgovarajuće kategorije. Dakle, ključno je primijetiti vrijednosti koje obilježavaju promatrano obilježje, bilo da se radi o diskretnim ili neprekidnim vrijednostima, i zatim, prema vlastitoj procjeni, organizirati ih u određene kategorije ili razrede. U slučaju diskretnih podataka, obilježje razreda određivat će pojedinačne vrijednosti, dok će kod neprekidnih podataka to biti odgovarajući raspon ili interval. Nakon što definiramo razrede, nužno je prebrojati koliko podataka ima u svakom od tih razreda. Broj elemenata u određenom razredu nazivamo frekvencijom tog razreda. Proces razvrstavanja podataka u određene razrede i određivanje njihovih frekvencija nazivamo distribucijom frekvencija. Svaki razred ima svoju vrijednost obilježja x_i i pripadajuću frekvenciju f_i.

Ako se broj razreda označi s n, tada je broj podataka u statističkom skupu jednak $N = \sum_{i=1}^{n} fi$ U diskretnom je slučaju vrijednost obilježja broj x_i , a u kontinuiranom slučaju je to interval $[x_i, x_{i+1})$.

Nakon distribucije frekvencija, svakom se razredu može pridružiti relativna frekvencija za koju vrijedi $f_{ri} = \frac{fi}{N}$. Vrijedi $\sum_{i=1}^{N} f_{ri} = 1$.

Kumulativna frekvencija definira se s $f_{ki} = \sum_{j=1}^{i} f_j$, a kumulativna relativna frekvencija s $f_{kri} = \sum_{j=1}^{i} f_{rj}$.

Dosad navedene frekvencije mogu se prikazati grafički kako bi se lakše prikazali podatci. Podatci se mogu prikazati pomoću dijagrama frekvencija ili histograma.

Dijagram se crta tako da se na x-os nanose vrijednosti obilježja, a na y-os vrijednosti frekvencija, relativnih frekvencija ili kumulativnih frekvencija. Spajanjem točaka dobija se dijagram frekvencija. Histogram je dijagram na kojem su prikazani pravokutnici čija je visina proporcionalna frekvenciji pripadajućeg podatka.

3. ODREĐIVANJE NUMERIČKIH KARAKTERISTIKA STATISTIČKOG SKUPA

Kada je riječ o opsežnijem skupu statističkih podataka, pored tabličnog prikaza ili grafikona, može se postaviti zahtjev za još sažetijim prikazom promatranog skupa pomoću jednog ili više parametara. Svaki statistički skup ima dvije osnovne karakteristike: centralna tendencija (kumulacija podataka oko određene vrijednosti) i disperzija podataka (rasipanje podataka oko te vrijednosti).

Aritemtička sredina je jedan od najvažnijih pokazatelja centralne tendencije. Ona daje prosjek elemenata statističkog skupa. Za aritmetičku sredinu negrupiranih podataka vrijedi $\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i$, a za podatke grupirane u n razreda $\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f_i x_i$. Za aritmetičku sredinu vrijede određena svojstva:

1. Zbroj odstupanja podataka od aritmetičke sredine uvijek je jednak 0 tj. $\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x}) = 0$.
2. Zbroj kvadrata odstupanja podataka od aritmetičke sredine uvijek je manje od zbroja odstupanja podataka od bilo kojeg drugog broja c $\in R$ tj. $\sum_{i=1}^{N}(x_i - c)^2 \geq \sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$.
3. Ako se svaka vrijednost statističkog skupa pomnoži s nekom konstantom a onda je aritmetička sredina tog skupa jednaka $a\bar{x}$.
4. Neka su A i B skupovi koji mjere isto obilježje. Skup A ima m elemenata i aritmetičku sredinu $\bar{x}$, a skup B ima n elemenata i aritmetičku sredinu $\bar{y}$. Definiramo skup C kao C=A∪B. Tada je aritmetička sredina skupa C $\bar{z}$ jednaka $\bar{z} = \frac{m\bar{x}+n\bar{y}}{m+n}$.

Osim aritmetičke sredine ponekad je pogodno koristiti neke druge pokazatelje srednje mjere statističkog skupa kao što su harmonijska sredina, geometrijska sredina ili prosječna vrijednost k-tog stupnja.

Harmonijska sredina je recipročna vrijednost aritmetičke sredine recipročnih vrijednosti elemenata statističkog skupa. Za negrupirane podatke vrijedi $X_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{x_i}}$, a za grupirane u n razreda vrijedi

$X_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n}\frac{f_i}{x_i}}$.

Geometrijska sredina predstavlja n-ti korijen umnoška svih članova statističkog skupa. Za negrupirane podatke se računa po formuli: $x_g = \sqrt[N]{x_1 * x_2 * \ldots * x_n}$. Za podatke grupirane u n razreda koristi se formula: $x_g = \sqrt[n]{{x_1}^{f_1} * {x_2}^{f_2} * \ldots * {x_n}^{f_n}}$.

Prosječna vrijednost k-tog stupnja za negrupirane podatke računa se po formuli:

$x_k = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} {x_i}^k}$, a za grupirane u n razreda $x_k = \sqrt[k]{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i {x_i}^k}$.

Mod ili tjemena vrijednost je također jedan od pokazatelja centralne tendencije. To je vrijednost mjernog obilježja kojoj pripada najveća frekvencija.

Medijan je veličina za koju vrijedi da je pola podataka u statističkom skupu manje odnosno pola veće od vrijednosti medijana. Promjena najmanje i najveće vrijednosti podataka u statističkom skupu neće utjecati na promjenu medijana dok kod aritmetičke sredine promjena bilo koje vrijednosti utjecati će na njenu promjenu.

Pored pokazatelja centralne tendencije, bitni su parametri koji opisuju raspršenost podataka oko središnje vrijednosti statističkog skupa, pružajući njegovu kompletniju sliku. Kao mjera raspršenosti nameće se raspon podataka koji je definiran kao razlika najveće i najmanje mjere statističkog skupa. Negativna karakteristika raspona podataka je to što je definiran samo najvećom i najmanjom vrijednošću, te na njega ne utječe promjena ostalih elemenata skupa. Logično bi bilo definirati zbroj odstupanja od aritmetičke sredine kao pokazatelj raspršenosti. No, kako jedno od svojstava aritmetičke sredine govori kako je zbroj odstupanja od aritmetičke sredine jednak nuli, kao mjeru se uzima prosječno apsolutno odstupanje koje je definirano s $D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} |x_i - \bar{x}|$. Uobičajeno se kao pokazatelj raspršenosti podataka koristi varijanca σ^2 tj. srednje kvadratno odstupanje podataka statističkog skupa od aritmetičke sredine.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^2$$

Standardna devijacija ili standardno odstupanje koju definiramo kao $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ ima prednost u odnosu na varijancu iz razloga što ima jednaku mjernu jedinicu kao i podatci iz statističkog skupa kojeg promatramo.

Kao pokazatelje smještaja podataka statističkog skupa može se definirati kvartile. Prvi kvartil Q_1 je onaj podatak za kojeg vrijedi da je četvrtina podataka statističkog skupa manje od njega. Treći kvartil Q_3 je onaj podatak za kojeg vrijedi da je tri četvrtine podataka statističkog skupa manje od njega, dok je drugi kvartil Q_2 zapravo medijan. Iz dosada definiranog može se logički zaključiti da će nulti kvartil zapravo biti najmanji element, a četvrti kvartil najveći element statističkog skupa. Interkvartilni raspon je mjera rasapa podataka oko medijana, a definira se kao razlika između trećeg i prvog kvartila. $R_2 = Q_3 - Q_1$.

Za ocjenu reprezentativnosti pokazatelja centralne tendencije, odnosno aritmetičke sredine i medijana, koriste se relativne mjere rasapa koje ne ovise o mjernoj jedinici ulaznih podataka. Koeficijent varijacije je pokazatelj reprezentativnosti aritemtičke sredine te se računa po formuli: $V = \frac{\sigma}{\bar{X}}$. Koeficijent kvartilne devijacije je pokazatelj reprezentativnosti medijana te se računa po formuli: $V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$.

Može se reći da je neki od pokazatelja reprezentativan ako je njemu pripadna relativna mjera rasapa manja od 0,3.

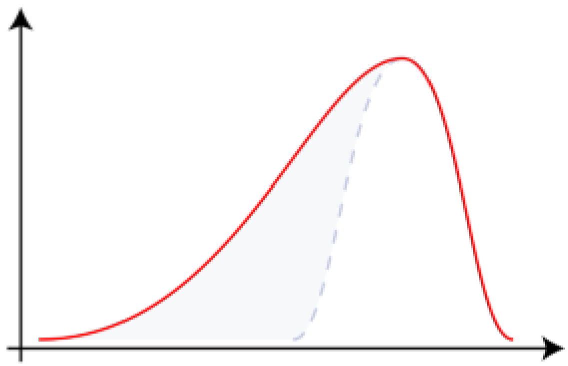
Standardna pogreška aritmetičke sredine je mjera koja pokazuje koliko aritmetička sredina skupa podataka odstupa od aritmetičke sredine populacije. Što je reprezentativni skup podataka veći to je standardna pogreška aritmetičke sredine manja. Iako se ne koriste u generalnoj deskriptivnoj statistici, intervali povjerenja koriste se u mnogim drugim statističkim testovima. Interval povjerenja aritmetičke sredine n% predstavlja raspon podataka za kojeg se može s n% sigurnošću reći da sadrži pravu aritmetičku sredinu skupa. Razlikuju se interval povjerenja aritmetičke sredine, interval povjerenja varijance i interval povjerenja standardne devijacije.

Još se može definirati centralne momente k-tog reda koji se računaju formulom: $M_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} f_i (x_i - \bar{x})^k$. Pomoću centralnih momenata trećeg i četvrtog reda definiraju se parametri oblika, a to su koeficijent asimetrije i spljoštenosti.

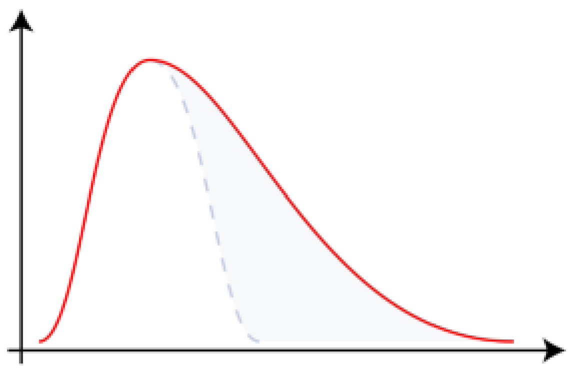
Koeficijent asimetrije: $\alpha_3 = \frac{M_3}{\sigma_3}$, a koeficijent spljoštenosti: $\alpha_4 = \frac{M_4}{\sigma_4}$. Dodatno se definira koeficijent kurtosis s $k = \alpha_4 - 3$.

Za podatke koji su simetrično raspoređeni oko aritmetičke sredine vrijediti će da je $M_3 = 0$, dok za podatke koji su „rašireniji“ s lijeve , a „zbijeniji“ s desne strane aritmetičke sredine biti će $M_3 < 0$. Za $M_3 > 0$ vrijedi obrnuto. Isto vrijedi i za koeficijent asimetrije.

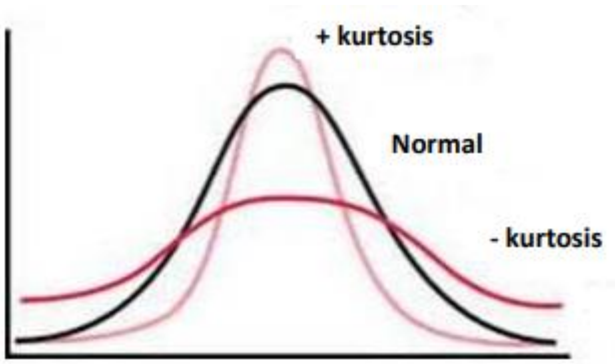
Kod koeficijenta spoljoštenosti, za $\alpha_4 = 3$ govori se o normalnoj spljoštenosti.



Slika 3.1. Negativna asimetrija



Slika 3.2. Pozitivna asimetrija



Slika 3.3. Spljoštenost

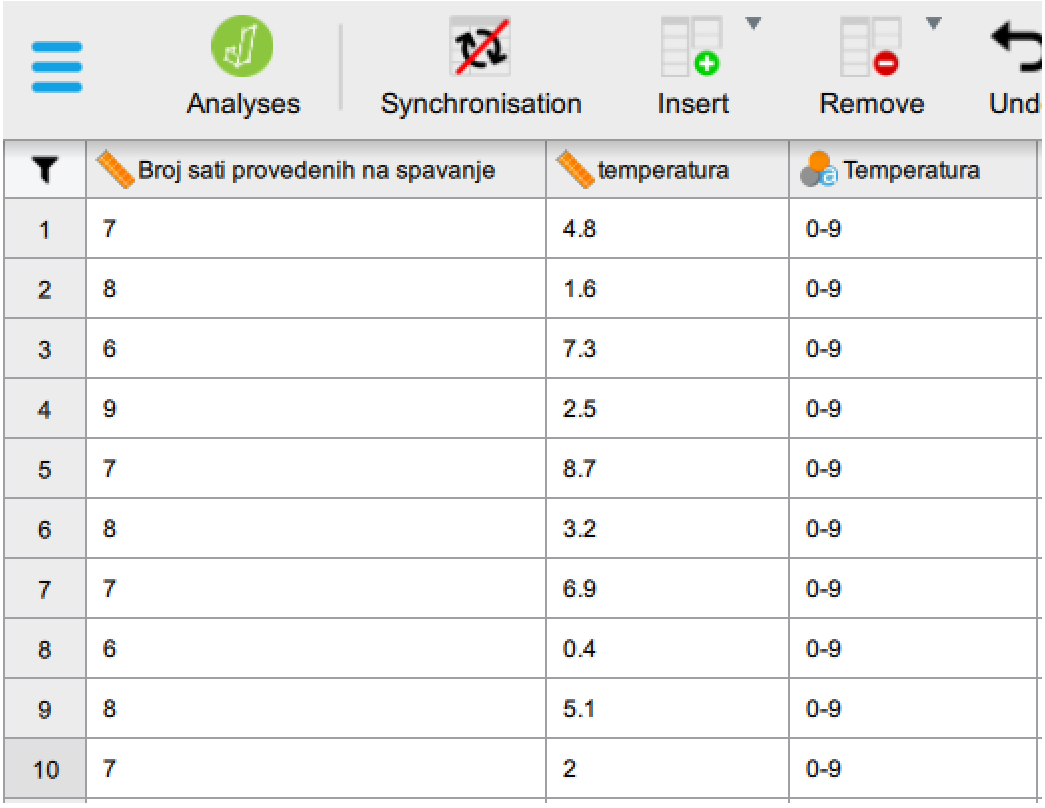
4. DESKRIPTIVNA STATISTIKA U PROGRAMU JASP

JASP je besplatan sveobuhvatni „open-source“ programski alat za statističku analizu podataka. Dizajniran je za laku upotrebu i nudi standardne postupke analize u klasičnom i Bayesovom obliku. Podržava širok spektar statističkih metoda uključujući parametarske i neparametarske testove, regresijske analize, analize varijance (ANOVA), kao i Bayesove metode. Svojim intuitivnim korisničkim sučeljem, JASP omogućuje korisnicima laku provedbu analize podataka, prateći korake i interpretirajući rezultate na jasan i pristupačan način. U nastavku proučiti će se modul „descriptives“ i njegove funkcije.

Prije samog početka statističke analize podataka potrebno je te iste podatke učitati. Podatci se u JASP mogu ručno upisivati ili se mogu učitati. JASP ima vlastiti format datoteke .jasp, ali podržava i razne druge formate od kojih se .csv („comma separated values“) .txt („plain text“) i .tsv („tab-separated values“) mogu snimiti u Excelu te .sav, .ods, .dta, .por, .Sas7bdat i .xpt.

JASP razlikuje tri vrste varijabli nominalne, redne i kontinuirane. Pri učitavanju podataka JASP pokuša najbolje pogoditi o kojoj vrsti varijable je riječ. U slučaju da je krivo pretpostavljeno lako se može promijeniti vrsta varijable klikom na naslov stupca i odabriom točne vrste varijable.

Za grupiranje, tabeliranje i grafički prikaz podataka u računalom programu JASP postoje vrlo jednostavne funkcije koje to omogućavaju. Kao primjer diskretnog statističkog obilježja uzet će se skup koji prikazuje broj sati koje 50 različitih ljudi provede na spavanje, a kao primjer kontinuiranog statističkog obilježja prosječna temperatura u celzijevim stupnjevima zabilježena kroz 100 dana. Podatci kontinuiranog statističkog obilježja moraju biti grupirani u razrede radi lakšeg prikaza frekvencija. U ovom slučaju podatci su ručno grupirani. Podatci za određeno statističko obilježje upisuju se u stupce te mogu biti brojčani ili nominalni.



	Broj sati provedenih na spavanje	temperatura	Temperatura
1	7	4.8	0-9
2	8	1.6	0-9
3	6	7.3	0-9
4	9	2.5	0-9
5	7	8.7	0-9
6	8	3.2	0-9
7	7	6.9	0-9
8	6	0.4	0-9
9	8	5.1	0-9
10	7	2	0-9

Slika 4.1. Izgled prozora s podacima

Korištenjem modula „descriptives“ te klikom na padajući izbornik „tables“ te zatim na njegovu funkciju „frequency tables“ dobije se tablični prikaz grupiranih podataka te njihove pripadajuće frekvencije (frequency), relativne frekvencije (percent/valid percent) te relativne kumulativne frekvencije (cumulative percent).

Frequency Tables

Frequencies for Broj sati provedenih na spavanje

Broj sati provedenih na spavanje	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
6	13	26.000	26.000	26.000
7	16	32.000	32.000	58.000
8	14	28.000	28.000	86.000
9	7	14.000	14.000	100.000
Missing	0	0.000		
Total	50	100.000		

Slika 4.2. Tablični prikaz frekvencija diskretnog obilježja

Frequency Tables

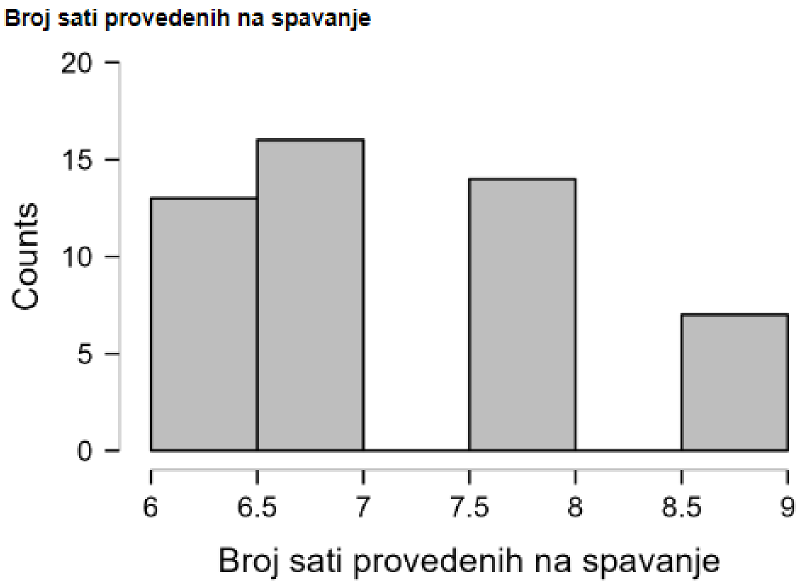
Frequencies for Temperatura

Temperatura	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
0-9	15	14.706	15.000	15.000
10-19	31	30.392	31.000	46.000
20-29	29	28.431	29.000	75.000
30-39	25	24.510	25.000	100.000
Missing	2	1.961		
Total	102	100.000		

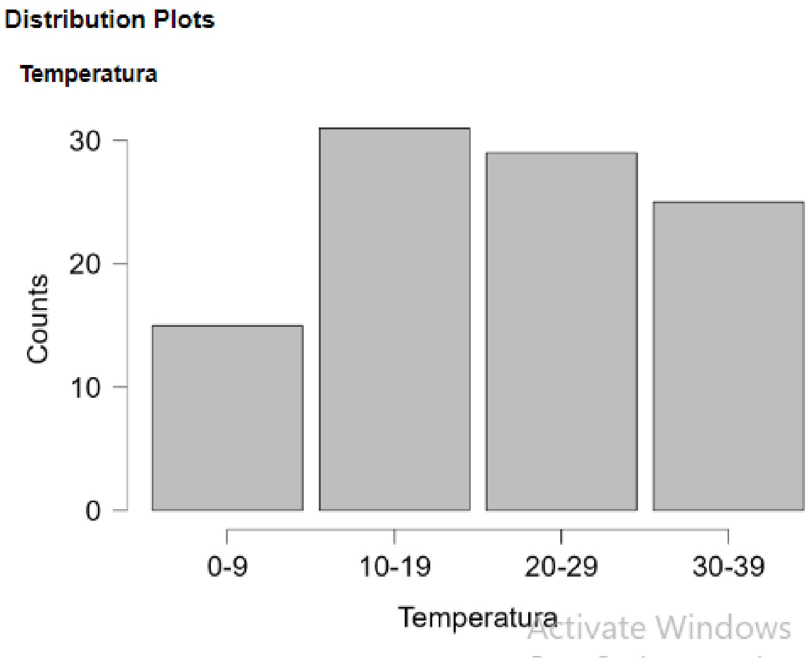
Slika 4.3. Tablični prikaz frekvencija grupiranog kontinuiranog obilježja

Histogram se može nacrtati klikom na padajući izbornik „basic plots“ te zatim na funkciju „distribution plots“.

Distribution Plots

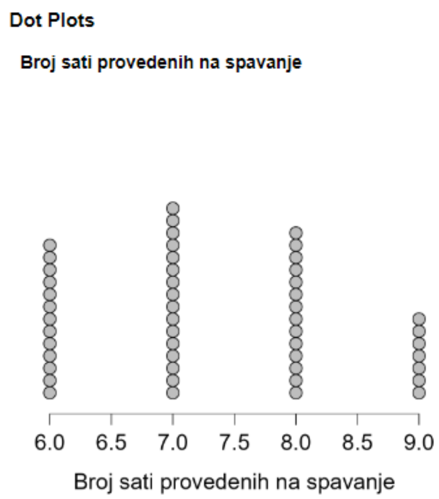


Slika 4.4 Histogram frekvencija diskretnog obilježja

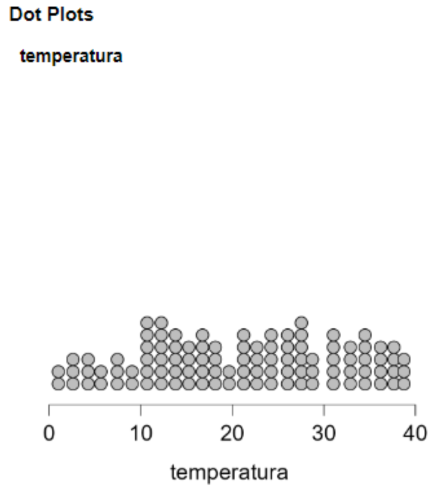


Slika 4.5. Histogram frekvencija kontinuiranog obilježja

„Dot plot“ prikazuje distribuciju gdje svaka točka prikazuje određenu vrijednost. Ako se vrijednost pojavljuje više od jednom točke se slažu jedna na drugu te tako visina određenog stupca vrijednosti prikazuje njenu frekvenciju.

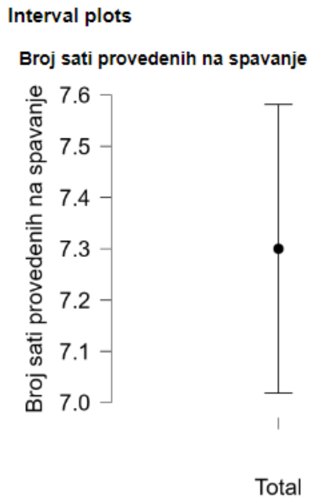


Slika 4.6. Dot plot diskretnog obilježja

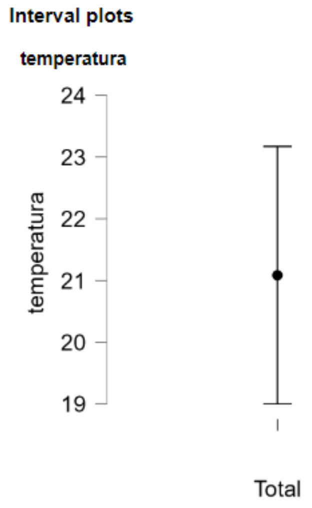


Slika 4.7. Dot plot kontinurianog obilježja

„Interval plot" prikazuje interval od 95% pouzdanosti za aritmetičku sredinu svake varijable.

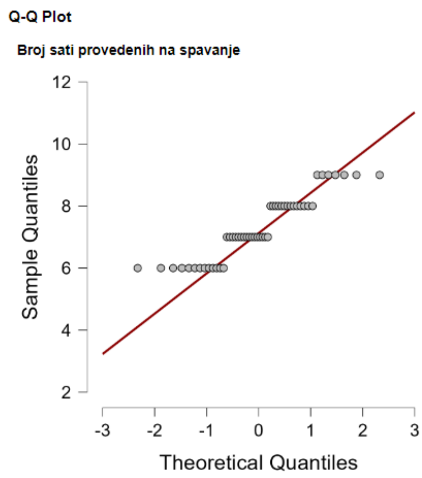


Slika 4.8. Interval plot diskretnog obilježja

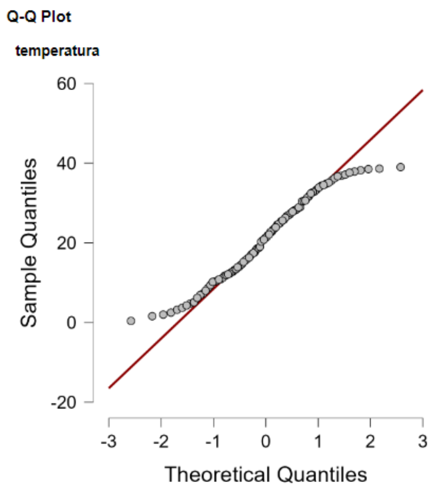


Slika 4.9. Interval plot kontinuiranog obilježja

„Q-Q plot“ (kvartil – kvartil dijagram) može se koristiti kako bi se vizualno utvrdilo da li je skup podataka normalno distribuiran. Ako su podatci normalno distribuirani točke na grafu će padati na ili blizu referentne linije, ako nisu točke će odstupati od referente linije.

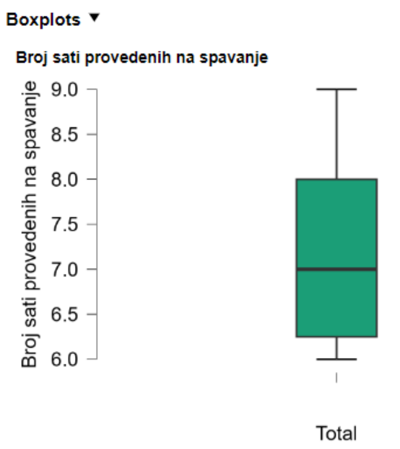


Slika 4.10. Q-Q plot diskretnog obilježja

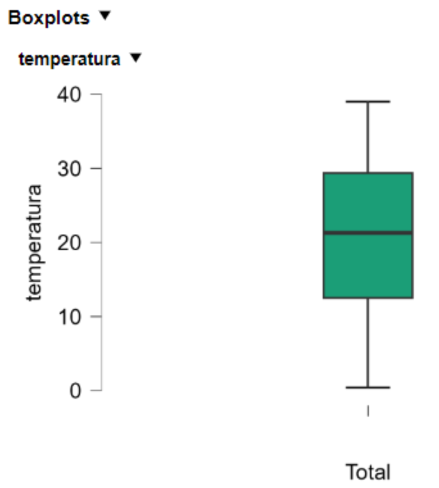


Slika 4.11. Q-Q plot kontinuiranog obilježja

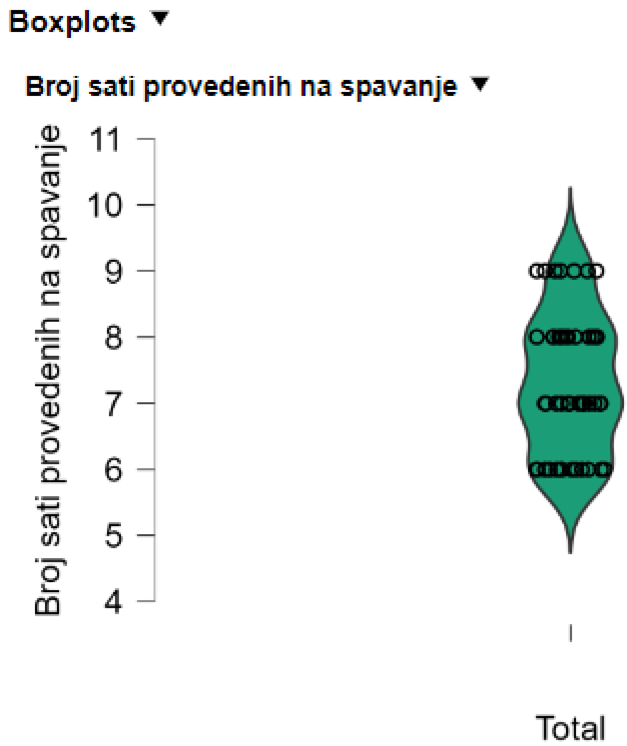
Koristeći padajući izbornik „customizable plots“ te funkciju „box plot“ možemo prikazati box plot koji objedinjuje 5 karakteristika statističkog skupa, a to su minimum, maksimum, prvi kvartil, medijan ili drugi kvartil i treći kvartil. Osim box plot prikaza može se koristiti i „violin element“ koji bolje prikazuje oblik raspodjele podataka u skupu. Za najbolji prikaz raspodjele podataka u skupu može se koristiti opcija „jitter element“ koja prikazuje distribucije svakog od podataka u skupu.



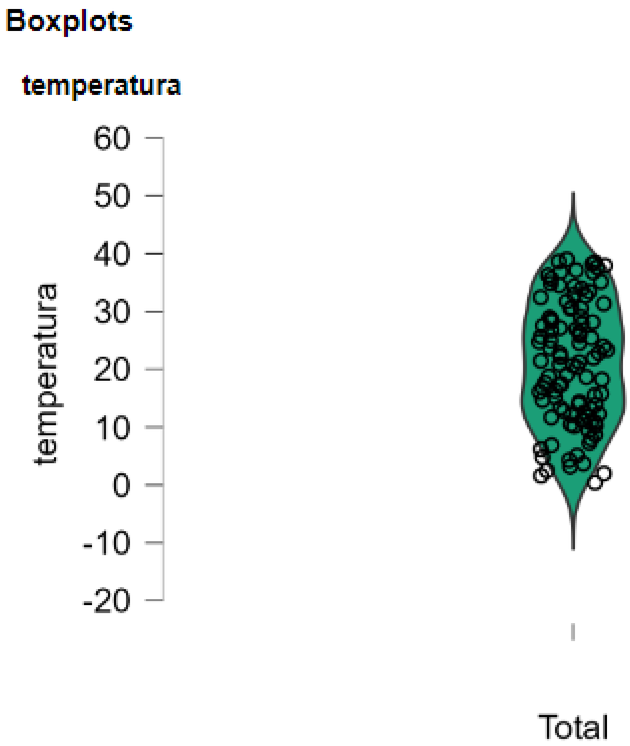
Slika 4.12. Box plot diskretnog obilježja



Slika 4.13. Box plot kontinuiranog obilježja

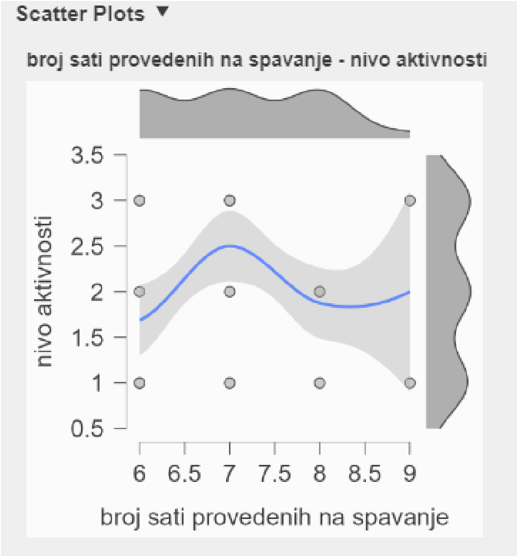


Slika 4.14. Violin i jitter element diskretnog obilježja



Slika 4.15. Violin i jitter element kontinurianog obilježja

JASP također može crtati tzv. „scatter plots“ ako na raspolaganju ima dvije numeričke varijable. Svaka točka na grafu ima pripadajuću vrijednost jedne i druge varijable. Na grafu je također prikazana regresijska linija koja može biti krivulja ako se odabere funkcija „smooth“ ili pravac ako se odabere funkcija „linear“. Također postoje opcije kojima se može dodati prikaz distribucije za pojedinu varijablu koji može biti „histogram“ ili „density plot“. Za primjer će se uzeti skup sati provedenih na spavanje i skup nivoa aktivnosti tih osoba gdje 1 predstavlja najmanji nivo aktivnosti, a 3 najveći. Prikazani „scatter plot“ ima krivulju kao regresijsku liniju i „density plot“ kao prikaz distribucije varijabli.



Slika 4.16. Scatter plot

Pokazatelje centralne tendencije može se izračunati vrlo jednostavno, te grupiranje podataka nije potrebno. Koristeći modul „descriptive“ te klikom na padajući izbornik „statistics“ i pod „central tendency“ odabiru se pokazatelji centralne tendencije koji se žele izračunati. „Mean“ daje vrijednost aritmetičke sredine statističkog skupa, „median“ daje medijan statističkog skupa, a „mode“ daje mod statističkog skupa.

Descriptive Statistics ▼

	Broj sati provedenih na spavanje
Valid	50
Mode	7.000[a]
Median	7.000
Mean	7.300

[a] The mode is computed assuming that variables are discreet.

Slika 4.17. Pokazatelji centralne tendencije diskretnog obilježja

Descriptive Statistics

	temperatura
Valid	100
Mode	0.400[a]
Median	21.300
Mean	21.086

Slika 4.18. Pokazatelji centralne tendencije kontinuiranog obilježja

Pokazatelje rasapa podataka također je moguće izračunati na vrlo jednostavan način. Koristeći modul „descriptive“ te klikom na padajući izbornik „statistics“ i pod „dispersion“ odabiru se pokazatelji rasapa podataka koji se žele izračunati i prikazati. „Minimum“ vraća vrijednost najmanjeg elementa skupa, „maximum“ vraća vrijednost najvećeg elementa skupa, a „range“ vraća vrijednost raspona podataka. „MAD“ vraća vrijednost prosječnog apsolutnog odstupanja od aritmetičke sredine, a „variance“ vrijednost varijance skupa. Standardno odstupanje ili standardnu devijaciju dobije se korištenjem funckije „std. deviation“. Funkcija „quartiles“, koja se nalazi pod „quantiles“, vraća vrijednosti prvog, drugog i trećeg kvartila, a „IQR“ vraća vrijednost interkvartilnog raspona. Funkcija za računanje i prikaz koeficijenta varijacije nalazi se pod „dispersion“ i „coefficient of variation“.

Descriptive Statistics

	Broj sati provedenih na spavanje
Valid	50
Std. Deviation	1.015
Coefficient of variation	0.139
MAD	1.000
IQR	1.750
Variance	1.031
Range	3.000
Minimum	6.000
Maximum	9.000
25th percentile	6.250
50th percentile	7.000
75th percentile	8.000

Slika 4.19. Pokazatelji rasapa podataka diskretnog obilježja

Descriptive Statistics

	temperatura
Valid	100
Std. Deviation	10.637
Coefficient of variation	0.504
MAD	8.850
IQR	16.825
Variance	113.154
Range	38.600
Minimum	0.400
Maximum	39.000
25th percentile	12.525
50th percentile	21.300
75th percentile	29.350

Slika 4.20. Pokazatelji rasapa podataka kontinurianog obilježja

Standardnu pogrešku aritmetičke sredine i intervale povjerenja može se pronaći u padajućem izborniku „statistics" i pod „inference". „S.E. mean" vraća standardnu pogrešku aritmetičke sredine, dok „confidence interval for mean" vraća interval povjerenja za aritmetičku sredinu, „confidence interval for variance" vraća interval povjerenja za varijancu, a „confidence interval for std. deviation" vraća interval povjerenja za standardnu devijaciju. Također za svaki interval povjerenja može se odabrati željena razina pouzdanosti.

Descriptive Statistics

	Broj sati provedenih na spavanje
Valid	50
Std. Error of Mean	0.144
95% CI Mean Upper	7.589
95% CI Mean Lower	7.011
95% CI Std. Dev. Upper	1.135
95% CI Std. Dev. Lower	0.863
95% CI Variance Upper	1.288
95% CI Variance Lower	0.745

Slika 4.21. Standardna pogreška aritmetičke sredine i intervali povjerenja diskretnog obilježja

Descriptive Statistics

	temperatura
Valid	100
Std. Error of Mean	1.064
95% CI Mean Upper	23.197
95% CI Mean Lower	18.975
95% CI Std. Dev. Upper	11.607
95% CI Std. Dev. Lower	9.441
95% CI Variance Upper	134.731
95% CI Variance Lower	89.127

Slika 4.22. Standardna pogreška aritmetičke sredine i intervali povjerenja kontinuiranog obilježja

Ako se žele izračunati i prikazati pokazatelji oblika oni se mogu naći pod „statistics" pa „distribution". „Skewness" računa i prikazuje koeficijent asimetrije navedenog niza podataka dok „kurtosis" računa i prikazuje koeficijent kurtosis navedenog niza podataka.

Descriptive Statistics

	Broj sati provedenih na spavanje
Valid	50
Skewness	0.207
Std. Error of Skewness	0.337
Kurtosis	−1.041
Std. Error of Kurtosis	0.662

Slika 4.23. Pokazatelji oblika diskretnog obilježja

Descriptive Statistics

	temperatura
Valid	100
Skewness	−0.054
Std. Error of Skewness	0.241
Kurtosis	−1.047
Std. Error of Kurtosis	0.478

Slika 4.24. Pokazatelji oblika kontinuiranog obilježja

5. T-TEST

T-test je statistička metoda koja provjerava postoji li statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina dvaju uzoraka. Statistički značajna razlika je razlika utvrđena na uzorku, a za koju s visokim stupnjem sigurnosti (npr. 95% ili 99%) možemo tvrditi da se nije dogodila slučajno tj. kao posljedica slučajnog variranja aritmetičkih sredina uzoraka u odnosu na aritmetičku sredinu populacije.

Varijabla za koju se testira postojanje razlike između vrijednosti aritmetičkih sredina mora biti metrička. Metričke varijable su npr. dob, tjelesna težina, prihod. Ne-metrička varijabla je npr. školska kvalifikacija osobe (osnovna škola, srednja škola, fakultet...). Nadalje, metrička varijabla mora biti normalno distribuirana u sve tri varijante t-testa.

Postoje tri različita tipa t-testa. T-test za jedan uzorak (jednostavan t-test), t-test za nezavisne uzorke i t-test za zavisne (uparene) uzorke. Razlika između zavisnog i nezavisnog uzorka je u tome što kod zavisnog (uparenog) uzorka mjerene vrijednosti su dostupne u parovima. Parovi se dobivaju, primjerice, ponavljanim mjerenjima na istim osobama, dok nezavisni uzorci proizlaze iz osoba i mjerenja koja su nezavisna jedna o drugima.

Za svaki od navedenih tipova t-testa, postoje dvije njegove varijatne: dvostrani i jednostrani t-test. Jednostrani t-test može se dalje podijeliti u lijevo-strani i desno-strani t-test. Odabir između jednostranog i dvostranog t-testa, i treba li test biti lijevo-stran ili desno-stran ovisi o specifičnim istraživačkim pitanjima i hipotezama. Dvostrani t-test se koristi kada se želi testirati razlikuje li se vrijednost značajno od određene vrijednosti u bilo kojem smjeru. Koristan je kada postoji nesigurnost u smjer u kojem bi se promjena mogla dogoditi ili kada se žele pronaći razlike bez predviđanja određenog smjera. Jednostrani t-test se koristi kada je određeni smjer promjene ili razlike od interesa. Lijevostrani t-test provjerava je li promatrana vrijednost značajno manja od očekivane ili u skladu s nul-hipotezom. Koristi se kada se očekuje da će rezultat biti manji ili niži od određene vrijednosti ili prosjeka. Desnostrani t-test provjerava je li promatrana vrijednost značajno veća od očekivane. Koristi se kada se očekuje da će rezultat biti veći ili viši od određene vrijednosti ili prosjeka.

5.1. Jednostavan t-test

Jednostavan t-test koristi se kada se želi usporediti aritmetička sredina uzorka s poznatom referentnom aritmetičkom sredinom. Npr. želi se znati imaju li vijci koje kompanija proizvodi stvarno prosječno 10 grama. Prije nego što se može provesti t-test, moraju se definirati istraživačko pitanje i hipoteze, što određuje treba li se računati jednostrani ili dvostrani t-test. Istraživačko pitanje pomaže definirati predmet istraživanja. U slučaju jednostavnog t-testa pitanje za dvostrani t-test je postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina uzorka i populacije, a za jednostrani t-test je li vrijednost aritmetičke sredine uzorka značajno veća ili manja od vrijednosti aritmetičke sredine populacije. Idući korak je definirati hipoteze. Hipoteze su pretpostavke o realnosti čija ispravnost je moguća, no nije još dokazana. Uvijek su formulirane dvije hipoteze koje govore suprotno, i one su nul-hipoteza i alternativna hipoteza. Hipoteze za dvostrani jednostavan t-test su nul-hipoteza (H_0) koja kaže da je vrijednost aritmetičke sredine populacije jednaka vrijednosti aritmetičke sredine uzorka i alternativna hipoteza (H_1) koja kaže da vrijednost artimetičke sredine populacije nije jednaka vrijednosti aritmetičke sredine uzorka. Hipoteze za jednostrani jednostavan t-test su nul-hipoteza (H_0) koja govori da je vrijednost aritmetičke sredine populacije veća ili manja od vrijednosti aritmetičke sredine uzorka i alternativna hipoteza (H_1) koja govori da je vrijednost aritmetičke sredine populacije manja ili veća od vrijednosti aritmetičke sredine uzorka.

Kako bi se proveo jednostavan t-test potrebno je prvo izračunati t-vrijednost koja se izračunava dijeljenjem izmjerene razlike aritmetičkih sredina s raspršenjem u uzorku podataka. Što je veća magnituda t-vrijednosti, to više govori protiv nul-hipoteze. Izraz za navedenu *t*-vrijednost je

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$$

gdje je $\bar{x}$ aritmetička sredina uzorka, μ aritmetička sredina populacije, a $s_{\bar{x}}$ standardna pogreška aritmetičke sredine koja se računa kao $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$, gdje je s standardna devijacija populacije približno određena koristeći uzorak, a n veličina uzorka.

Kako bi se provjerilo odstupa li statistički značajno vrijednost aritmetičke sredine uzorka od vrijednosti aritmetičke sredine populacije treba se odrediti kritična t-vrijednost. Prvo je potrebno odrediti broj stupnjeva slobode, skraćeno df, koji se računa tako da se od veličine uzorka oduzme broj jedan, $df = n - 1$, i razina pouzdanosti za koju se obično uzima 95% ili 99%. Broj stupnjeva slobode ukazuje koliko vrijednosti smije slobodno varirati. Stupnjevi slobode su stoga broj neovisnih pojedinačnih informacija.

Kada su poznati koeficijent pouzdanosti, broj stupnjeva slobode i t-vrijednost može se odrediti kritična t-vrijednost koristeći tablicu t-vrijednosti, temeljenu na Studentovoj t-razdiobi. Ovisno o tome gleda li se za jednostrani ili dvostrani t-test, kritična t-vrijednost se očitava za koeficijent pouzdanosti 0.95 za jednostrani t-test ili 0.975 za dvostrani t-test.

ν \ α	.40	.25	.10	.05	.025	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32	318.31	636.62
2	.289	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	23.326	31.598
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.213	12.924
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.267	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.260	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.258	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.257	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.256	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

ν = degrees of freedom.

Slika 5.1. Tablica kritičnih t-vrijednosti

Kada je očitana kritična t-vrijednost ona se uspoređuje s izračunatom t-vrijednošću, ako je izračunata t-vrijednost manja od kritične t-vrijednosti, nema statistički značajne razlike između vrijednosti aritmetičkih sredina uzorka i populacije, a ako je izračunata t-vrijednost veća od kritične t-vrijednosti onda postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina promatranog uzorka i populacije te se nul-hipoteza odbacuje.

5.2. T-test za nezavisne uzorke

T-test za nezavisne uzorke određuje postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti artimetičkih sredina dvaju nepovezana uzorka. Koristi se kako bi se napravio zaključak o populaciji na temelju dva nezavisna uzorka. Npr. u tvornici vijaka želi se znati proizovode li dvije proizvodne linije vijke jednake težine. Ako je razlika u aritmetičkim sredinama dovoljno velika, pretpostavlja se da se dva uzorka razlikuju. T-test za nezavisne uzorke stavlja razliku aritmetičkih sredina u odnos prema standardnoj pogrešci aritmetičke sredine. Standardna pogreška aritmetičke sredine pokazuje koliko se aritmetička sredina raspršuje, odnosno pokazuje koliko je vjerojatno da će aritmetička sredina uzoraka biti udaljena od stvarne aritmetičke sredine populacije. Ako je fluktuacija aritmetičke sredine velika, to je pokazatelj da je velika razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju uzoraka, čak i slučajno. Stoga, što je veća razlika u aritmetičkim sredinama između dvaju uzoraka, a što je manja standardna pogreška aritmetičke sredine, manje je vjerojatno da je dana razlika u aritmetičkim sredinama dvaju uzoraka slučajna. Uzorci su nezavisni ako niti jedan slučaj ili osoba iz jednog uzorka ne može biti dodijeljen slučaju ili osobi iz drugog uzorka.

Želi li se provjeriti postoji li statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina dvaju uzoraka, mora se, prije provođenja t-testa, definirati istraživačko pitanje i hipoteze. U t-testu za nezavisne uzorke istraživačko pitanje obično glasi „postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju uzoraka?“. Nul-hipoteza za t-test za nezavisne uzorke govori da ne postoji razlika između aritmetičkih sredina dva uzorka u populaciji tj. vrijednosti aritmetičkih sredina dvije populacije su jednake ili dva uzorka su iz iste populacije H_0: $\mu_1 = \mu_2$, a alternativna hipoteza govori suprotno tj. da postoji razlika između aritmetičkih sredina dva uzorka u populaciji tj. vrijednosti aritmetičkih sredina dvije populacije nisu jednake ili dva uzorka nisu iz iste populacije, H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$. Kako bi se proveo t-test za nezavisne uzorke potrebna je jedna nezavisna varijabla koja ima dvije karakteristike ili grupe (npr. muško i žensko) i jednu metričku zavisnu varijablu (npr. prihod). Te dvije grupe biti će uspoređene u analizi. Pitanje je, razlikuju li se te dvije grupe u odnosu na zavisnu varijablu (prihod). Pretpostavke su sljedeće:

1. Postoje dva nezavisna uzorka ili grupe – uzorci moraju biti nezavisni, to znači da vrijednost u jednom uzorku ne smije utjecati na vrijednost u drugom uzorku
2. Varijable su metričke – vrijednost artimetičke sredine uzorka mora biti izračunata, to je jedino značajno ako su varijable metričke.
3. Varijable su normalno distribuirane – najtočniji rezultati se dobiju kada su podatci u oba uzorka normalno distribuirani, no postoje razlike u specijalnim slučajevima.

4. Varijance između grupa trebale bi biti slične – kako je varijanca potrebna da bi se izračunala t-vrijednost, varijance između grupa trebale bi biti slične.

Ako pretpostavke za t-test za nezavisne varijable nisu ispunjene, izračunata p-vrijednost može biti netočna. Međutim, ako su dva uzorka jednake veličine, t-test je prilično otporan na blagu asimetriju podataka, no ako se varijance značajno razlikuju, t-test nije otporan.

Ovisno o tome pretpostavlja li se da je varijanca između dva uzorka jednaka ili ne, koristi se drugačija formula za računanje t-vrijednosti. Razlikuju se varijance dva uzorka ili ne provjerava se Levenovim testom. Nul-hipoteza u Levenovom testu je da dvije varijance nisu različite. Ako je p-vrijednost dobivena Levenovim testom manja od 5%, pretpostavlja se da postoji razlika između varijanci dvaju uzorka.

U slučaju da Levenov test da p-vrijednost veću od 5%, pretpostavlja se da oba uzorka imaju jednaku varijancu pa se t-vrijednost računa kao $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$ gdje su $\bar{x}_1$ i $\bar{x}_2$ aritmetičke sredine prvog i drugog uzorka, a $s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$standardna devijacija razlike vrijednosti artimetičkih sredina i računa se po formuli: $s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ gdje su n_1 i n_2 veličine prvog i drugog uzorka, a s_p procijenjena vrijednost za standardnu devijaciju i računa se po formuli $s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$.

P-vrijednost se može odrediti pomoću tablice t-distribucije, a broj stupnjeva slobode dan je s $df = n_1 + n_2 - 2$.

S druge stranje, u slučaju da je Levenov test dao p-vrijednost manju od 5%, pretpostavlja se da se varijance uzoraka značajno razlikuju te se t-vrijednost računa pomoću $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}}$ gdje su s_1 i s_2 standardne devijacije prvog i drugog uzorka. Kao i prije, p-vrijednost slijedi iz tablice za t-distribuciju, a broj stupnjeva slobode je jednak $df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1-1}(\frac{s_1^2}{n_1})^2+\frac{1}{n_2-1}(\frac{s_2^2}{n_2})^2}$.

Izračunata razlika aritmetičkih sredina u t-testu za nezavisne uzorke izračunata je pomoću uzorka. Sada je, naravno, od interesa u kojem rasponu leži stvarna razlika aritmetičkih sredina. Kako bi se odredio interval u kojem je vjerojatno da će ležati stvarna razlika aritmetičkih sredina, računa se interval pouzdanosti. Interval 95% pouzdanosti za stvarnu razliku aritmetičkih sredina može se izračunati koristeću formulu $KI = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t^* * s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$, gdje je t^* t-vrijednost očitana na 97.5% i broju stupnjeva slobode df.

Kako bi se dobio rezultat jednostranog t-testa za nezavisne uzorke potrebno je p-vrijednost dobivenu za dvostrani t-test podijeliti sa 2. Sada ovisi o tome jesu li podaci skloni „u smjeru“ hipoteze ili ne. Ako hipoteza tvrdi da je aritmetička sredina jedne grupe veća ili manja od aritmetičke sredine druge grupe, to se također mora vidjeti u rezultatu. U slučaju da to nije tako mora se izračunati 1 – polovina p-vrijednosti.

Izračunata p-vrijednost ovisi uvelike o veličini uzorka. Na primjer, ako postoji razlika u populaciji, što je veći uzorak, to će očitija biti ta razlika u p-vrijednosti. Ako je odabrana veličina uzorka vrlo velika, čak i vrlo male razlike, koje nisu više relevantne, mogu biti uočene u populaciji. Kako bi se to standardiziralo, uz p-vrijednost koristi se i veličina učinka. Veličina učinka je vrijednost koja mjeri snagu odnosa između dviju varijabli u populaciji ili daje procjenu te snage na temelju uzorka. Veličina efekta ili učinka u t-testu za nezavisne uzorke obično se računa koristeći „Hedges d“ ili skraćeno „d“.

$$d = t\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2}}$$

5.3. T-test za zavisne uzorke

T-test za zavisne (uparene) uzorke provjerava razlikuju se statistički značajno vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju zavisnih uzoraka. Npr. tvornica vijaka želi znati ima li novi lubrikant utjecaj na vrijeme zastoja u 5 različitih tvornica. Kako bi se to provjerilo uspoređuje se vrijeme zastoja prije i nakon uvođenja novog lubrikanta. Glavna prednost dizajna ponovljenih mjerenja koje koristi t-test za zavisne uzorke je u tome što se individualne razlike između sudionika mogu eliminirati. To znači da je vjerojatnost otkrivanja statistički značajne razlike, ako postoji, veća kod t-testa za zavisne uzorke nego kod t-testa za nezavisne uzorke. Kao i u dosada dva objašnjena testa potrebno je prvo definirati istraživačko pitanje i hipoteze. Uobičajeno pitanje za t-test za zavisne uzorke je „postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju zavisnih uzoraka?“. Sada iz tog pitanja mogu se formulirati hipoteze. U slučaju t-testa za zavisne uzorke hipoteze su: nul-hipoteza H_0 kaže da su vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju zavisnih uzoraka jednake, a alternativna hipoteza H_1 da su vrijednosti aritmetičkih sredina dvaju zavisnih uzoraka različite. Pretpostavke za t-test za zavisne uzorke glase:

1. Postoje dva zavisna uzorka ili grupe – kao što ime t-test za zavisne uzorke govori uzorci moraju biti zavisni, tj. vrijednosti jedne grupe moraju biti povezane s vrijednostima druge grupe.

2. Varijable su metričke – u t-testu za zavisne uzorke, računa se razlika između dva zavisna podatka i onda vrijednost aritmetičke sredine. Ovo ima smisla jedino u slučaju kada su vrijednosti metričke.
3. Razlike između uparenih vrijednosti je normalno distribuirana.

U uparenom t-testu prvo se izračuna razlika između uparenih vrijednosti, a vrijednost aritmetičke sredine se računa iz dobivenih vrijednosti. Ovisno o tome koliko je velika vrijednost aritmetičke sredine i koliko je velika standardna pogreška aritmetičke sredine, zatim se donosi zaključak o tome kolika je vjerojatno da je taj rezultat slučajan.

Za provedbu t-testa za zavisne uzorke, prvo se računa razlika svakog para iz dvije grupe. Iz dobivenih razlika zatim se računa vrijednost $\bar{x}_{diff}$. Izračun t-vrijednosti sada je jednak onom za jednostavan t-test. U slučaju da ne postoji razlika između dviju grupa, vrijednost razlike aritmetičke sredine $\bar{x}_{diff}$ jednaka je nuli. Postavlja se pitanje postoji li razlika između $\bar{x}_{diff}$ i nule. U tom slučaju t-vrijednost se računa kao $t = \frac{\bar{x}_{diff} - 0}{s_{\bar{x}}}$, gdje je $s_{\bar{x}}$ standardna pogreška vrijednosti aritmetičke sredine i računa se $s_{\bar{x}} = \frac{s_{diff}}{\sqrt{N}}$ gdje je s_{diff} standardna devijacija razlike podataka dviju grupa, a N veličina uzorka.

Vrijednost veličine učinka vrlo je važna za empirijska istraživanja. Kako bi se donio zaključak o veličini efekta ili učinka u t-testu za zavisne uzorke, koristi se sljedeća formula

$$d = \frac{\bar{x}_{diff}}{s * \sqrt{2 * (1 - r)}}$$

U pravilu za veličinu učinka može se reći:

1. Veličina učinka r: 0,2 – mali učinak
2. Veličina učinka r: 0,5 – srednji učinak
3. Veličina učinka r: 0,8 – veliki učinak.

6. T-TEST U PROGRAMU JASP

6.1. Jednostavan t-test u programu JASP

Kao primjer za jednostavni t-test, provjeravati će se ima li novi, nedavno uveden na sveučilištu, statistički online tutorial, utjecaj na rezultate ispita.

Prosječan broj bodova na statističkom testu na sveučilištu je 28 već godinama. Ovaj semestar uveden je novi online tutorial za statistiku. Uprava sveučilišta želi znati je li uspjeh učenja poboljšao nakon uvođenja online tutoriala ili nije tj. je li imao pozitivan učinak na rezultate ispita. Za populaciju se uzimaju svi studenti koji su polagali ispit nakon uvođenja novog online tutoriala. Referenta vrijednost s kojom se uspoređuje je 28.

	Score
1	28
2	29
3	35
4	37
5	32
6	26
7	37
8	39
9	22
10	29
11	36
12	38

Slika 6.1. Podatci za jednostavan t-test

Kako bi se u programu JASP dobili željeni rezultati t-testa potrebno je otići pod modul „T-Ttests" i pod „Classical" odabrati „One sample T-test". Nakon toga potrebno je pod „Variables" ubaciti varijablu koju se želi promatrati. Prije promatranja dobivenih rezultata potrebno je pod „Tests" za „Test value" unijeti, u ovom slučaju broj 28, vrijednost aritmetičke sredine populacije. Također je potrebno odabrati alternativnu hipotezu. Pod „Alternative hypothesis" može se birati između hipoteze da se aritmetička sredina uzorka razlikuje od aritmetičke sredine populacije, da je aritmetička sredina uzorka veća od aritmetičke sredine populacije ili da je aritmetička sredina manja od aritmetičke sredine populacije. U ovom slučaju bira se opcija da se aritmetičke sredine razlikuju te se odabire „≠ Test value".

One Sample T-Test

One Sample T-Test

	t	df	p
Score	2.746	11	0.019

Note. For the Student t-test, the alternative hypothesis specifies that the mean is different from 28.
Note. Student's t-test.

Slika 6.2. Rezultati jednostavnog t-testa

JASP ne prikazuje kritičnu t-vrijednost nego ju samo računa u pozadini te prikazuje pripadajuću p-vrijednost. Klikom na „Descriptives" može se dobiti malo jasnija slika podataka s kojima se radi.

Descriptives ▼

Descriptives

	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Score	12	32.333	5.466	1.578	0.169

Slika 6.3. „Descriptives"podataka uzorka

Veličina učinka može se prikazati klikom na „Effect size", te se također može prikazati i interval povjerenja za veličinu učinka za koji se može i odabrati koliki je, klikom na „confidence interval" i upisivanjem željene vrijednosti.

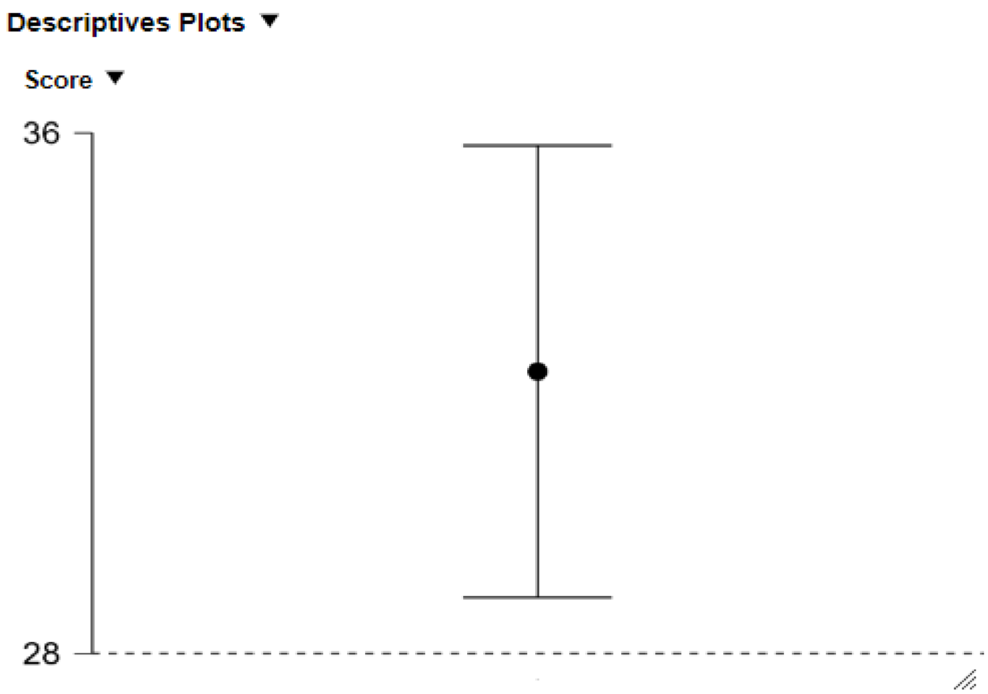
One Sample T-Test

	t	df	p	Cohen's d	SE Cohen's d	95% CI for Cohen's d	
						Lower	Upper
Score	2.746	11	0.019	0.793	0.331	0.126	1.433

Note. For the Student t-test, effect size is given by Cohen's *d*.
Note. For the Student t-test, the alternative hypothesis specifies that the mean is different from 28.
Note. Student's t-test.

Slika 6.4. Veličina učinka i interval povjerenja

Malo jasnija slika o tome što se događa s nul-hipotezom može se dobiti grafičkim prikazom deskriptivnog dijela uzorka klikom na „Descriptives plots“. Ako linija prelazi vrijednost aritmetičke sredine populacije prihvaća se nul-hipoteza, a ako linija ne prelazi tu vrijednost odbija se nul-hipoteza.



Slika 6.5. „Descriptive plots“ za zadani uzorak

U ovom slučaju nul-hipoteza se odbacuje što se moglo i zaključiti iz dobivene p-vrijednosti koja je manje od 0.05.

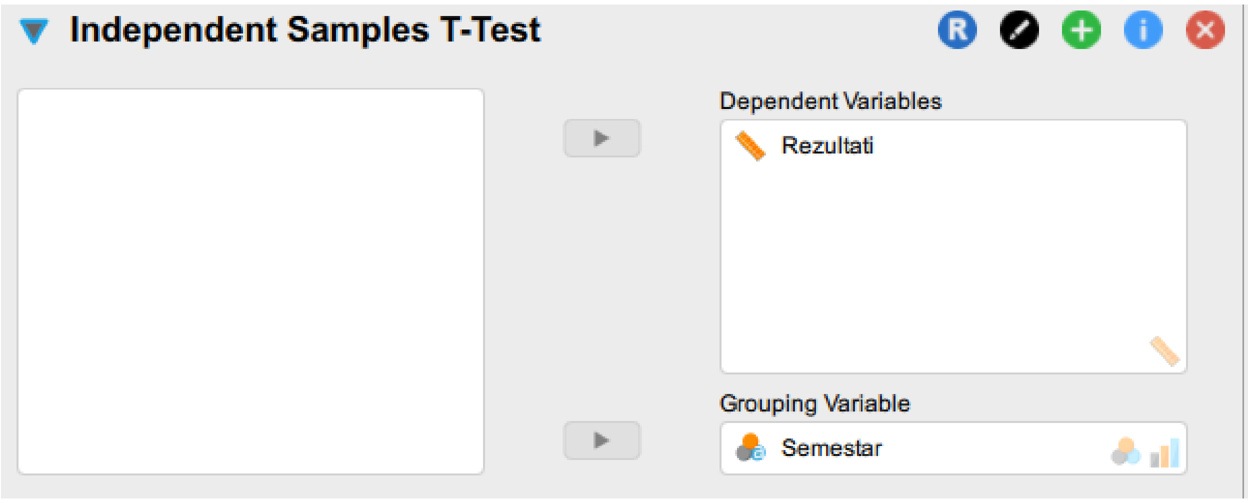
6.2. T-test za nezavisne uzorke u programu JASP

Kao primjer za t-test za nezavisne uzorke, provjeravati će se razlikuju se rezultati ispita iz statistike iz ljetnog i zimskog semestra.

	Rezultati	Semestar
1	52	ljetni
2	61	ljetni
3	40	ljetni
4	46	ljetni
5	50	ljetni
6	56	ljetni
7	44	ljetni
8	47	ljetni
9	70	ljetni
10	40	ljetni
11	65	ljetni
12	38	ljetni

Slika 6.6. Dio podataka za t-test za nezavisne uzorke

Kako bi pokrenuli t-test za nezavisne uzorke u programu JASP, potrebno je, kao i kod jednostavnog t-testa, odabrati modul „T-Test“ i pod „Classical“ odabrati „independent samples T-Test“. Kao i kod jednostavnog t-testa potrebno je pod „variables“ ubaciti varijablu koju se želi promatrati, ali potrebno je i pod „grouping variable“ ubaciti varijablu koja govori programu kojoj grupi pripada određen podatak.



Slika 6.7. t-test za nezavisne uzorke u programu JASP

Potrebno je još odabrati alternativnu hipotezu, što se učini pod „Alternative Hypothesis“ i opet se bira između tri, a to su da se vrijednosti aritmetičkih sredina dviju grupa razlikuju, da je vrijednost aritmetičke sredine prve grupe manja od vrijednosti aritmetičke sredine druge grupe te da je vrijednost aritmetičke sredine prve grupe veća od vrijednosti aritmetičke sredine druge grupe. U ovom slučaju bira se opcija da se vrijednosti aritmetičkih sredina razliku, tj. odabire se „Group 1 ≠ Group 2“.

Independent Samples T-Test

Independent Samples T-Test

	t	df	p
Rezultati	1.035	22	0.312

Note. Student's t-test.

Slika 6.8. Rezultati t-testa za nezavinse uzorke

Može se zaključiti po dobivenoj p-vrijednosti da se nul-hipoteza prihvaća, tj. da ne postoji statistički značajna razlika u vrijednostima aritmetičkih sredina dvaju uzoraka.

Ako je od interesa, može se provjeriti validnost pretpostavki pod „Assumption checks“. Ako se želi provjeriti jesu li uzorci normalno distribuirani odabere se „Normalitiy“, a želi li se provjeriti jednakost varijanci odabere se „Equality of variances“.

Assumption Checks ▼

Test of Normality (Shapiro-Wilk) ▼

		W	p
Rezultati	ljetni	0.926	0.303
	zimski	0.915	0.277

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Test of Equality of Variances (Brown-Forsythe)

	F	df_1	df_2	p
Rezultati	1.400	1	22	0.249

Slika 6.9. Provjera pretpostavki nezavisnog t-testa

Iz dobivenih p-vrijednosti može se zaključiti da su podatci normalno distribuirani u obje grupe, te da su varijance jednake.

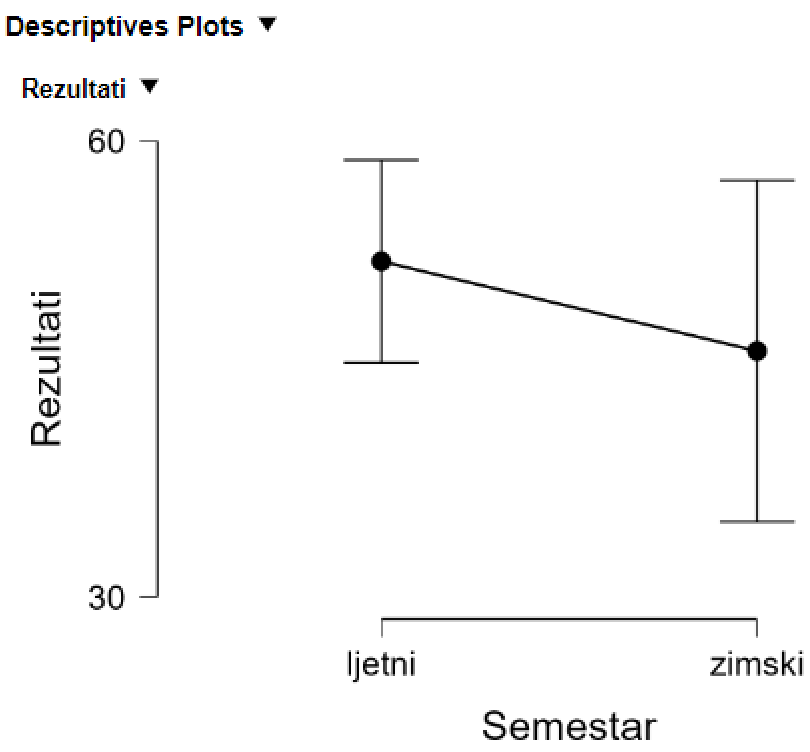
Klikom na „descriptives“ dobije se malo jasniji pregled podataka u uzorcima, te klikom na „descriptive plots“ dobije se malo jasnija slika o raspodjeli tih podataka.

Descriptives

Group Descriptives

	Group	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Rezultati	ljetni	13	52.077	11.026	3.058	0.212
	zimski	11	46.182	16.708	5.038	0.362

Slika 6.10. „Descriptives“podataka uzoraka nezavisnog t-testa



Slika 6.11. „Descriptive plots"podataka uzoraka nezavisnog t-testa

Želi li se dobiti informacija o veličini učinka, kao i kod jednostavnog t-testa, to se može učiniti klikom na „effect size". Također, ovdje se može birati koju veličinu učinka se želi prikazati. Na raspolaganju su „Cohen's d", „Glass' delta" i „Hedges' g". Od navedenih za nezavisni t-test najčešće se koristi „Hedges' g" pa će u ovom slučaju on biti odabran. Može se odabrati i interval povjerenja za veličinu učinka.

Independent Samples T-Test

	t	df	p	Hedges' g	SE Hedges' g	95% CI for Hedges' g Lower	95% CI for Hedges' g Upper
Rezultati	1.035	22	0.312	0.409	0.403	−0.407	1.217

Note. Student's t-test.

Slika 6.12. Veličina učinka za t-test za nezavinse uzorke

Vrijednost veličine učinka iznosi 0.4 što govori da je veličina učinka srednja.

6.3. T-test za zavisne uzorke u programu JASP

Kao primjer za t-test za zavisne uzorke provjeravati će se utječu li ljetni praznici na fizičku spremu studenata.

	Bodovi prije ljetnih praznika	Bodovi nakon ljetnih praznika
1	60	61
2	70	71
3	40	38
4	41	39
5	40	38
6	40	33
7	45	55
8	48	56
9	30	38
10	50	68

Slika 6.13. Podatci za t-Test za zavisne uzorke

Klikom na modul „t-Tests“ pa pod „Classical“ na „Paired samples t-Test“, te zatim povlačenjem varijabli koje želimo usporediti dobivamo rezultate t-testa za zavisne uzorke. Također je prije donošenja zaključka potrebno odabrati alternativnu hipotezu pod „Alternative Hypothesis“, te kao u prethodne dvije vrste t-testa, može se birati između tri hipoteze a to su, da postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina dva mjerenja, da je vrijednost aritemtičke sredine prvog mjerenja veće od vrijednosti aritmetičke sredine drugog mjerenja, te da je vrijednost aritmetičke sredine prvog mjerenja manje od vrijednosti aritmetičke sredine drugog mjerenja. U ovom slučaju bira se „Measure 1 ≠ Measure 2“.

Paired Samples T-Test ▾

Paired Samples T-Test

Measure 1		Measure 2	t	df	p
Bodovi prije ljetnih praznika	-	Bodovi nakon ljetnih praznika	−1.392	9	0.197

Note. Student's t-test.

Slika 6.14. Rezultati t-testa za zavisne uzorke

Prema p-vrijednosti koja je veća od 0.05 može se zaključiti da se nul-hipoteza prihvaća tj. da ne postoji statistički značajna razlika između bodova prije ljetnih praznika i bodova nakon ljetnih praznika.

Ako se želi provjeriti jesu li uzorci normalno distribuirani, može se pod „Assumption checks" kliknuti na „Normality".

Assumption Checks

Test of Normality (Shapiro-Wilk)

			W	p
Bodovi prije ljetnih praznika	-	Bodovi nakon ljetnih praznika	0.927	0.421

Note. Significant results suggest a deviation from normality.

Slika 6.15. Provjera normalne distribuiranosti t-testa za zavisne uzorke

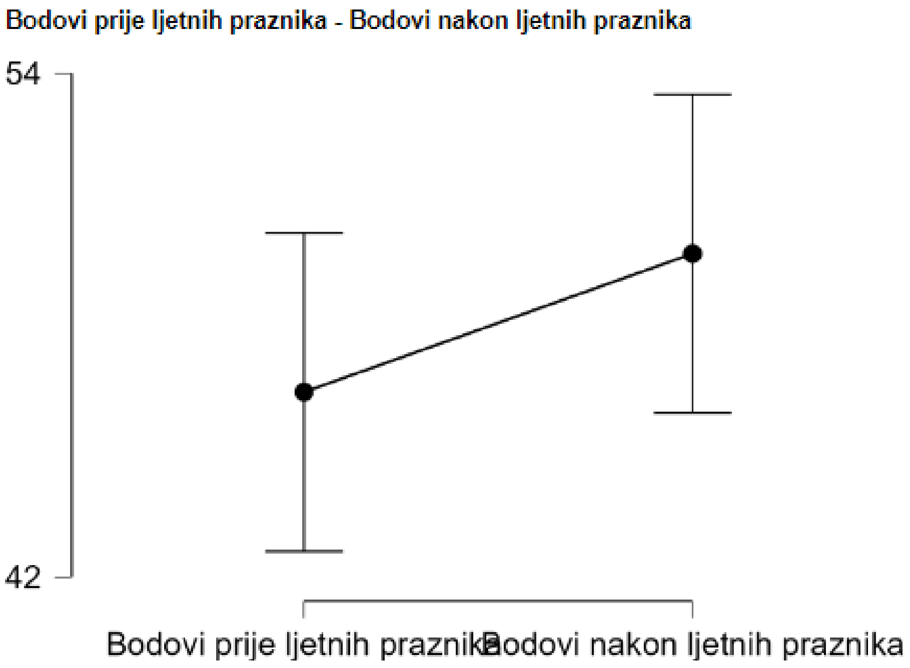
Klikom na „descriptives" dobije se malo jasniji pregled podataka u uzorcima, te klikom na „descriptive plots" dobije se malo jasnija slika o raspodjeli tih podataka.

Descriptives

Descriptives

	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Bodovi prije ljetnih praznika	10	46.400	11.452	3.622	0.247
Bodovi nakon ljetnih praznika	10	49.700	14.095	4.457	0.284

Descriptives Plots



Slika 6.16. „Descriptives" i „Descriptives plots" podataka t-testa za zavisne uzorke

Informacija of veličini učinka može se dobiti klikom na „effect size", tu se također može prikazati i interval povjerenja za veličinu učinka pod „confidence interval", kao i mijenjati njegova vrijednost.

Paired Samples T-Test ▼

Measure 1		Measure 2	t	df	p	Cohen's d	SE Cohen's d	95% CI for Cohen's d Lower	95% CI for Cohen's d Upper
Bodovi prije ljetnih praznika	-	Bodovi nakon ljetnih praznika	−1.392	9	0.197	−0.440	0.183	−1.081	0.222

Note. Student's t-test.

Slika 6.17. Veličina učinka i interval povjerenja veličinu učinka za t-test za zavisne uzorke

Vrijednost veličine učinka iznosi 0.4 što govori da je veličina učinka srednja.

7. ANOVA

Analiza varijance (ANOVA) testira postoji li statistički značajna razlika između više od dva uzorka. U tu svrhu, uspoređuju se vrijednosti aritmetičkih sredina i varijanci odgovarajućih grupa. Za razliku od t-testa, koji testira postoji li razlika između dva uzorka, ANOVA testira postoji li razlika između više od dva uzorka. Postoje različite vrste analize varijance, pri čemu su jednosmjerna i dvosmjerna analiza varijance najčešće korištene, a svaka od njih se može računati ili s ponovljenim mjerenjima ili bez njih.

Kao što je već navedeno, ANOVA se koristi kada postoje više od dva uzorka. Moguće bi bilo i izračunati t-test za svaku kombinaciju uzoraka, no problem je u tome što svaka hipoteza testa ima neki stupanj pogreške. Vjerojatnost pogreške obično je 5%, što znači, statistički gledano, svaki 20. test daje krivi rezultat. Što znači, ako se na primjer uspoređuje 20 grupa između kojih nema razlike, jedan test će pokazati značajnu razliku.

Jednosmjerna analiza varijance provjerava samo ima li nezavisna varijabla utjecaj na metričku zavisnu varijablu. Npr. utječe li mjesto prebivališta osobe na njezinu plaću? No, u slučaju da se u obzir uzimaju dvije nezavisne varijable, mora se koristiti dvosmjerna analiza varijance. Dvosmjerna analiza varijance testira postoji li razlika između više od dva nezavisna uzorka koji su podijeljeni između dvije varijable ili faktora. Npr. utječu li mjesto prebivališta i spol osobe na njezinu plaću? Ovisno o tome je li uzorak nezavisan ili zavisan, koristi se ili analiza varijance s ponavljanim mjerenjima ili analiza varijance bez ponovljenih mjerenja. Ako je ista osoba ispitana u više navrata, uzorak je zavisan i koristi se analiza varijance s ponovljenim mjerenjima.

7.1. Jednosmjerna ANOVA

Jednosmjerna ANOVA testira postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina više od dviju grupa. Stoga, jednosmjerna ANOVA je proširenje t-testa za nezavisne uzorke. S t-testom se mogu usporediti najviše dva uzorka; s ANOVA-om to je sada prošireno na više od dvije grupe. Za dvije grupe (k=2), ANOVA je jednaka t-testu. Nezavisna varijabla je nominalna s najmanje dvije karakteristične vrijednosti. Zavisna varijabla je metrička. U slučaju ANOVA-e, nezavisna varijabala se naziva faktorom. Cilj ANOVA-e je objasniti što više varijance u zavisnoj varijabli podjelom na grupe. Želimo znati imaju li grupe nezavisne varijable utjecaj na zavisnu varijablu. Klasičan primjer upotrebe ANOVA-e je u istraživanju terapije. Primjerice, može biti od interesa rezultiraju li različite terapije nakon hernije diska različitim rezultatima. Za to se mogu testirati tri različite terapije. S jedne strane, može se razgovarati s pacijentom o tome koji su pokreti dobri a koji loši za disk, zatim može se jednu grupu liječiti lijekovima, a posljednjoj grupi može se dati istezanje i trening snage. Na kraju terapije može se izmjeriti uspjeh i koristeći ANOVA-u izračunati postoji li značajna razlika između tri vrste terapije.

Dakle, nezavisna varijabla je vrijeme, zavisna varijabla je percepcija boli i sada se želi znati ima li terapija utjecaj na percepciju boli.

Pitanje na koje se može odgovoriti jednosmjernom ANOVA-om je: Postoji li razlika u populaciji između različitih grupa nezavisne varijable s obzirom na zavisnu varijablu. Zašto se želi testirati postoji li razlika u populaciji? Zapravo, želi se iznijeti tvrdnja o populaciji, međutim, u većini slučajeva nije moguće anketirati cijelu populaciju i može se samo izvući nasumičan uzorak. Cilj je iznijeti tvrdnju o populaciji na temelju tog uzorka uz pomoć ANOVA-e.

Nul hipoteza (H_0) govori da nema statistički značajne razlike između aritmetičkih sredina individualnih grupa, a alternativna hiporeza (H_1) govori da se vrijednosti aritmetičkih sredina barem dviju grupa statistički značajno razlikuju. Stoga, nul hipoteza tvrdi da nema razlike, a alternativna hipoteza tvrdi da postoji razlika.

Kako bi se jednostmjerna ANOVA izračunala, sljedeći uvjeti moraju biti zadovoljeni:

1. Vrste varijabli – zavisna varijabla treba biti metrička, a nezavisna varijabla treba biti nominalna
2. Nezavisnost – mjerenja trebaju biti nezavisna, tj. mjerena vrijednost jedne grupe ne smije utjecati na mjerenu vrijednost neke druge grupe.
3. Homogenost – varijance u svakoj grupi trebaju biti otprilike jednake.
4. Normalna distribuiranost – podatci u svakoj grupi trebaju biti normalno distribuirani

Što ako uvjeti nisu zadovoljeni? Ako zavisna varijabla nije metrička niti normalno distribuirana, može se koristiti „Kruskal-Wallis test“. Ako su podatci iz zavisnih uzoraka, onda se mora koristiti ANOVA s ponavljanim mjerenjima.

Jednosmjerna ANOVA računa p-vrijednost za dane podatke (najjednostavnije korištenjem nekog od statističkih programa, npr. JASP-a). Ako je p-vrijednost manja od 0.05 (ili drugog unaprijed zadanog koeficijenta pouzdanosti), odbacuje se nul-hipoteza i zaključuje se da postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina više od dviju grupa.

U jednosmjernoj ANOVA-i, veličina učinka može se izračunati na različite načine. Najčešće korištene su Eta kvadrat, parcijalan Eta kvadrat i Cohenova veličina učinka.

Eta kvadrat η^2 ukazuje na udio ukupne varijance u zavisnoj varijabli koja se može objasniti nezavisnom varijablom.

U slučaju jednosmjerne ANOVA-e bez ponavljanih mjerenja, Eta kvadrat odgovara parcijalnom Eta kvadratu. Nakon što je eta kvadrat izračunat može se izračunati Cohenova veličina učinka f Gdje f od 0.1 znači slab učinak, f od 0.25 srednji učinak, a f od 0.4 jak učinak.

7.2. ANOVA s ponavljanim mjerenjima

ANOVA s ponavljanim mjerenjima provjerava postoje li statistički značajne razlike između tri ili više zavisnih uzoraka. U zavisnom uzorku, isti sudionici se mjere više puta pod različitim uvjetima ili u različitim vremenskim točkama. Jednosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima je proširenje t-testa za zavisne uzorke za više od dva uzorka. Dakle, ako postoje tri ili više zavisna uzorka, koristi se ANOVA s ponavljanim mjerenjima.

U zavisnom uzorku, mjereni podatci su povezani. Npr. ako se uzorak sastoji od ljudi koju su imali operaciju koljena i ti ljudi su intervjuirani prije operacije te tjedan i dva tjedna nakon operacije, to je zavisni uzorak zato što je ista osoba intervjuirana u tri vremenska trenutka.

Npr. možda je od interesa hoće li terapija nakon hernije diska utjecati na percepciju boli kod pacijenta. U tu svrhu mjeri se percepcija boli prije terapije, tokom terapije i na kraju terapije. Sada je od interesa postoji li razlika između boli u različitim vremenima.

Istraživačko pitanje koje se postavlja kod ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima glasi: „Postoji li statistički značajna razlika između vrijednosti artimetičkih sredina zavisnih grupa. Iz toga proizlaze nul hipoteza koja govori da nema statistički značajne razlike između aritmetičkih sredina grupa, i alternativna hipoteza koja govori da postoji statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina grupa.

Pretpostavke za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima su sljedeće:

1. Zavisni uzorci – uzorci moraju biti zavisni.
2. Normalna distribucija – podatci moraju biti približno normalno distribuirani i biti metrički. Ova pretpostavka je posebno bitna kada je uzorak malen. Kada je uzorak velik, ANOVA je donekle otporna na kršenje normalne distribucije.
3. Sferičnost – varijance razlika između svih kombinacija faktorskih razina (vremenskih točaka) trebaju biti iste.
4. Homogenost varijanci – varijance svih grupa trebaju biti jednake. Za provjeru ove pretpostavke može se koristiti Levenov test.

5. Homogenost kovarijanci – varijance razlika između svih kombinacija različitih grupa trebaju b iti jednake. Ova pretpostavka može se provjeriti Mauchlyevim testom sfernosti.
6. Nema značajnih odstupanja – Odstupanja mogu imati nerazmjerni utjecaj na ANOVAu, što potencijalno može dovesti do krivih rezultata.

QQ dijagram ili Kolomogorov-smirnovljev test mogu se koristiti da se provjeri jesu li podatci normalno distribuirani. Ako podatci nisu normalno distribuirani koristi se Friedmanov test.

Zadovoljavaju li podatci pretpostavku sferičnosti može se provjeriti koristeći Mauchlyev test za sferičnost. Ako je rezultirajuća p-vrijednost veća od 0.05, može se pretpostaviti da su varijance jednake i da je uvjet zadovoljen. Ako uvjet nije zadovoljen, mogu se napraviti prilagodbe poput „Greenhouse-Geisser“ ili „Huynh-Feldt“.

Kod ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima, veličina učinka računa se pomoću parcijalnog eta kvadrata.

U slučaju da postoji značajna razlika između različitih vremenskih točaka, može od interesa biti identificirati između kojih točno vremenskih točaka postoji ta razlika. To se može saznati uz pomoć Bonferronijevog post-hoc testa. U Bonferronijevom post-hoc testu u ANOVA-i s ponovljenim mjerenjima, izračunavaju se višestruki t-testovi za zavisne uzorke. Međutim, problem s višestrukim testiranjem je taj što se tzv. alfa pogreška (lažno odbacivanje nulte hipoteze) povećava s brojem testova. Kako bi se tome suprotstavilo, Bonferronijev post-hoc test izračunava dobivene p-vrijednosti puta broj testova. Ako je jedna ili više p-vrijednosti manja od 0.05, pretpostavlja se značajna razlika između dviju grupa.

7.3. Dvosmjerna (dvofaktorska) ANOVA

Dvosmjerna (ili dvofaktorska) ANOVA testira postoji li razlika između više od dva nezavisna uzorka podijeljena između dvije varijable ili faktora. Faktor je, npr. spol osobe s karakteristikama muško i žensko, oblik terapije korištene za tretman bolesti s terapijom A, B, C ili područje studija s primjerice medicinom, psihologijom, matematikom itd. U slučaju ANOVA-e faktor je kategorička varijabla.

Koristeći dvosmjernu ANOVA-u može se odgovoriti na iduća pitanja:

1. Ima li faktor broj 1 utjecaj na zavisnu varijablu?
2. Ima li faktor broj 2 utjecaj na zavisnu varijablu?
3. Postoji li interakcija između faktora broj 1 i broj 2?

Npr. želi se znati utjecaj dva faktora, „tretman“ i „spol“ na proučavanu varijablu „krvni tlak“. U ovom primjeru postoje dva nivoa faktora „tretman“ (A i B) i dva nivoa faktora „spol“ (muško i žensko). Mjerenja za „krvni tlak“ su zabilježena za svakog učesnika u ovisnosti o njihovom tretmanu i spolu. Testira se nul-hipoteza koja govori da nema interakcije između faktora „tretman“ i“spol“ i nema utjecaja svakog faktora na varijablu „krvni tlak“.

S dvosmjernom ANOVA-om mogu se testirati tri tvrdnje, stoga postoje tri nul-hipoteze i tri alternativne hipoteze.

Nul-hipoteze su:

1. Ne postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa prvog faktora.
2. Ne postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa drugog faktora.
3. Jedan faktor nema nikakav utjecaj na drugi faktor.

Alternativne hipoteze su:

1. Postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa prvog faktora.
2. Postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa drugog faktora.
3. Jedan faktor ima utjecaj na drugi faktor.

Za izračun dvosmjerne ANOVA-e (bez ponavljanih mjerenja) moraju se zadovoljiti sljedeće pretpostavke:

1. Zavisna varijabla mora biti metrička, a nezavisne varijable nominalne.
2. Nezavisnost – mjerenja moraju biti nezavisna, tj. izmjerena vrijednost jedne grupe ne smije utjecati na izmjerenu vrijednost druge grupe. U slučaju da ovaj uvjet nije zadovoljen, treba se koristiti ANOVA s ponavljanim mjerenjima.
3. Homogenost – varijance u svakoj grupi moraju biti otprilike jednake. Ovo se može provjeriti Levenovim testom.
4. Normalna distribucija – podatci u grupama trebaju biti normalno distribuirani.

7.4. Dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima

Dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima testira postoji li razlika između više od dva uzorka podijeljenjih između dvije varijable ili faktora. Za razliku od dvosmjerne ANOVAe bez ponavljanih mjerenja, jedan od faktora se dobiva ponavljanjem mjerenja. Drugim riječima, jedan faktor je zavisan uzorak. Npr. na raspolaganju je više terapija za smanjenje krvnog tlaka i želi se znati imaju li utjecaj na krvni tlak.

Koristeći dvosmjernu ANOVAu s ponavljanim mjerenjima može se odgovoriti na iduća pitanja:

1. Ima li prvi faktor s ponavljanjem mjerenja utjecaj na zavisnu varijablu?
2. Ima li drugi faktor utjecaj na zavisnu varijablu?
3. Postoji li interakcija između faktora 1 i faktora 2?

Dakle, kako se može odgovoriti na tri pitanja, mogu se postaviti tri nul-hipoteze i tri alterantivne hipoteze.

Nul-hipoteze glase:

1. Vrijednosti aritmetičkih sredina različitih mjerenja se ne razlikuju, tj. ne postoje statistički značajne razlike između grupa prvog faktora.
2. Vrijednosti aritmetičkih sredina različitih grupa drugog faktora se ne razlikuju
3. Jedan faktor nema nikakav utjecaj na efekt drugog faktora.

Alternativne hipoteze glase:

1. Vrijednosti aritmetičkih sredina različitih mjerenja se razlikuju, tj. postoje statistički značajne razlike između grupa prvog faktor.
2. Vrijednosti aritmetičkih sredina različitih grupa drugog faktora se razlikuju.
3. Jedan faktor ima utjecaj na efekt drugog faktora.

Kako bi se provela dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima idući uvjeti/pretpostavke moraju biti zadovoljeni:

1. Zavisna varijabla mora biti metrička.
2. Faktori trebaju biti kategoričke varijable.
3. Mjerenja jednog faktora moraju biti zavisna, tj. rezultati se moraju dobiti ponavljanim mjerenjima na istoj osobi.
4. Mjerenja drugog faktora moraju biti nezavisna tj. mjerenja u jednoj grupi ne smiju utjecati na mjerenja u drugoj grupi.
5. Varijance u svakoj grupi moraju biti otprilike jednake. Ova pretpostavka se može provjeriti Levenovim testom.
6. Podatci u grupama moraju biti normalno distribuirani.

7. Varijance razlika između svih kombinacija grupa trebaju biti jednake (sferičnost). Ova pretpostavka može se testirati korištenjem Mauchlyevog testa sferičnost.

Kako bi se provela dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima obično se koristi neki online softver.

8. ANOVA U PROGRAMU JASP

8.1. Jednosmjerna ANOVA u programu JASP

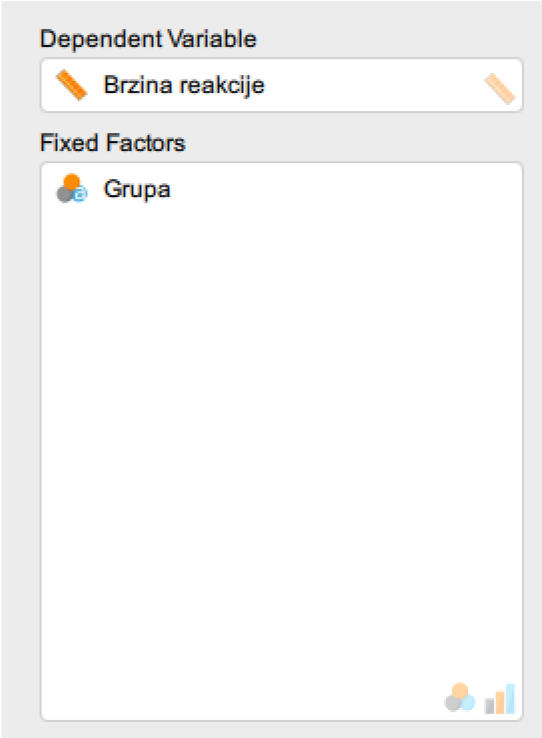
Kao primjer za jednosmjernu ANOVA-u uzet će se uzorak od tri grupe (A, B i C) u kojima se mjerila brzina reakcije.

	Grupa	Brzina reakcije
1	A	165
2	A	155
3	A	138
4	A	150
5	A	149
6	A	135
7	A	145
8	A	170
9	A	138
10	A	144
11	A	165
12	A	139
13	A	141
14	A	149
15	A	135

Slika 8.1. Dio podataka uzorka za jednosmjernu ANOVA-u

Ako se želi provesti jednosmjerna ANOVA u programu JASP potrebno je kliknuti na modul „ANOVA“ i pod „Classical“ odabrati „ANOVA“.

Pod „Dependent variable“ ubacuje se varijabla u kojoj su rezultati, u ovom slučaju to je „Brzina reakcije“, a pod „Fixed factors“ ubacuje se varijabla „Grupa“ jer je od interesa analizirati brzinu reakcije po grupi.



Slika 8.2. Jednosmjerna ANOVA u programu JASP

ANOVA ▼

ANOVA - Brzina reakcije ▼

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Grupa	524.933	2	262.467	2.807	0.072
Residuals	3927.067	42	93.502		

Note. Type III Sum of Squares

Slika 8.3. Rezultati jednosmjerne ANOVA-e

Varijabla „Grupa“ je varijabla između grupa, a „Residuals“ je varijabla unutar grupa. U ovom slučaju p-vrijednost je veća od odabrane 0.05, što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da ne postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa.

Ako se želi dobiti malo jasnija slika o podatcima s kojima se radi može se pod „Display“ kliknuti na „Descriptive statistics“. Može se dobiti i grafički prikaz raspodjele podataka pod „Descriptive plots“ i odabirom varijable koja se želi prikazati.

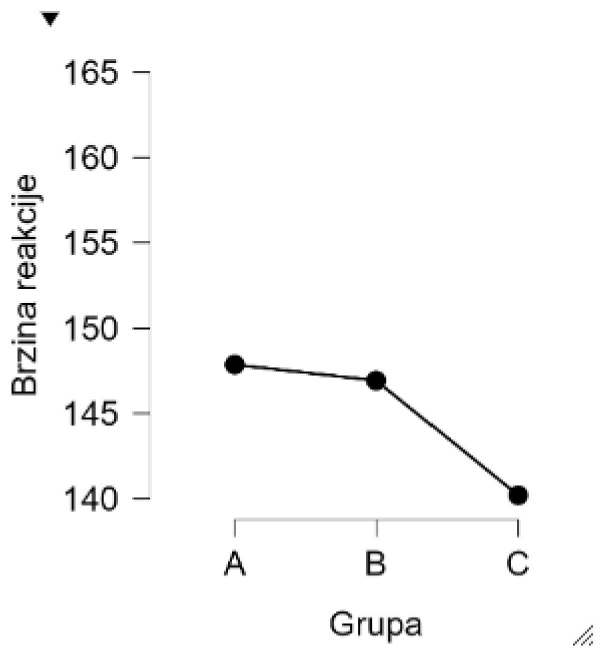
Descriptives

Descriptives - Brzina reakcije

Grupa	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
A	15	147.867	11.370	2.936	0.077
B	15	146.933	9.377	2.421	0.064
C	15	140.200	7.957	2.054	0.057

Slika 8.4. „Descriptives“ podataka uzorka za jednosmjernu ANOVA-u

Descriptives plots ▼



Slika 8.5. „Descriptive plots“ podataka uzorka za jednosmjernu ANOVA-u

Ako se želi provjeriti homogenost podataka može se pod „Assumptions“ kliknuti na „Homogenity tests“.

Assumption Checks ▼

Test for Equality of Variances (Levene's) ▼

F	df1	df2	p
1.761	2.000	42.000	0.184

Slika 8.6. Provjera homogenosti podataka u uzorku za jednosmjernu ANOVA-u

Dobivena p-vrijednost veća je od zadane 0.05 što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da su varijance različitih grupa približno jednake što nalaže da je zadovoljen uvjet homogenosti.

U slučaju da je p-vrijednost dobivena jednosmjernom ANOVA-om manja od zadane (0.05) pretpostavlja se da se barem dvije grupe razlikuju u vrijednosti aritmetičkih sredina. Ako se želi provjeriti između kojih točno se to grupa razlikuju može se provesti post-hoc test. Klikom pod „Post-hoc tests“ pod „Correction“ odabire se „Bonferonni“.

Post Hoc Tests

Standard

Post Hoc Comparisons - Grupa

		Mean Difference	SE	t	p_{bonf}
A	B	0.933	3.531	0.264	1.000
	C	7.667	3.531	2.171	0.107
B	C	6.733	3.531	1.907	0.190

Note. P-value adjusted for comparing a family of 3

Slika 8.7. Bonferonni post-hoc test za jednosmjernu ANOVA-u

U ovom slučaju post-hoc test nema smisla raditi jer je p-vrijednost dobivena t-testom veća od zadane. Da je p-vrijednost bila manja od 0.05, jednostavno se može pogledati u post-hoc testu pod p-vrijednost u kojem redu je manja od 0.05 i onda se može zaključiti da se te grupe statistički značajno razlikuju.

8.2. Dvosmjerna ANOVA u programu JASP

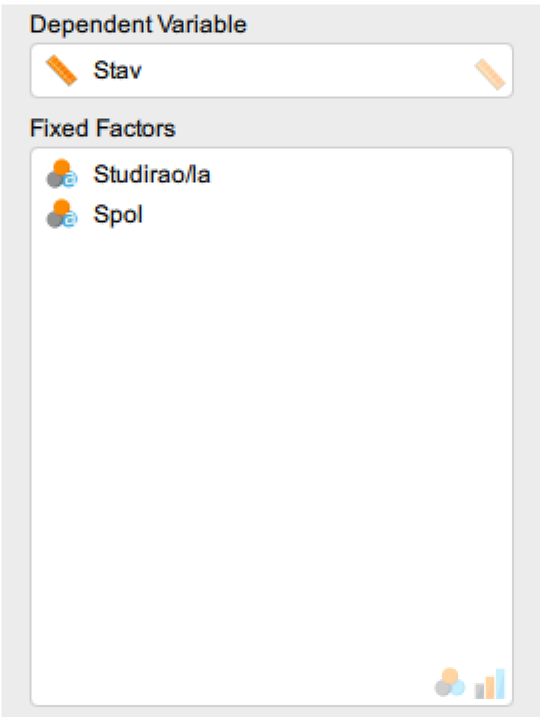
Kao primjer za dvosmjernu ANOVA-u uzet će se uzorak od 20 osoba podijeljenih s obzirom na spol i na to jesu li studirali ili ne. Mjerio se njihov stav prema planiranju mirovine.

	Stav	Studirao/la	Spol
1	6	ne	muško
2	4	ne	muško
3	7	ne	muško
4	9	ne	muško
5	3	ne	muško
6	4	da	muško
7	5	da	muško
8	6	da	muško
9	7	da	muško
10	5	da	muško

Slika 8.8 Dio podataka uzorka za dvosmjernu ANOVA-u

Ako se želi provesti dvosmjerna ANOVA u programu JASP potrebno je kliknuti na modul „ANOVA“ i pod „Classical“ odabrati „ANOVA“.

Pod „Dependent variable“ ubacuje se varijabla u kojoj su rezultati, u ovom slučaju to je „Stav“, a pod „Fixed factors“ ubacuju se varijable „Studirao/la“ i „Spol“ jer je od interesa analizirati stav prema planiranju mirovine u odnosu na to jesu li osobe studirale i njihovom spolu.



Slika 8.9. Dvosmjerna ANOVA u programu JASP

ANOVA ▼

ANOVA - Stav ▼

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Studirao/la	5.000	1	5.000	1.036	0.324
Spol	0.800	1	0.800	0.166	0.689
Studirao/la ∗ Spol	1.800	1	1.800	0.373	0.550
Residuals	77.200	16	4.825		

Note. Type III Sum of Squares

Slika 8.10. Rezultati dvosmjerne ANOVA-e

Varijable „Studirao/la“ i „Spol“ su varijable između grupa, a „Residuals“ je varijabla unutar grupa. Varijabla „Studirao/la * Spol“ je interakcijska varijabla U ovom slučaju p-vrijednost je veća od odabrane 0.05, što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da ne postoji statistički značajna razlika između vrijednosti aritmetičkih sredina grupa. P-vrijednost u prvom redu govori ima li činjenica da je osoba studirala ili ne utjecaj na njihov stav prema planiranju mirovine, p-vrijednost u drugom redu govori ima li spol osobe utjecaj na njihov stav prema planiranju mirovine, a p-vrijednost u trećem redu ima li interakcijska varijabla utjecaj na stav prema planiranju mirovine. U ovom slučaju sve tri p-vrijednosti su veće od zadane (0.05) pa se ne mogu odbaciti niti jedna od tri nul-hipoteze. Stoga, niti činjenica je li osoba studirala ili ne niti njihov spol nema statistički značajan utjecaj na njihov stav prema planiranju mirovine. Također ne postoji statistički značajna interakcija između varijable „Studirao/la“ i varijable „Spol“ u slučaju stava prema planiranju mirovine.

Ako se želi dobiti malo jasnija slika o podatcima s kojima se radi može se pod „Display“ kliknuti na „Descriptive statistics“. Može se dobiti i grafički prikaz raspodjele podataka pod „Descriptive plots“ i odabirom varijable koja se želi prikazati.

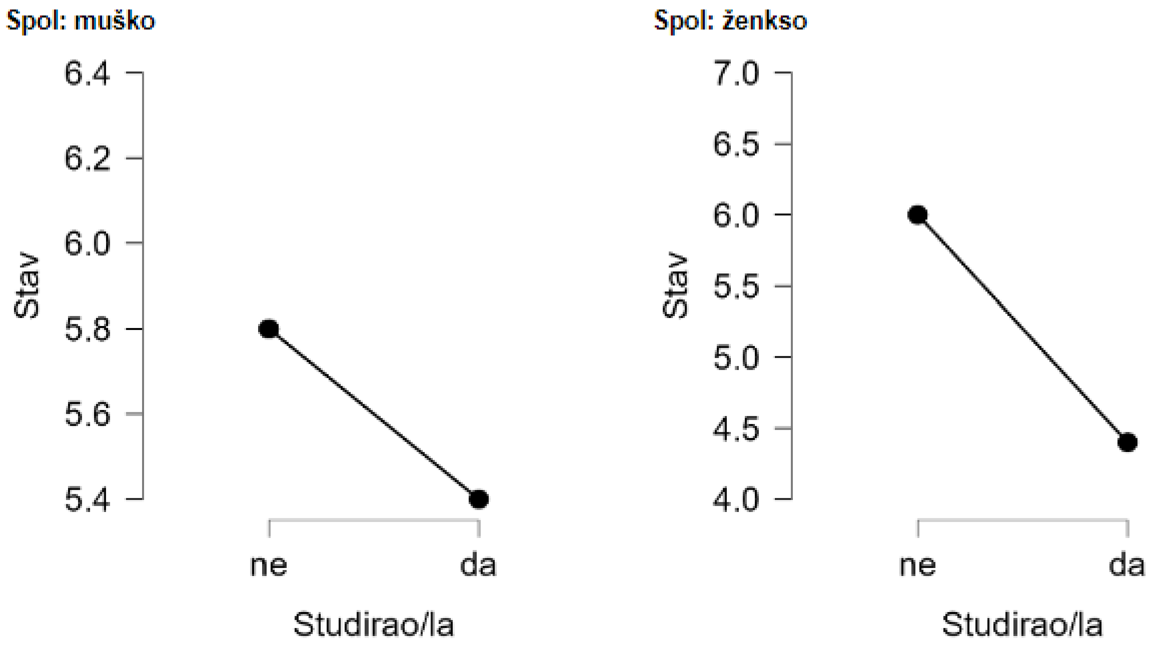
Descriptives

Descriptives - Stav

Studirao/la	Spol	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
da	muško	5	5.400	1.140	0.510	0.211
	ženkso	5	4.400	2.793	1.249	0.635
ne	muško	5	5.800	2.387	1.068	0.412
	ženkso	5	6.000	2.121	0.949	0.354

Slika 8.11. „Descriptives“ podataka uzorka za dvosmjernu ANOVA-u

Descriptives plots



Slika 8.12. „Descriptive plots“ podataka uzorka za dvosmjernu ANOVA-u

Ako se želi provjeriti homogenost podataka može se pod „Assumptions“ kliknuti na „Homogenity tests“.

Assumption Checks ▼

Test for Equality of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
0.979	3.000	16.000	0.427

Slika 8.13. Provjera homogenosti podataka u uzorku za dvosmjernu ANOVA-u

Dobivena p-vrijednost veća je od zadane 0.05 što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da su varijance različitih grupa približno jednake što nalaže da je zadovoljen uvjet homogenosti.

U slučaju da je neka od p-vrijednosti dobivena dvosmjernom ANOVA-om manja od zadane (0.05) pretpostavlja se da se barem dvije grupe razlikuju u vrijednosti aritmetičkih sredina. Ako se želi provjeriti između kojih točno se to grupa razlikuju može se provesti post-hoc test. Klikom pod „Post-hoc tests“ pod „Correction“ odabire se „Bonferonni“.

Post Hoc Tests ▼

Standard ▼

Post Hoc Comparisons - Studirao/la ✻ Spol

		Mean Difference	SE	t	p_{bonf}
ne muško	da muško	0.400	1.389	0.288	1.000
	ne ženkso	−0.200	1.389	−0.144	1.000
	da ženkso	1.400	1.389	1.008	1.000
da muško	ne ženkso	−0.600	1.389	−0.432	1.000
	da ženkso	1.000	1.389	0.720	1.000
ne ženkso	da ženkso	1.600	1.389	1.152	1.000

Note. P-value adjusted for comparing a family of 4

Slika 8.14. Bonferonni post-hoc test za dvosmjernu ANOVA-u

U ovom slučaju post-hoc test nema smisla raditi jer su p-vrijednosti dobivena t-testom veće od zadane. Da je neka od p-vrijednost bila manja od 0.05, jednostavno se može pogledati u post-hoc testu pod p-vrijednost u kojem redu je manja od 0.05 i onda se može zaključiti da se te grupe statistički značajno razlikuju.

8.3. ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP

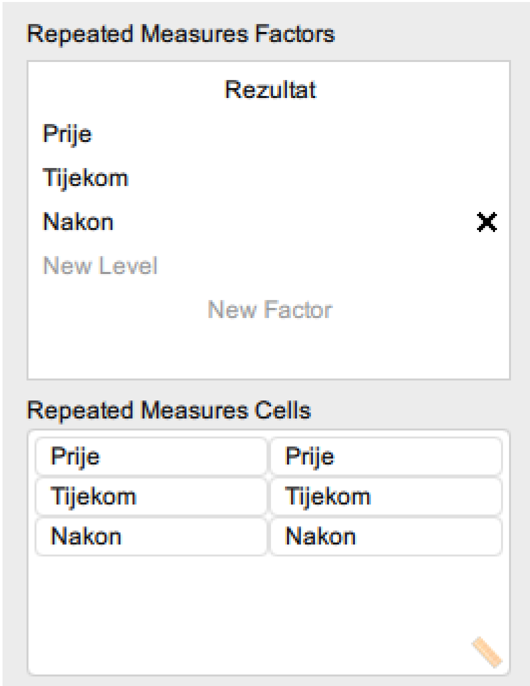
Kao primjer za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima uzet će se mjerenje krvnog tlaka koje se odvilo u tri različite vremenska točke (prije, tijekom i nakon terapije). Testira se postoji li statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina u te tri vremenske točke.

	Prije	Tijekom	Nakon
1	165	145	140
2	155	139	133
3	138	141	140
4	150	145	145
5	149	155	149
6	135	138	125
7	145	150	142
8	170	166	160
9	138	143	140
10	144	145	142
11	165	155	133
12	139	165	140
13	141	139	141
14	149	141	140
15	135	137	133

Slika 8.15. Podatci uzorka za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Ako se želi provesti ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP potrebno je kliknuti na modul „ANOVA“ i pod „Classical“ odabrati „Repeated Measures ANOVA“.

Pod „Repeated Measures Factors“ preimenuju se faktori po želji. U ovom slučaju preimenovani su u „Prije“ , „Tijekom“ i „Nakon“, a pod „Repeated Measures Cells“ se ubacuju uzorci ponavljanih vremena u pripadajuće ćelije.



Slika 8.16. ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP

Repeated Measures ANOVA

Within Subjects Effects

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Rezultat	524.933	2	262.467	5.437	0.010
Residuals	1351.733	28	48.276		

Note. Type III Sum of Squares

Between Subjects Effects

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Residuals	2575.333	14	183.952		

Note. Type III Sum of Squares

Slika 8.17. Rezultati ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima

Provođenjem ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima, kao i u prijašnja dva primjera, dobije se p-vrijednost koja se uspoređuje sa zadanom p-vrijednošću koja je obično 0.05. U ovom slučaju dobivena p-vrijednost jednaka je 0.01 što je manje od zadane. Stoga se nul-hipoteza odbacuje i zaključuje se da postoji statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina u različitim vremenskim točkama.

Ako se želi dobiti malo jasnija slika o podatcima s kojima se radi može se pod „Display“ kliknuti na „Descriptive statistics“. Može se dobiti i grafički prikaz raspodjele podataka pod „Descriptive plots“ i odabirom varijable koja se želi prikazati.

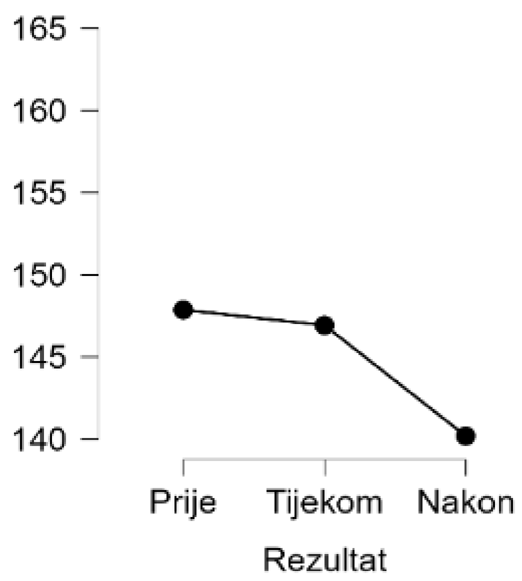
Descriptives ▼

Descriptives ▼

Rezultat	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Prije	15	147.867	11.370	2.936	0.077
Tijekom	15	146.933	9.377	2.421	0.064
Nakon	15	140.200	7.957	2.054	0.057

Slika 8.18. „Descriptives“ podataka uzorka za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Descriptives plots



Slika 8.19. „Descriptive plots“ podataka uzorka za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Ako se želi provjeriti sferičnost podataka može se pod „Assumptions“ kliknuti na „Sphericity tests“.

Assumption Checks ▼

Test of Sphericity

	Mauchly's W	Approx. X^2	df	p-value	Greenhouse-Geisser ε	Huynh-Feldt ε	Lower Bound ε
Rezultat	0.853	2.062	2	0.357	0.872	0.986	0.500

Slika 8.20. Provjera sferičnosti podataka u uzorku za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Dobivena p-vrijednost veća je od zadane 0.05 što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da je uvjet sferičnosti zadovoljen. Ako je sferičnost nezadovoljena, mogu se koristiti prilagodbe „Greenhouse-Geisser" i „Huynh-Feldt".

Kako je p-vrijednost dobivena ANOVA-om s ponavljanim mjerenjima manja od zadane (0.05) pretpostavlja se da se barem dvije vremenske točke razlikuju u vrijednosti aritmetičkih sredina. Ako se želi provjeriti između kojih točno se to vremenskih točaka razlikuju može se provesti post-hoc test. Klikom pod „Post-hoc tests" pod „Correction" odabire se „Bonferonni" i označi se „Effect size".

Post Hoc Tests ▼

Post Hoc Comparisons - Rezultat

		Mean Difference	SE	t	Cohen's d	p_{bonf}
Prije	Tijekom	0.933	2.792	0.334	0.097	1.000
	Nakon	7.667	2.746	2.792	0.793	0.043
Tijekom	Nakon	6.733	1.994	3.377	0.696	0.014

Note. Computation of Cohen's d based on pooled error.
Note. P-value adjusted for comparing a family of 3

Slika 8.21. Bonferonni post-hoc test za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

U ovom slučaju provedena su 3 testa, pa je za izračun Bonferronijevog post-hoc testa p-vrijednost dobivena iz t-testa u pozadini pomnožena s tri. Ako je jedna ili više p-vrijednosti manja od 0.05, pretpostavlja se da postoji značajna razlika između te dvije grupe. U ovom slučaju postoji značajna razlika između „Prije" i „Nakon" te između „Tijekom" i „Nakon".

8.4. Dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP

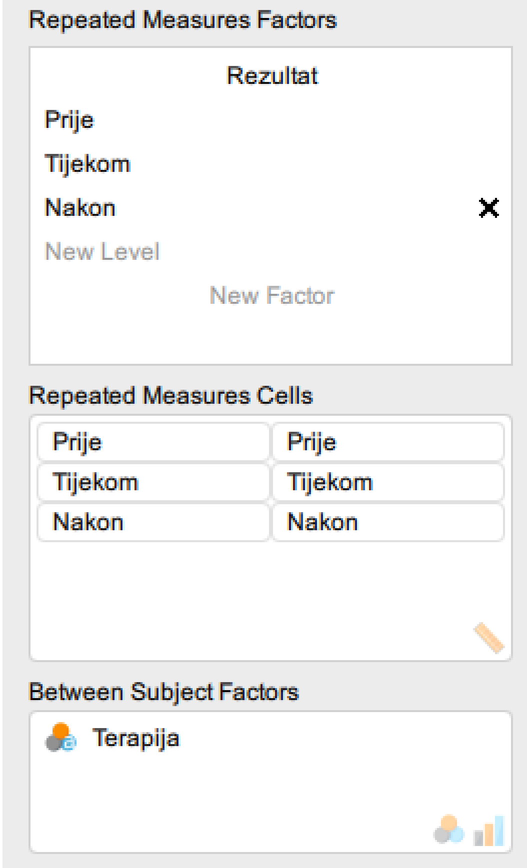
Kao primjer za ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima uzet će se mjerenje krvnog tlaka koje se odvilo u tri različite vremenska točke (prije, tijekom i nakon terapije). Koristilie su se tri različite terapije. Testira se postoji li statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina u te tri vremenske točke, postoji li statistički značajna razlika između korištenih terapija i postoji li interakcija između terapije i vremenskih točaka.

	Terapija	Prije	Tijekom	Nakon
1	A	165	145	140
2	A	155	139	133
3	A	138	141	140
4	A	150	145	145
5	A	149	155	149
6	B	135	138	125
7	B	145	150	142
8	B	170	166	160
9	B	138	143	140
10	B	144	145	142
11	C	165	155	133
12	C	139	165	140
13	C	141	139	141
14	C	149	141	140
15	C	135	137	133

Slika 8.22. Podatci uzorka za dvosmjernu ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Ako se želi provesti dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP potrebno je kliknuti na modul „ANOVA“ i pod „Classical“ odabrati „Repeated Measures ANOVA“.

Pod „Repeated Measures Factors“ preimenuju se faktori po želji. U ovom slučaju preimenovani su u „Prije“ , „Tijekom“ i „Nakon“, a pod „Repeated Measures Cells“ se ubacuju uzorci ponavljanih vremena u pripadajuće ćelije. Kako bi ovo postala dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima potrebno je još pod „Between subject factor“ ubaciti varijablu „Terapija“.



Slika 8.23. dvosmjerna ANOVA s ponavljanim mjerenjima u programu JASP

Repeated Measures ANOVA ▼

Within Subjects Effects

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Rezultat	524.933	2	262.467	5.176	0.014
Rezultat ✻ Terapija	134.667	4	33.667	0.664	0.623
Residuals	1217.067	24	50.711		

Note. Type III Sum of Squares

Between Subjects Effects

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Terapija	49.600	2	24.800	0.118	0.890
Residuals	2525.733	12	210.478		

Note. Type III Sum of Squares

Slika 8.24. Rezultati dvosmjerne ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima

Provođenjem dvosmjerne ANOVA-e s ponavljanim mjerenjima, kao i u prijašnja tri primjera, dobije se p-vrijednost koja se uspoređuje sa zadanom p-vrijednošću koja je obično 0.05. U ovom slučaju dobivene su tri p-vrijednosti. Prva p-vrijednost prikazuje imaju li terapije utjecaj na krvni tlak. Dobivena je 0.014, stoga se nul-hipoteza odbacuje i zaključuje se da postoji statistički značajna razlika između aritmetičkih sredina u različitim vremenskim točkama. Druga p-vrijednost prikazuje postoji li statistički značajna razlika između tri terapije u odnosu na krvni tlak. Dobivena je 0.890, stoga se nul-hipoteza prihvaća i zaključuje se da ne postoji statistički značajna razlika između tri terapije u odnosu na krvni tlka. Treća p-vrijednost prikazuje postoji li interakcija između faktora vremenskih točaka i faktora terapije. Dobivena je 0.623 i zaključuje se da ne postoji interakcija između faktora.

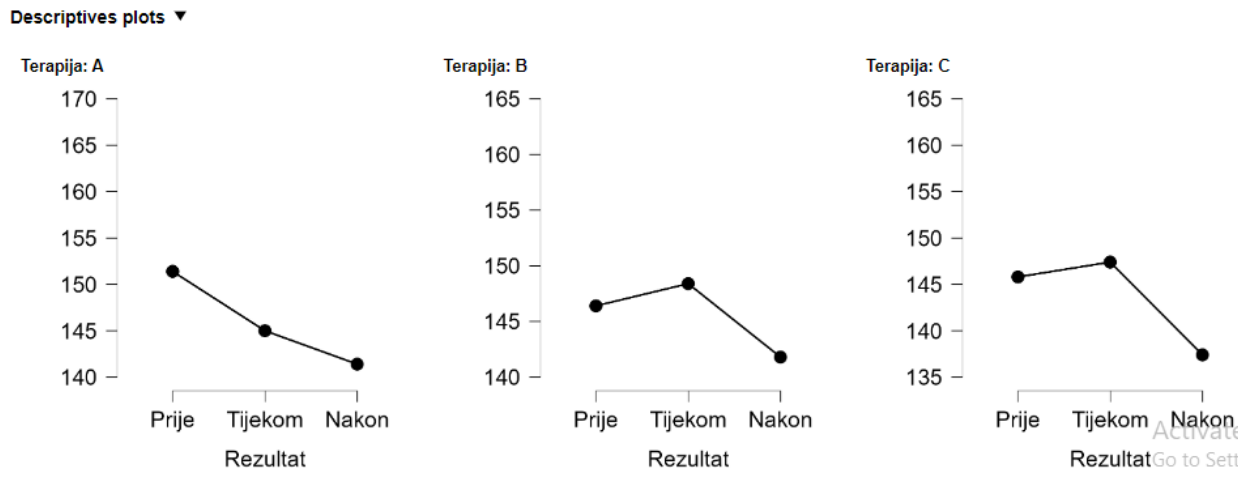
Ako se želi dobiti malo jasnija slika o podatcima s kojima se radi može se pod „Display“ kliknuti na „Descriptive statistics“. Može se dobiti i grafički prikaz raspodjele podataka pod „Descriptive plots“ i odabirom varijable koja se želi prikazati.

Descriptives ▼

Descriptives ▼

Rezultat	Terapija	N	Mean	SD	SE	Coefficient of variation
Prije	A	5	151.400	9.813	4.389	0.065
	B	5	146.400	13.831	6.185	0.094
	C	5	145.800	11.883	5.314	0.082
Tijekom	A	5	145.000	6.164	2.757	0.043
	B	5	148.400	10.738	4.802	0.072
	C	5	147.400	12.116	5.418	0.082
Nakon	A	5	141.400	6.025	2.694	0.043
	B	5	141.800	12.418	5.553	0.088
	C	5	137.400	4.037	1.806	0.029

Slika 8.25. „Descriptives“ podataka uzorka za dvosmjernu ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima



Slika 8.26. „Descriptive plots“ podataka uzorka za dvosmjernu ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Ako se želi provjeriti sferičnost podataka može se pod „Assumptions“ kliknuti na „Sphericity tests“.

Assumption Checks

Test of Sphericity

	Mauchly's W	Approx. X^2	df	p-value	Greenhouse-Geisser ε	Huynh-Feldt ε	Lower Bound ε
Rezultat	0.839	1.925	2	0.382	0.862	0.993	0.500

Slika 8.27. Provjera sferičnosti podataka u uzorku za dvosmjernu ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

Dobivena p-vrijednost veća je od zadane 0.05 što znači da se nul-hipoteza ne odbacuje i zaključuje se da je uvjet sferičnosti zadovoljen. Ako je sferičnost nezadovoljena, mogu se koristiti prilagodbe „Greenhouse-Geisser“ i „Huynh-Feldt“.

Kako je prva p-vrijednosti dobivena dvosmjernom ANOVA-om s ponavljanim mjerenjima manja od zadane (0.05) pretpostavlja se da se barem dvije vremenske točke razlikuju u vrijednosti aritmetičkih sredina. Ako se želi provjeriti između kojih točno se to vremenskih točaka razlikuju može se provesti post-hoc test. Klikom pod „Post-hoc tests“ pod „Correction“ odabire se „Bonferonni“ i označi se „Effect size“. Kada bi još neka od tri dobivene p-vrijednosti bila manja od zadane, može se iz dobivenih podataka iščitati gdje se točno nalazi razlika.

Post Hoc Tests

Post Hoc Comparisons - Terapija ✻ Rezultat

		Mean Difference	SE	t	p_{bonf}
A, Prije	B, Prije	5.000	6.449	0.775	1.000
	C, Prije	5.600	6.449	0.868	1.000
	A, Tijekom	6.400	4.504	1.421	1.000
	B, Tijekom	3.000	6.449	0.465	1.000
	C, Tijekom	4.000	6.449	0.620	1.000
	A, Nakon	10.000	4.504	2.220	1.000
	B, Nakon	9.600	6.449	1.489	1.000
	C, Nakon	14.000	6.449	2.171	1.000
B, Prije	C, Prije	0.600	6.449	0.093	1.000
	A, Tijekom	1.400	6.449	0.217	1.000
	B, Tijekom	−2.000	4.504	−0.444	1.000
	C, Tijekom	−1.000	6.449	−0.155	1.000
	A, Nakon	5.000	6.449	0.775	1.000
	B, Nakon	4.600	4.504	1.021	1.000
	C, Nakon	9.000	6.449	1.396	1.000
C, Prije	A, Tijekom	0.800	6.449	0.124	1.000
	B, Tijekom	−2.600	6.449	−0.403	1.000
	C, Tijekom	−1.600	4.504	−0.355	1.000
	A, Nakon	4.400	6.449	0.682	1.000
	B, Nakon	4.000	6.449	0.620	1.000
	C, Nakon	8.400	4.504	1.865	1.000
A, Tijekom	B, Tijekom	−3.400	6.449	−0.527	1.000
	C, Tijekom	−2.400	6.449	−0.372	1.000
	A, Nakon	3.600	4.504	0.799	1.000
	B, Nakon	3.200	6.449	0.496	1.000
	C, Nakon	7.600	6.449	1.179	1.000
B, Tijekom	C, Tijekom	1.000	6.449	0.155	1.000
	A, Nakon	7.000	6.449	1.085	1.000
	B, Nakon	6.600	4.504	1.465	1.000
	C, Nakon	11.000	6.449	1.706	1.000
C, Tijekom	A, Nakon	6.000	6.449	0.930	1.000
	B, Nakon	5.600	6.449	0.868	1.000
	C, Nakon	10.000	4.504	2.220	1.000
A, Nakon	B, Nakon	−0.400	6.449	−0.062	1.000
	C, Nakon	4.000	6.449	0.620	1.000
B, Nakon	C, Nakon	4.400	6.449	0.682	1.000

Note. P-value adjusted for comparing a family of 36

Slika 8.28. Bonferonni post-hoc test za dvosmjernu ANOVA-u s ponavljanim mjerenjima

9. ZAKLJUČAK

U ovom radu su istražene mogućnosti koje pruža program JASP za statističku analizu podataka pomoću modula „Descriptives“, „t-Tests“ i „ANOVA“ Kroz praktične primjere upoznaje se s različitim funkcijama ovog softvera koje omogućuju opisivanje, vizualizaciju i interpretaciju podataka. JASP je vrlo brz i jednostavan program koji omogućuje jednostavno izračunavanje statističkih vrijednosti. Modul „Descrpitives“ omogućuje brzo izračunavanje vrijednosti kao što su aritmetička sredina, medijan, mod, varijanca, standardna devijacija te grafičko prikazivanje pomoću histograma i „box-plotova“. Modul „t-Tests“ omogućuje brzo uspoređivanje aritmetičkih sredina dvaju uzoraka kako bi se provjerilo postoji li statistički značajne razlike među njima. Modul „ANOVA“ omogućuje brzo uspoređivanje aritmetičkih sredina više od dvaju uzoraka kako bi se provjerilo postoji li statistički značajna razlika među njima. Deskriptivna statistika pruža temelj za razumijevanje i interpretaciju strukture podataka statističkog skupa putem različitih statističkih vrijednosti i metoda. Primjena deskriptivne statistike ključna je za razumijevanje i interpretaciju podataka u mnogim područjima, od znanstvenih istraživanja do poslovnih analiza. T-testovi se često koriste u područjima kao što su medicina, psihologija, ekonomija i znanost kako bi se provjerile razlike između dvije grupe podataka, kao što su kontrolna i eksperimentalna skupina. S druge strane, ANOVA je korisna za usporedbu srednjih vrijednosti između više od dvije grupe podataka, što je često slučaj u istraživanjima koja uključuju više tretmana, skupina ili vremenskih točaka. Područja primjene obuhvaćaju istraživanje lijekova, socijalne znanosti, marketing, ekonomiju i biologiju. U konačnici, ovi alati omogućuju detaljno istraživanje i bolje razumijevanje podataka u uzorcima. Njihova primjena pokazala se ključnom za donošenje zaključaka.

10. POPIS LITERATURE

[1] Nelida Črnjarić: „Inženjerska statistika" , Inženjerska statistika, 2023.

[2] Mark A. Goss-Sampson: „Statistical analysis in JASP a guide for students" , JASP v 0.16., 2022.

[3] DATAtab Team: „t-Test", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/t-test, 28. travnja 2024.

[4] DATAtab Team: „One sample t-test", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/one-sample-t-test, 28. travnja 2024.

[5] DATAtab Team: „t-test for independent samples", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/unpaired-t-test, 28. travnja 2024.

[6] DATAtab Team: „Paired Samples t-test", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/paired-t-test 28. travnja 2024.

[7] DATAtab Team: „Analysis of Variance (ANOVA)", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/anova 08. svibnja 2024.

[8] DATAtab Team: „One-factorial Analysis of Variance (One-way ANOVA)", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/one-factorial-anova, 08. svibnja 2024.

[10] DATAtab Team: „Repeated Measures ANOVA", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/anova-with-repeated-measures, 09. svibnja 2024.

[9] DATAtab Team: „Two-way ANOVA (without repeated measures)", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/two-factorial-anova-without-repeated-measures, 09. svibnja 2024.

[11] DATAtab Team: „Two-way analysis of variance with measurement repetition", s Interneta, https://datatab.net/tutorial/two-factorial-anova-with-repeated-measures, 10. svibnja 2024.

11. SAŽETAK

U ovom završnom radu opisani su grana statistike deskriptivna statistika, t-testovi i ANOVA testovi. Dana je detaljna teorijska podloga deskriptivne statistike gdje su se objasnili pokazatelji centralne tendencije (aritmetička sredina, medijan i mod) i pokazatelji rasapa podataka (varijanca, standardna devijacija, prvi i treći kvartil). Također su se objasnili njihovi pokazatelji reprezentativnosti tj. relativne mjere rasapa (koeficijent varijacije i koeficijent kvartilne devijacije). U detaljnoj teorijskoj podlozi t-testova objasnile su se različite vrste t-testova kao što su jednostavan t-test, t-test za nezavisne i t-test za zavisne uzorke, a u detaljnoj teorijskoj podlozi ANOVA testova objašnjene su različite vrste ANOVA-e kao što su jednosmjerna i dvosmjerna ANOVA, te ANOVA-e s ponavljanim i bez ponavljanih mjerenja. Objašnjene su i isprobane funkcije za provođenje deskriptivne statistike, t-testova i ANOVA testova programa za statističku analizu JASP-a.

Ključne riječi: Deskriptivna statistika, t-test, ANOVA, JASP.

SUMMARY

In this thesis, the branch of statistics descriptive statistics, t-tests, and ANOVA tests are described. A detailed theoretical background of descriptive statistics is provided, explaining measures of central tendency (mean, median, and mode) and measures of data dispersion (variance, standard deviation, first and third quartiles). Their representativeness indicators, such as the coefficient of variation and the coefficient of quartile deviation, are also explained. The detailed theoretical background of t-tests covers different types of t-tests, including one-sample, independent, and paired t-tests. The detailed theoretical background of ANOVA tests explains various types, such as one-way and two-way ANOVA, and repeated measures ANOVA. Additionally, functions for conducting descriptive statistics, t-tests, and ANOVA tests in the JASP statistical analysis program are explained and tested.

Keywords: Descriptive statistics, t-test, ANOVA, JASP.