

# Proračun osjetljivosti i šuma VP filtra 4. reda u CBQ strukturi

---

**Stanišić, Noel**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:190:985013>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-15**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka, Faculty of Engineering](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij elektrotehnike

Diplomski rad

**PRORAČUN OSJETLJIVOSTI I ŠUMA VP FILTRA 4. REDA U  
CBQ STRUKTURI**

Rijeka, rujan 2024.

Noel Stanišić

0069075678

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Diplomski sveučilišni studij elektrotehnike

Diplomski rad

**PRORAČUN OSJETLJIVOSTI I ŠUMA VP FILTRA 4. REDA U  
CBQ STRUKTURI**

Mentor: prof. dr. sc. Nino Stojković

Rijeka, rujan 2024.

Noel Stanišić

0069075678

Rijeka, 28.02.2024.

Zavod:                   Zavod za automatiku i elektroniku  
Predmet:                Analogna obrada signala

## ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Pristupnik:           **Noel Stanišić (0069075678)**  
Studij:                Sveučilišni diplomski studij elektrotehnike (1300)  
Modul:                 Automatika (1331)

Zadatak:              **Proračun osjetljivosti i šuma VP filtra 4. reda u CBQ strukturi / Sensitivity and Noise calculation of 4th-order CBQ HP Filter**

### Opis zadatka:

Potrebno je realizirati Chebyshevjev VP filter 4. reda u kaskadnoj strukturi i bikvartnoj strukturi. Odrediti prijenosnu funkciju, raspored polova i nula, frekvencijske karakteristike, vremenske karakteristike te vrijednosti elemenata filtra za obje realizacije. Izvršiti proračun osjetljivosti i šuma za obje realizacije. Provesti provjeru dobivenih karakteristika pomoću programskog paketa SPICE. Izraditi nacrt tiskane pločice: raspored elemenata i vodova. Provesti mjerenje karakteristika filtra složenog na ispitnoj pločici pomoću mrežnog analizatora. Za dodatne informacije javiti se mentoru.

Rad mora biti napisan prema Uputama za pisanja diplomskih / završnih radova koje su objavljene na mrežnim stranicama studija.

Zadatak uručen pristupniku:    20.03.2024.

Mentor:  
prof. dr. sc. Nino Stojković

Predsjednik povjerenstva za  
diplomski ispit:  
prof. dr. sc. Dubravko Franković

## IZJAVA

Sukladno članku 7. stavci 1. pravilnika o diplomskom radu, diplomskom ispitu i završetku diplomskih sveučilišnih studija Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, izjavljujem da sam isključivo samostalni autor diplomskog rada naziva PRORAČUN OSJETLJIVOSTI I ŠUMA VP FILTRA 4. REDA U CBQ STRUKTURI.

Rijeka, 03. rujna 2024.

*N. Stanišić*

Noel Stanišić

0069075678

## ZAHVALA

Zahvaljujem se mentoru prof.dr.sc. Nini Stojkoviću na konzultacijama i pomoći tijekom pisanja diplomskog rada. Također, zahvaljujem mu se na prenesenom znanju i načinu predavanja kojim je učinio svoje predmete zanimljivima.

Htio bih se zahvaliti i asistentu Zoranu Šverku na pomoći i savjetima koje je pružio prilikom rada u laboratoriju.

## Sadržaj

1. UVOD.....	1
2. OPĆENITO O FILTRIMA I FILTARSKIM STRUKTURAMA.....	3
2.1. Kaskadna struktura.....	4
2.2. Kaskada bikvarta.....	5
3. CHEBYSHEVLJEV VISOKO PROPUSNI FILTAR ČETVRTOG REDA U BIKVARTNOJ STRUKTURI .....	6
3.1. Normirana prijenosna funkcija Chebyshevljevog visoko propusnog filtra četvrtog reda 6	
3.2. Bikvartna struktura Chebyshevljevog visoko propusnog filtra četvrtog reda .....	8
3.3. Polovi i nule prijenosne funkcije .....	11
3.4. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Chebyshevljevljevu normiranu prijenosnu funkciju .....	12
3.4.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika .....	12
3.4.2. Fazno frekvencijska karakteristika .....	13
3.4.3. Grupno vrijeme kašnjenja.....	15
3.4.4. Impulsni odziv .....	16
3.4.5. Skokovni odziv .....	17
3.5. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Chebyshevljevljevu denormiranu prijenosnu funkciju .....	18
3.5.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika .....	18
3.5.2. Fazno frekvencijska karakteristika.....	19
3.5.3. Grupno vrijeme kašnjenja.....	22
3.5.4. Impulsni odziv .....	23
3.5.5. Skokovni odziv .....	24
4. BESSELOV VISOKO PROPUSNI FILTAR ČETVRTOG REDA U CBQ STRUKTURI.	25

4.1.	Normirana prijenosna funkcija Besselovog visoko propusnog filtra četvrtog reda.....	25
4.2.	Bikvartna struktura Besselovog visoko propusnog filtra četvrtog reda.....	26
4.3.	Polovi i nule prijenosne funkcije Besselove aproksimacije.....	27
4.4.	Frekvencijske i vremenske karakteristike za Besselovu normiranu prijenosnu funkciju	28
4.4.1.	Amplitudno frekvencijska karakteristika .....	28
4.4.2.	Fazno frekvencijska karakteristika.....	29
4.4.3.	Grupno vrijeme kašnjenja.....	31
4.4.4.	Impulsni odziv .....	32
4.4.5.	Skokovni odziv .....	33
4.5.	Frekvencijske i vremenske karakteristike za Besselovu denormiranu prijenosnu funkciju	34
4.5.1.	Amplitudno frekvencijska karakteristika .....	34
4.5.2.	Fazno frekvencijska karakteristika:.....	35
4.5.3.	Grupno vrijeme kašnjenja.....	37
4.5.4.	Impulsni odziv .....	38
4.5.5.	Skokovni odziv .....	39
5.	USPOREDBA KARAKTERISTIKA BESSELOVE I CHEBYSHEVLJEVE APROKSIMACIJE.....	40
5.1.	Amplitudno i fazno frekvencijska karakteristika.....	40
5.2.	Grupno vrijeme kašnjenja.....	42
5.3.	Impulsni odziv .....	43
5.4.	Skokovni odziv .....	44
6.	REALIZACIJA FILTRA.....	45
6.1.	Proračun elemenata bikvartne strukture.....	45
6.2.	Proračun elemenata kaskadne strukture.....	49



6.3.	Rezultati simulacija iz TINA-TI sa proračunatim elementima.....	50
7.	ANALIZA OSJETLJIVOSTI FILTRA.....	53
7.1.	Schoefflerova analiza osjetljivosti .....	53
7.1.1.	Schoefflerova analiza osjetljivosti bikvartne strukture.....	54
7.1.2.	Schoefflerova analiza osjetljivosti kaskadne strukture.....	58
7.1.3.	Usporedba Schoefflerove osjetljivosti kaskadne i bikvartne strukture .....	61
7.2.	Monte Carlo analiza osjetljivosti .....	63
7.2.1.	Monte Carlo analiza, 200 prolaza, tolerancija 1% .....	64
7.2.2.	Monte Carlo analiza, 100 prolaza, tolerancija 0.2% .....	67
8.	SPEKTRALNA GUSTOĆA NAPONA ŠUMA .....	71
8.1.	Analiza spektralne gustoće napona šuma bikvartne strukture .....	74
8.2.	Analiza spektralne gustoće napona šuma kaskadne strukture .....	82
8.3.	Usporedba spektralnih gustoća napona šuma bikvartne i kaskadne strukture .....	88
9.	DIZAJN TISKANE PLOČICE .....	91
9.1.	Realizacija filtra stvarnim elementima .....	91
9.2.	Tiskana pločica .....	92
10.	LABORATORIJSKA MJERENJA .....	96
11.	ZAKLJUČAK.....	102
	Literatura.....	104
	Sažetak i ključne riječi .....	105
	Summary and keywords.....	106
	Prilog 1. Tablice aproksimacija .....	107

# 1. UVOD

U radu je obrađen proračun osjetljivosti i šuma VP filtra 4. reda u CBQ strukturi. Kvaliteta obrade signala ovisi među ostalim o osjetljivosti i šumu. Osjetljivost filtra se može definirati kao promjena od željenih vrijednosti amplitudne ili fazno frekvencijske karakteristike filtra. Neke strukture posjeduju manju osjetljivost od drugih. Kaskadna struktura, koja je najjednostavnija za proračun i realizaciju posjeduje najveću osjetljivost[1]. Kao jedna od mjera smanjivanja osjetljivosti poznata je implementacija povratne veze. Postoje više struktura koje implementiraju povratnu vezu, no u ovom radu koristiti će se bikvartna struktura koja će se uspoređivati sa kaskadnom, kako bi se uočila potencijalna poboljšanja u razini šuma i osjetljivosti. Rad je podijeljen na poglavlja u kojima se detaljnije obrađuje problematika vezana uz proračun osjetljivosti i šuma.

Drugo poglavlje se bavi ukratko o filtrima i filtarskim strukturama, nabrajaju se neke od postojećih, a pomnije se obrazlažu kaskadna i bikvartna struktura koje se uspoređuju dalje u radu.

Treće poglavlje se bavi problematikom Chebyshevljevog VP filtra četvrtog reda s graničnom frekvencijom  $f_g = 4\text{kHz}$  u bikvartnoj strukturi. Prikazuje kako se dobiva prijenosna funkcija VP filtra iz NP prototipa koristeći frekvencijsku transformaciju i nadalje prikazuju se sve vremenske i frekvencijske karakteristike, za normiranu i denormiranu prijenosnu funkciju, koje ukazuju na točnost prijenosne funkcije i stabilnost filtra.

Četvrto poglavlje obrađuje istu problematiku kao i treće samo za Besselovu aproksimaciju kako bi se usporedile razlike između Chebyshevljeve i Besselove aproksimacije.

Peto poglavlje uspoređuje vremenske i frekvencijske karakteristike Chebyshevljeve i Besselove aproksimacije.

Šesto poglavlje se bavi realizacijom filtra, u smislu određivanja vrijednosti otpornika i kondenzatora koji sačinjavaju filter. Ovaj postupak je prikazan za bikvartnu i kaskadnu strukturu. Prikazane su normirane i denormirane (potrebne za fizičku realizaciju) vrijednosti elemenata. Nakon određivanja vrijednosti elemenata, simulacija vremenskih i frekvencijskih karakteristika će se provjeriti u programskom alatu TINA-TI.

Sedmo poglavlje obrađuje analizu osjetljivosti filtra. Prikazat će se Schoefflerova i Monte Carlo analiza osjetljivosti. Ove analize bit će proračunate za kaskadnu i bikvartnu strukturu kako bi se usporedila osjetljivost između obje strukture.

Osmo poglavlje se bavi analizom spektralne gustoće napona šuma. Kao i u prethodnom poglavlju, proračun i usporedba će biti izvršeni za obje strukture.

Deveto poglavlje će prikazati realizaciju filtra stvarnim elementima te dizajn tiskane pločice koji je izrađen u programskom alatu KiCad.

U desetom poglavlju provedeno je laboratorijsko mjerenje filtra složenog na ispitnoj pločici. Mjerenje je vršeno mrežnim analizatorom kojim se prikazuju amplitudno frekvencijska, fazno frekvencijska te karakteristika grupnog kašnjenja i uspoređuju se sa rezultatima dobivenim u LTSpice-u i MATLAB-u.

## 2. OPĆENITO O FILTRIMA I FILTARSKIM STRUKTURAMA

Električni filtri su sustavi koji na ulazni signal djeluju na način da neke frekvencije propuštaju, a neke prigušuju. Oni djeluju na amplitudu i fazu signala. U idealnom slučaju oni će samo replicirati signale željene frekvencije na izlaz, a neželjene atenuirati. Realni filtri posjeduju prijelazno područje u kojem amplitude signala nisu izričito odijeljene. Primjena filtara je izuzetno široka, od video i audio sustava, do industrijske elektronike, medicinske opreme, komunikacijskih sustava, senzora itd. Za razliku od digitalnih filtara koji rade s diskretnim signalima, analogni filtri rade s kontinuiranim signalima. U ovome radu obrađivati će se tematika vezana uz analogne električne filtre. Osnovna podjela analognih filtara je na aktivne i pasivne filtre. Aktivni filtri se sastoje od jedne ili više aktivnih komponenti, najčešće operacijskih pojačala. Pasivni filtri se sastoje od otpornika, kondenzatora i zavojnica te ne zahtijevaju vanjsko napajanje za svoj rad. Svi električni filtri po podjeli na frekvencijsko područje rada dijele se na:

- Nisko propusne (NP) filtre koji propuštaju signale ispod određene frekvencije, dok prigušuju one iznad. Ovi filtri propuštaju i DC komponentu signala.
- Visoko propusne (VP) filtre koji propuštaju signale iznad određene frekvencije, dok prigušuju one ispod.
- Pojasno propusne (PP) filtre koji propušta samo frekvencije unutar određenog frekvencijskog opsega, dok prigušuje sve ostale frekvencije izvan njega, npr. radio prijemnik.
- Pojasna brana (PB) koja prigušuje frekvencije unutar određenog frekvencijskog opsega, dok propušta frekvencije izvan njega, uključujući DC komponentu i beskonačnu frekvenciju. Najčešća primjena je za eliminaciju specifične neželjene frekvencije u signalu.
- Korektori koji nemaju strogo definirana područja propuštanja i prigušivanja, već mogu ispravljati dijelove amplitudne ili fazno frekvencijske karakteristike. Obzirom na djelovanje mogu ispravljati samo fazno frekvencijsku komponentu gdje onda amplitudna ostaje netaknuta, ili mogu djelovati samo na dijelove amplitudno frekvencijske karakteristike.

Djelovanje filtra se može opisati njegovom prijenosnom funkcijom. Ona je omjer izlaznog i ulaznog napona u domeni kompleksne frekvencije  $s$ . Još jedan važan pojam vezan uz električne filtre je granična frekvencija. To je frekvencija na kojoj je pojačanje signala jednako  $1/\sqrt{2}$ , izraženo u logaritamskoj mjeri iznosi  $-3\text{dB}$ . Govoreći o aktivnim filtrima koji će se koristiti u ovom radu, moguće ih je realizirati sekcijama koje se međusobno kaskadno vežu kako bi se dobili

viši redovi filtra. Sekcije su uglavnom drugog reda, odnosno moguće je koristiti i po jednu sekciju prvog reda ako je potreban neparan red filtra. Red filtra određuje strminu karakteristike, što je karakteristika strmija to se više približava karakteristici idealnog filtra. Također, svaki red zahtjeva dodatne elemente, komplicira proračun, povećava dimenzije i troškove filtra. Filtri se mogu realizirati na različite načine, kroz matematičke aproksimacije od kojih svaka ima svoje prednosti i nedostatke. U ovom radu realizirati će se filter po Chebyshevljevoj aproksimaciji koja je karakteristična po valovitosti amplitudno frekvencijske karakteristike u području propuštanja.

Moguće je realizirati filtre viših redova kroz više struktura, odnosno spojeve sekcija drugog reda. Razlog postojanja različitih struktura je zahtjev za smanjenjem osjetljivosti na promjenu parametara. Poznato je da neke strukture posjeduju veću osjetljivost, a neke manju. Razlika u osjetljivosti više dolazi do izražaja kod pojasno propusnih filtara nego kod nisko propusnih filtara. U pravilu, povratne veze smanjuju osjetljivost filtra. Neke od filterarskih struktura su: kaskadna struktura, kaskada bikvarta (CBQ), „Follow the Leader Feedback“ (FLF), „Leap Frog“ struktura (LF)[1]... U ovome radu uspoređivati će se kaskadna struktura i kaskada bikvarta koja koristi povratnu vezu kako bi smanjila osjetljivost.

## 2.1. Kaskadna struktura

Proračunski i strukturalno ovo je najjednostavnija forma. Dobiva se spajanjem izlaza jedne sekcije na ulaz druge otkuda i naziv kaskada. Zbog svoje jednostavnosti izvedbe i proračuna ovo je najkorištenija struktura za realizaciju filtara. Prijenosna funkcija je produkt prijenosnih funkcija sekcija koje se kaskadno spajaju, većinom su to sekcije drugog reda, ili ako je red filtra neparan može uključivati i jednu prijenosnu funkciju prvog reda. Iako su izvedba i proračun ovakve strukture najjednostavniji, karakterizira ju najveća osjetljivost[1].



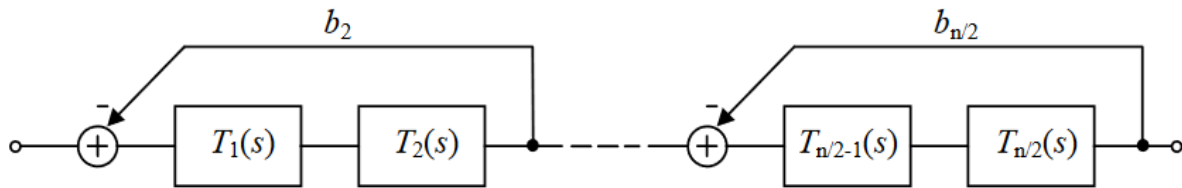
Slika 2.1 Shema kaskadne strukture[1]

Prijenosna funkcija je:

$$T(s) = T_1(s) * T_2(s) * \dots * T_{n/2}(s) \quad (2.1)$$

## 2.2. Kaskada bikvarta

Kaskada bikvarta (CBQ) je struktura proračunom i strukturom kompleksnija od kaskadne, karakterizira ju povratna veza koja ide nakon kaskade dvaju sekcija. Na taj način se ostvaruje filtar četvrtog reda, spajanjem više takvih filtara u kaskadu dobivaju se viši redovi, otkuda i naziv kaskada bikvarta. Povratna veza bikvartne strukture služi da bi smanjila osjetljivost filtra.

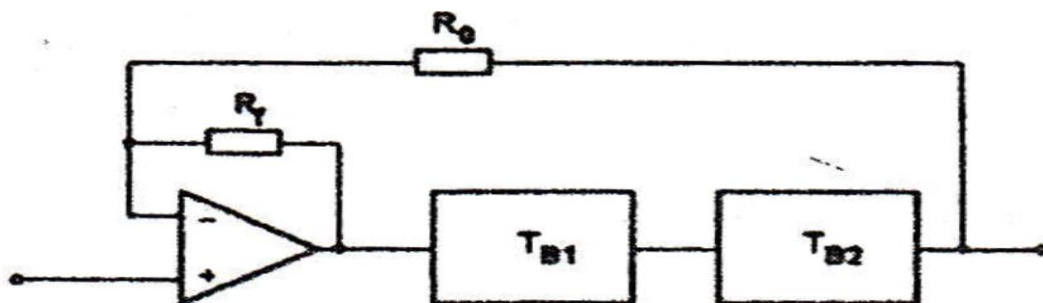


Slika 2.2 Shema kaskade bikvarta[1]

Prijenosna funkcija je:

$$T(s) = \frac{T_1(s) \cdot T_2(s)}{1 + b_2 \cdot T_1(s) \cdot T_2(s)} * \dots * \frac{T_{n/2-1}(s) \cdot T_{n/2}(s)}{1 + b_{n/2} \cdot T_{n/2-1}(s) \cdot T_{n/2}(s)} \quad (2.2)$$

U ovome radu potrebno je realizirati Chebyshevljevi visoko propusni filtar četvrtog reda, stoga će se koristiti samo dvije sekcije spojene u kaskadu i povratna veza što se naziva bikvartna struktura (Slika 2.3). Razlika naspram kaskadne realizacije je povećani broj elemenata i jedno operacijsko pojačalo više zbog povratne veze.



Slika 2.3 Bikvartna struktura[3]

### 3. CHEBYSHEVLJEV VISOKO PROPUSNI FILTAR ČETVRTOG REDA U BIKVARTNOJ STRUKTURI

#### 3.1. Normirana prijenosna funkcija Chebyshevjevog visoko propusnog filtra četvrtog reda

Kako bi se dobila prijenosna funkcija VP filtra četvrtog reda kreće se od umnoška dvaju prijenosnih funkcija NP filtara drugog reda iščitanih iz tablice 1 (prilog 1.) za parametar valovitosti -0.2dB i normiranu graničnu frekvenciju  $\omega_{-3dB} = 1 \text{ rad/s}$ , zatim se koristi NP=>VP transformacija.

Dvije prijenosne funkcije za NP prototip su:

$$T_{NP_1}(s) = \frac{\sqrt{k_0} 0.36762}{s^2 + 0.93872s + 0.36762} \quad (3.1)$$

$$T_{NP_2}(s) = \frac{\sqrt{k_0} 0.89644}{s^2 + 0.38882s + 0.89644} \quad (3.2)$$

Množenjem prethodne dvije prijenosne funkcije dobivamo prijenosnu funkcija NP filtra četvrtog reda normiranu na  $\omega_g = 1 \text{ rad/s}$

$$T_{NP}(s) = T_{NP_1}(s) * T_{NP_2}(s) \quad (3.3)$$

$$T_{NP}(s) = \frac{\sqrt{k_0} * 0.36762}{s^2 + 0.93872s + 0.36762} * \frac{\sqrt{k_0} * 0.89644}{s^2 + 0.38882s + 0.89644} \quad (3.4)$$

Množenjem i sređivanjem izraza dolazi se do sljedećeg:

$$T_{NP}(s) = \frac{k_0 * 0.32955}{s^4 + 1.32755s^3 + 1.6291s^2 + 0.9844s + 0.32955} \quad (3.5)$$

Koristeći NP=>VP frekvencijsku transformaciju  $s = \frac{\omega_g}{s}$  gdje je  $\omega_g = 1 \text{ rad/s}$  dobivamo:

$$T_{VP}(s) = \frac{k_0 * s^4}{s^4 + 2.9872s^3 + 4.9434s^2 + 4.0284s + 3.0344} \quad (3.6)$$

Obzirom da je zadani parametar valovitosti  $\alpha = -0.2\text{dB}$ , slijedi  $k_0$ :

$$\varepsilon = \sqrt{10^{-\frac{\alpha}{10}} - 1} = 0.21709 \quad (3.7)$$

$$k_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} = 0.97724 \quad (3.8)$$

Sada je moguće zapisati prijenosnu funkciju (3.6) u potpunom obliku:

$$T_{VP}(s) = \frac{0.97724s^4}{s^4 + 2.9872s^3 + 4.9434s^2 + 4.0284s + 3.0344} \quad (3.9)$$

Dok su dvije visoko propusne sekcije drugog reda od kojih se sastoji prijenosna funkcija (3.6) sljedeće:

$$T_{VP_1}(s) = \frac{0.9886s^2}{s^2 + 2.554s + 2.72} \quad (3.10)$$

$$T_{VP_2}(s) = \frac{0.9886s^2}{s^2 + 0.4337s + 1.116} \quad (3.11)$$

Kako bi se realizirala kaskadna struktura potrebno je odrediti parametre filtra, oni slijede iz prijenosne funkcije i njenog općeg oblika:

$$T_{VPCAS}(s) = T_{VP_1}(s) * T_{VP_2}(s) \quad (3.12)$$



Opći oblik prijenosne funkcije VP filtra je:

$$T_{VP}(s) = \frac{k*s^2}{s^2 + \frac{\omega}{Q} + \omega^2} \quad (3.13)$$

Uspoređujući opći oblik prijenosne funkcije (3.13) sa sekcijama drugog reda (3.10 i 3.11) dobiva se sljedeća tablica parametara:

Tablica 3.1 Vrijednosti parametara za kaskadnu realizaciju

	$T_1$	$T_2$
$\omega$	1.6492	1.0564
$Q$	0.64575	2.4358
$k$	0.9886	0.9886

### 3.2. Bikvartna struktura Chebyshevljevog visoko propusnog filtra četvrtog reda

Za realizaciju bikvartne strukture četvrtog reda, koristi se kaskada dvije prijenosne funkcije drugog reda, zatim negativna povratna veza. Prijenosna funkcija onda izgleda ovako:

$$T_{VP_{CBQ}}(s) = \frac{T_{VP_1}(s)*T_{VP_2}(s)}{1+b*T_{VP_1}(s)*T_{VP_2}(s)} \quad (3.14)$$

Ubacivanjem (3.13) u (3.14) možemo izraziti parametre filtra u CBQ strukturi:

$$T_{VP_{CBQ}}(s) = \frac{\frac{k_1*s^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1}s + \omega_1^2} * \frac{k_2*s^2}{s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2}}{1+b*\frac{k_1*s^2}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1}s + \omega_1^2} * \frac{k_2*s^2}{s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2}} \quad (3.15)$$

$$= \frac{\frac{k_1 k_2 s^4}{s^4 + \frac{\omega_2}{Q_2} s^3 + \omega_2^2 s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1} s^3 + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_1 Q_2} s^2 + \frac{\omega_2^2 \omega_1}{Q_1} s + \omega_1^2 s^2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2}{Q_2} s + \omega_1^2 \omega_2^2}}{1 + b \frac{k_1 k_2 s^4}{s^4 + \frac{\omega_2}{Q_2} s^3 + \omega_2^2 s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1} s^3 + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_1 Q_2} s^2 + \frac{\omega_2^2 \omega_1}{Q_1} s + \omega_1^2 s^2 + \frac{\omega_1^2 \omega_2}{Q_2} s + \omega_1^2 \omega_2^2}} \quad (3.16)$$

Svođenjem na zajednički nazivnik i sređivanjem izraza dobiva se:

$$= \frac{k_1 k_2 s^4}{s^4 (1 + b k_1 k_2) + \left( \frac{\omega_2 Q_1 + \omega_1 Q_2}{Q_2 Q_1} \right) s^3 + s^2 \left( \omega_1^2 + \omega_2^2 + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_2 Q_1} \right) + s \left( \frac{\omega_1 \omega_2^2}{Q_1} + \frac{\omega_2 \omega_1^2}{Q_2} \right) + \omega_1^2 \omega_2^2} \quad (3.17)$$

Dijeljenjem cijele jednadžbe sa koeficijentom uz najveću potenciju  $s$ -a dobiva se:

$$= \frac{\frac{k_1 k_2}{1 + b k_1 k_2} s^4}{s^4 + s^3 \left( \frac{\omega_2 Q_1 + \omega_1 Q_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} \right) + s^2 \left( \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{1 + b k_1 k_2} + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} \right) + s \left( \frac{\omega_1 \omega_2^2}{Q_1 (1 + b k_1 k_2)} + \frac{\omega_2 \omega_1^2}{Q_2 (1 + b k_1 k_2)} \right) + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{1 + b k_1 k_2}} \quad (3.18)$$

Kako bi se izračunali parametri, potrebno je izjednačiti prethodno dobivenu prijenosnu funkciju sa prijenosnom funkcijom, tj. jednadžbom (3.9). Izjednačavajući koeficijente koji stoje uz potencije kompleksne frekvencije  $s$  dobiva se sljedeći sustav jednadžbi:

$$\frac{\omega_2 Q_1 + \omega_1 Q_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} = 2.9872 \quad (3.19)$$

$$\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{1 + b k_1 k_2} + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} = 4.9434 \quad (3.20)$$

$$\frac{\omega_1 \omega_2^2}{Q_1 (1 + b k_1 k_2)} + \frac{\omega_2 \omega_1^2}{Q_2 (1 + b k_1 k_2)} = 4.0284 \quad (3.21)$$

$$\frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{(1 + b k_1 k_2)} = 3.0344 \quad (3.22)$$

$$\frac{k_1 k_2}{1 + b k_1 k_2} = 0.97724 \quad (3.23)$$

Dobiven je sustav od 5 jednadžbi i 7 nepoznanica. Dvije će biti proizvoljno odabrane kako bi sustav bio rješiv.

Odabran je  $b = 0.25$ . Iz ovoga slijedi  $k_1 k_2 = 1.29317$ . Obzirom da se  $k_1$  i  $k_2$  pojavljuju samo kao umnožak, moguće je odabrati jedan od njih te se odabire  $k_1 = 1$  iz čega slijedi  $k_2 = 1.29317$ .

Time je odabrana druga nepoznanica.

Daljnjim rješavanjem sustava korištenjem programskog paketa MATLAB dobiva se sljedeća tablica parametara:

*Tablica 3.2 Parametri filtra za realizaciju CBQ strukture*

	$T_1$	$T_2$
$\omega$	1.98885	1.0076
Q	0.56746	2.24812
k	1	1.29317
b	0.25	

### 3.3. Polovi i nule prijenosne funkcije

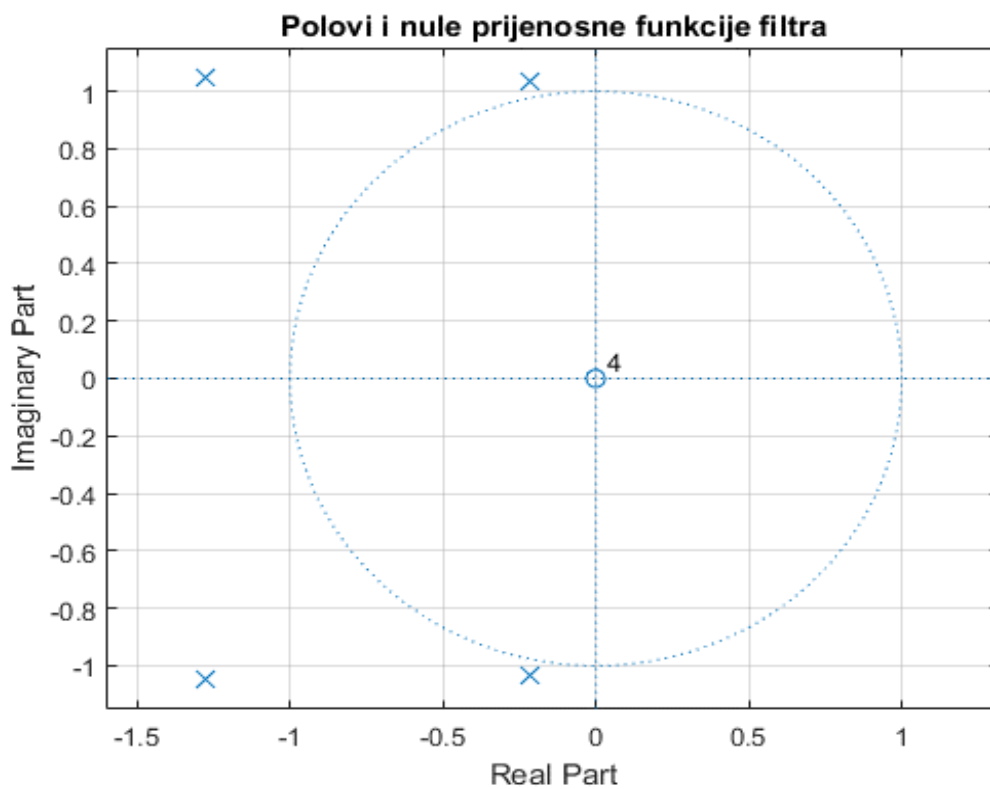
Polovi i nule se prikazuju u kompleksnoj  $s$  ravnini. Polovi određuju stabilnost filtra, zahtjeva se da se svi polovi nalaze u lijevoj polu-ravnini kako bi uvjet stabilnosti bio zadovoljen. U ovom slučaju jer je filter četvrtog reda, moraju postojati četiri pola i nule. Polovi i nule slijede iz prijenosne funkcije (3.9):

$$p_{1,2} = -1.2768 \pm j1.0442$$

$$p_{3,4} = -0.2168 \pm j1.0337$$

Dok su sve nule u ishodištu:

$$z_{1,2,3,4} = 0$$



Slika 3.1 Polovi i nule prijenosne funkcije filtra

### 3.4. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Chebyshevljevu normiranu prijenosnu funkciju

#### 3.4.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika

Zamjenom  $s$  sa  $j\omega$  u jednadžbi (3.9) dobije se  $T(j\omega)$ :

$$T(j\omega) = \frac{0.9772\omega^4}{\omega^4 - j2.9872\omega^3 - 4.9434\omega^2 + j4.0282\omega + 3.0349} \quad (3.24)$$

Apsolutna vrijednost od prethodnog izraza je:

$$|T(j\omega)| = \frac{0.9772|\omega^4|}{|\omega^4 - j2.9872\omega^3 - 4.9434\omega^2 + j4.0282\omega + 3.0349|} \quad (3.25)$$

$$= \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{(\omega^4 - 4.9434\omega^2 + 3.0349)^2 + (4.0282\omega - 2.9872\omega^3)^2}} \quad (3.26)$$

Proširivanjem izraza dolazi se do:

$$|T(j\omega)| = \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 0.9634\omega^6 + 6.4409\omega^4 - 13.7791\omega^2 + 9.2106}} \quad (3.27)$$

Množenjem prethodnog izraza sa  $20\log_{10}$  dobiva se amplitudno frekvencijska karakteristika izražena u dB:

$$A(\omega) = 20\log_{10} \left( \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 0.9634\omega^6 + 6.4409\omega^4 - 13.7791\omega^2 + 9.2106}} \right) \quad (3.28)$$

### 3.4.2. Fazno frekvencijska karakteristika

Iz  $T(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$  slijedi:

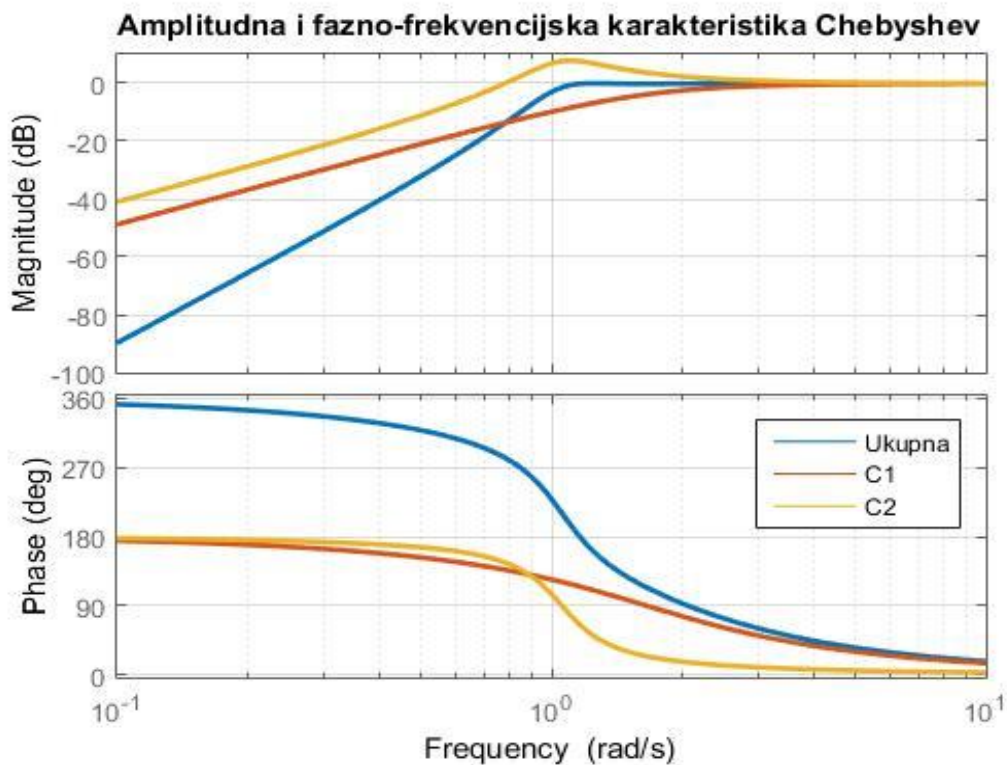
$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(T(j\omega))}{\text{Re}(T(j\omega))} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(P(j\omega))}{\text{Re}(P(j\omega))} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (3.29)$$

Obzirom da je  $P(j\omega) = 0.9772\omega^4$ , slijedi da je  $\text{Im}(P(j\omega)) = 0$ , iz toga proizlazi:

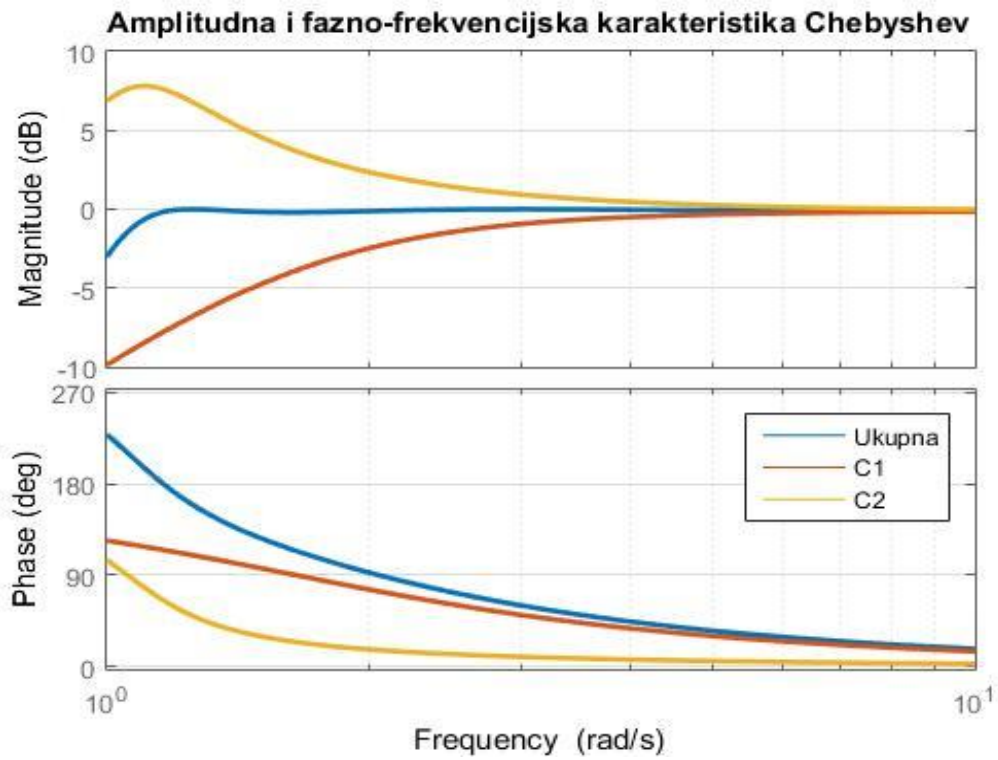
$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (3.30)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{4.0282\omega - 2.9872\omega^3}{\omega^4 - 4.9434\omega^2 + 3.0349} \right) \quad (3.31)$$

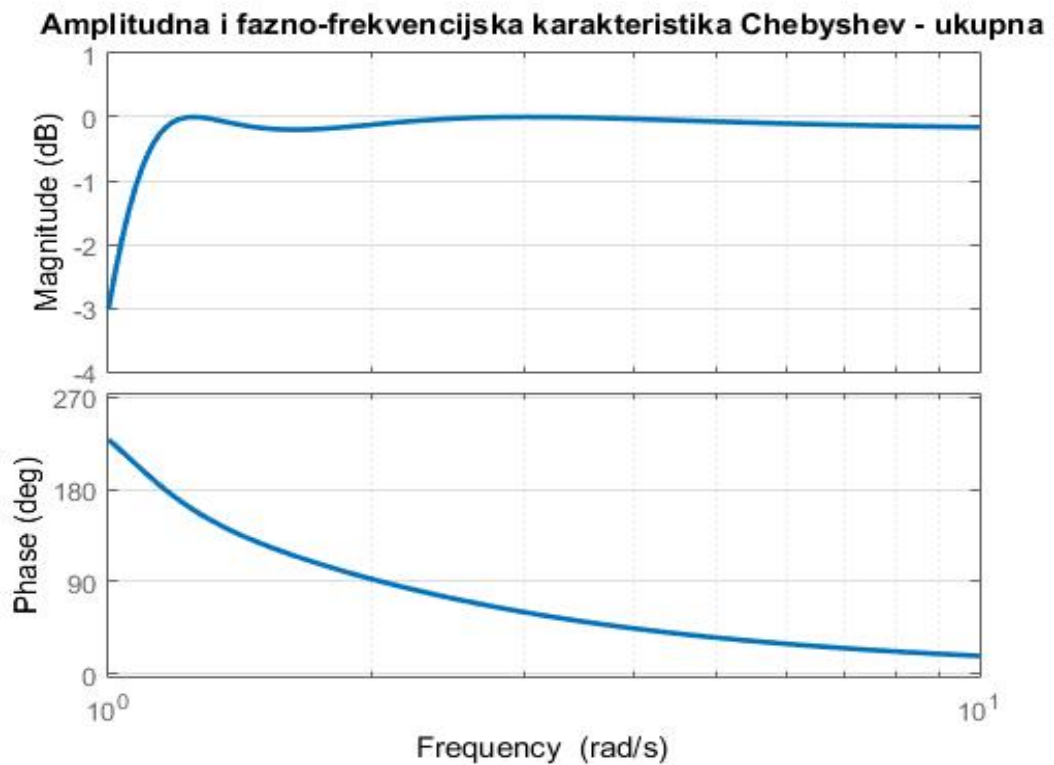
U nastavku su prikazane amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika dobivene u MATLAB-u:



Slika 3.2 Amplitudna i fazno-frekvencijska funkcija normirane prijenosne funkcije



Slika 3.3 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika normirane prijenosne funkcije dekadu nakon granične frekvencije



Slika 3.4 Prikaz glavne karakteristike dekadu nakon granične frekvencije

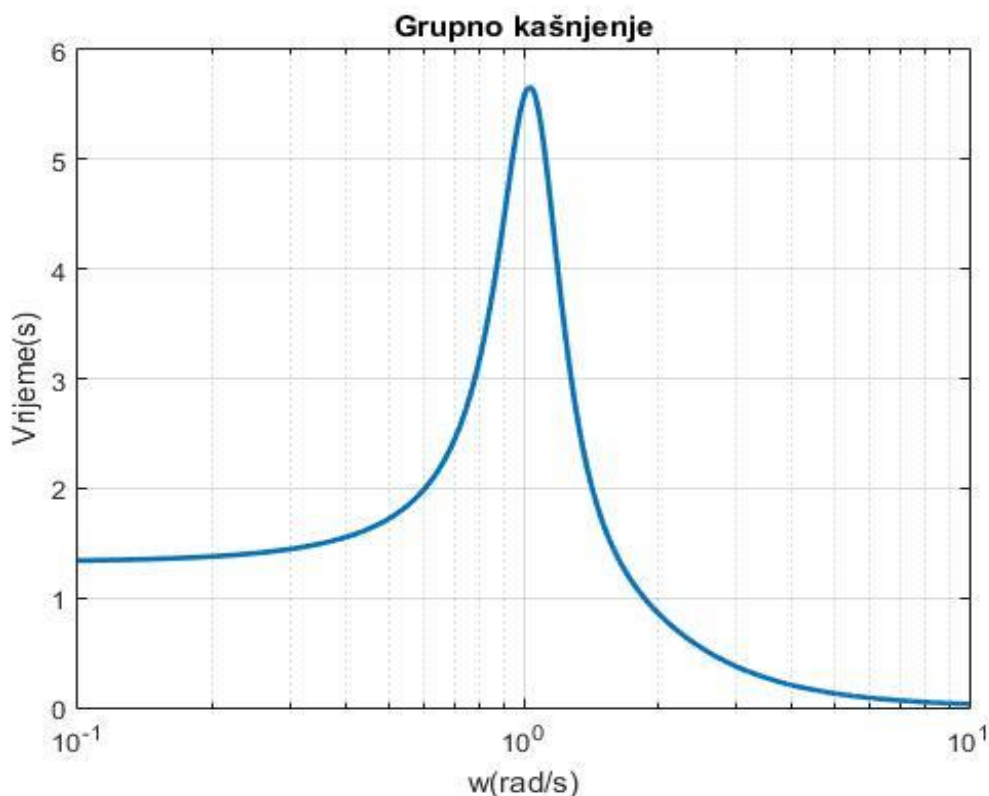
Prethodne slike prikazuju Bodeov dijagram Chebyshevjeve normirane prijenosne funkcije. Na slici 3.2 jasno je vidljivo područje gušenja i područje propuštanja signala, prikazane su karakteristike obje sekcije i ukupna krivulja. Vidljiv je fazni pomak od  $360^\circ$  naspram ulaznog signala. Slika 3.3 i 3.4 prikazuju Bodeov dijagram od granične frekvencije gdje je jasno vidljivo da je na graničnoj frekvenciji pojačanje od  $-3dB$ . Na slici 3.4 gdje je prikazana samo ukupna karakteristika jasno je vidljiva valovitost koja je specifična za Chebyshevljevu aproksimaciju.

### 3.4.3. Grupno vrijeme kašnjenja

Grupno vrijeme kašnjenja slijedi iz fazno frekvencijske funkcije kao njena negativna derivacija:

$$T_g(\omega) = -\frac{d}{d\omega}(\phi(\omega)) = -\frac{d}{d\omega}\left(\tan^{-1}\left(\frac{2.6132\omega - 2.6132\omega^3}{\omega^4 - 3.4143\omega^2 + 1}\right)\right) \quad (3.32)$$

$$T_g(\omega) = \frac{2.987 \cdot 10^8 \omega^6 + 2.682 \cdot 10^8 \omega^4 - 7.285 \cdot 10^8 \omega^2 + 1.223 \cdot 10^9}{10^8 \omega^8 - 9.634 \cdot 10^7 \omega^6 + 6.441 \cdot 10^8 \omega^4 - 1.378 \cdot 10^9 \omega^2 + 9.211 \cdot 10^8} \quad (3.33)$$



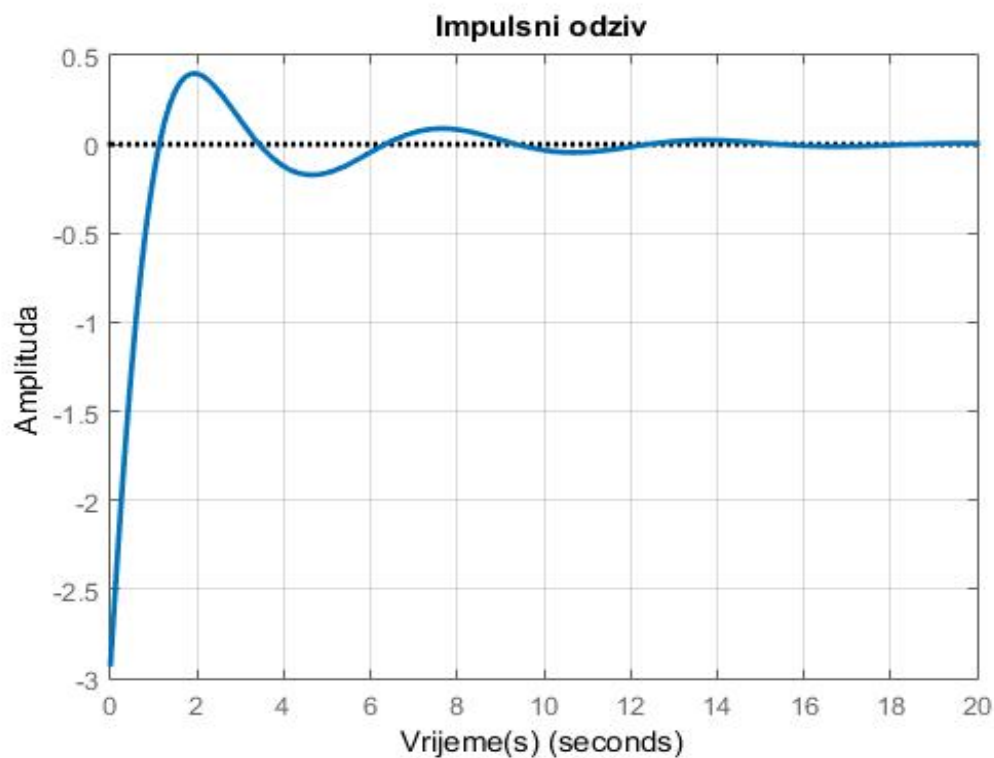
Slika 3.5 Karakteristika grupnog kašnjenja normirane prijenosne funkcije



Grupno vrijeme kašnjenja za normiranu Chebyshevljevu prijenosnu funkciju pokazuje rast prema maksimumu koji se očitava oko granične frekvencije nakon kojeg slijedi asimptotsko približavanje nultom kašnjenju kako se ulazi dublje u područje propuštanja.

#### 3.4.4. Impulsni odziv

$$h(t) = e^{-0.2168t}[0.4594 \sin(1.034t) - 0.1232 \cos(1.034t)] - e^{-0.1277t}[0.1738 \sin(1.044t) + 2.796 \cos(1.044t)] \quad (3.36)$$

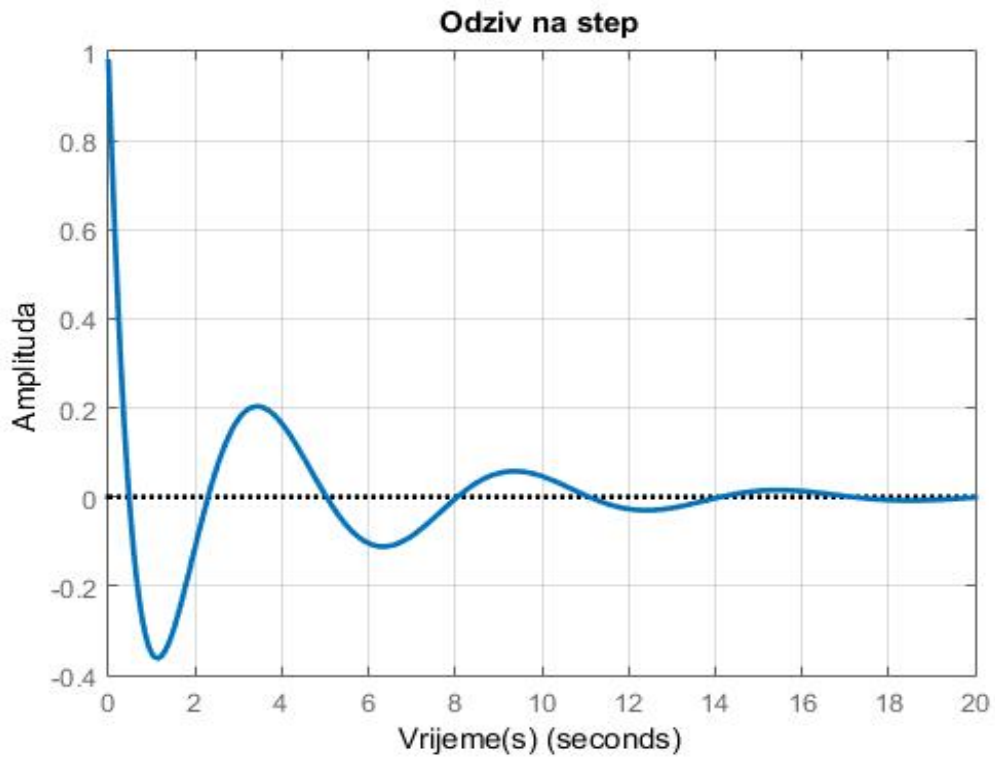


Slika 3.6 Impulsni odziv

Impulsni odziv za normiranu Chebyshevljevu prijenosnu funkciju kreće sa negativnom amplitudom iz koje prelazi u pozitivno nadvišenje i titranje koje se postepeno prigušuje prema nuli, što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra.

### 3.4.5. Skokovni odziv

$$S(t) = e^{-1.277t} [1.379\cos(1.044t) - 0.9916\sin(1.044t)] - e^{-0.2168t} [0.2034\sin(1.034t) + 0.4018\cos(1.034t)] \quad (3.35)$$



Slika 3.7 Skokovni odziv

Skokovni odziv za normiranu Chebyshevljevu prijenosnu funkciju kreće iz jedinične vrijednosti iz koje se prigušenim titranjem približava prema nuli, što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra koji ne propušta istosmjernu komponentu signala.

### 3.5. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Chebyshevljevu denormiranu prijenosnu funkciju

Denormiranje na  $f_g = 4\text{kHz}$  korištenjem NP=>VP transformacije ( $S = \frac{\omega g}{s}$ ) na (3.9) gdje je  $\omega_g = 2\pi f_g$ , dobije se:

$$T_{VP}(s) = \frac{0.9772s^4}{s^4 + 7.508 \cdot 10^4 s^3 + 3.122 \cdot 10^9 s^2 + 6.395 \cdot 10^{13} s + 1.211 \cdot 10^{18}} \quad (3.37)$$

Sukladno postupcima za normiranu prijenosnu funkciju, isti izračuni se ponavljaju za denormiranu.

#### 3.5.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika

Zamjenom  $s$  sa  $j\omega$  u jednadžbi (3.37) dobije se  $T(j\omega)$ :

$$T(j\omega) = \frac{0.9772\omega^4}{\omega^4 - j7.508 \cdot 10^4 \omega^3 - 3.122 \cdot 10^9 \omega^2 + j6.395 \cdot 10^{13} \omega + 1.211 \cdot 10^{18}} \quad (3.38)$$

Apsolutna vrijednost od prethodnog izraza je:

$$|T(j\omega)| = \frac{0.9772|\omega^4|}{|\omega^4 - j6.568 \cdot 10^4 \omega^3 - 2.157 \cdot 10^9 \omega^2 + j4.149 \cdot 10^{13} \omega + 3.99 \cdot 10^{17}|} \quad (3.39)$$

$$= \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{(\omega^4 - 3.122 \cdot 10^9 \omega^2 + 1.211 \cdot 10^{18})^2 + (6.395 \cdot 10^{13} \omega - 7.508 \cdot 10^4 \omega^3)^2}} \quad (3.40)$$

Proširivanjem ovog izraza dolazi se do:

$$|T(j\omega)| = \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 6.0699 \cdot 10^8 \omega^6 + 2.566 \cdot 10^{18} \omega^4 - 3.4712 \cdot 10^{27} \omega^2 + 1.4665 \cdot 10^{36}}} \quad (3.41)$$

Množenjem prethodnog izraza sa  $20\log_{10}$  dobiva se amplitudno frekvencijska karakteristika izražena u dB:

$$A(\omega) = 20\log_{10} \left( \frac{0.9772\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 6.0699 \cdot 10^8 \omega^6 + 2.566 \cdot 10^{18} \omega^4 - 3.4712 \cdot 10^{27} \omega^2 + 1.4665 \cdot 10^{36}}} \right) \quad (3.42)$$

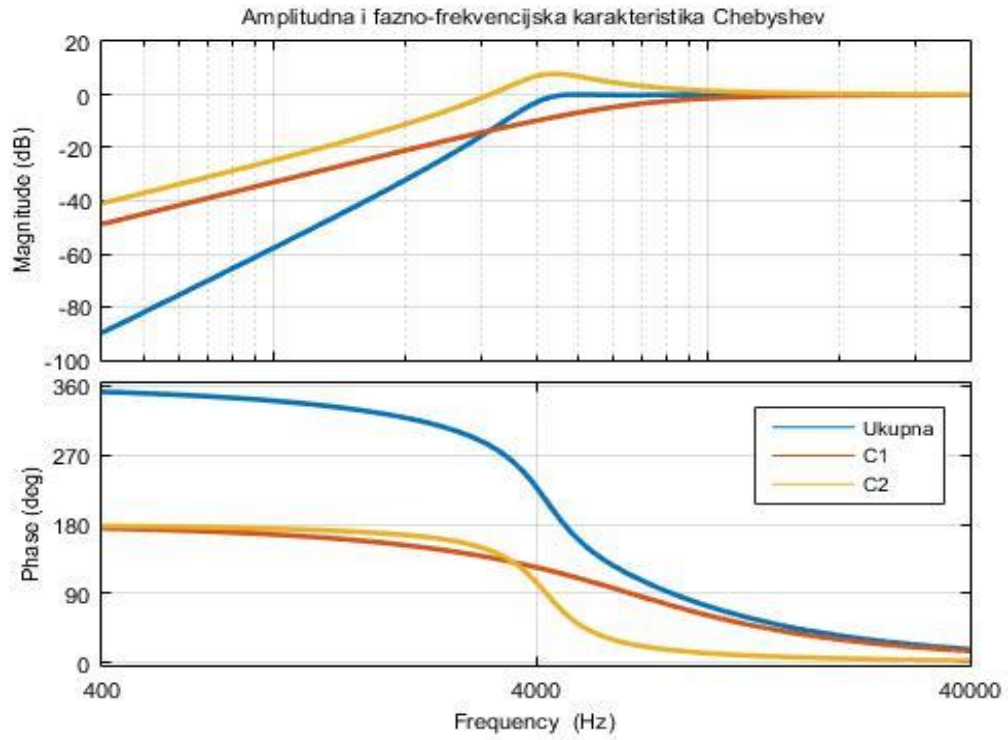
### 3.5.2. Fazno frekvencijska karakteristika

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(P(j\omega))}{\text{Re}(P(j\omega))} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (3.43)$$

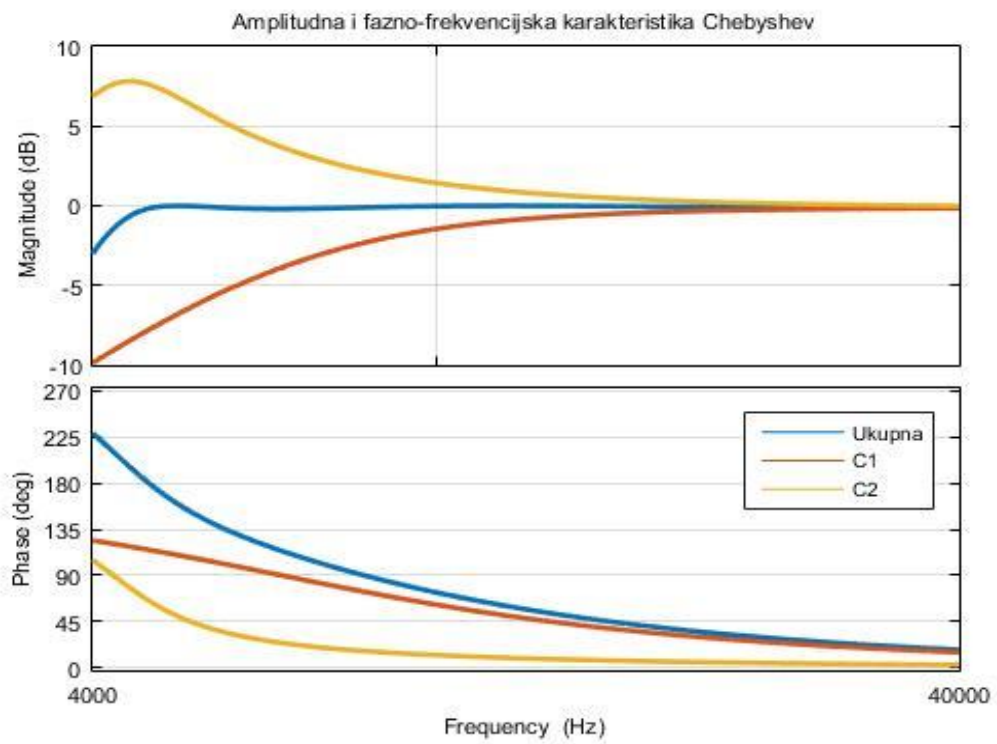
Obzirom da je  $P(j\omega) = 0.9772\omega^4$ , slijedi da je  $\text{Im}(P(j\omega)) = 0$ , iz toga proizlazi:

$$\phi(\omega) = -\tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad \phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{6.395 \cdot 10^{13} \omega - 7.508 \cdot 10^4 \omega^3}{\omega^4 - 3.122 \cdot 10^9 \omega^2 + 1.211 \cdot 10^{18}} \right) \quad (3.44)$$

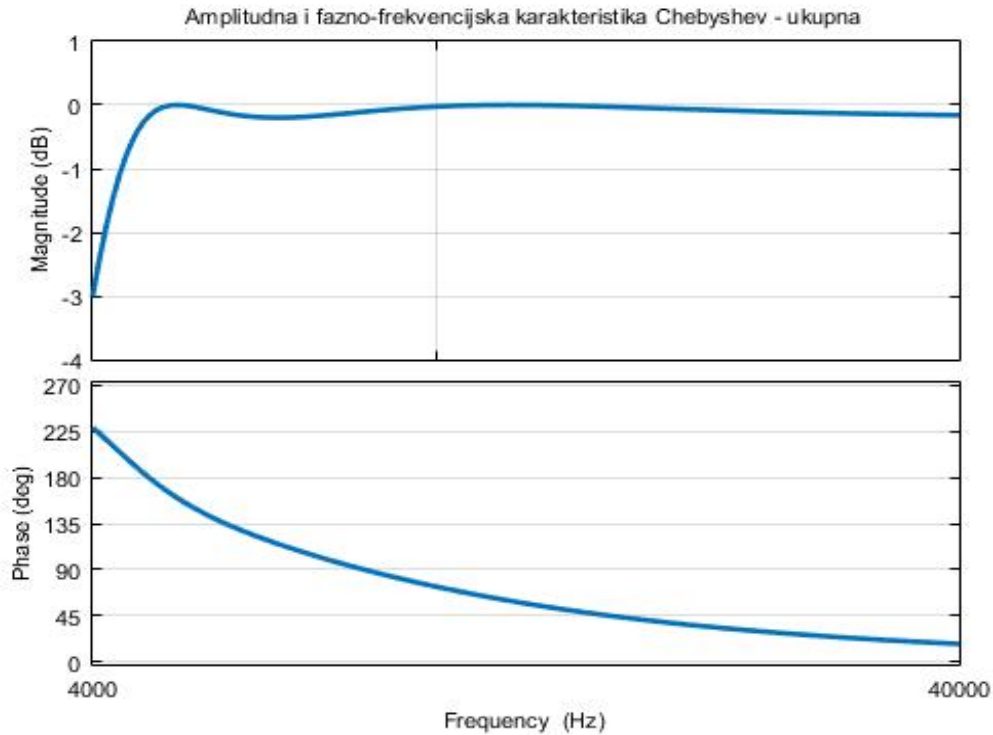
U nastavku su priložene amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika dobivene u MATLAB-u:



Slika 3.8 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika denormiranog ( $f_g=4\text{kHz}$ ) filtra



Slika 3.9 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika denormiranog ( $f_g=4\text{kHz}$ ) filtra dekadu nakon granične frekvencije



Slika 3.10 Prikaz glavne karakteristike dekadu nakon granične frekvencije

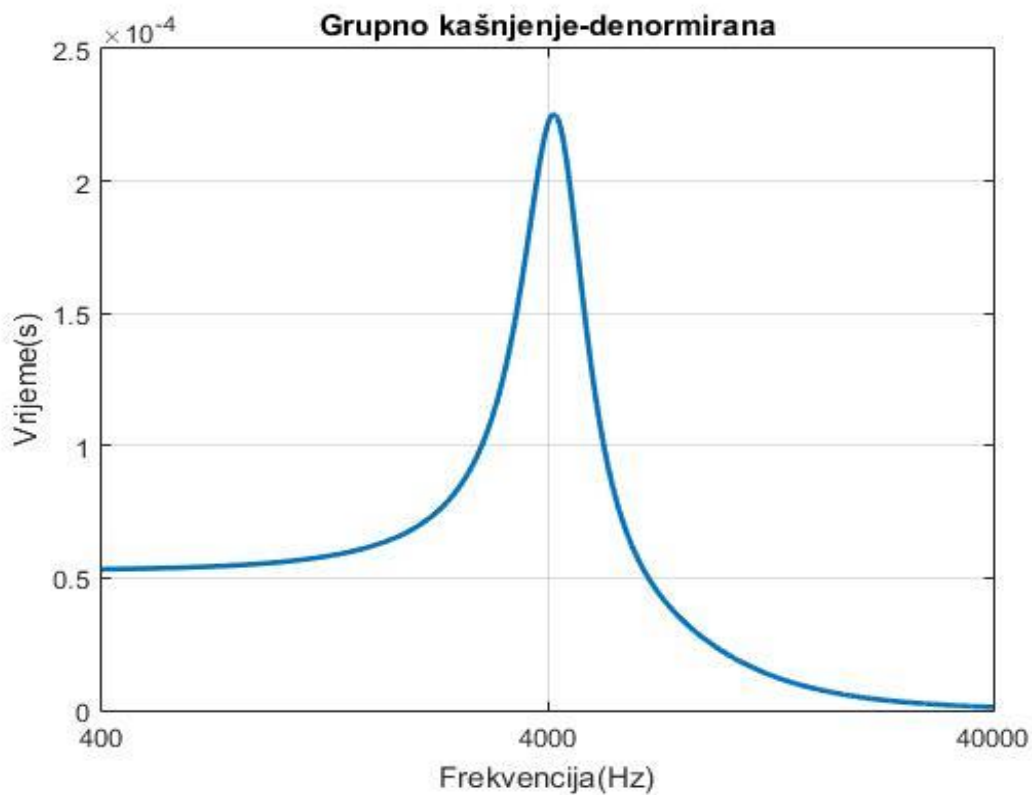
Prethodne slike prikazuju Bodeov dijagram Chebyshevljeve denormirane prijenosne funkcije. Kao i kod normiranog slučaja slika 3.8 prikazuje Bodeov dijagram na potpunom spektru, dok slike 3.9 i 3.10 od granične frekvencije na dalje. Rezultati su identični kao i kod slučaja normirane prijenosne funkcije, odnosno na graničnoj frekvenciji je pojačanje  $-3dB$ , nakon koje karakteristika ide u jedinično pojačanje sa valovitošću koja je karakteristična za Chebyshevljevu aproksimaciju što potvrđuje točnost denormiranja.

### 3.5.3. Grupno vrijeme kašnjenja

Grupno vrijeme kašnjenja slijedi iz fazno frekvencijske funkcije kao njena negativna derivacija:

$$T_g(\omega) = -\frac{d}{d\omega}(\phi(\omega)) = -\frac{d}{d\omega}\left(\tan^{-1}\left(\frac{6.395 \cdot 10^{13}\omega - 7.508 \cdot 10^4\omega^3}{\omega^4 - 3.122 \cdot 10^9\omega^2 + 1.211 \cdot 10^{18}}\right)\right) \quad (3.45)$$

$$T_g(\omega) = \frac{75100\omega^6 + 4.255 \cdot 10^{13}\omega^4 - 7.311 \cdot 10^{22}\omega^2 + 7.744 \cdot 10^{31}}{\omega^8 - 6.0710^8\omega^6 + 2.566 \cdot 10^{18}\omega^4 - 3.472 \cdot 10^{27}\omega^2 + 1.467 \cdot 10^{36}} \quad (3.46)$$

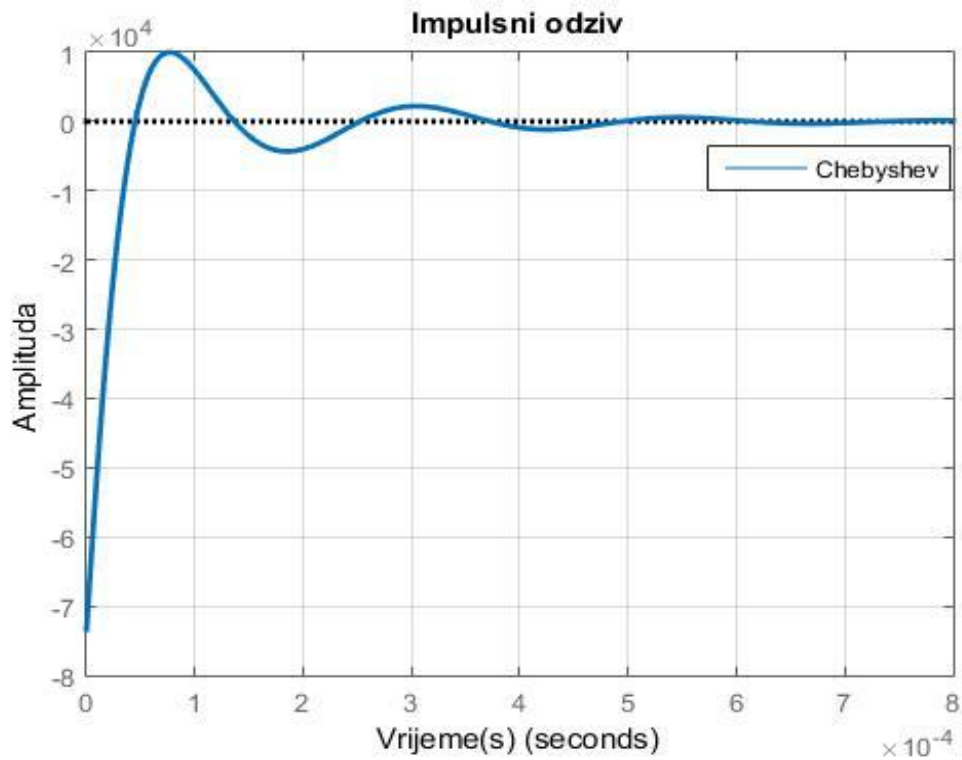


Slika 3.11 Karakteristika grupnog kašnjenja za denormirani ( $f_g=4\text{kHz}$ ) filter

Karakteristika grupnog kašnjenja za denormiranu Chebyshevljevu prijenosnu funkciju je istog oblika kao i kod normirane prijenosne funkcije, odnosno pokazuje rast prema maksimumu koji se očitava oko granične frekvencije i iznosi  $220\mu\text{s}$ , nakon kojeg slijedi asimptotsko približavanje nultom kašnjenju kako se ulazi dublje u područje propuštanja.

### 3.5.4. Impulsni odziv

$$h(t) = e^{-5444t}[11544 \sin(26000t) - 3112 \cos(26000t)] - e^{-32100t}[4350 \sin(26233t) + 70266 \cos(26233t)] \quad (3.47)$$



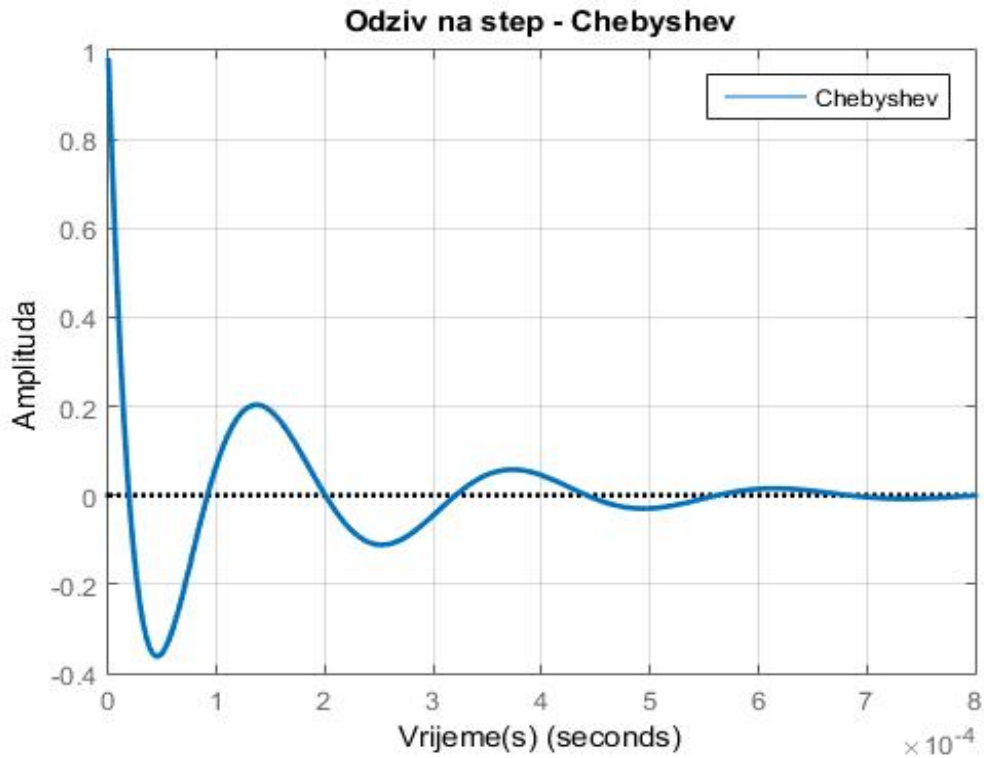
Slika 3.12 Impulsni odziv

Impulsni odziv, kao i kod normirane Chebyshevljeve prijenosne funkcije kreće sa negativnom amplitudom iz koje prelazi u pozitivno nadvišenje i titranje koje se postepeno prigušuje prema nuli, što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra.



### 3.5.5. Skokovni odziv

$$S(t) = e^{-32100t}[1.3788\cos(26233t) - 0.9914\sin(26233t)] - e^{-5444t}[0.204\sin(26000t) + 0.4016\cos(26000t)] \quad (3.48)$$



Slika 3.13 Skokovni odziv

Skokovni odziv, odgovara obliku odziva za normiranu prijenosnu funkciju, kreće iz jedinične vrijednosti i prigušenim titranjem se približava u nulu što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra koji ne propušta istosmjernu komponentu.

## 4. BESSELOV VISOKO PROPUSNI FILTAR ČETVRTOG REDA U CBQ STRUKTURI

### 4.1. Normirana prijenosna funkcija Besselovog visoko propusnog filtra četvrtog reda

Kao i u prvom poglavlju polazi se od dvije prijenosne funkcije drugog reda očitanih iz tablice 2 (prilog 1.) za Besselovu aproksimaciju i normiranu graničnu frekvenciju  $\omega_{-3dB} = 1$ , zatim se koristi NP=>VP transformacija.

Dvije prijenosne funkcije za NP prototip su:

$$T_{NP_1}(s) = \frac{2.045}{s^2 + 2.74s + 2.045} \quad (4.1)$$

$$T_{NP_2}(s) = \frac{2.571}{s^2 + 1.99s + 2.571} \quad (4.2)$$

Množenjem prethodne dvije prijenosne funkcije dobivamo prijenosnu funkcija NP filtra četvrtog reda normiranu na  $\omega_g = 1\text{rad/s}$

$$T_{NP}(s) = T_{NP_1}(s) * T_{NP_2}(s) \quad (4.3)$$

$$T_{NP}(s) = \frac{2.045}{s^2 + 2.74s + 2.045} * \frac{2.571}{s^2 + 1.99s + 2.571} \quad (4.4)$$

Množenjem i sređivanjem izraza dolazi se do sljedećeg:

$$T_{NP}(s) = \frac{5.258}{s^4 + 4.731s^3 + 10.07s^2 + 11.12s + 5.258} \quad (4.5)$$

Koristeći NP=>VP frekvencijsku transformaciju  $s = \frac{\omega_g}{s}$  gdje je  $\omega_g = 1\text{rad/s}$  dobivamo traženi oblik prijenosne funkcije:

$$T_{VP}(s) = \frac{s^4}{s^4 + 2.114s^3 + 1.915s^2 + 0.8996s + 0.1902} \quad (4.6)$$

#### 4.2. Bikvartna struktura Besselovog visoko propusnog filtra četvrtog reda

Polazeći od oblika jednadžbe (3.18) izračunate u trećem poglavlju dolazi se do sustava jednadžbi jednakom onome od (3.19) do (3.23) samo sa različitim koeficijentima. Novi sustav jednadžbi iz kojeg slijede parametri za Besselov filter je:

$$\frac{\omega_2 Q_1 + \omega_1 Q_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} = 2.114 \quad (4.7)$$

$$\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{1 + b k_1 k_2} + \frac{\omega_1 \omega_2}{Q_2 Q_1 (1 + b k_1 k_2)} = 1.915 \quad (4.8)$$

$$\frac{\omega_1 \omega_2^2}{Q_1 (1 + b k_1 k_2)} + \frac{\omega_2 \omega_1^2}{Q_2 (1 + b k_1 k_2)} = 0.8996 \quad (4.9)$$

$$\frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{(1 + b k_1 k_2)} = 0.1902 \quad (4.10)$$

$$\frac{k_1 k_2}{1 + b k_1 k_2} = 1 \quad (4.11)$$

Jedna nepoznanica se eliminira na način da se odabere  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ , a druga da je  $k_1 = 1$ . Zatim se sustav koji sada ima 5 jednadžbi i 5 nepoznanica rješava pomoću programskog paketa MATLAB. Tablica parametara za bikvartnu strukturu Besselovog filtra četvrtog reda dana je u nastavku:

Tablica 4.1 Parametri filtra za CBQ strukturu

	$T_1$	$T_2$
$\omega$	0.65234	0.65234
Q	0.81048	0.54009
k	1	0.95209
b	-0.05032	

### 4.3. Polovi i nule prijenosne funkcije Besselove aproksimacije

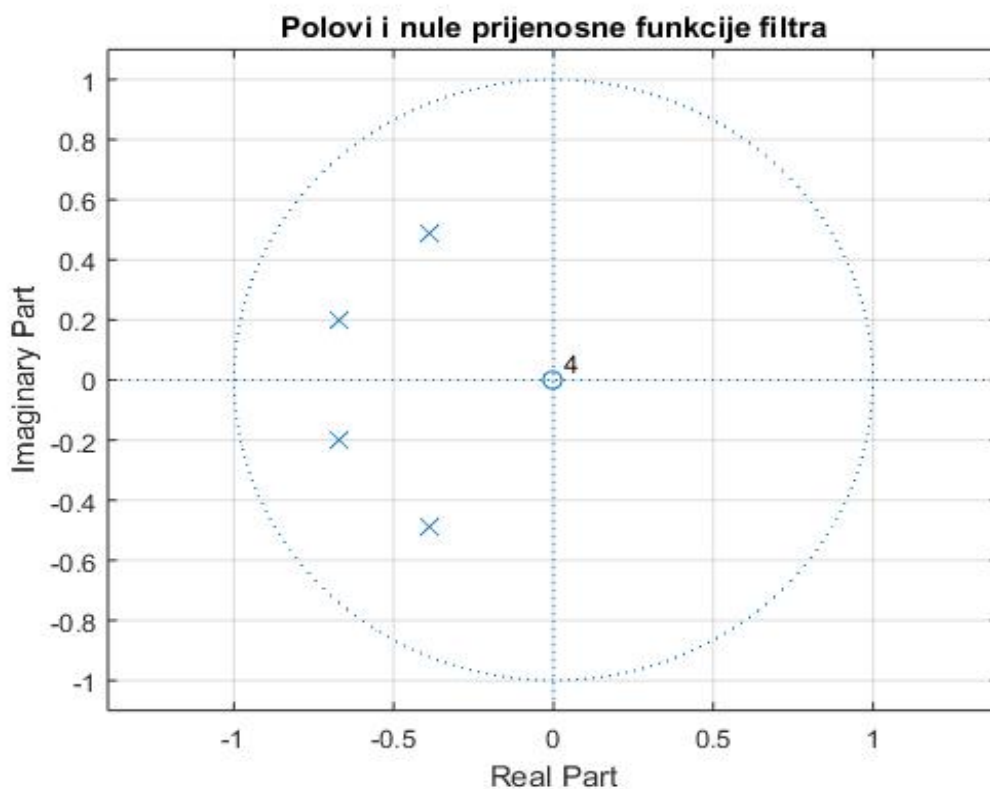
Kao i kod Chebyshevljeva filtera je četvrtog reda, stoga moraju postojati četiri pola i nule. Polovi i nule slijede iz prijenosne funkcije (4.6):

$$p_{1,2} = -0.38686 \pm j0.48901$$

$$p_{3,4} = -0.67014 \pm j0.20029$$

Dok su sve nule:

$$z_{1,2,3,4} = 0$$



Slika 4.1 Polovi i nule kod Besselove aproksimacije

Svi polovi nalaze se u lijevoj poluravnini što ukazuje na stabilnost filtra, dok se sve nule nalaze u ishodištu.

#### 4.4. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Besselovu normiranu prijenosnu funkciju

##### 4.4.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika

Zamjenom  $s$  sa  $j\omega$  u jednadžbi (4.6) dobije se  $T(j\omega)$ :

$$T(j\omega) = \frac{\omega^4}{\omega^4 - j2.114\omega^3 - 1.915\omega^2 + j0.8996\omega + 0.1902} \quad (4.12)$$

Apsolutna vrijednost od prethodnog izraza je:

$$|T(j\omega)| = \frac{|\omega^4|}{|\omega^4 - j2.114\omega^3 - 1.915\omega^2 + j0.8996\omega + 0.1902|} \quad (4.13)$$

$$= \frac{\omega^4}{\sqrt{(\omega^4 - 1.915\omega^2 + 0.1902)^2 + (0.8996\omega - 2.114\omega^3)^2}} \quad (4.14)$$

Proširivanjem izraza dolazi se do:

$$|T(j\omega)| = \frac{\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 0.63899\omega^6 + 0.24412\omega^4 - 0.08081\omega^2 + 0.03618}} \quad (4.15)$$

Množenjem prethodnog izraza sa  $20\log_{10}$  dobiva se amplitudno frekvencijska karakteristika izražena u dB:

$$A(\omega) = 20\log_{10} \left( \frac{\omega^4}{\sqrt{\omega^8 - 0.63899\omega^6 + 0.24412\omega^4 - 0.08081\omega^2 + 0.03618}} \right) \quad (4.16)$$

#### 4.4.2. Fazno frekvencijska karakteristika

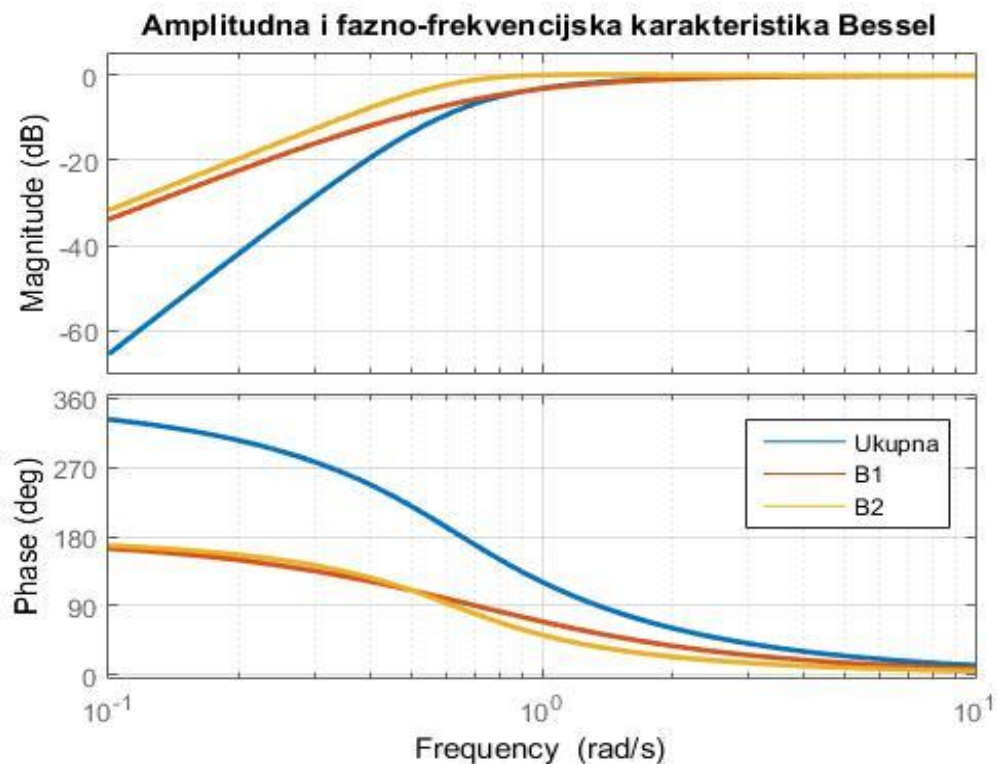
$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(P(j\omega))}{\text{Re}(P(j\omega))} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (4.17)$$

Obzirom da je  $P(j\omega) = \omega^4$ , slijedi da je  $\text{Im}(P(j\omega)) = 0$ , iz toga proizlazi:

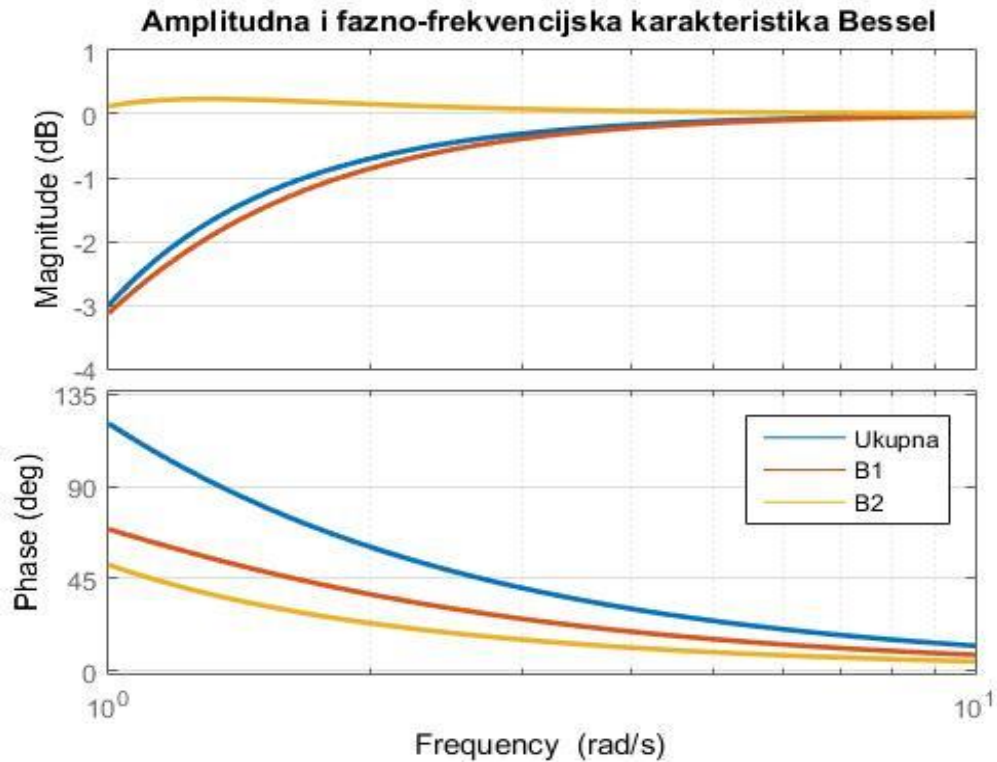
$$\phi(\omega) = -\tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (4.18)$$

$$= \tan^{-1} \left( \frac{1057\omega^3 - 449.8\omega}{500\omega^4 - 957.5\omega^2 + 95.1} \right) \quad (4.19)$$

U nastavku su prikazane amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika dobivene u MATLAB-u:



Slika 4.2 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika normiranog filtra



Slika 4.3 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika filtra dekadu nakon granične frekvencije

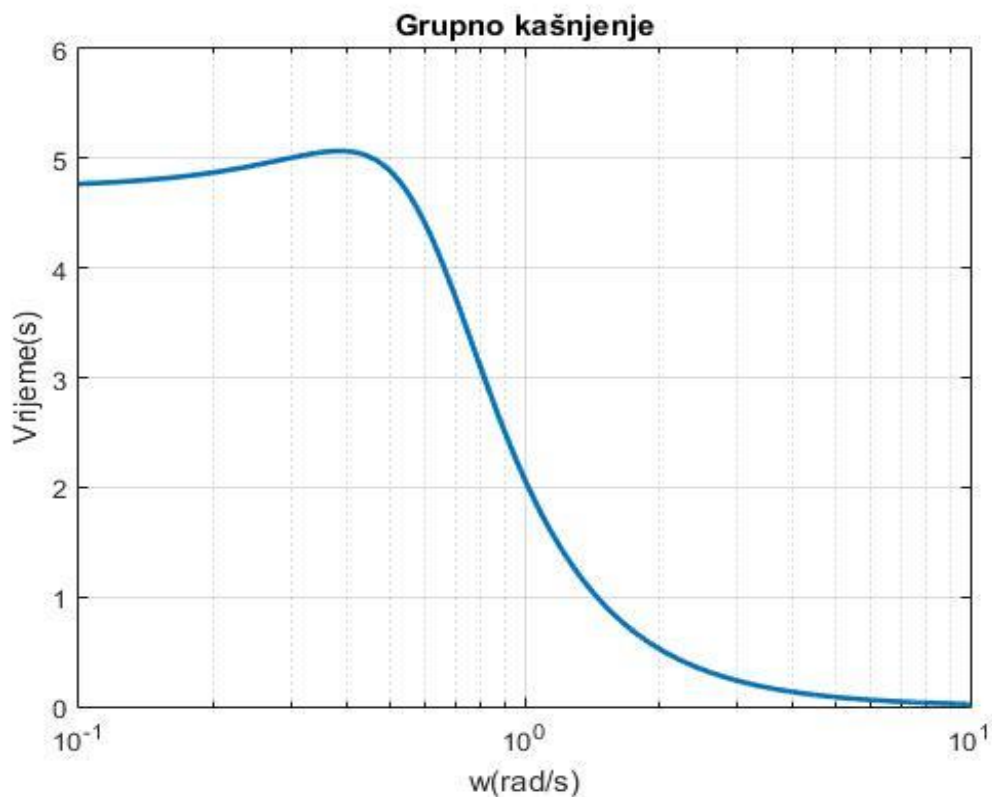
Slike 4.2 i 4.3 prikazuju Bodeov dijagram Besselove normirane prijenosne funkcije. Na slici 4.2 jasno je vidljivo područje gušenja i područje propuštanja signala, prikazane su karakteristike obje sekcije i ukupna krivulja. Vidljiv je fazni pomak od  $360^\circ$  naspram ulaznog signala. Slika 4.3 prikazuje Bodeov dijagram od granične frekvencije gdje je jasno vidljivo da je na graničnoj frekvenciji pojačanje od  $-3dB$  nakon koje karakteristika ide u jedinično pojačanje.

#### 4.4.3. Grupno vrijeme kašnjenja

Grupno vrijeme kašnjenja slijedi iz fazno frekvencijske funkcije kao njena negativna derivacija:

$$T_g(\omega) = -\frac{d}{d\omega}(\phi(\omega)) = -\frac{d}{d\omega}\left(-\tan^{-1}\left(\frac{1057\omega^3-449.8\omega}{500\omega^4-957.5\omega^2+95.1}\right)\right) \quad (4.20)$$

$$T_g(\omega) = \frac{2.437*10^{24}\omega^6+1.556*10^{24}\omega^4+5.955*10^{23}\omega^2+1.973*10^{23}}{1.973*10^{23}\omega^8 + 7.367*10^{23}\omega^6+2.814*10^{23}\omega^4+ 9.317*10^{22}\omega^2+4.171*10^{22}} \quad (4.21)$$



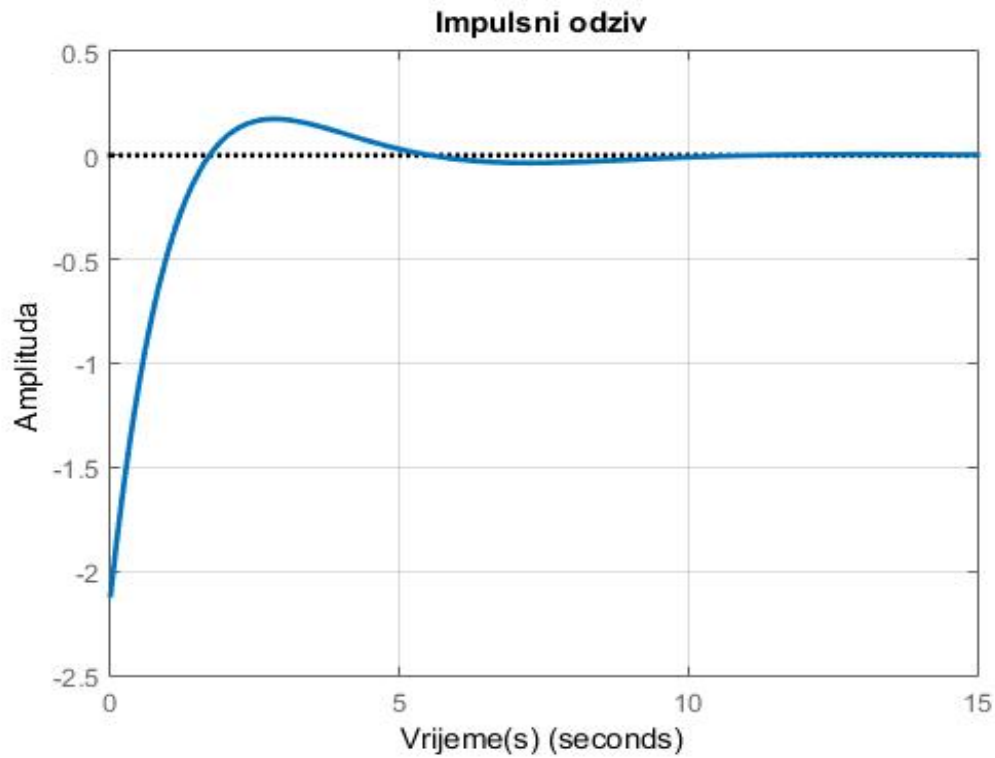
Slika 4.4 Karakteristika grupnog kašnjenja za normirani filter

Grupno vrijeme kašnjenja za normiranu Besselovu prijenosnu funkciju prikazuje vrlo blagi rast prema maksimumu nakon kojeg slijedi približno linearan pad, da bi zatim u dubljem području propuštanja signala karakteristika prikazivala grupno kašnjenje gotovo konstantne vrijednosti koje teži nultoj vrijednosti.



#### 4.4.4. Impulsni odziv

$$h(t) = 0.6618e^{-0.3869t}\cos(0.489t) - 2.776e^{-0.6701t}\cos(0.2003t) + 2.83e^{-0.6701t}\sin(0.2003t) + 0.7834e^{-0.3869t}\sin(0.489t) \quad (4.22)$$

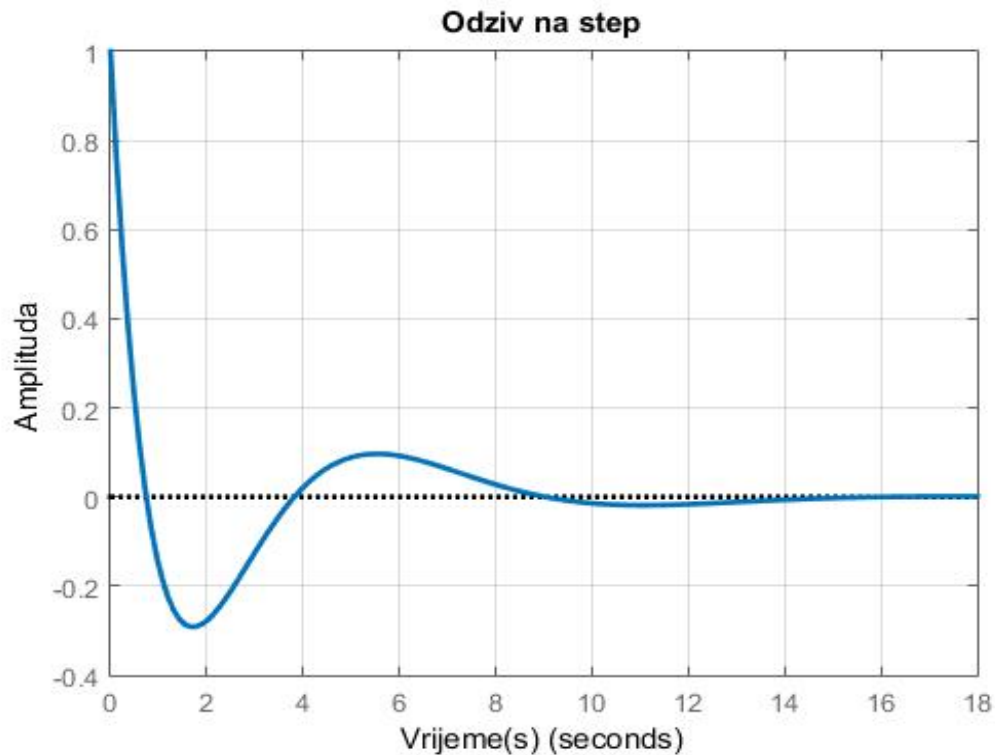


Slika 4.5 Impulsni odziv normiranog filtra

Impulsni odziv za normiranu Besselovu prijenosnu funkciju kreće sa negativnom amplitudom iz koje prelazi u blago pozitivno nadvišenje i titranje koje se vrlo brzo prigušuje u nulu.

#### 4.4.5. Skokovni odziv

$$S(t) = 2.644e^{-6701t}\cos(0.2003t) - 1.638e^{-0.3869t}\cos(0.489t) - 5.012e^{-0.6701t}\sin(0.2003t) + 0.0528e^{-0.3869t}\sin(0.489t) \quad (4.23)$$



Slika 4.6 Skokovni odziv normiranog filtra

Skokovni odziv za normiranu Besselovu prijenosnu funkciju kreće iz jedinične vrijednosti iz koje se prigušenim titranjem približava prema nuli, što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra koji ne propušta istosmjernu komponentu signala.

#### 4.5. Frekvencijske i vremenske karakteristike za Besselovu denormiranu prijenosnu funkciju

Denormiranje na  $f_g = 4\text{kHz}$  korištenjem NP=>VP transformacije ( $s = \frac{\omega g}{s}$ ) gdje je  $\omega g = 2\pi f_g$  na (4.6), dobije se:

$$T_{VP}(s) = \frac{s^4}{s^4 + 5.313 \cdot 10^4 s^3 + 1.21 \cdot 10^9 s^2 + 1.428 \cdot 10^{13} s + 7.589 \cdot 10^{16}} \quad (4.24)$$

Sukladno postupcima za normiranu prijenosnu funkciju, isti izračuni se ponavljaju za denormiranu prijenosnu funkciju.

##### 4.5.1. Amplitudno frekvencijska karakteristika

Zamjenom  $s$  sa  $j\omega$  u jednadžbi (4.24) dobije se  $T(j\omega)$ :

$$T(j\omega) = \frac{\omega^4}{\omega^4 - j5.313 \cdot 10^4 \omega^3 - 1.21 \cdot 10^9 \omega^2 + j1.428 \cdot 10^{13} \omega + 7.589 \cdot 10^{16}} \quad (4.25)$$

Apsolutna vrijednost od prethodnog izraza je:

$$|T(j\omega)| = \frac{|\omega^4|}{|\omega^4 - j5.313 \cdot 10^4 \omega^3 - 1.21 \cdot 10^9 \omega^2 + j1.428 \cdot 10^{13} \omega + 7.589 \cdot 10^{16}|} \quad (4.26)$$

$$= \frac{\omega^4}{\sqrt{(\omega^4 - 1.121 \cdot 10^9 \omega^2 + 7.589 \cdot 10^{16})^2 + (1.428 \cdot 10^{13} \omega - 5.313 \cdot 10^4 \omega^3)^2}} \quad (4.27)$$

Proširivanjem ovog izraza dolazi se do:

$$|T(j\omega)| = \frac{\omega^4}{\sqrt{\omega^8 + 5.808 \cdot 10^8 \omega^6 - 1.0897 \cdot 10^{17} \omega^4 - 1.70145 \cdot 10^{26} \omega^2 + 5.7593 \cdot 10^{33}}} \quad (4.28)$$

Množenjem prethodnog izraza sa  $20 \log_{10}$  dobiva se amplitudno frekvencijska karakteristika izražena u dB:

$$A(\omega) = 20 \log_{10} \left( \frac{\omega^4}{\sqrt{\omega^8 + 5.808 \cdot 10^8 \omega^6 - 1.0897 \cdot 10^{17} \omega^4 - 1.70145 \cdot 10^{26} \omega^2 + 5.7593 \cdot 10^{33}}} \right) \quad (4.29)$$

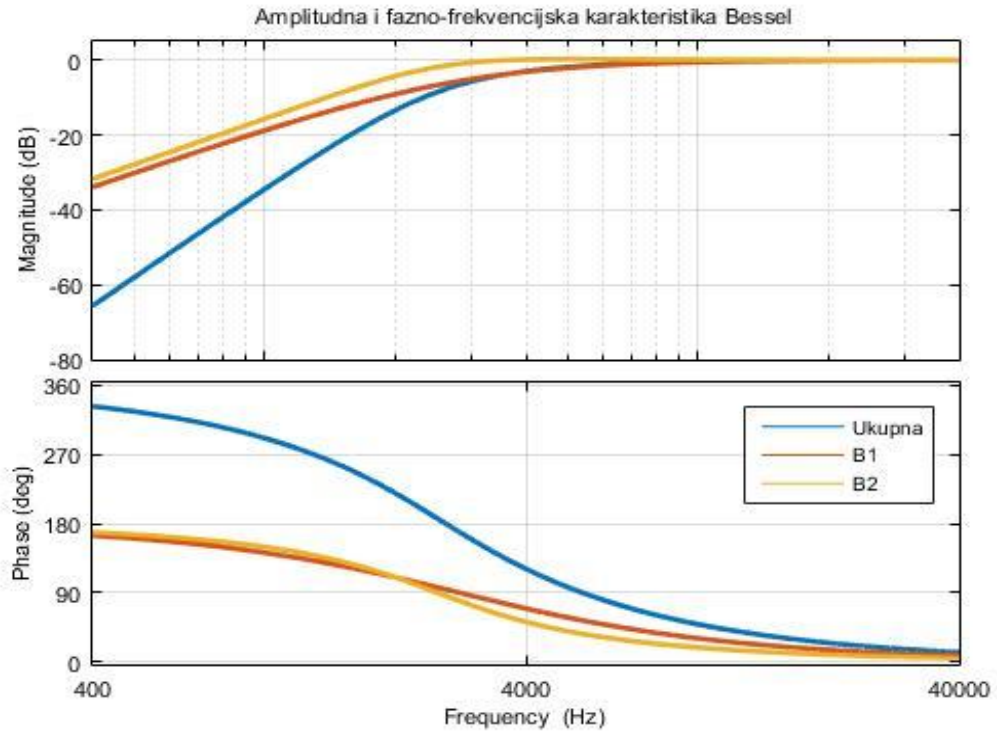
4.5.2. Fazno frekvencijska karakteristika:

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(P(j\omega))}{\text{Re}(P(j\omega))} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad (4.30)$$

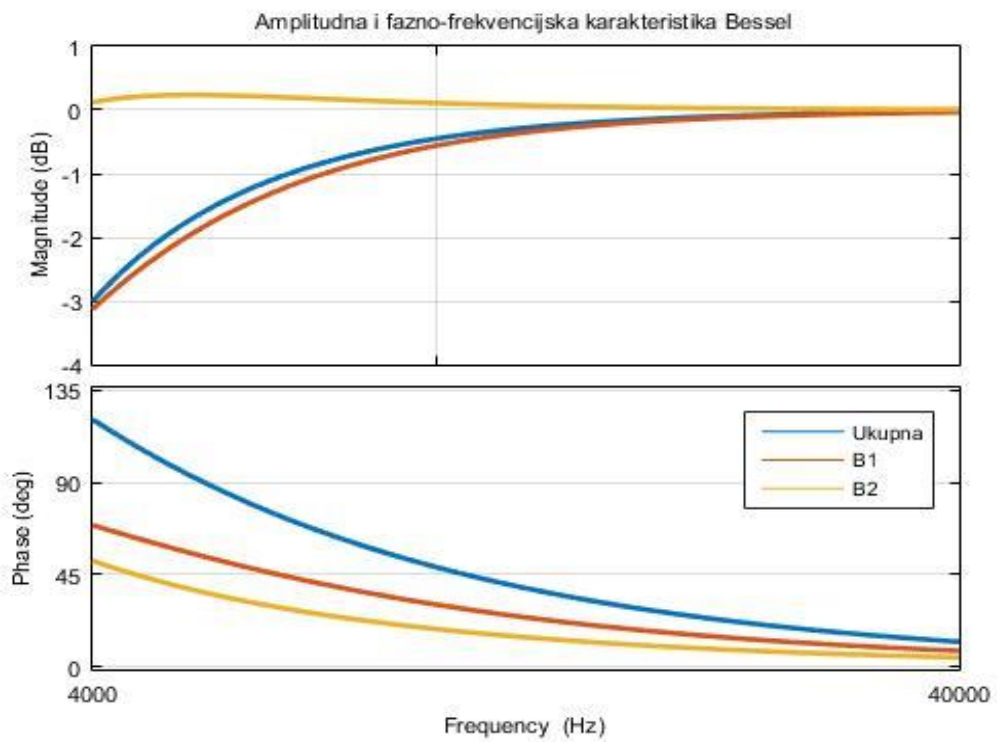
Obzirom da je  $P(j\omega) = \omega^4$ , slijedi da je  $\text{Im}(P(j\omega)) = 0$ , iz toga proizlazi:

$$\phi(\omega) = -\text{atan} \left( \frac{\text{Im}(Q(j\omega))}{\text{Re}(Q(j\omega))} \right) \quad \phi(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{1.428 \cdot 10^{13} \omega - 5.3133 \cdot 10^4 \omega^3}{\omega^4 - 1.21 \cdot 10^9 \omega^2 + 7.589 \cdot 10^{16}} \right) \quad (4.31)$$

U nastavku su priložene amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika dobivene u MATLAB-u:



Slika 4.7 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika denormiranog ( $f_g=4\text{kHz}$ ) filtra



Slika 4.8 Amplitudna i fazno-frekvencijska karakteristika denormiranog ( $f_g=4\text{kHz}$ ) filtra dekadu nakon granične frekvencije

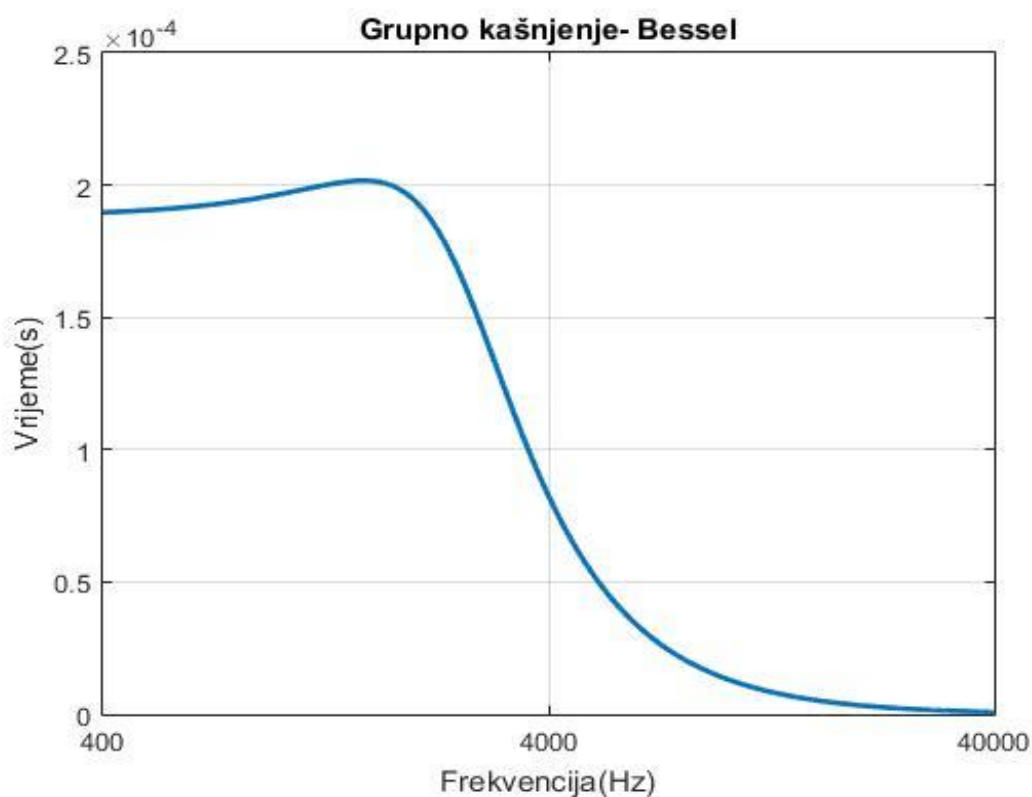
Slike 4.7 i 4.8 prikazuju Bodeov dijagram Besselove denormirane prijenosne funkcije. Slika 4.7 prikazuje Bodeov dijagram obje sekcije i ukupnu krivulju na cijelom spektru, dok slika 4.8 od granične frekvencije na dalje. Karakteristike su identične onima koje su proračunate za normirani slučaj što potvrđuje točnost denormiranja, odnosno na graničnoj frekvenciji je pojačanje jednako  $-3dB$ , a nakon nje karakteristika ide u jedinično pojačanje.

#### 4.5.3. Grupno vrijeme kašnjenja

Grupno vrijeme kašnjenja slijedi iz fazno frekvencijske funkcije kao njena negativna derivacija:

$$T_g(\omega) = -\frac{d}{d\omega}(\phi(\omega)) = -\frac{d}{d\omega}\left(\tan^{-1}\left(\frac{1.428*10^{13}\omega - 5.3133*10^4\omega^3}{\omega^4 - 1.21*10^9\omega^2 + 7.589*10^{16}}\right)\right) \quad (4.32)$$

$$T_g(\omega) = \frac{5.3133\omega^6 + 2.145*10^{13}\omega^4 + 5.183*10^{21}\omega^2 + 1.084*10^{30}}{\omega^8 + 4.028*10^8\omega^6 + 9.849*10^{16}\omega^4 + 2.026*10^{25}\omega^2 + 5.759*10^{33}} \quad (4.33)$$

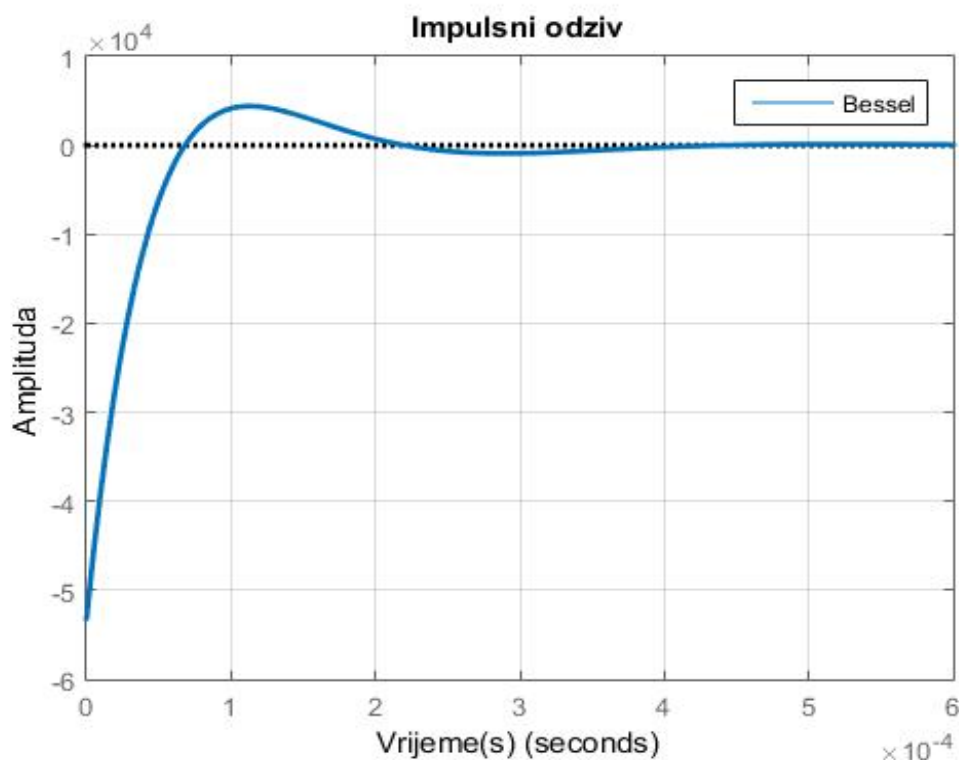


Slika 4.9 Karakteristika grupnog kašnjenja za denormirani ( $f_g=4kHz$ ) filtra

Grupno vrijeme kašnjenja za denormiranu Besselovu prijenosnu funkciju, identično kao i za slučaj normirane prijenosne funkcije prikazuje vrlo blagi rast prema maksimumu koji iznosi oko  $200\mu\text{s}$ . Potom slijedi približno linearan pad, da bi zatim u dubljem području propuštanja signala karakteristika prikazivala grupno kašnjenje gotovo konstantne vrijednosti koje teži nultoj vrijednosti

#### 4.5.4. Impulsni odziv

$$h(t) = 16884e^{-9734t} \cos(12277t) - 70022e^{-16833t} \cos(5109t) + 70000e^{-16833t} \sin(5109t) + 19652e^{-9734t} \sin(12277t) \quad (4.34)$$

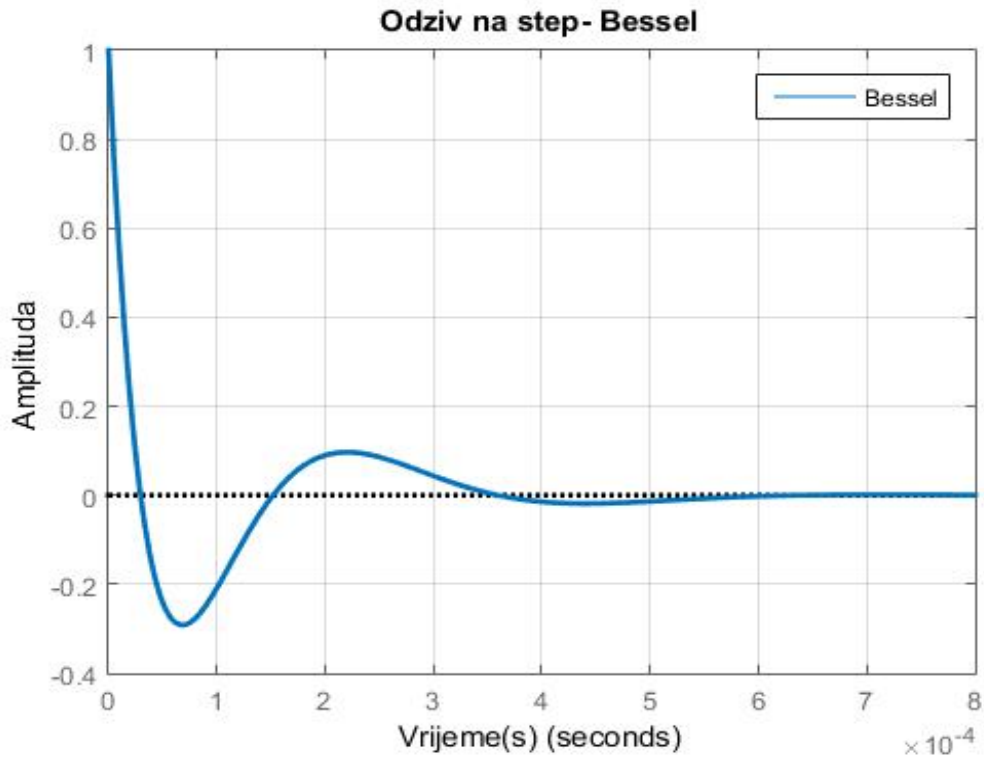


Slika 4.10 Impulsni odziv

Impulsni odziv denormirane Besselove prijenosne funkcije, kao i kod slučaja normirane prijenosne funkcije kreće sa negativnom amplitudom iz koje prelazi u blago pozitivno nadvišenje i titranje koje se vrlo brzo prigušuje u nulu.

#### 4.5.5. Skokovni odziv

$$S(t) = 1.3788e^{-32100t} \cos(26233t) - 0.9914e^{-32100t} \sin(26233t) - 0.4016e^{-5444t} \cos(25988t) - 0.204e^{-5444t} \sin(25988t) \quad (4.35)$$



Slika 4.11 Skokovni odziv

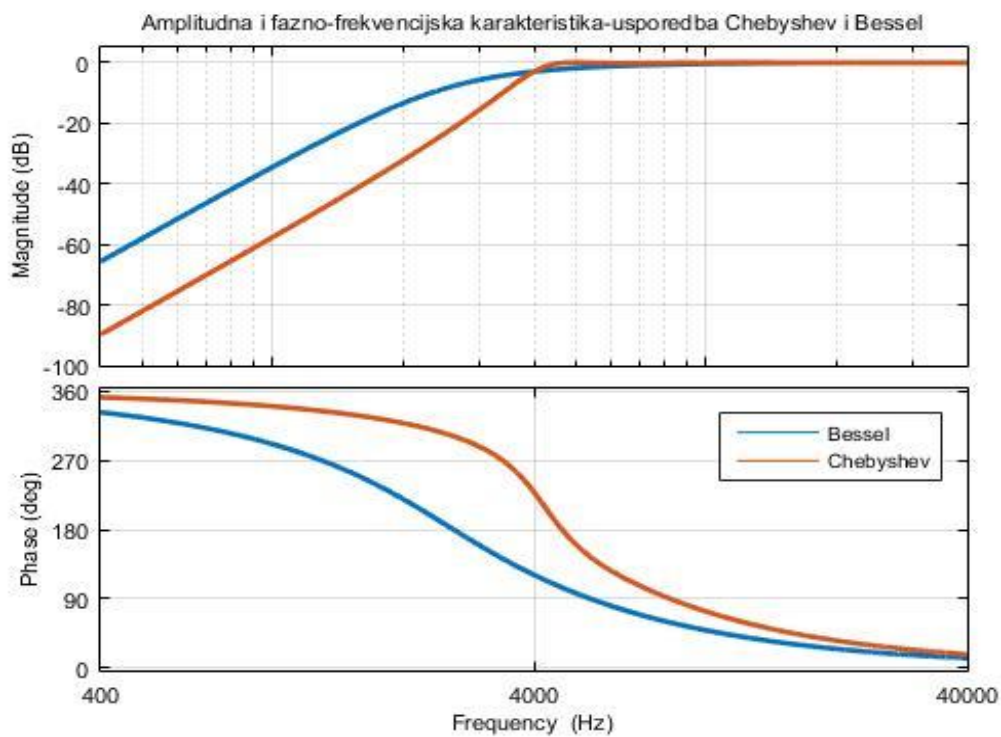
Skokovni odziv za denormiranu Besselovu prijenosnu funkciju identičan je oblikom normiranom slučaju što potvrđuje točnost denormiranja. Kreće iz jedinične vrijednosti iz koje se prigušenim titranjem približava prema nuli, što je karakteristično za odziv visoko propusnog filtra koji ne propušta istosmjernu komponentu signala.



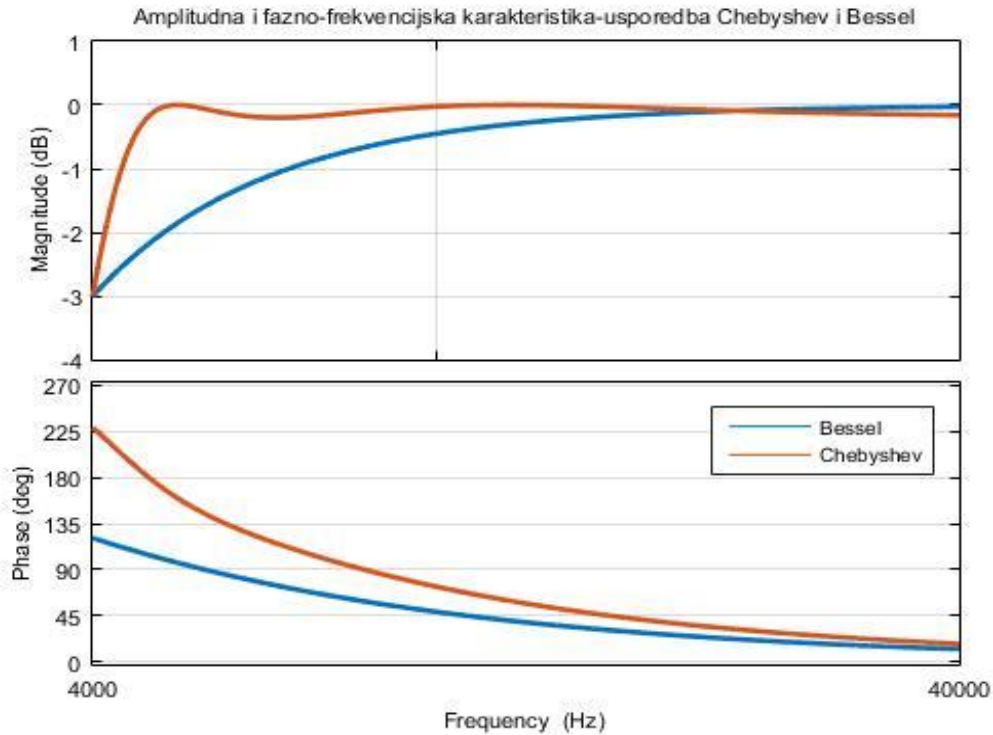
## 5. USPOREDBA KARAKTERISTIKA BESSELOVE I CHEBYSHEVLJEVE APROKSIMACIJE

U nastavku će biti prikazane usporedbe karakteristika Besselove i Chebyshevljeve aproksimacije filtra. Sve prikazane karakteristike su dobivene u MATLAB-u. Usporedba karakteristika je vršena za denormirani slučaj.

### 5.1. Amplitudno i fazno frekventijska karakteristika



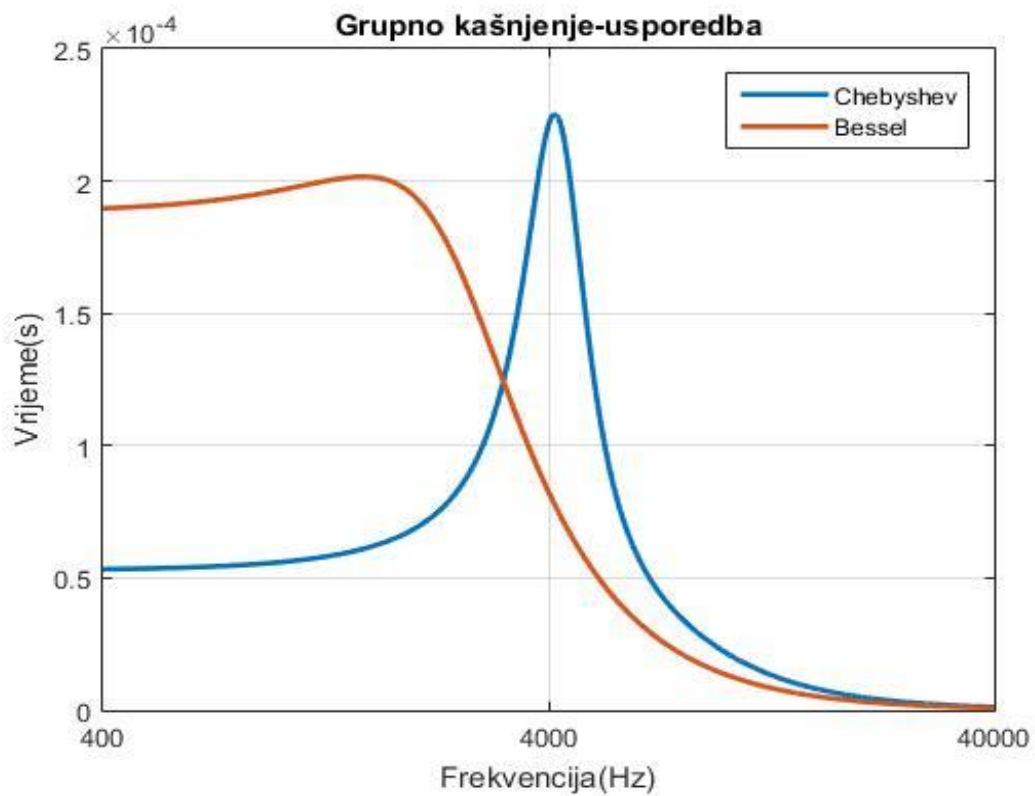
Slika 5.1 Usporedba amplitudne i fazno frekventijske karakteristike



Slika 5.2 Usporedba amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike dekadu nakon granične frekvencije

Iz amplitudno frekvencijske karakteristike je vidljivo je da je Chebyshevljeva aproksimacija strmija nego Besselova, obje aproksimacije postižu jednaku vrijednost na graničnoj frekvenciji ( $f_g = 4\text{kHz}$ ), a to je  $-3\text{dB}$  što je vidljivo na slici 5.2. Nakon granične frekvencije obje aproksimacije teže ka jediničnom pojačanju, odnosno  $0\text{dB}$  sa time da je Chebyshevljeva aproksimacija strmija, no sa valovitošću  $-0.2\text{dB}$  u području propuštanja. Vezano uz fazno frekvencijsku karakteristiku obje aproksimacije započinju i završavaju u istoj točki sa time da ponovno Chebyshevljeva je strmija dok je Besselova aproksimacija linearnija.

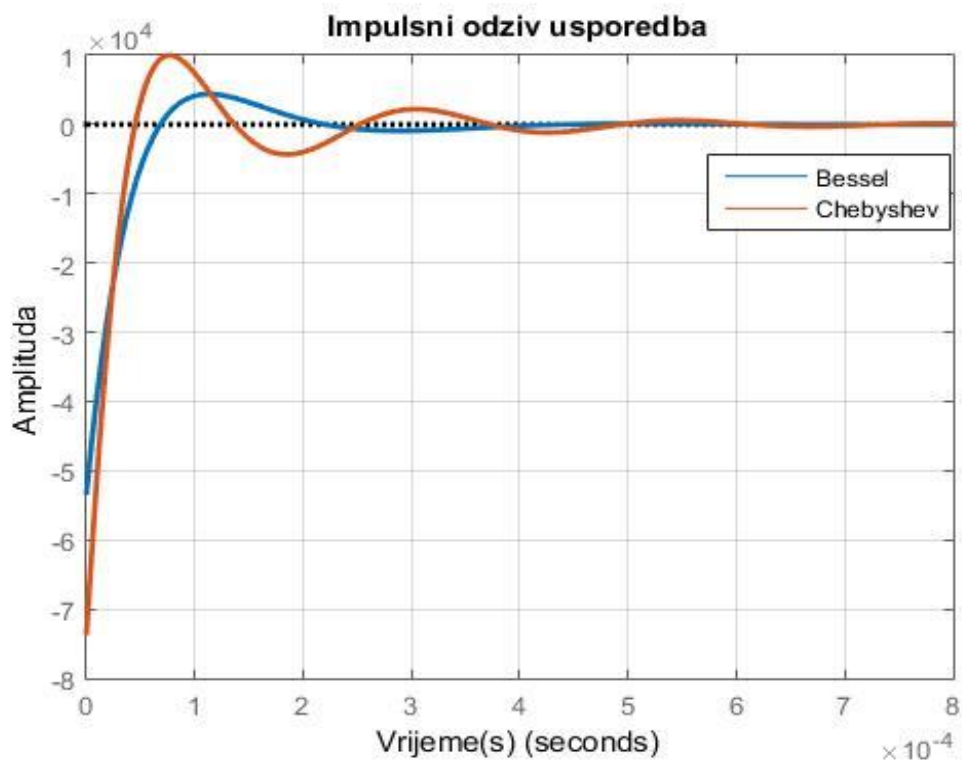
## 5.2. Grupno vrijeme kašnjenja



Slika 5.3 Usporedba grupnog vremena kašnjenja

Karakteristično za Besselov filter je da ima linearniju fazu, a samim time i približno konstantno grupno vrijeme kašnjenja u području propuštanja, dok je kod Chebyshevljeve aproksimacije grupno vrijeme kašnjenja sa većim promjenama.

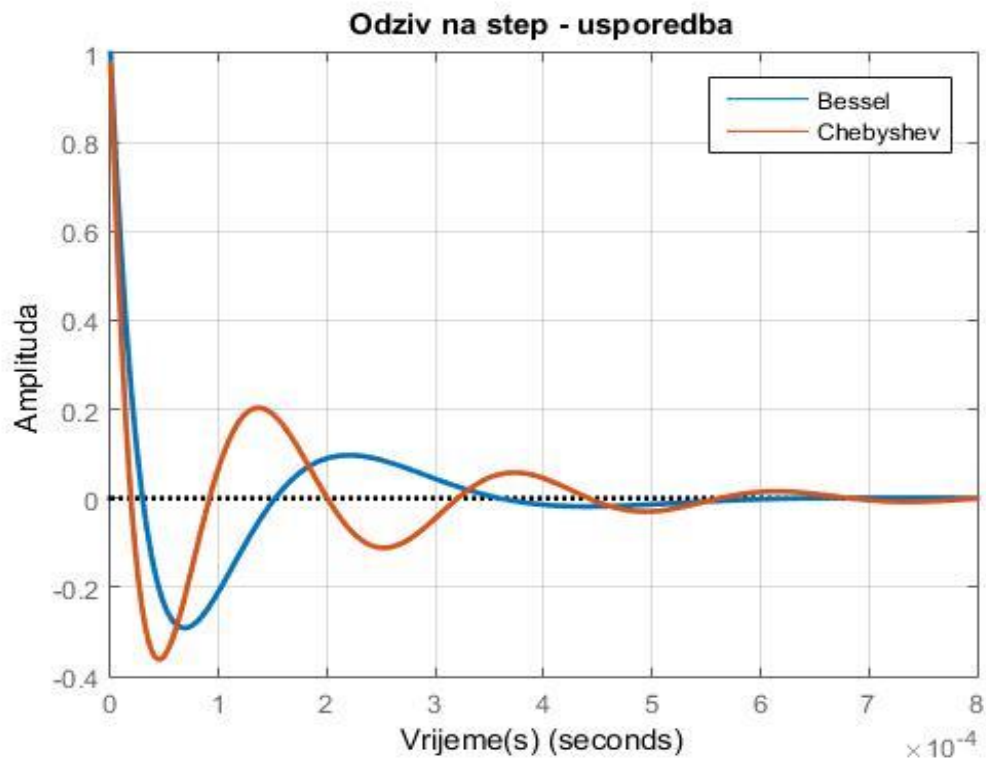
### 5.3. Impulsni odziv



Slika 5.4 Usporedba impulsnih odziva

Na slici 5.4. vidljivo je da Chebyshevljeva aproksimacija ima veće amplitudno nadvišenje, višu inicijalnu vrijednost i dulje vrijeme smirivanja nego Besselova aproksimacija za istu pobudu *Diracovom delta* funkcijom.

#### 5.4. Skokovni odziv

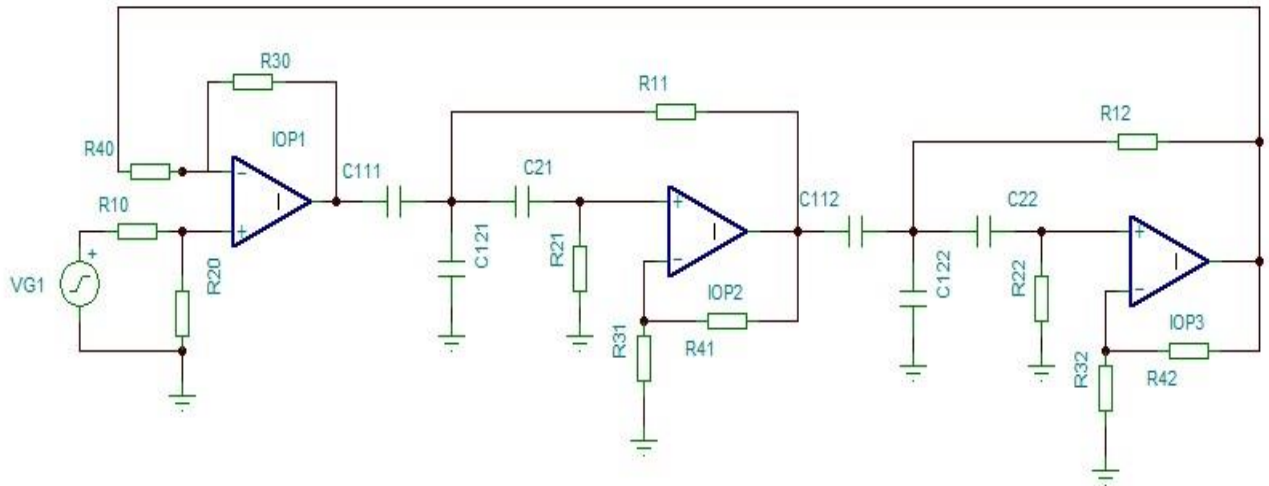


Slika 5.5 Usporedba skokovnih odziva

Kao i kod impulsnog odziva Chebyshevljeva aproksimacija pokazuje veće amplitudno nadvišenje, duže vrijeme smirivanja nego Besselova aproksimacija za istu pobudu *Heavisideovom step* funkcijom. Oba grafa započinju iz jedinične vrijednosti i smiruju se u nuli nakon prijelazne pojave što je karakteristično za visoko propusne filtre koji ne propuštaju istosmjernu komponentu signala. Odziv na *step* također pokazuje stabilnost filtra.

## 6. REALIZACIJA FILTRA

Potrebno je realizirati filter sa karakteristikama izračunatim u prethodnim poglavljima. Shema filtra nacrtana u programu TINA-TI i dana je u nastavku:



Slika 6.1 Shema VP filtra u CBO strukturi

### 6.1. Proračun elemenata bikvartne strukture

Filter se sastoji od tri sekcije, prva je diferencijalno pojačalo koje služi za realizaciju povratne veze, a druge dvije su kaskadno vezane sekcije drugog reda. Pomoću parametara iz Tablica 3.2 koji su dobiveni izračunom za bikvartnu strukturu moguće je izračunati iznose otpora i kapaciteta potrebnih za realizaciju. Kako bi realizirali dvije visoko propusne sekcije koristimo sljedeće jednadžbe:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{G_{1i}G_{2i}}{C_{1i}C_{2i}}} \quad (6.1)$$

$$Q_i = \frac{\sqrt{\frac{C_{1i}G_{1i}}{C_{2i}G_{2i}}}}{1 + \frac{C_{1i}}{C_{2i}} - \frac{C_{1i}G_{3i}}{C_{2i}G_{4i}}} \quad (6.2)$$

$$k_i = \frac{C_{11i}}{C_{2i}} \left( 1 + \frac{G_{3i}}{G_{4i}} \right) \quad (6.3)$$

$$C_{1i} = C_{11i} + C_{12i} \quad (6.4)$$

Gdje indeks  $i$  označava pojedinu sekciju filtra. Ponovno, nepoznanica je više nego jednadžbi i neke od njih se mogu pretpostaviti. Pretpostavke su:

$$R_{11} = R_{21} = R_{n1} \quad (6.5)$$

$$R_{12} = R_{22} = R_{n2} \quad (6.6)$$

$$C_{1i} = 1 \quad (6.7)$$

$$C_{2i} = 1 \quad (6.8)$$

$$R_{3i} = 1 \quad (6.9)$$

Sada je moguće izračunati ostale elemente, stoga u nastavku slijedi tablica normiranih elemenata:

Tablica 6.1 Vrijednosti normiranih elemenata bikvartne strukture

	<b>1.Sekcija</b>	<b>2.Sekcija</b>
<b>R1</b>	0.502804	0.992505
<b>R2</b>	0.502804	0.992505
<b>R3</b>	1	1
<b>R4</b>	0.237749	1.55518
<b>C11</b>	0.807918	0.506097
<b>C12</b>	0.192082	0.493903
<b>C2</b>	1	1

Preostaje izračun za diferencijalno pojačalo. Postavljanjem jednadžbi čvorova i raspisivanjem slijedi:

$$U_{izl} = U_{ul}^+ \frac{R_{20}(R_{30}+R_{40})}{R_{40}(R_{10}+R_{20})} - U_{ul}^- \frac{R_{30}}{R_{40}} \quad (6.10)$$

Želimo imati:

$$U_{izl} = U_{ul}^+ - bU_{ul}^- \quad (6.11)$$

Iz toga slijedi:

$$\frac{R_{20}(R_{30}+R_{40})}{R_{40}(R_{10}+R_{20})} = 1 \quad (6.12)$$

$$\frac{R_{30}}{R_{40}} = b \quad (6.13)$$

Ponovno je potrebno odabrati neke od elemenata zato što postoji više nepoznanica nego jednadžbi. Odabrano je:

$$R_{30} = 1 \quad (6.14)$$

$$R_{20} = 1 \quad (6.15)$$

Sada je moguće izračunati sve normirane elemente diferencijalnog pojačala, koji su prikazani u tablici 6.2.

*Tablica 6.2 Vrijednosti normiranih elemenata diferencijalnog pojačala*

<b>Povratna veza</b>	
<b><math>R_{10}</math></b>	0.25
<b><math>R_{20}</math></b>	1
<b><math>R_{30}</math></b>	1
<b><math>R_{40}</math></b>	4

Sada je moguće izračunati stvarne, denormirane vrijednosti elemenata za graničnu frekvenciju  $f_g = 4kHz$ . Denormiranje se vrši prema kapacitetu od  $C_0 = 10nF$ . Iz ovoga slijedi  $R_0$ :

$$R_0 = \frac{C_n}{\omega_g C_0} = 3978.9\Omega \quad (6.16)$$



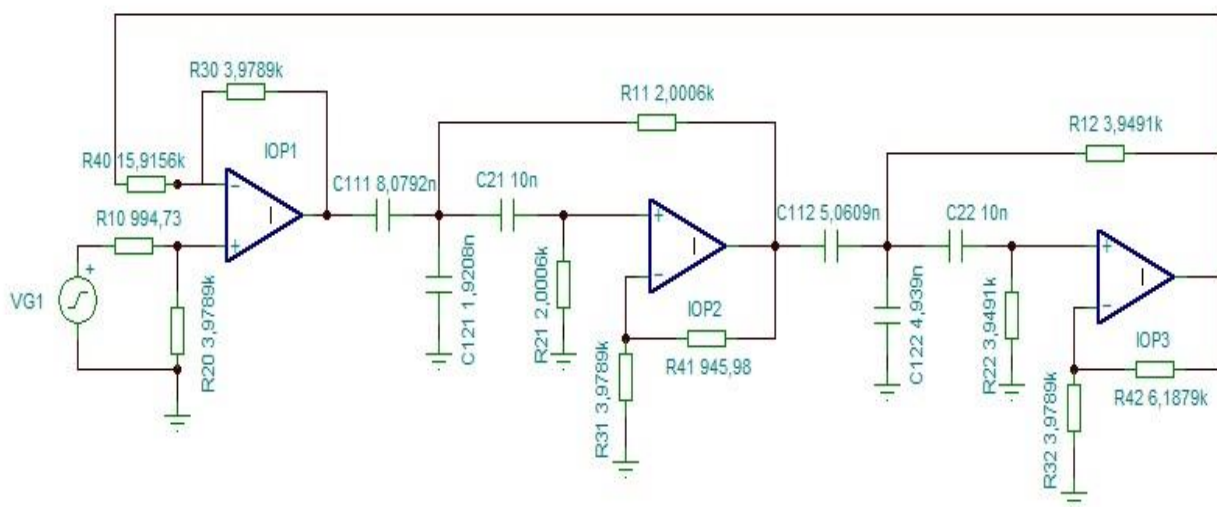
Tablica 6.3 Vrijednosti denormiranih elemenata prve i druge sekcije

	1.Sekcija	2.Sekcija
<b>R1</b>	2000.6 $\Omega$	3949.08 $\Omega$
<b>R2</b>	2000.6 $\Omega$	3949.08 $\Omega$
<b>R3</b>	3978.9 $\Omega$	3978.9 $\Omega$
<b>R4</b>	945.98 $\Omega$	6187.92 $\Omega$
<b>C11</b>	8.07918nF	5.06097nF
<b>C12</b>	1.92082nF	4.93903nF
<b>C2</b>	10nF	10nF

Tablica 6.4 Vrijednosti denormiranih elemenata diferencijalnog pojačala

Povratna veza	
<b>R<sub>10</sub></b>	994.73 $\Omega$
<b>R<sub>20</sub></b>	3978.9 $\Omega$
<b>R<sub>30</sub></b>	3978.9 $\Omega$
<b>R<sub>40</sub></b>	15915.6 $\Omega$

Kada su izračunati stvarni elementi filtra, moguće je provesti simulacije i provjeriti točnost izračuna. Simulacija bi morala biti jednaka karakteristikama dobivenim u MATLAB-u. U nastavku je prikazana potpuna shema sa vrijednostima elemenata:



Slika 6.2 Shema filtra sa vrijednostima elemenata

## 6.2. Proračun elemenata kaskadne strukture

Za potrebe usporedbe, potrebno je realizirati i kaskadnu strukturu kako bi se prikazale razlike dobivene u vidu šuma i osjetljivosti korištenjem bikvartne strukture. Proračun je identičan kao i kod bikvartne strukture, osim što se koriste parametri iz Tablica 3.1 te nije potrebno vršiti proračun za povratnu vezu. Korištenjem jednadžbi (6.1-6.4) i pretpostavki (6.5–6.9) dolazi se do tablice normiranih vrijednosti kaskadne strukture:

Tablica 6.5 Vrijednosti normiranih elemenata kaskadne strukture

	<b>1.Sekcija</b>	<b>2.Sekcija</b>
<b>R1</b>	0.60635	0.94661
<b>R2</b>	0.60635	0.94661
<b>R3</b>	1	1
<b>R4</b>	0.45141	1.58946
<b>C11</b>	0.68113	0.38178
<b>C12</b>	0.31887	0.61822
<b>C2</b>	1	1

Sada je moguće izračunati stvarne, denormirane vrijednosti elemenata za graničnu frekvenciju  $f_g = 4kHz$ . Denormiranje se kao i kod slučaja sa bikvartnom strukturom vrši prema kapacitetu od  $C_0 = 10nF$ . Iz ovoga slijedi  $R_0$ :

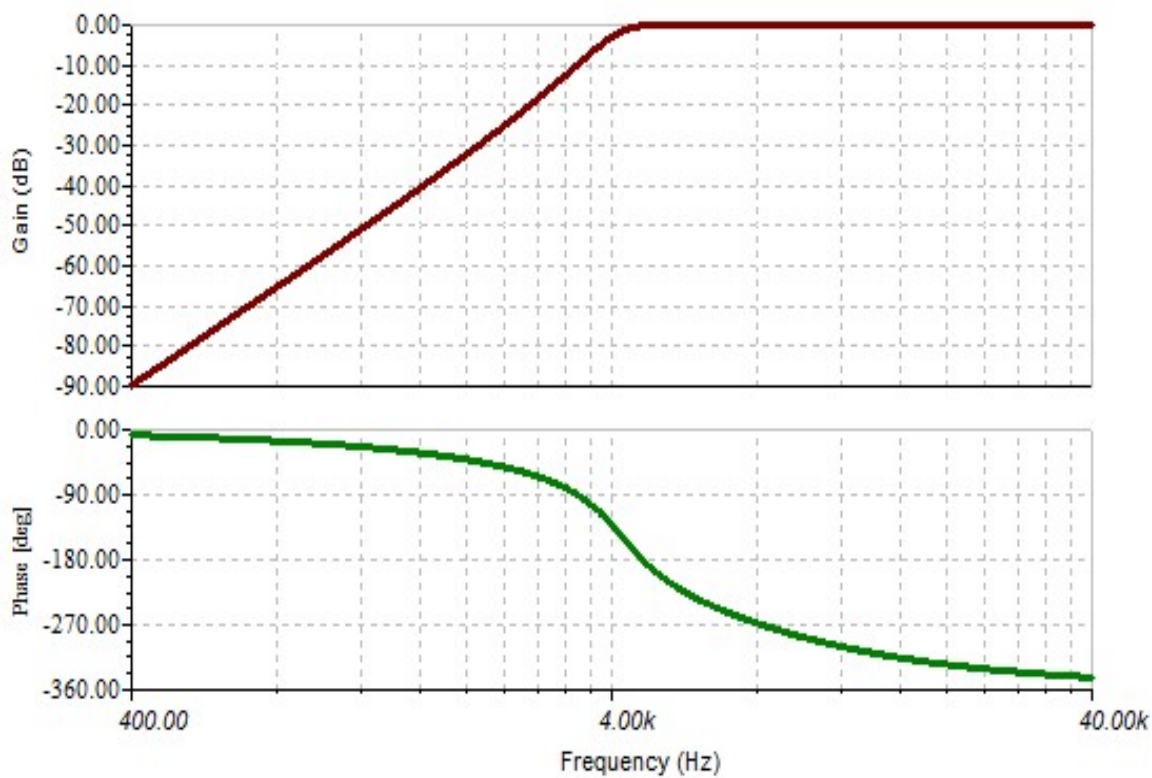
$$R_0 = \frac{C_n}{\omega_g C_0} = 3978.9\Omega \quad (6.17)$$

Prema gore izračunatim vrijednostima za denormiranje slijedi tablica denormiranih elemenata za kaskadnu strukturu:

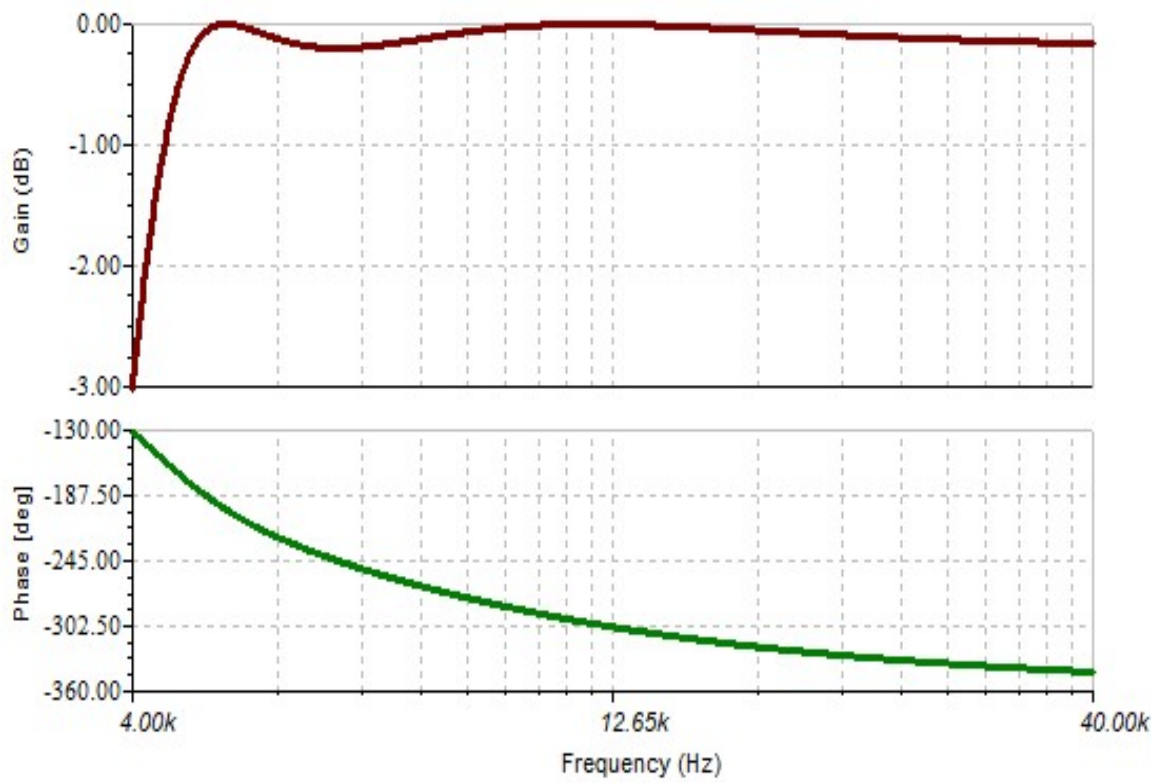
Tablica 6.6 Vrijednosti denormiranih elemenata kaskadne strukture

	1.Sekcija	2.Sekcija
<b>R1</b>	2412.62 $\Omega$	3766.47 $\Omega$
<b>R2</b>	2412.62 $\Omega$	3766.47 $\Omega$
<b>R3</b>	3978.9 $\Omega$	3978.9 $\Omega$
<b>R4</b>	1796.13 $\Omega$	6324.3 $\Omega$
<b>C11</b>	6.8113 nF	3.8178 nF
<b>C12</b>	3.1887 nF	6.1822 nF
<b>C2</b>	10 nF	10 nF

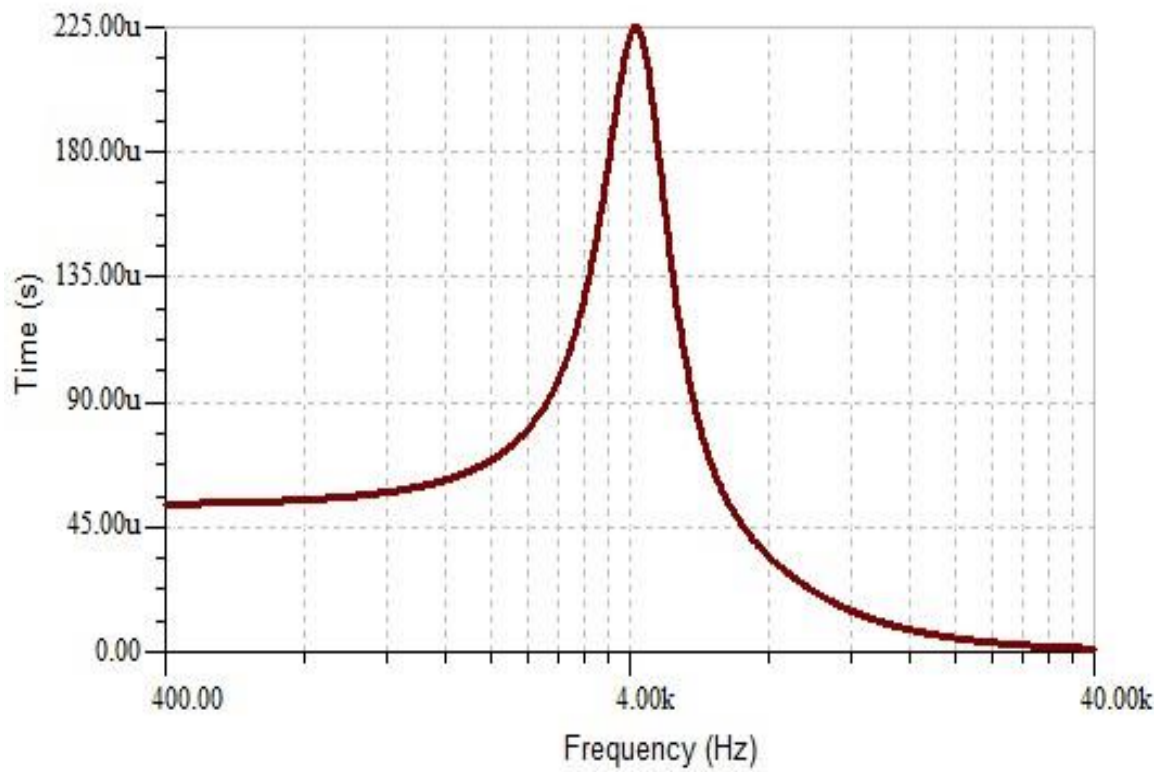
### 6.3. Rezultati simulacija iz TINA-TI sa proračunatim elementima



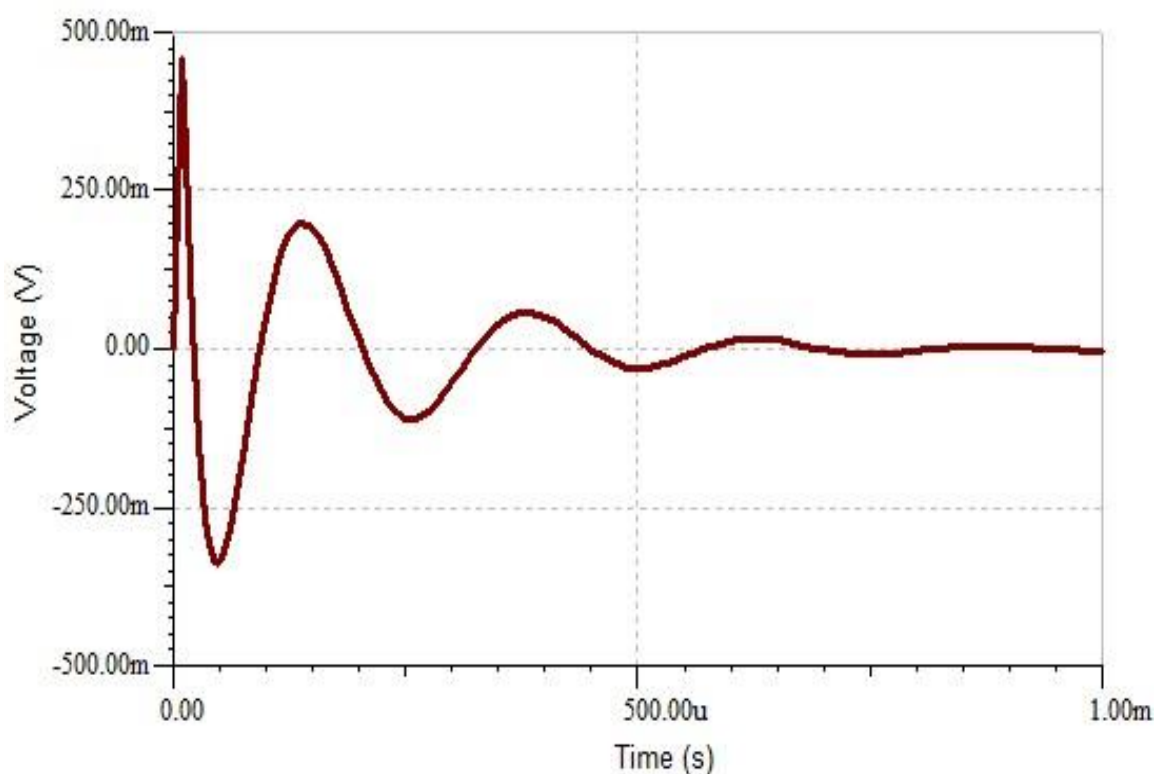
Slika 6.3 Amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika



Slika 6.4 Amplitudna i fazno frekvencijska karakteristika od granične frekvencije



Slika 6.5 Grupno kašnjenje



*Slika 6.6 Skokovni odziv*

Simulacija potvrđuje točnost izračuna vrijednosti elemenata. Dobivene karakteristike se podudaraju sa onima iz trećeg poglavlja gdje se obavljao izračun istih u MATLAB-u. Nakon točnog proračuna elemenata moguće je provesti detaljnije analize, uključujući analizu osjetljivosti i analizu spektralne gustoće šuma, također moguće je dizajnirati tiskanu pločicu filtra što su problematike koje su obrađene u sljedećim poglavljima.

## 7. ANALIZA OSJETLJIVOSTI FILTRA

Jedna od mjera kvaliteta filtra se može iskazati pomoću njegove osjetljivosti. Ona se može definirati kao promjena filtarskih karakteristika, dakle amplitudne ili fazno frekvencijske karakteristike uslijed promijene vrijednosti elemenata filtra. Postoji razni broj kriterija osjetljivosti, ali princip je uvijek isti: definirati ne idealnost filtarske karakteristike uslijed ne idealnosti elemenata. Ne idealnost elemenata postoji zbog: zaokruživanja vrijednosti, starenja elemenata, tolerancije, parazitskih elemenata... Neke filtarske strukture posjeduju manju osjetljivost. Ne vezano o tipu filtra povratna veza pomaže kod smanjenja osjetljivosti[1].

### 7.1. Schoefflerova analiza osjetljivosti

Schoefflerova mjera osjetljivosti je jedna od metoda izražavanja osjetljivosti filtra. Sastoji se od funkcija osjetljivosti  $S$  koje prikazuju kako se mijenja amplitudno frekvencijska karakteristika  $|H(j\omega)|$  uslijed ne idealnosti elemenata[1].

$$S_{x_i}^{|H(j\omega)|} = \frac{d|H(j\omega)|}{dx_i} \cdot \frac{x_i}{|H(j\omega)|} \quad (7.1)$$

Ako se mjera pojačanja želi iskazati u logaritamskom mjerilu, onda slijedi:

$$\alpha(\omega) = 20 \log |H(j\omega)| [dB] \quad (7.2)$$

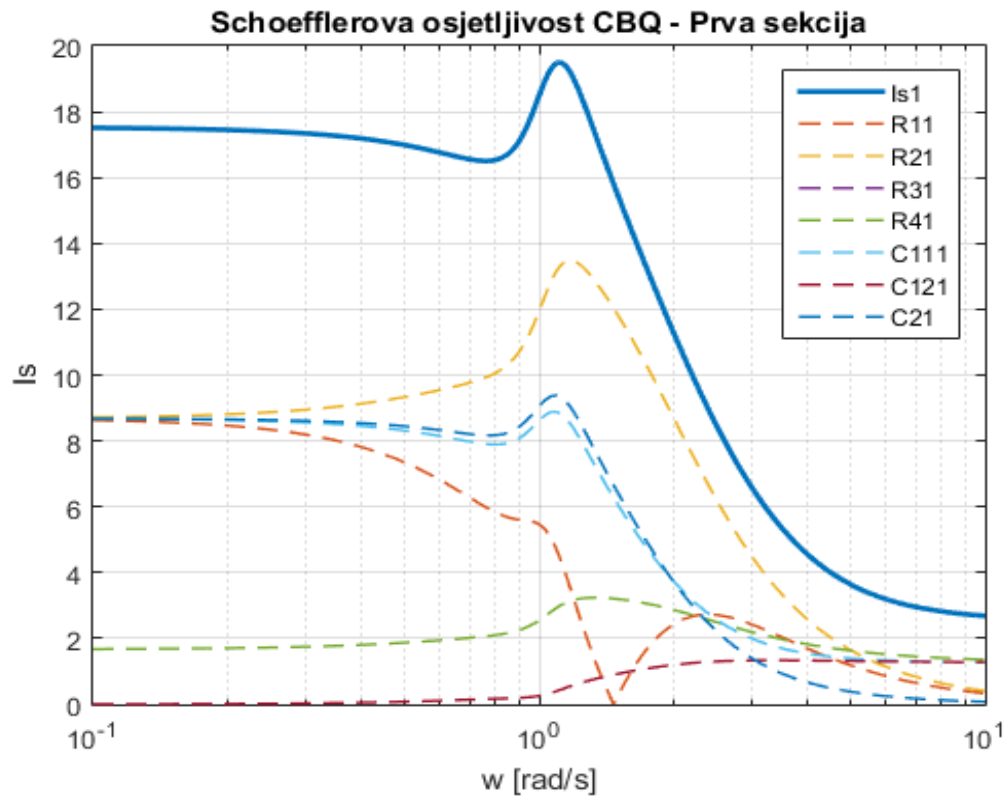
$$S_{x_i}^{\alpha(\omega)} = x_i \frac{d\alpha(\omega)}{dx_i} [dB] \quad (7.3)$$

Schoefflerova mjera osjetljivosti se sada može odrediti funkcijom  $I_S(\omega)$  pri čemu su sa  $x_i$  označeni svi pasivni elementi.

$$I_S^2(\omega) = \sum_i \left( S_{x_i}^{\alpha(\omega)} \right)^2 \quad (7.4)$$

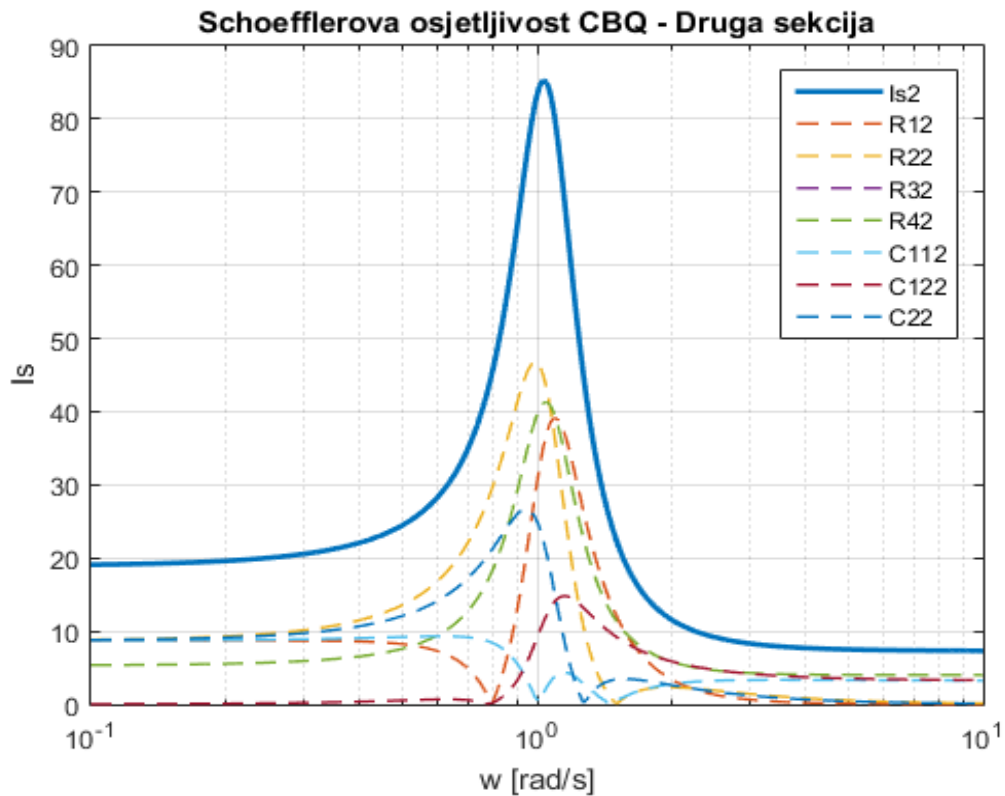
U nastavku su prikazane karakteristike bikvartne i kaskadne strukture dobivene izračunom Schoefflerove mjere osjetljivosti.

### 7.1.1. Schoefflerova analiza osjetljivosti bikvartne strukture



Slika 7.1 Schoefflerova osjetljivost prve sekcije

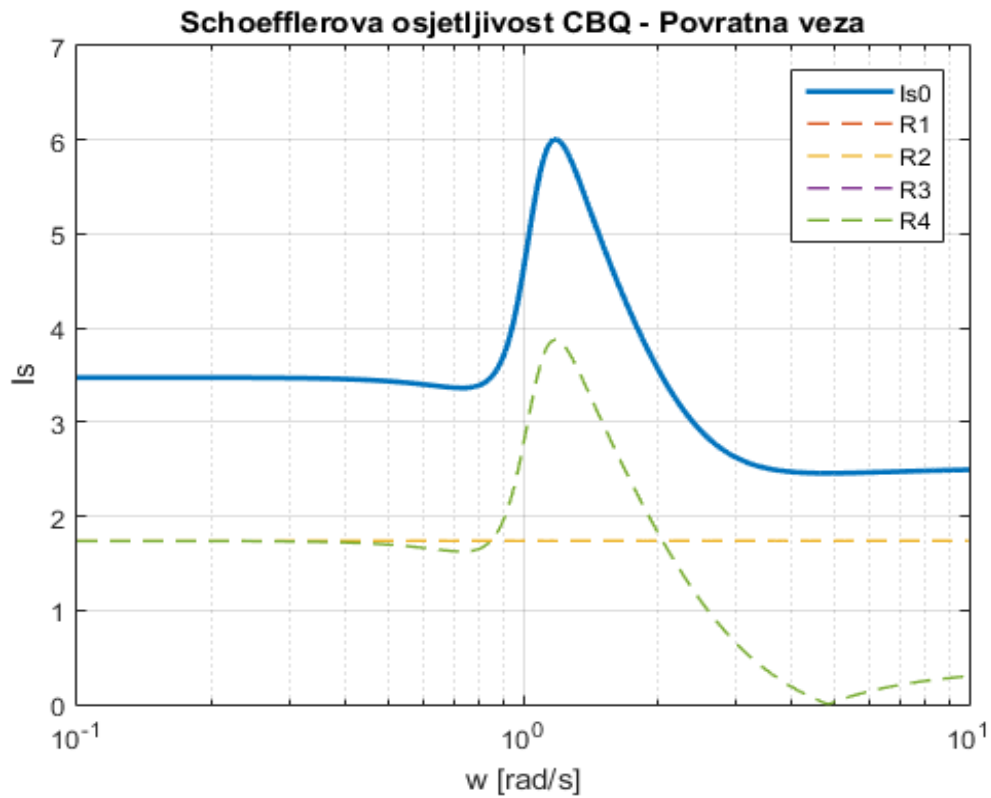
Slika 7.1 prikazuje osjetljivost prve sekcije bikvartne strukture. Ona ostaje približno konstantna kroz područje gušenja signala, no u području oko granične frekvencije postiže maksimum iza kojeg slijedi strmi pad karakteristike kako se ulazi u područje propuštanja. Element koji pokazuje najveću osjetljivost je otpornik  $R21$ .



Slika 7.2 Schoefflerova osjetljivost druge sekcije

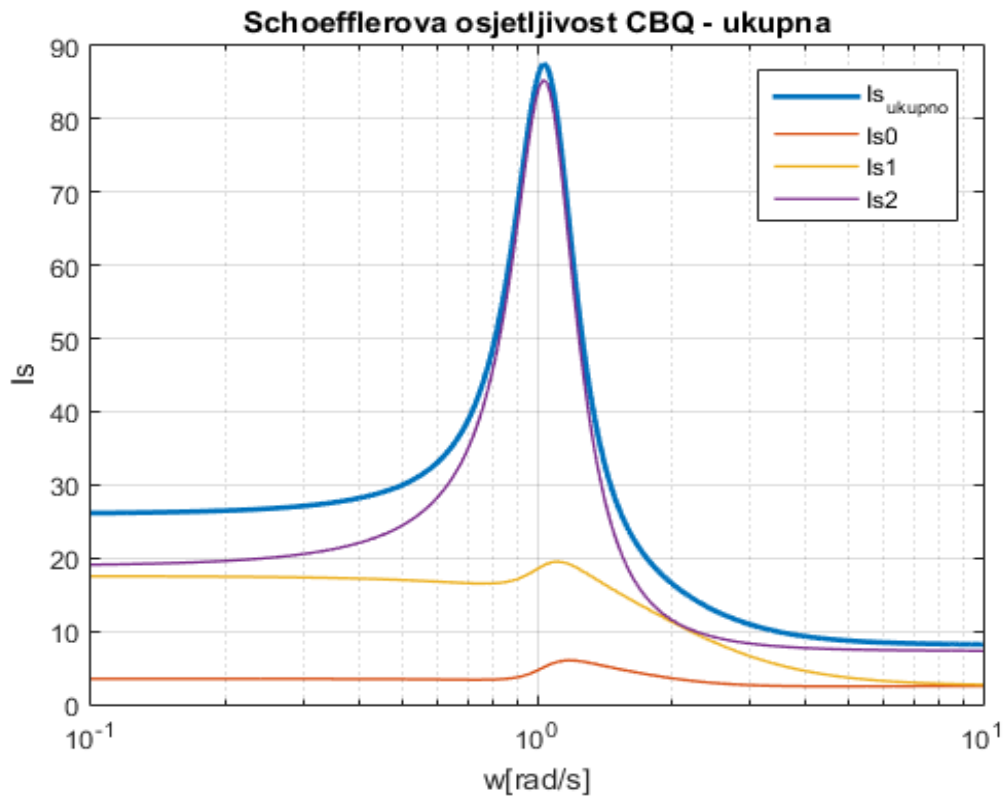
Slika 7.2 prikazuje osjetljivost druge sekcije bikvartne strukture. Karakteristika je relativno niske osjetljivosti u području gušenja signala, zatim približavanjem graničnoj frekvenciji postiže maksimum koji strmo opada ulazeći u područje propuštanja, te se karakteristika smiruje oko konstantne vrijednosti. Sekcija pokazuje najnižu osjetljivost u području propuštanja što je i najbitnije za kvalitetu signala. Element koji pokazuje najveću osjetljivost je otpornik  $R_{22}$ .





Slika 7.3 Schoefflerova osjetljivost povratne veze

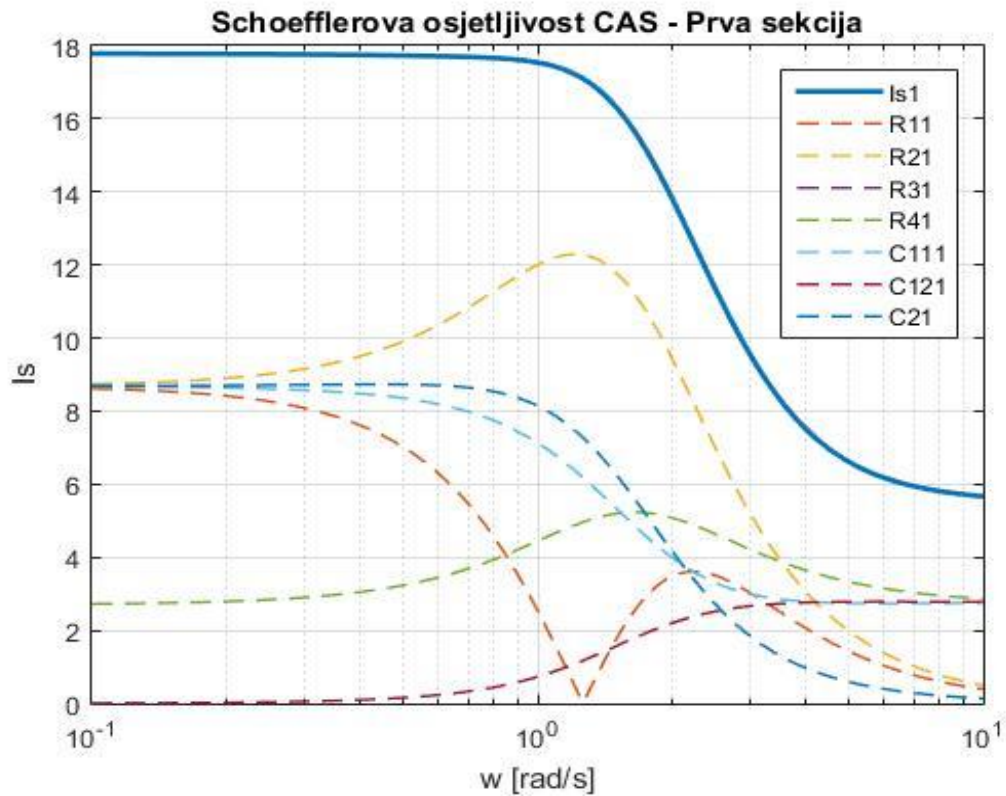
Slika 7.3 prikazuje osjetljivost povratne veze bikvartne strukture. Ona je približno konstantne vrijednosti kroz područje gušenja, zatim postiže svoj maksimum netom iza granične frekvencije, a u području propuštanja opada na svoju najnižu vrijednost oko koje se i zadržava. Osjetljivost povratne veze je višestruko niža od osjetljivosti prve i druge sekcije.



Slika 7.4 Schoefflerova osjetljivost ukupna i po sekcijama

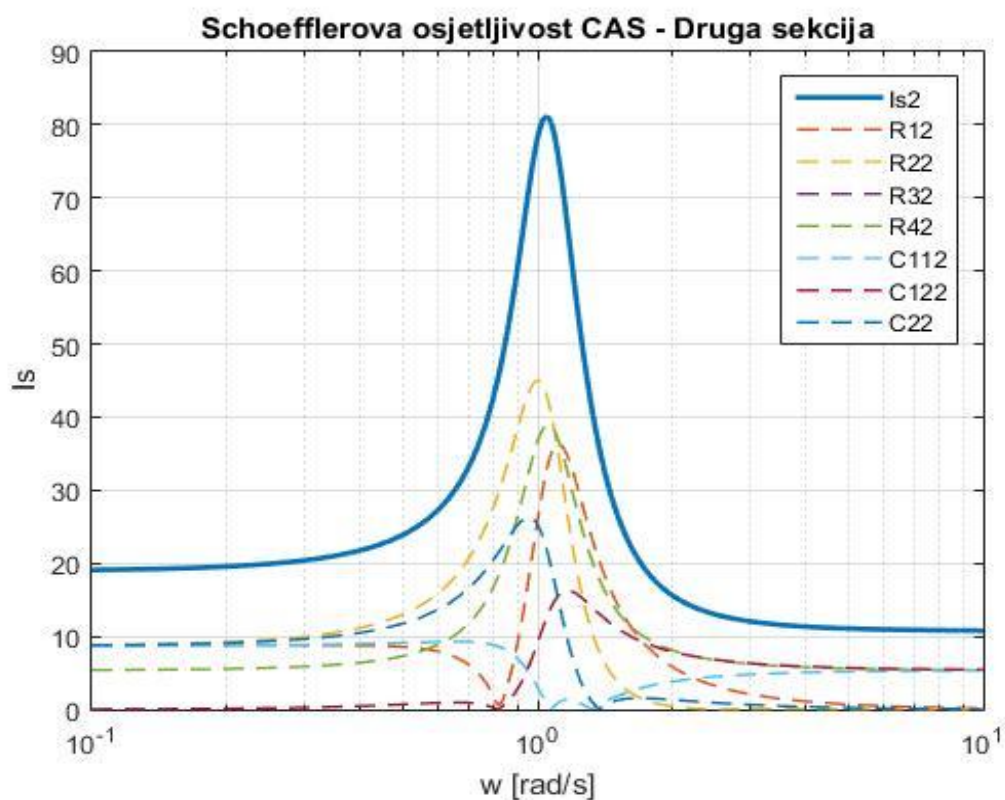
Slika 7.4 prikazuje osjetljivosti po sekcijama i ukupnu osjetljivost bikvartne strukture. Karakteristika ukupne osjetljivosti izgledom je vrlo slična osjetljivosti druge sekcije. Također druga sekcija najviše pridonosi ukupnoj osjetljivosti pošto je znatno viša od prve sekcije i povratne veze. Iz ukupne karakteristike osjetljivosti može se iščitati da odstupanjem od traženih vrijednosti najveća će pogreška biti u vrijednosti granične frekvencije pošto karakteristika tu doseže svoj maksimum. Obzirom da su za prvu i drugu sekciju elementi koji pokazuju najveću osjetljivost  $R21$  i  $R22$ , pri dizajnu filtra bi se trebalo razmotriti da ti otpornici što manje odstupaju od traženih vrijednosti.

### 7.1.2. Schoefflerova analiza osjetljivosti kaskadne strukture



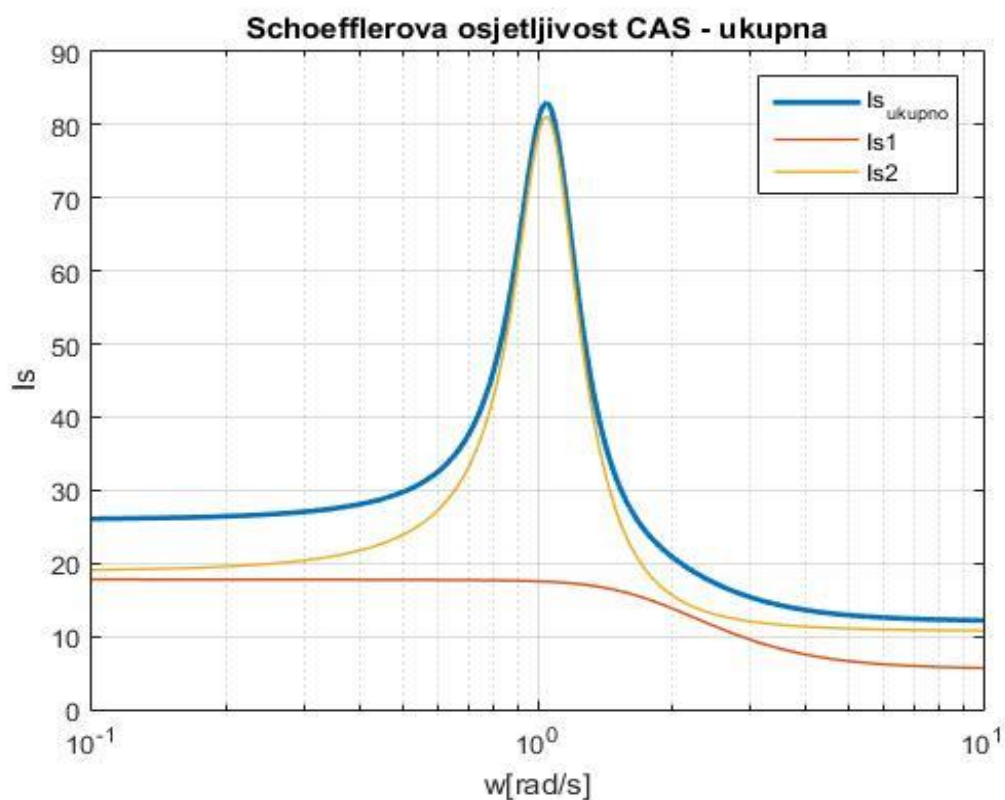
Slika 7.5 Schoefflerova osjetljivost prve sekcije

Slika 7.5 prikazuje osjetljivost prve sekcije kaskadne strukture. Ona ostaje približno konstantna kroz područje gušenja signala, no u području oko granične frekvencije počinje opadati te ulazeći u područje propuštanja karakteristika prelazi iz konkavnog u konveksni oblik. Karakteristika pokazuje najnižu osjetljivost u području propuštanja signala. Element koji pokazuje najveću osjetljivost je otpornik *R21*.



Slika 7.6 Schoefflerova osjetljivost druge sekcije

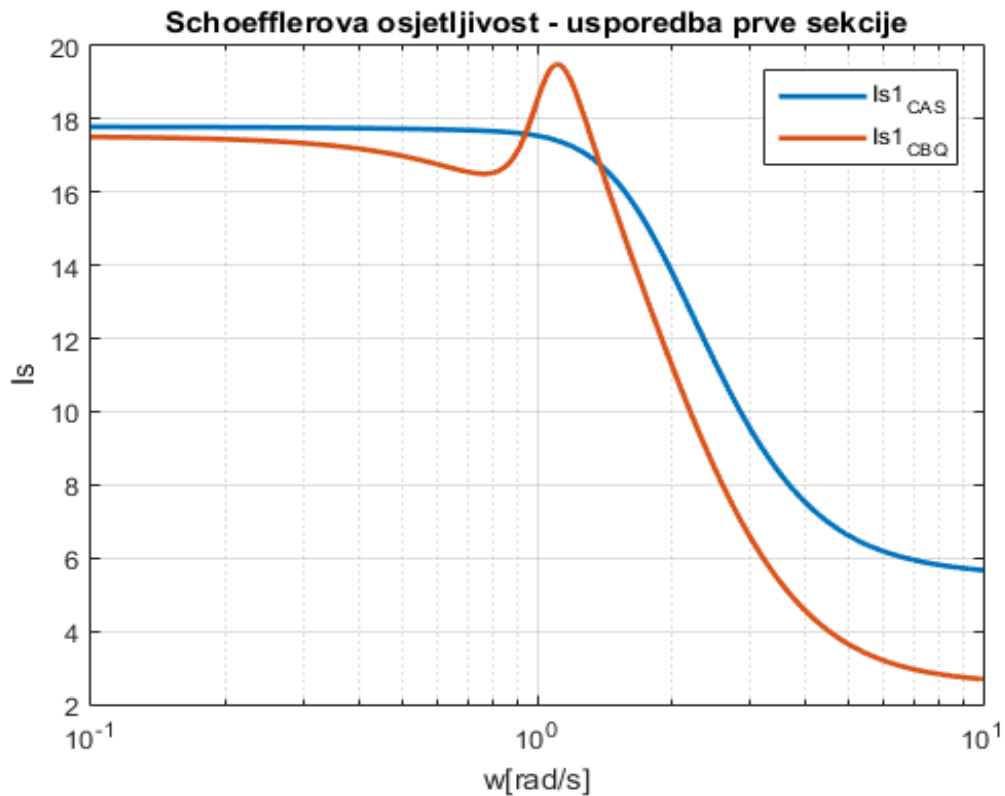
Slika 7.6 prikazuje osjetljivost druge sekcije kaskadne strukture. Karakteristika je relativno niske osjetljivosti u području gušenja signala, zatim približavanjem graničnoj frekvenciji postiže maksimum koji strmo opada ulazeći u područje propuštanja, te se karakteristika smiruje oko konstantne vrijednosti. Sekcija pokazuje najnižu osjetljivost u području propuštanja. Element koji pokazuje najveću osjetljivost je otpornik  $R22$ .



Slika 7.7 Schoefflerova osjetljivost ukupna

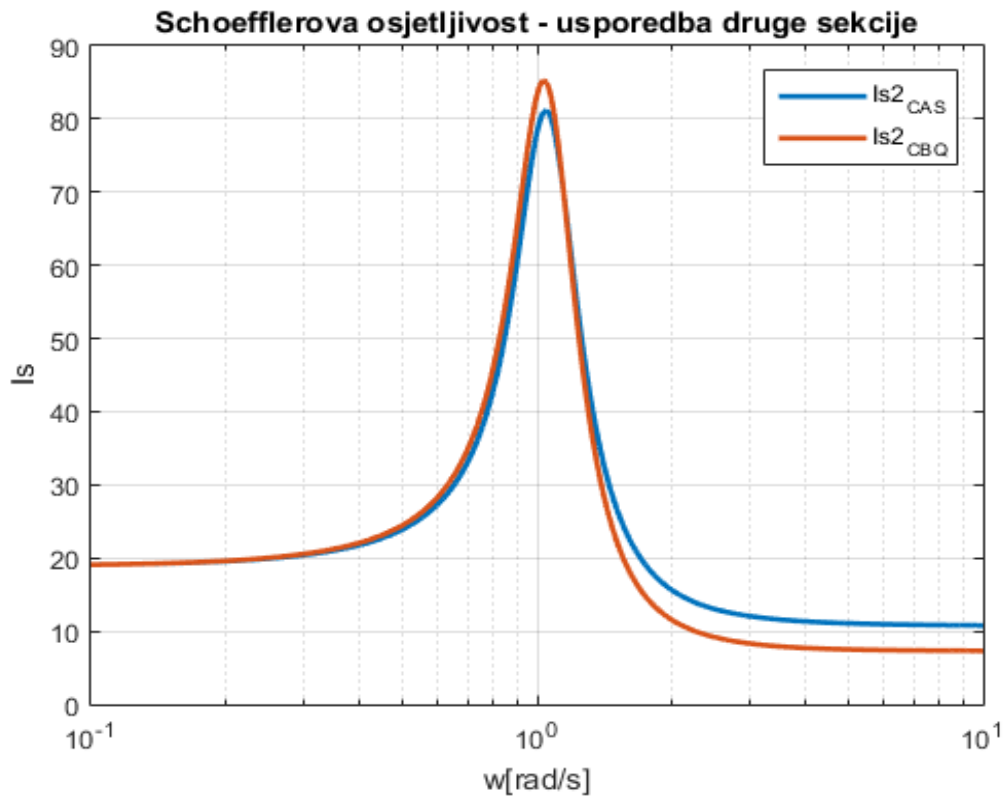
Slika 7.7 prikazuje osjetljivosti po sekcijama i ukupnu osjetljivost kaskadne strukture. Karakteristika ukupne osjetljivosti izgledom je vrlo slična osjetljivosti druge sekcije. Također druga sekcija najviše pridonosi ukupnoj osjetljivosti pošto je znatno viša od prve sekcije. Iz ukupne karakteristike osjetljivosti može se iščitati da odstupanjem od traženih vrijednosti najveća će pogreška biti u vrijednosti granične frekvencije pošto karakteristika tu doseže svoj maksimum. Obzirom da su za prvu i drugu sekciju elementi koji pokazuju najveću osjetljivost  $R21$  i  $R22$ , pri dizajnu filtra bi se trebalo razmotriti da ti otpornici što manje odstupaju od traženih vrijednosti.

### 7.1.3. Usporedba Schoefflerove osjetljivosti kaskadne i bikvartne strukture



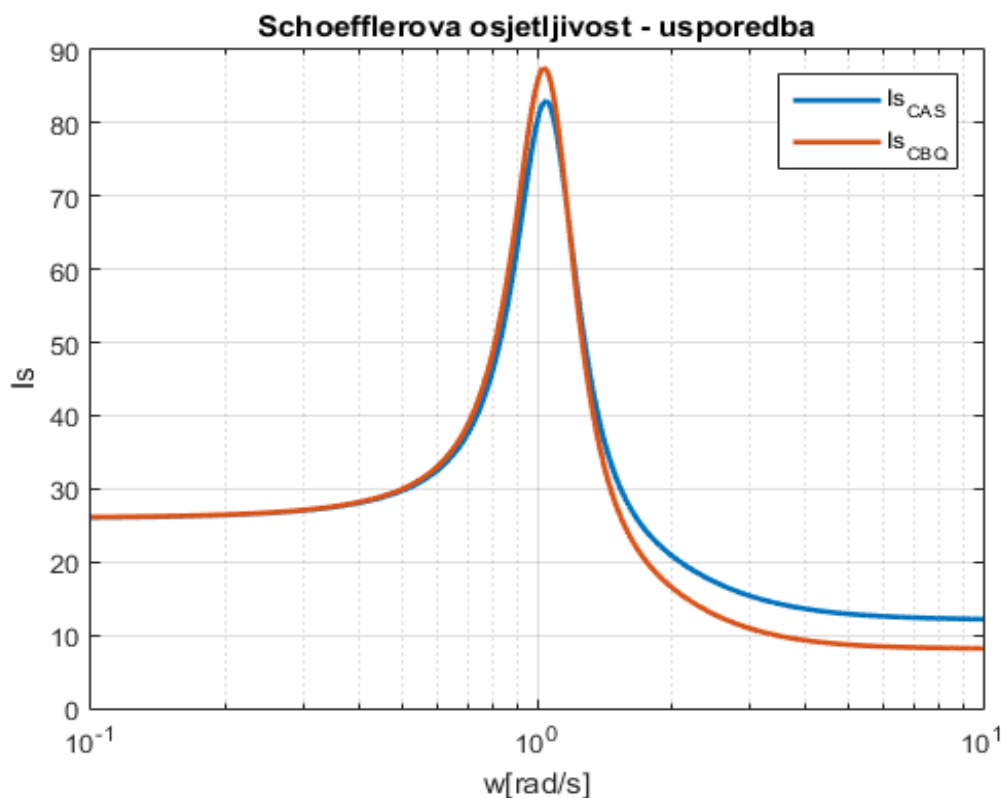
Slika 7.8 Usporedba Schoefflerova osjetljivosti - prva sekcija

Slika 7.8 prikazuje usporedbu prve sekcije bikvartne i kaskadne strukture. Bikvartna struktura pokazuje nižu osjetljivost na gotovo cijelom spektru, osim kod granične frekvencije, gdje njen maksimum prelazi vrijednosti kaskadne strukture. U dubokom području propuštanja signala vrijednosti osjetljivosti bikvartne strukture niže su od vrijednosti osjetljivosti kaskadne što je važno jer je u tom području najbitnije da signal bude samo repliciran sa ulaza na izlaz.



Slika 7.9 Usporedba Schoefflerove osjetljivosti - druga sekcija

Slika 7.9 prikazuje usporedbu druge sekcije bikvartne i kaskadne strukture. U području gušenja signala obje sekcije posjeduju približno identičnu osjetljivost, sa time da oko granične frekvencije bikvartna struktura ima veću osjetljivost koja zatim opada na graničnoj frekvenciji naspram kaskadne strukture i ostaje niža kroz cijeli spektar propuštanja signala.



Slika 7.10 Usporedba Schoefflerove osjetljivosti – ukupno

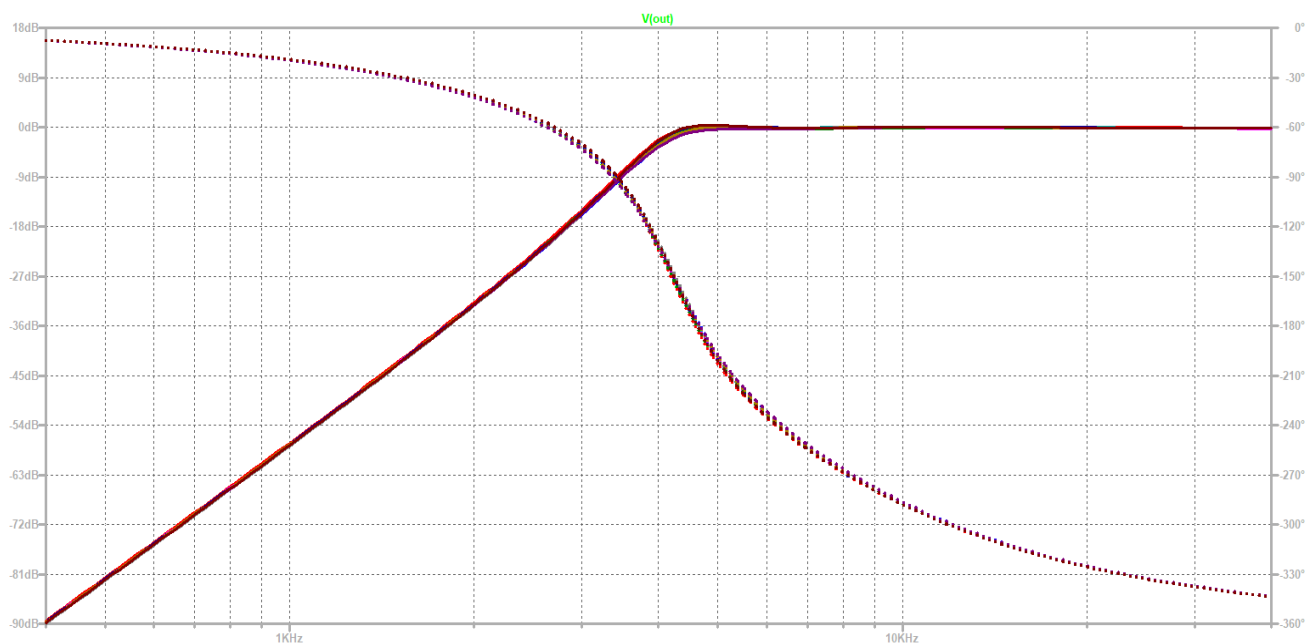
Slika 7.10 prikazuje ukupnu usporedbu bikvartne i kaskadne strukture. U području gušenja signala obje strukture posjeduju približno identičnu osjetljivost. U području gušenja usporedba osjetljivosti je najmanje bitna iz razloga što je signal maksimalno prigušen pa neke niske promjene u karakteristici ne dolaze do izražaja. U području granične frekvencije bikvartna struktura posjeduje veću osjetljivost za nekoliko jedinica vrijednosti, no ulazeći u područje propuštanja koje je najbitnije za kvalitetu korisnog signala bikvartna struktura pokazuje manju osjetljivost od kaskadne strukture.

## 7.2. Monte Carlo analiza osjetljivosti

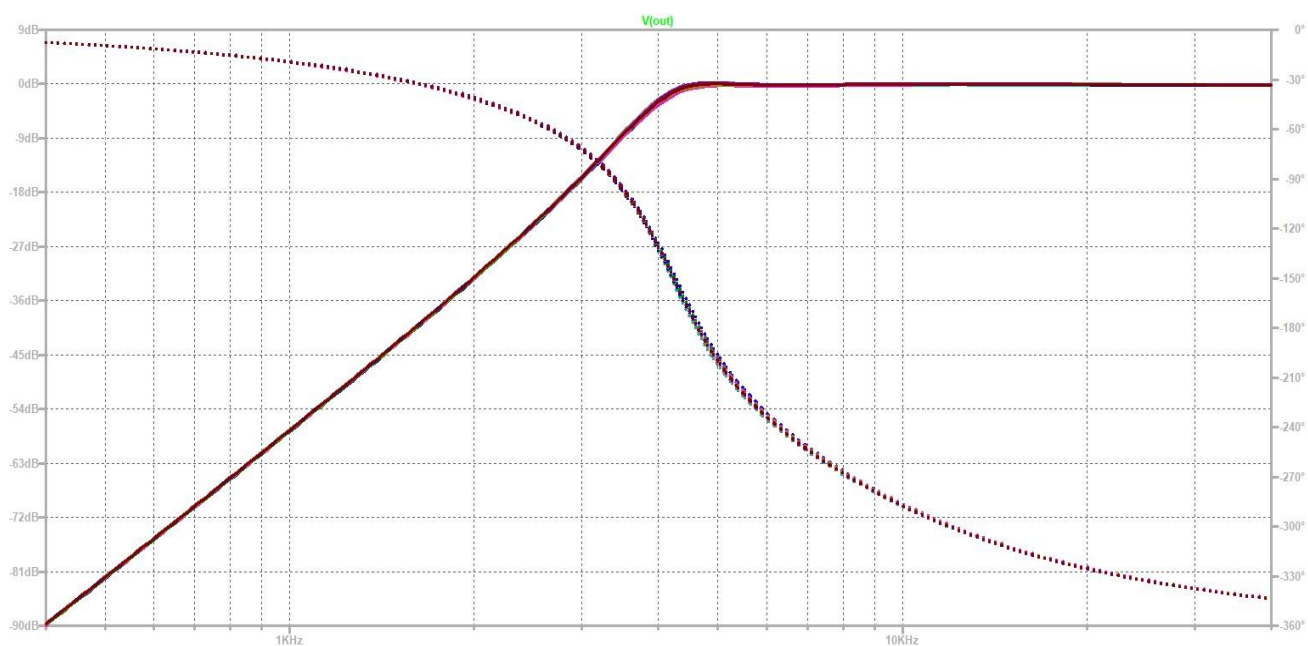
Monte Carlo je još jedan od pokazatelja osjetljivosti. Definiiraju se tolerancije pasivnih elemenata i broj prolaza koji definira koliko će se puta simulacija odviti. Program nasumično kroz svaku iteraciju odabire vrijednosti elemenata uzevši u obzir ranije dane tolerancije što se kasnije prikazuje kao niz karakteristika koje vizualno prikazuju osjetljivost. U nastavku su prikazane karakteristike osjetljivosti bikvartne i kaskadne strukture dobivene Monte Carlo analizom u LTSpice-u.



### 7.2.1. Monte Carlo analiza, 200 prolaza, tolerancija 1%



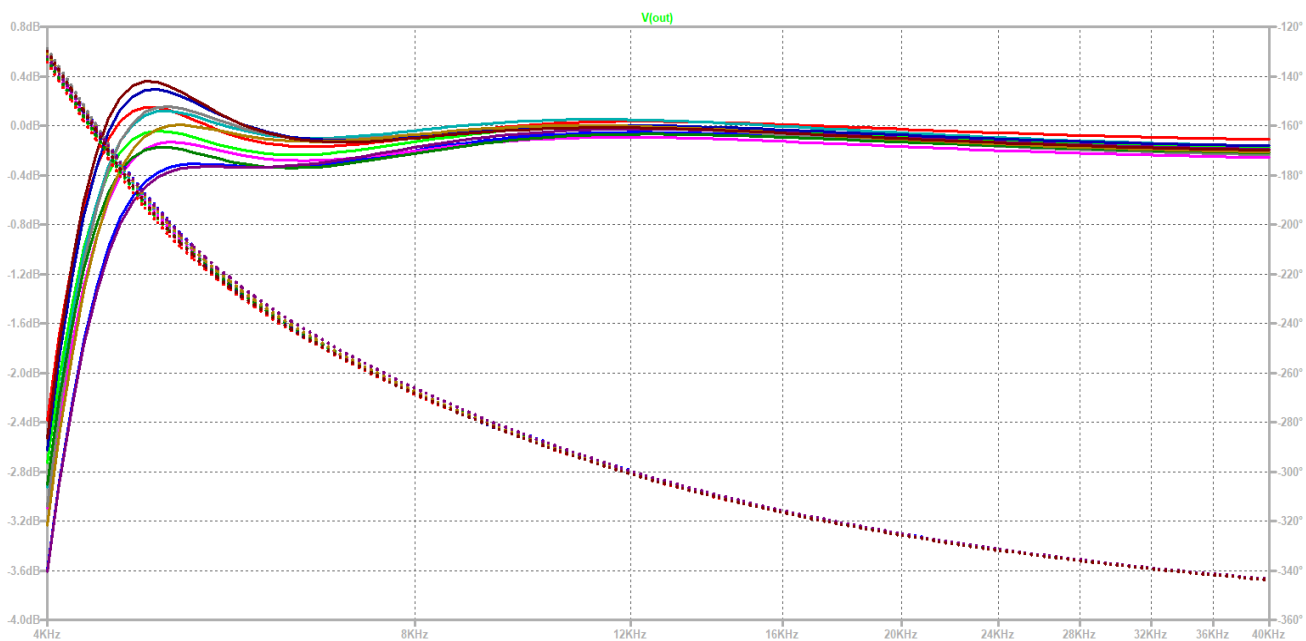
Slika 7.11 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudno i fazno frekvencijske karakteristike CBQ strukture,  $f=[400\ 40000]Hz$



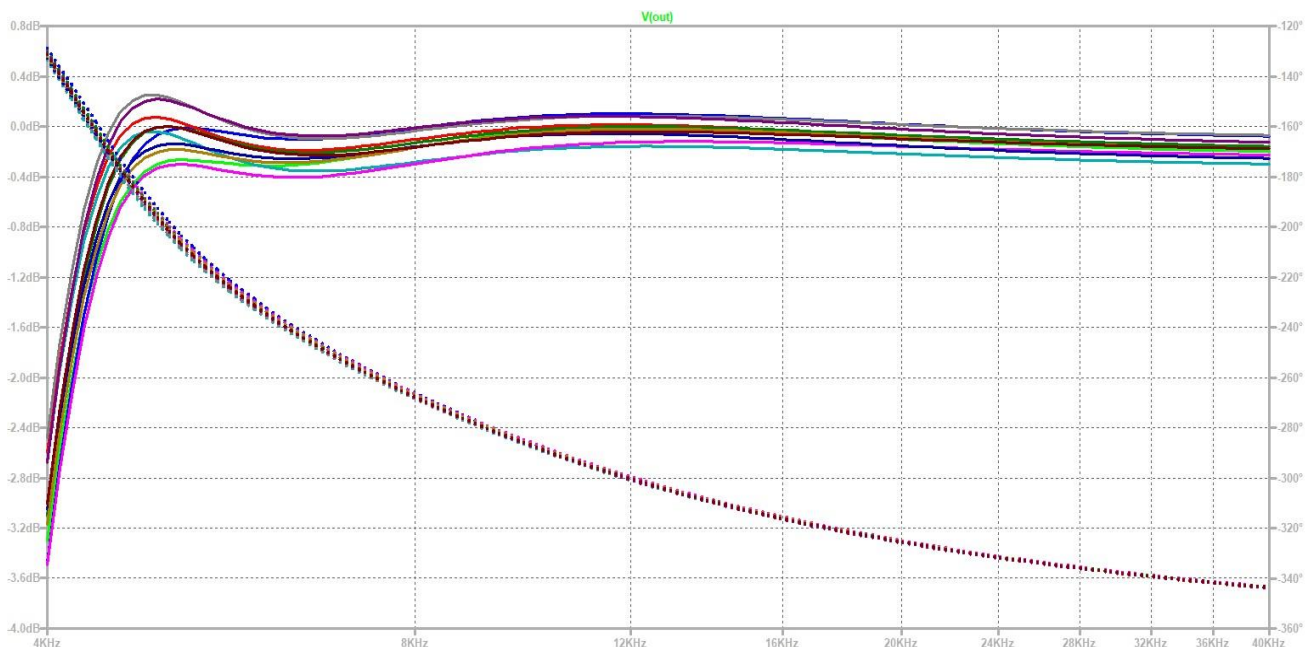
Slika 7.12 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudno i fazno frekvencijske karakteristike kaskadne strukture,  $f=[400\ 40000]Hz$

Usporedbom slika 7.11 i 7.12. na spektru frekvencija  $f=[400\ 40000]Hz$  nije vidljiva znatna razlika. U području gušenja obje strukture pokazuju identičnu širinu krivulja. Oko granične frekvencije bikvartna struktura pokazuje malo veću raspršenost krivulja koja se sužava u području

propuštanja naspram kaskadne strukture što je potvrda rezultata analize Schoefflerove osjetljivosti sa slike 7.10.



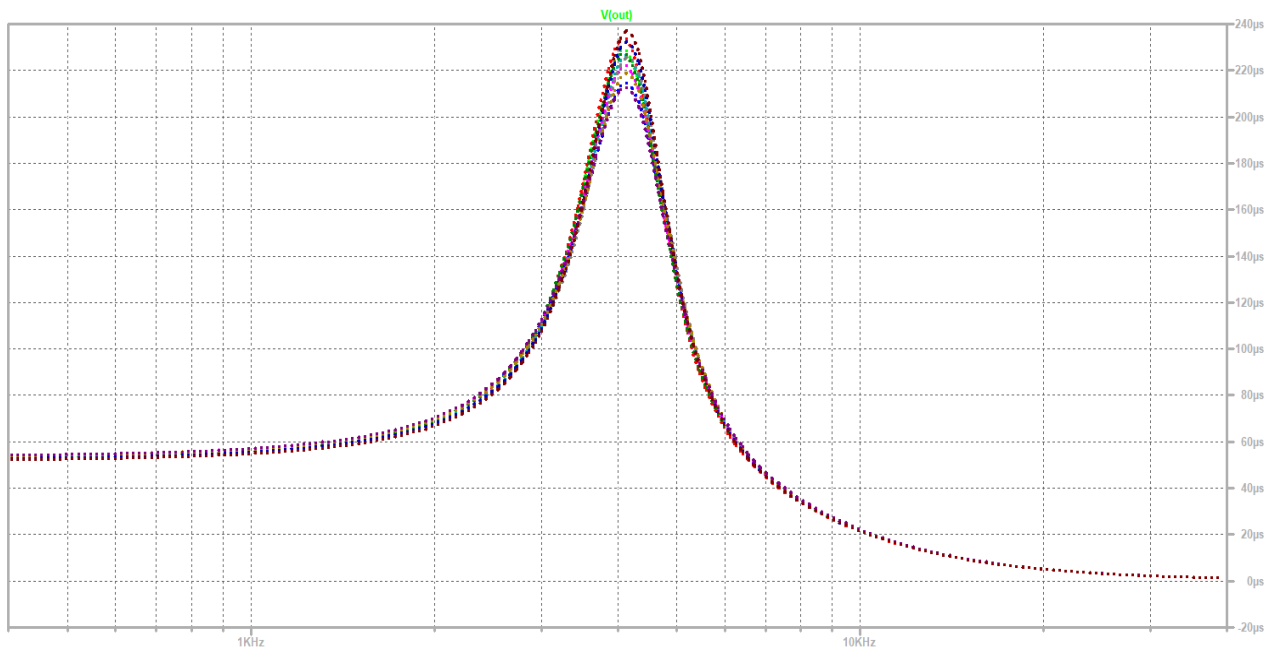
Slika 7.13 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike CBQ strukture,  $f = [4000 \ 40000]Hz$



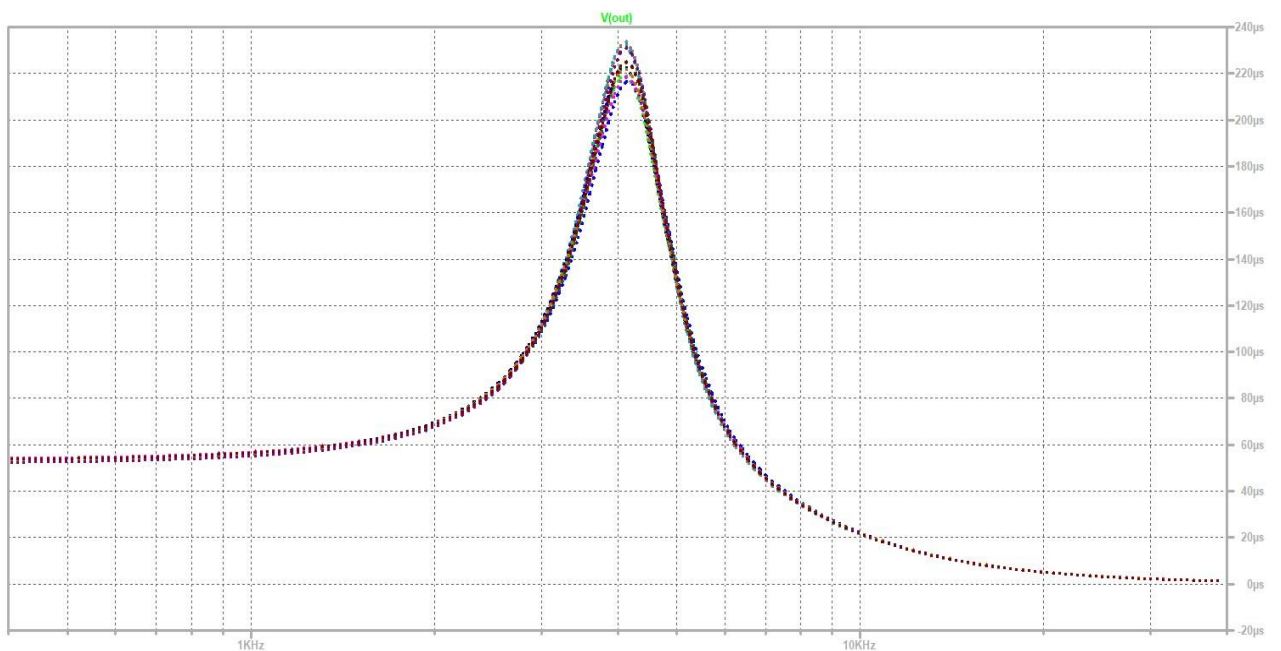
Slika 7.14 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike kaskadne strukture,  $f = [4000 \ 40000]Hz$

Na slikama 7.13 i 7.14 se jasnije vidi rezultat usporedbe Schoefflerove mjere osjetljivosti. Prikaz karakteristika je na spektru frekvencija  $f = [4000 \ 40000]Hz$ . Oko granične frekvencije se vidi veća

raspršenost krivulja kod bikvartne strukture koja se zatim sužava u području propuštanja u relativno uzak snop karakteristika, dok kaskadna struktura posjeduje nešto uži snop karakteristika na graničnoj frekvenciji, no u području propuštanja pokazuje veću osjetljivost nego bikvartna struktura.



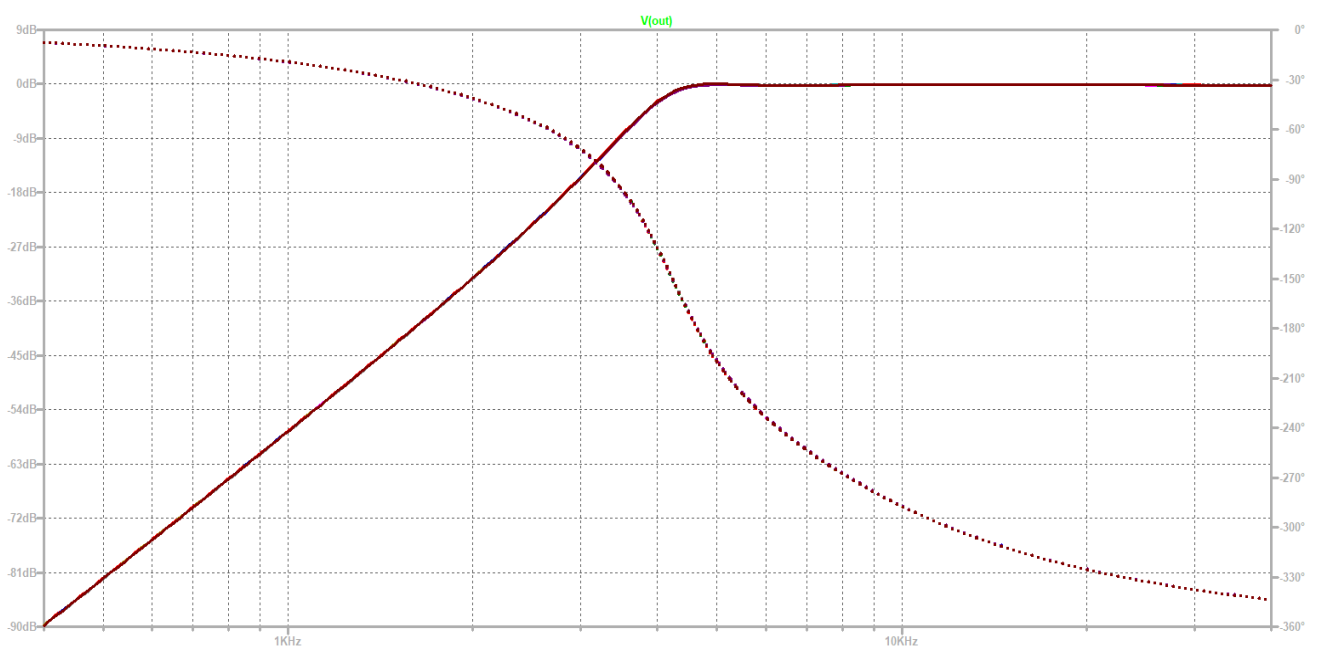
Slika 7.15 Monte Carlo analiza osjetljivosti grupnog vremena kašnjenja CBQ strukture,  $f = [400\ 40000]\text{Hz}$



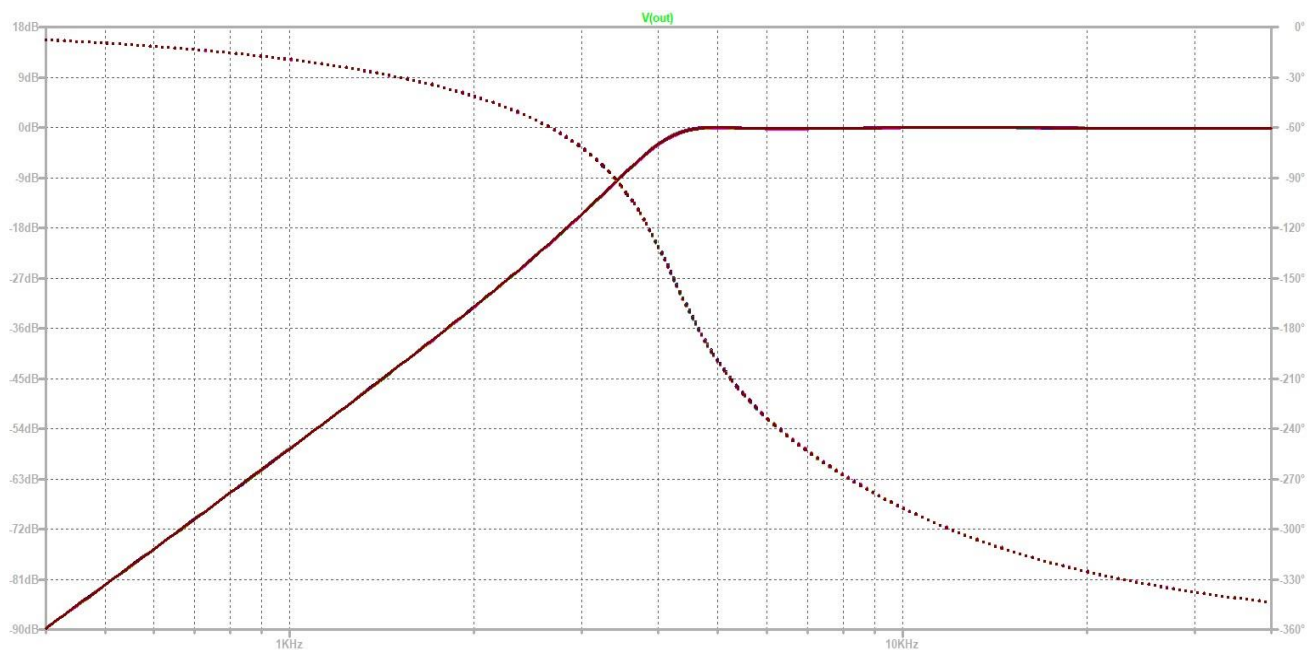
Slika 7.16 Monte Carlo analiza osjetljivosti grupnog vremena kašnjenja kaskadne strukture,  $f = [400\ 40000]\text{Hz}$

Slike 7.15 i 7.16 prikazuju usporedbu Monte Carlo analize grupnog kašnjenja kod bikvartne i kaskadne strukture na spektru frekvencija  $f = [400 \ 40000]Hz$ . Situacija je analogna usporedbi amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike gdje obje strukture pokazuju identičnu osjetljivost u području gušenja, oko granične frekvencije bikvartna struktura posjeduje malo veću osjetljivost, dok u području propuštanja je osjetljivost bikvartne strukture niža.

### 7.2.2. Monte Carlo analiza, 100 prolaza, tolerancija 0.2%

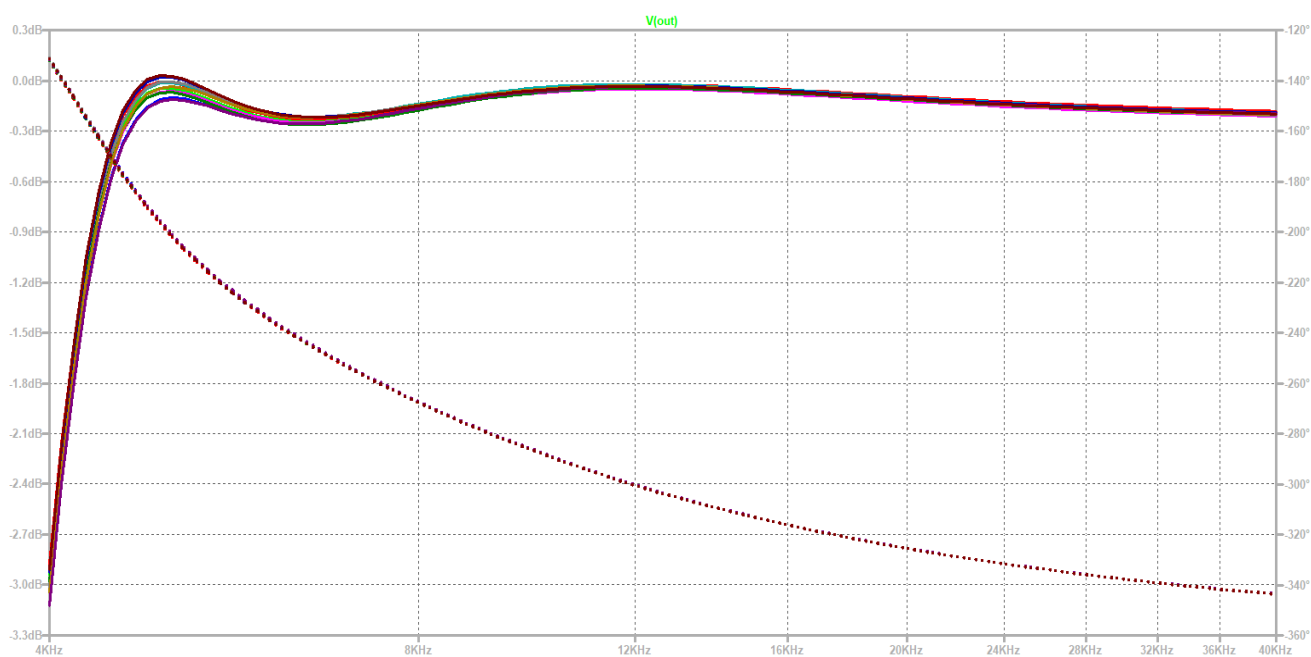


Slika 7.17 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike CBO strukture,  $f = [400 \ 40000]Hz$

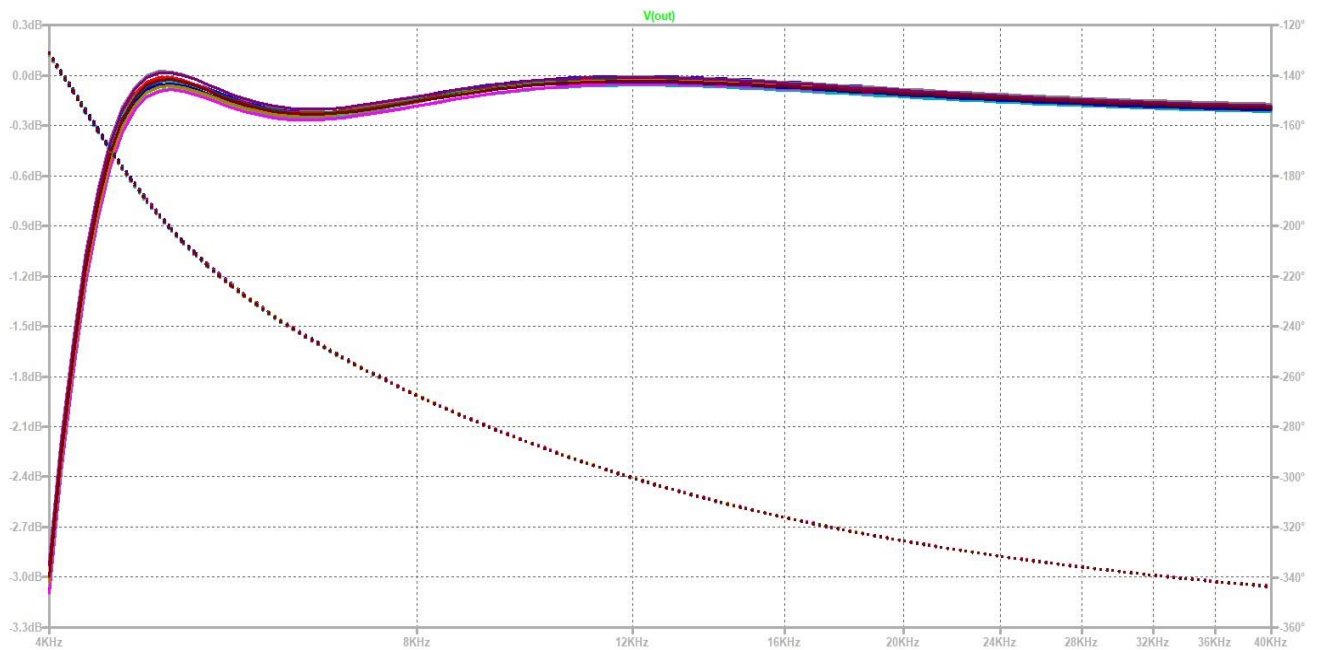


Slika 7.18 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike kaskadne strukture,  $f = [400 \ 40000] \text{Hz}$

U slučaju tolerancije od 0.2% i koristeći 100 iteracija programa slike 7.17 i 7.18 prikazuju usporedbu Monte Carlo analize amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike kod bikvartne i kaskadne strukture. U ovom slučaju, na potpunom spektru frekvencija  $f = [400 \ 40000] \text{Hz}$  situacija vizualno izgleda identična, te nema nekih primjetnih razlika.

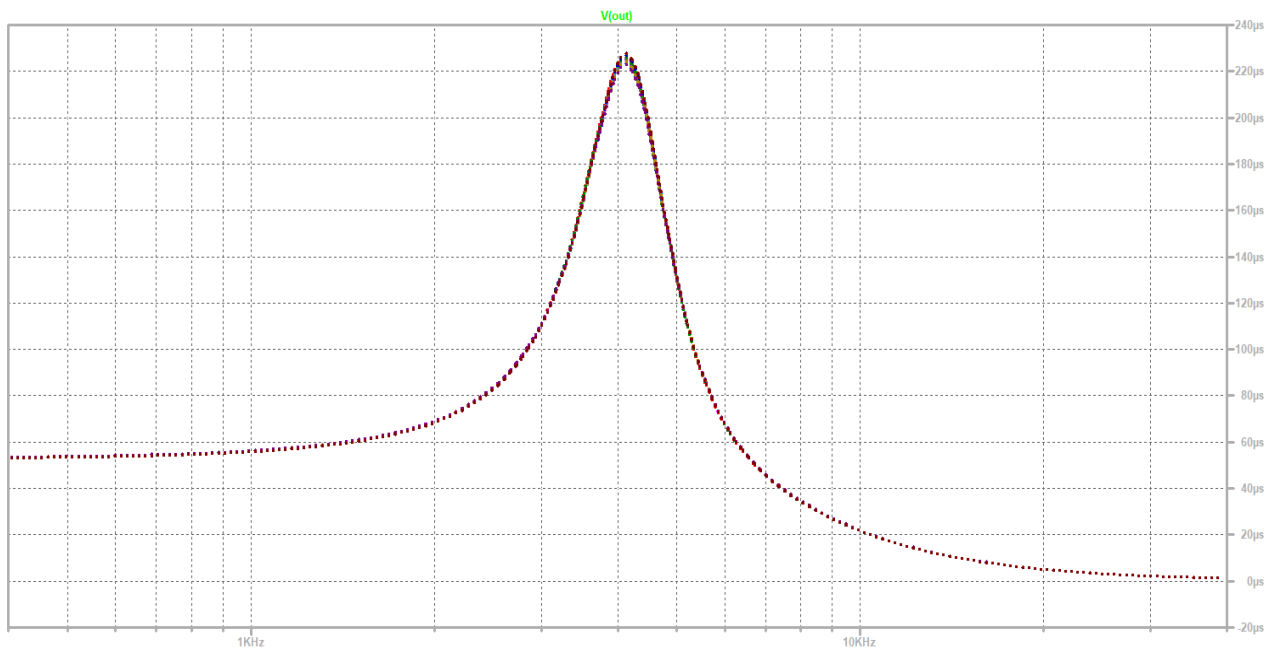


Slika 7.19 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike CBQ strukture,  $f = [4000 \ 40000] \text{Hz}$

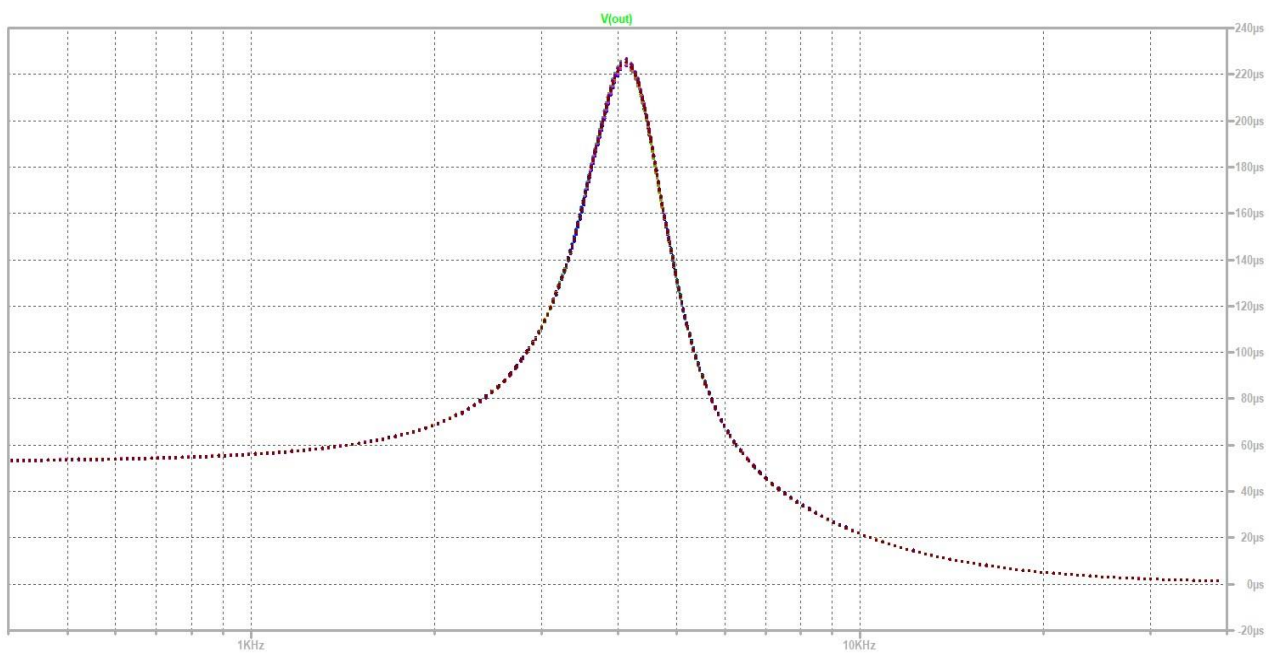


Slika 7.20 Monte Carlo analiza osjetljivosti amplitudne i fazno frekventijske karakteristike kaskadne strukture,  $f=[4000 \ 40000]Hz$

Slika 7.19 i 7.20 prikazuju identičnu usporedbu kao i prethodne dvije slike samo na spektru frekvencija koji počinje od granične frekvencije  $f=[4000 \ 40000]Hz$  gdje je sada vidljiva razlika između dvije strukture. Analogno slučaju sa tolerancijom 1% i 200 iteracija bikvartna struktura posjeduje nešto veću raspršenost karakteristika oko granične frekvencije, dok u području propuštanja kaskadna struktura ima širi snop karakteristika što pokazuje veću osjetljivost.



Slika 7.21 Monte Carlo analiza osjetljivosti grupnog vremena kašnjenja CBQ strukture,  $f = [400 \ 40000] \text{Hz}$



Slika 7.22 Monte Carlo analiza osjetljivosti grupnog vremena kašnjenja kaskadne strukture,  $f = [400 \ 40000] \text{Hz}$

Usporedba grupnog vremena kašnjenja koju prikazuju slika 7.21 i 7.22 za slučaj tolerancije 0.2% i 100 iteracija ne daje relevantne rezultate jer su vizualno obje karakteristike približno identične.

## 8. SPEKTRALNA GUSTOĆA NAPONA ŠUMA

Jedan od faktora o kojem ovisi kvaliteta obrade signala je razina šuma proizvedena u električnom krugu. U električnim filtrima od visoke je važnosti da razina šuma bude što niža kako bi na izlazu bio signal sa što manje distorzije u odnosu na ulazni sa promjenom samo u amplitudi i fazi, ovisno o frekvenciji. Šum, u širem smislu predstavlja smetnje koje narušavaju kvalitetu signala. Javlja se u različitim oblicima i pojavama i ne moguće ga je kompletno eliminirati zbog njegove stohastičke prirode. Postoji više vrsta šuma u električnim krugovima, a neke su: toplinski šum, šum sačme, frekvencijski (1/f) šum...

U ovom radu od interesa je toplinski šum, nekada nazivan i *Johnsonov* šum koji nastaje nasumičnim gibanjem nosioca naboja zbog temperature. Aktivni *RC*-filtri se sastoje od otpornika, kondenzatora i operacijskih pojačala. Šum u kondenzatorima se može zanemariti na relativno niskim frekvencijama jer je realni dio impedancije kondenzatora vrlo nizak. Zbog stohastičke prirode, toplinski šum opisuje se kao efektivna veličina u nekom frekvencijskom pojasu[6]. Za reprezentaciju utjecaja šuma kod otpornika koriste se dvije analogije, jedna kao izvor napona šuma u seriju sa idealnim (bešumnim) otpornikom a druga kao strujni izvor šuma paralelno spojen idealnom otporniku (slika 8.1). Izrazi koji algebarski prikazuju veličinu napona i struje šuma, dani su u nastavku:

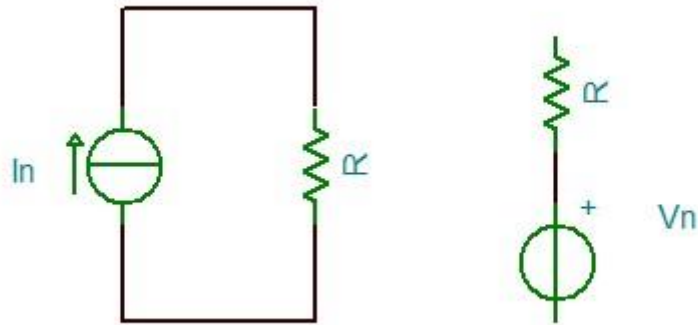
$$v_n^2 = 4kTR\Delta f \quad (8.1)$$

$$i_n^2 = 4kT\Delta f \frac{1}{R} \quad (8.2)$$

Gdje je:

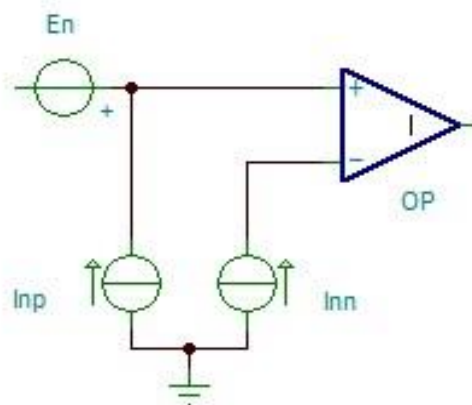
- $k = 1.38 * 10^{-23}$  J/K, Boltzmanova konstanta
- T, temperatura u Kelvinima
- $\Delta f$ , frekvencijski pojas
- R, otpor





Slika 8.1 Model otpornika sa strujnim izvorom šuma(lijevo) i naponskim izvorom šuma(desno)

Iz prethodnih izraza vidljivo je da toplinski šum ovisi o širini frekvencijskog pojasa, otporu i proporcionalan je temperaturi. Kod operacijskih pojačala šum se također pojavljuje zbog ugrađenih poluvodičkih komponenti i otpora. Model šuma operacijskog pojačala, prikazan na slici 8.2 pokazuje naponski izvor na ne invertirajućem ulazu i dva strujna izvora, od kojih je svaki na jednom ulazu. Za potrebe ovog rada u obzir se uzima samo naponski izvor na ne invertirajućem ulazu jer su utjecaji strujnih izvora šuma zanemarivi. U ovom radu korišteno je operacijsko pojačalo *LT1055*, proizvođača *Texas instruments* sa vrijednošću  $E_n = 14 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$ .



Slika 8.2 Model šuma operacijskog pojačala

Poznavanjem modela kojima možemo nadomjestiti realna operacijska pojačala i otpornike moguće je izračunati šum koji oni proizvode i prikazati ga. Potrebno je nadomjestiti svaki otpornik njegovim modelom šuma i izračunati prijenosnu impedanciju prema izrazu (8.3) gdje  $k$  označava element za koji se računa prijenosna impedancija, a  $I_k$  strujni izvor šuma tog istog elementa. Za

operacijska pojačala potrebno je izračunati prijenosnu funkciju prema izrazu (8.4) gdje  $l$  označava o kojem se pojačalu radi, a  $E_l$  je izvor napona šuma tog istog pojačala.

$$T_{i,k(j\omega)} = \frac{V_{iz}}{I_k} \quad (8.3)$$

$$T_{v,l(j\omega)} = \frac{V_{iz}}{E_l} \quad (8.4)$$

Prethodni izrazi računaju prijenosne impedancije i funkcije koje povezuju izvor šuma pojedinog elementa sa izlazom filtra. Kako bi se objedinjeno prikazao utjecaj svih pojedinih elemenata šuma na izlaz filtra pokazuje sljedeća relacija:

$$V_n^2(\omega) = \sum_{k=1}^m |T_{i,k(j\omega)}|^2 i_{n,k}^2 + \sum_{l=1}^i |T_{v,l(j\omega)}|^2 v_{n,l}^2 \quad (8.5)$$

Prethodna relacija daje spektralnu gustoću šuma na izlazu filtra. Ranije je rečeno da se utjecaj toplinskog šuma opisuje pomoću efektivne veličine napona na određenom frekvencijskom pojasu. Taj napon se računa kao integral spektralne gustoće šuma dobivene izrazom (8.5) na promatranom frekvencijskom pojasu.

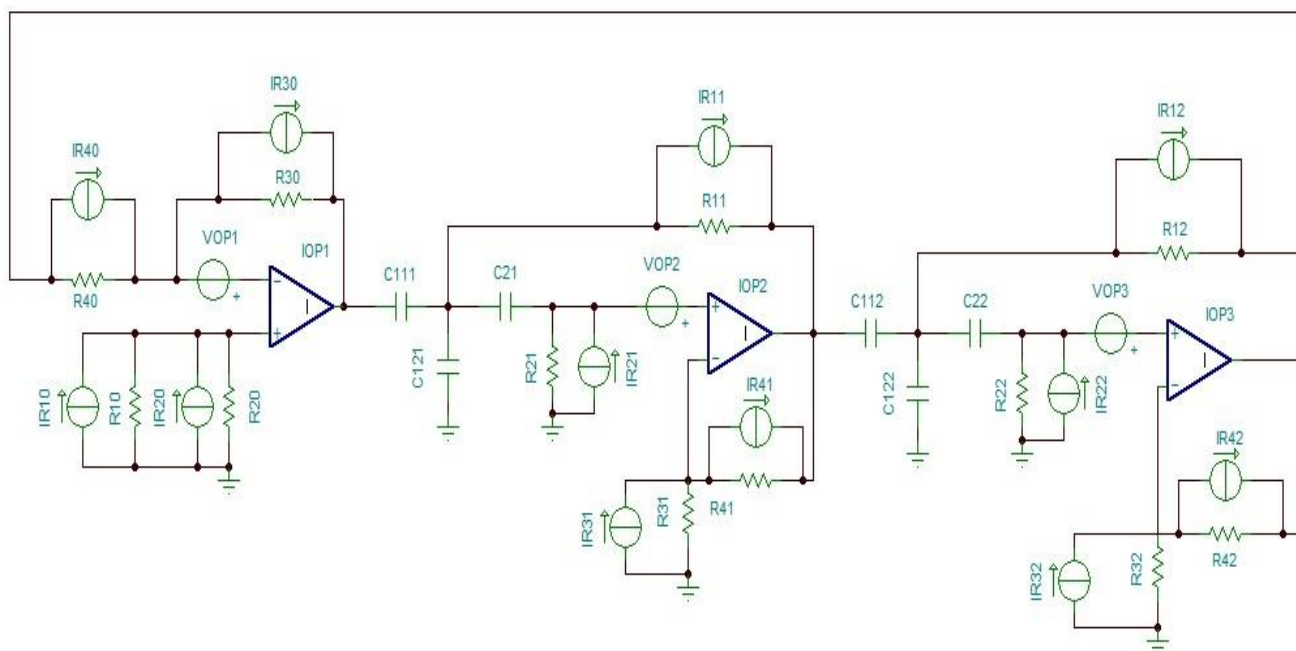
$$U_{n,ef} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} V_n^2(\omega) d\omega} \quad (8.6)$$

Gdje je:

- $\omega_1 = 2\pi f_1$ , donja granica frekvencijskog pojasa
- $\omega_2 = 2\pi f_2$ , gornja granica frekvencijskog pojasa

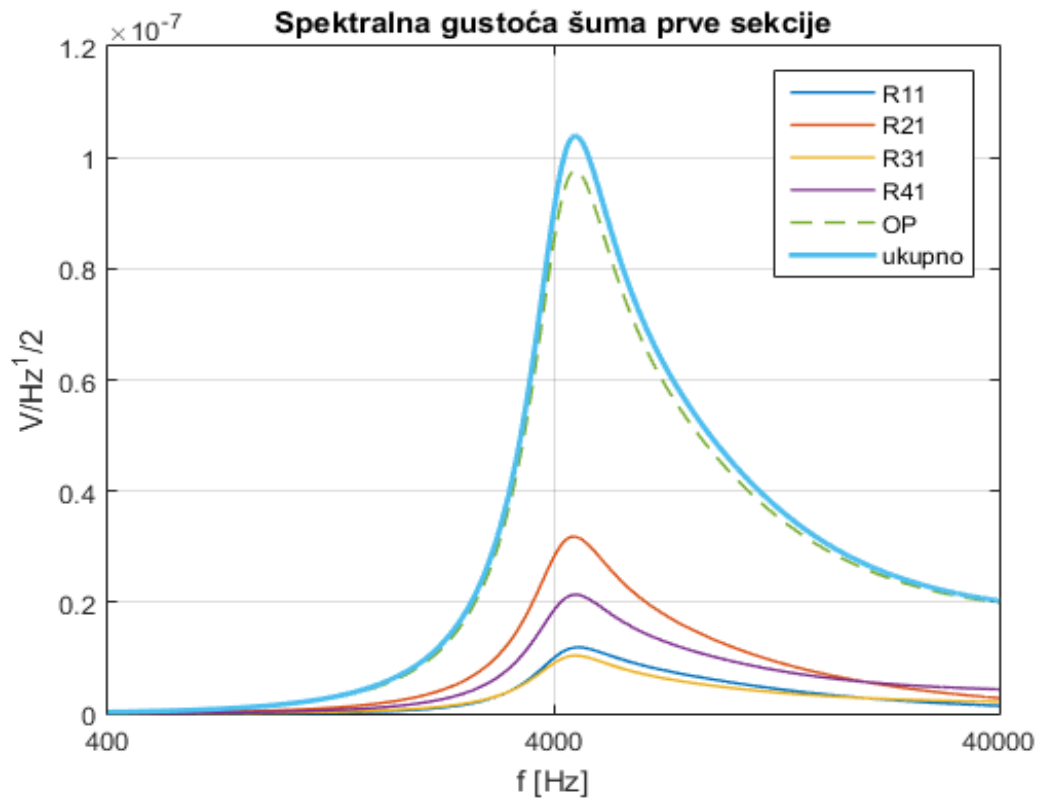
U nastavku će biti prikazani rezultati izračuna spektralne gustoće napona šuma po svakoj sekciji i ukupno, za bikvartnu i kaskadnu realizaciju, kao i njihova usporedba. Izračun i prikaz rezultata je proveden u MATLAB-u. Provjera točnosti izračuna provedena je LTSpice programom koji ima mogućnost računanja spektralne gustoće napona šuma.

## 8.1. Analiza spektralne gustoće napona šuma bikvartne strukture

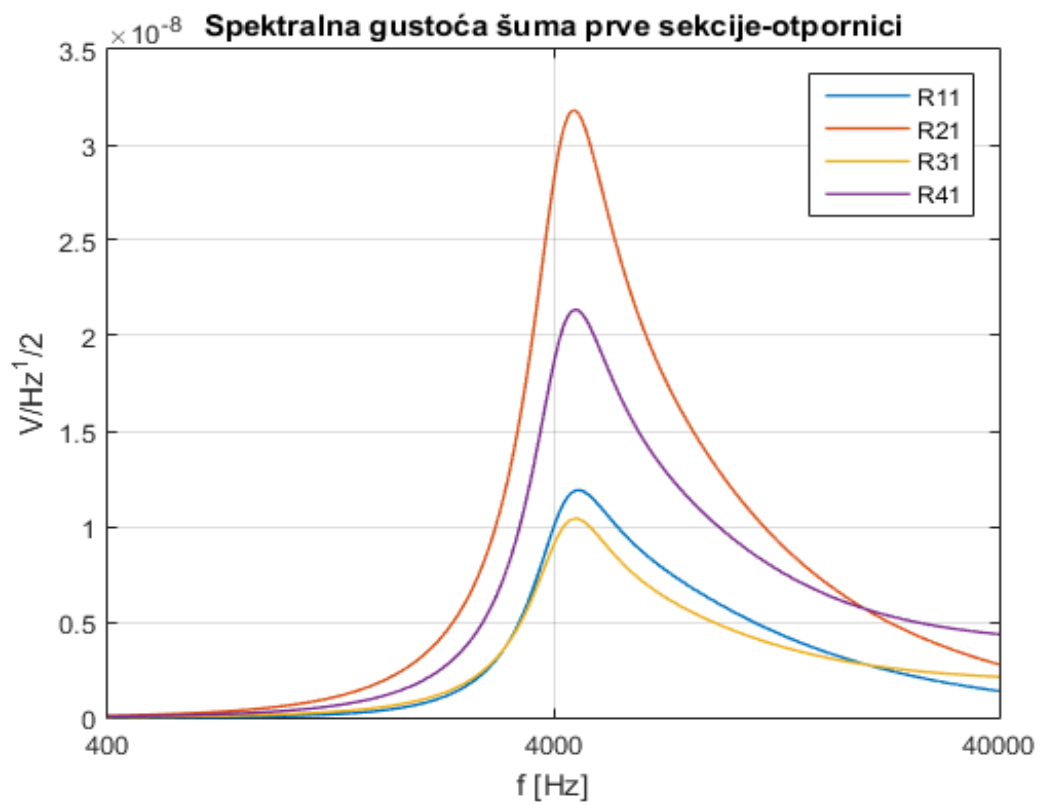


Slika 8.3 Shema korištena za izračun spektralne gustoće napona šuma kod bikvartne strukture

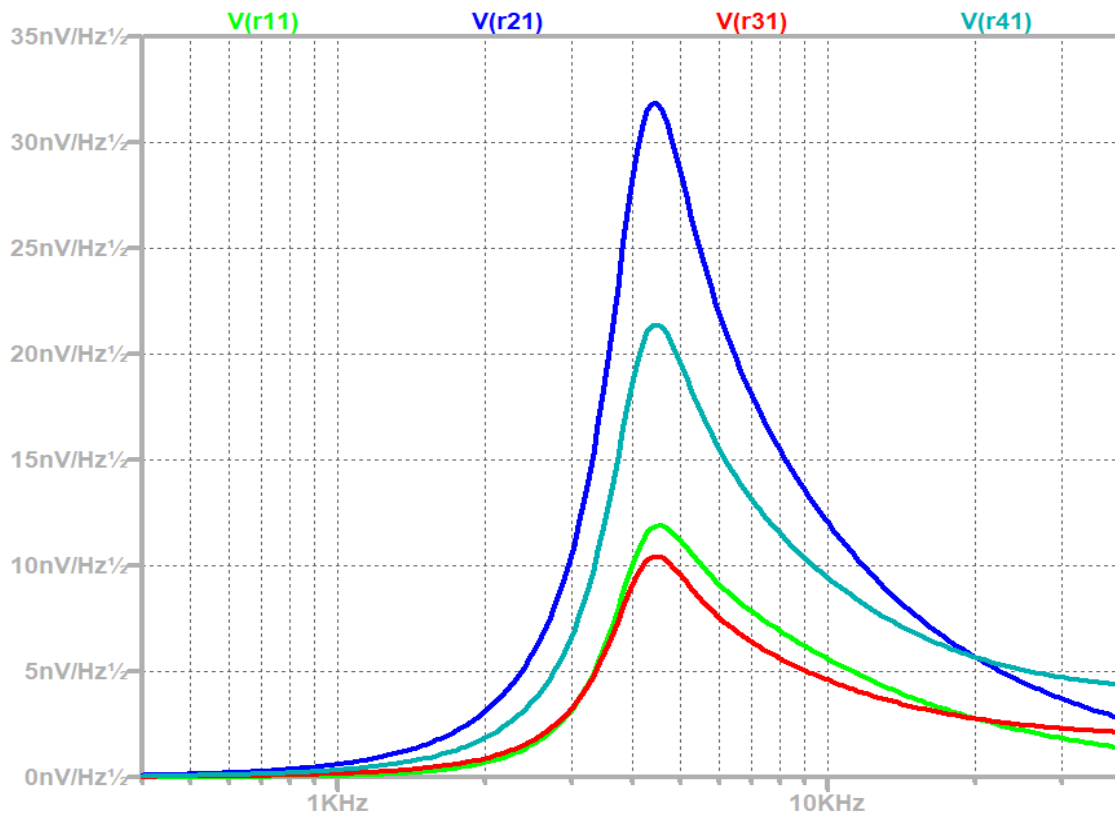
Slika 8.3 je prikaz sheme bikvartne strukture sa svim izvorima šuma koji su korišteni u proračunu. Otpornici su zamijenjeni svojim modelom šuma koji je sačinjen od bešumnog otpornika i paralelno mu spojenog strujnog izvora šuma, dok su operacijska pojačala prikazana modelom idealnog operacijskog pojačala sa izvorom napona šuma spojenog na ne invertirajući ulaz pojačala. Rezultati dobiveni u MATLAB-u koji su dani u nastavku prikazuju spektralnu gustoću napona šuma svakog elementa, uključujući i šum operacijskih pojačala, dok LTSpice prikazuje samo utjecaj otpornika i ukupni šum na izlazu.



Slika 8.4 Spektralna gustoća napona šuma, prva sekcija-MATLAB

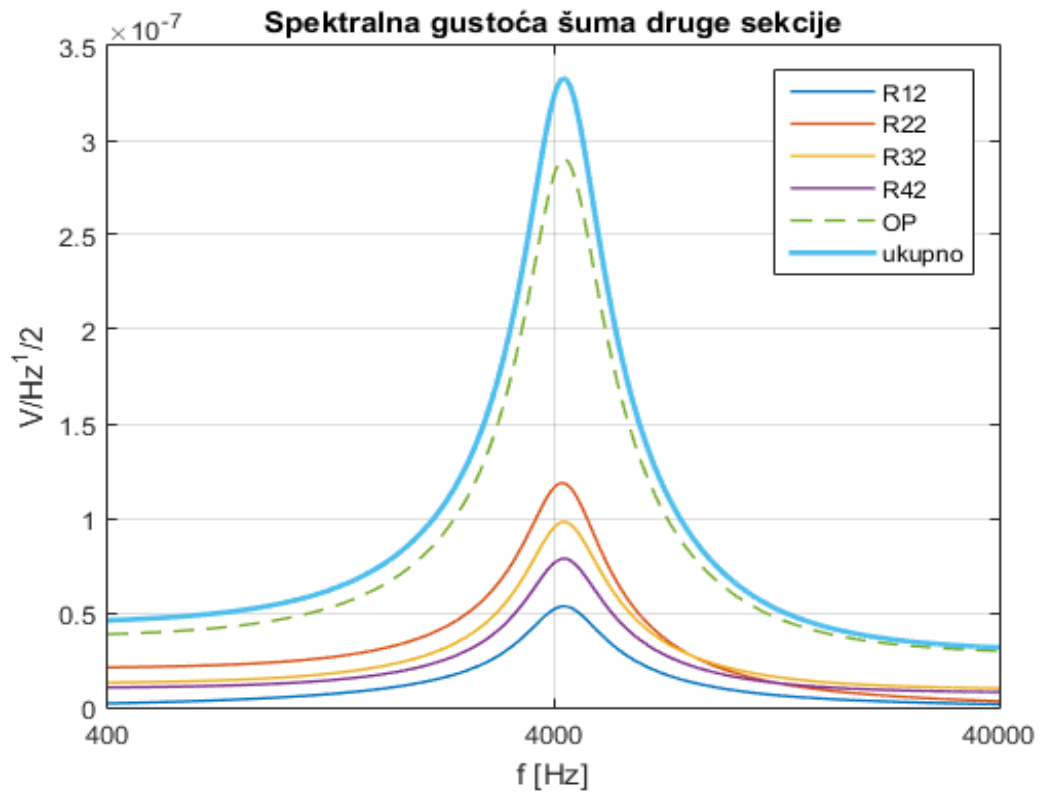


Slika 8.5 Spektralna gustoća napona šuma, prva sekcija, prikaz utjecaja samo otpornika-MATLAB

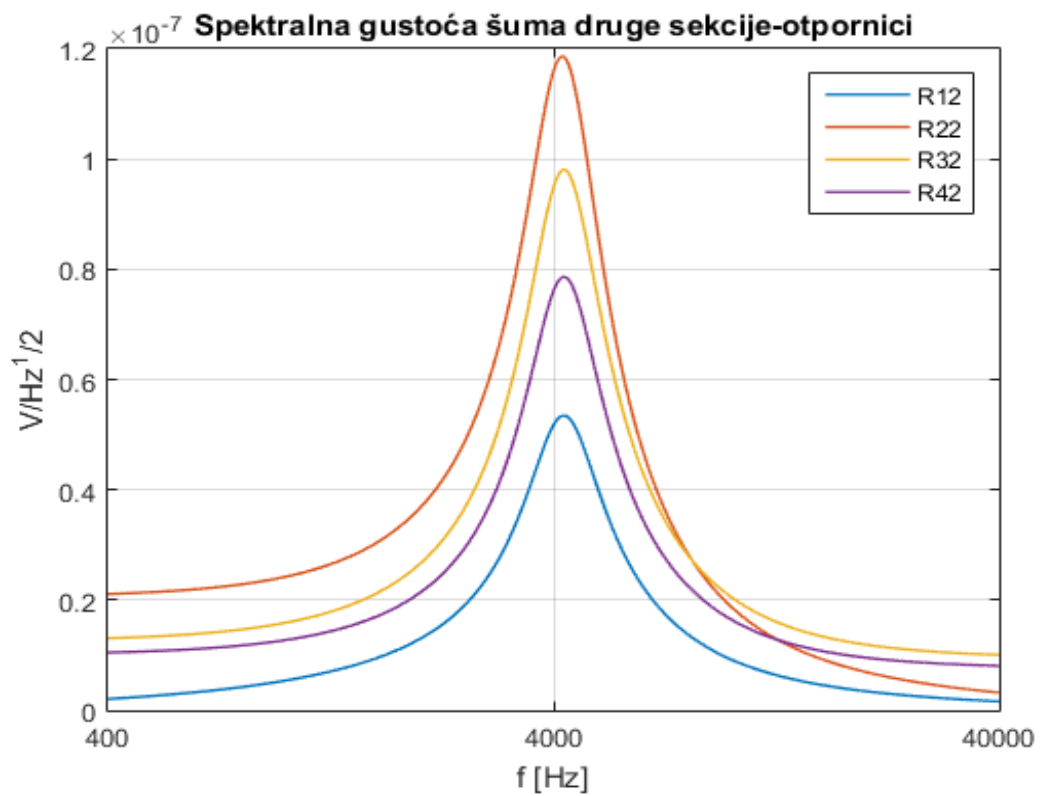


Slika 8.6 Spektralna gustoća napona šuma, prva sekcija-LTSpice

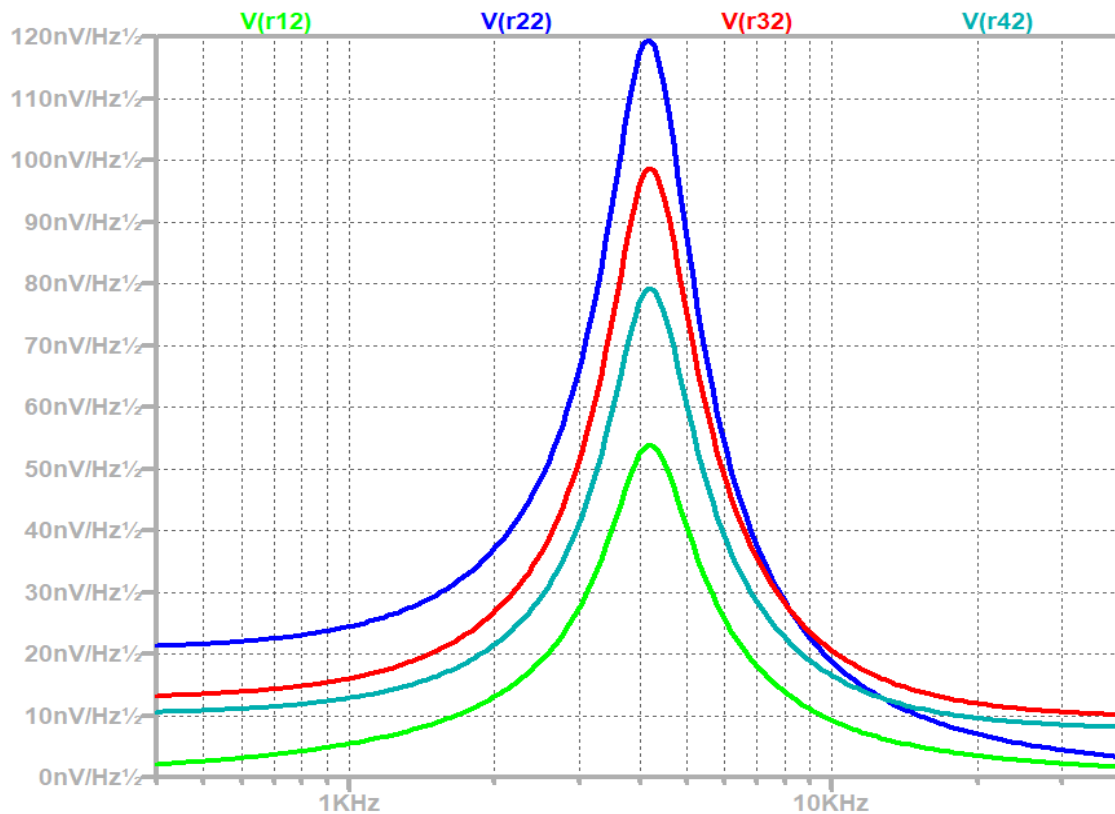
Slika 8.4 i 8.5 prikazuju izračun spektralne gustoće napona šuma prve sekcije u MATLAB-u, sa time da slika 8.5 prikazuje samo šum otpornika kako bi bila jasnija usporedba sa rezultatima dobivenim iz LTSpice-a koji su dani na slici 8.6. Rezultati dobiveni u LTSpice-u i MATLAB-u se poklapaju što potvrđuje točnost izračuna. Podaci pokazuju da šum postiže najviše vrijednosti oko granične frekvencije i zatim opada prema području propuštanja signala. Otpornik koji najviše pridonosi šumu je  $R21$ , no šum svih otpora je višestruko manji od šuma samog operacijskog pojačala.



Slika 8.7 Spektralna gustoća napona šuma, druga sekcija-MATLAB

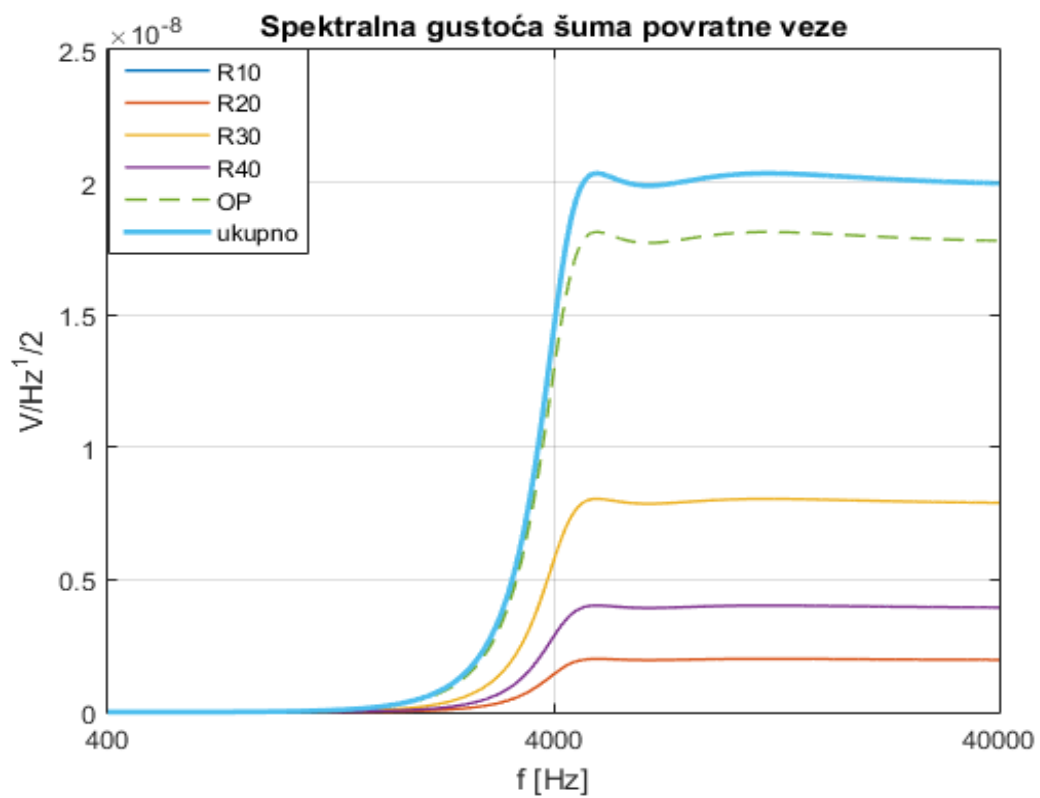


Slika 8.8 Spektralna gustoća napona šuma, druga sekcija, prikaz utjecaja samo otpornika-MATLAB

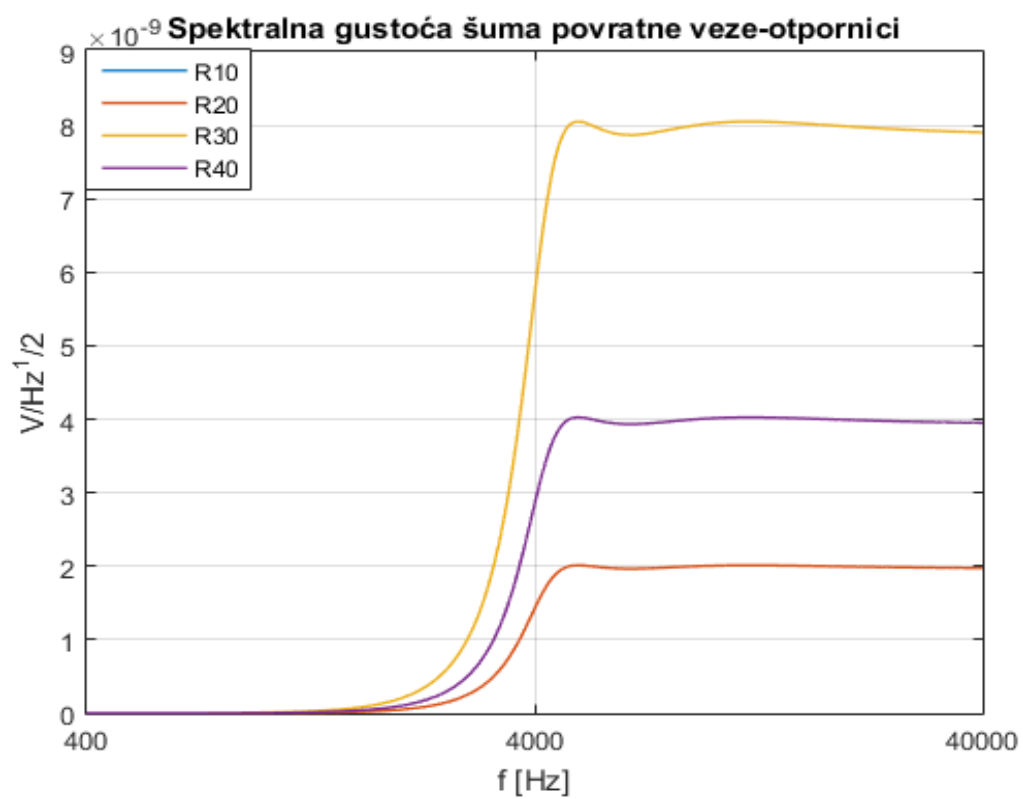


Slika 8.9 Spektralna gustoća napona šuma, druga sekcija-LTSpice

Kao i u prethodnom slučaju slika 8.7 i 8.8 prikazuju izračun spektralne gustoće napona šuma druge sekcije u MATLAB-u, dok je na slici 8.8 ponovno prikazan samo šum otpornika kako bi bila jasnija usporedba sa rezultatima dobivenim iz LTSpice-a koji su dani na slici 6.9. Rezultati dobiveni u LTSpice-u i MATLAB-u se poklapaju što potvrđuje točnost izračuna. Podaci pokazuju da šum postiže najviše vrijednosti oko granične frekvencije i zatim opada prema području propuštanja signala. Vršna vrijednost spektralne gustoće napona šuma druge sekcije je više nego trostruko veća nego kod prve sekcije. Otpornik koji najviše pridonosi šumu je  $R_{22}$ , no šum svih otpora je kao i kod prve sekcije višestruko manji od šuma samog operacijskog pojačala.

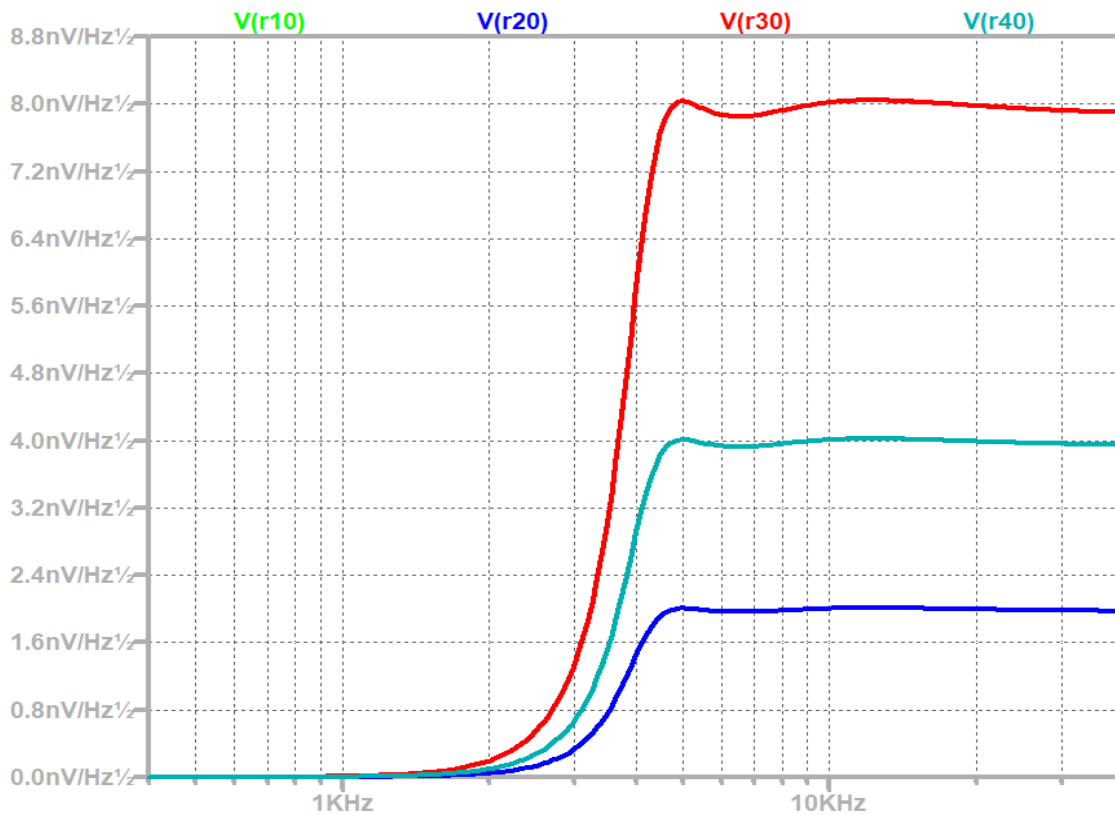


Slika 8.10 Spektralna gustoća napona šuma, povratna veza-MATLAB



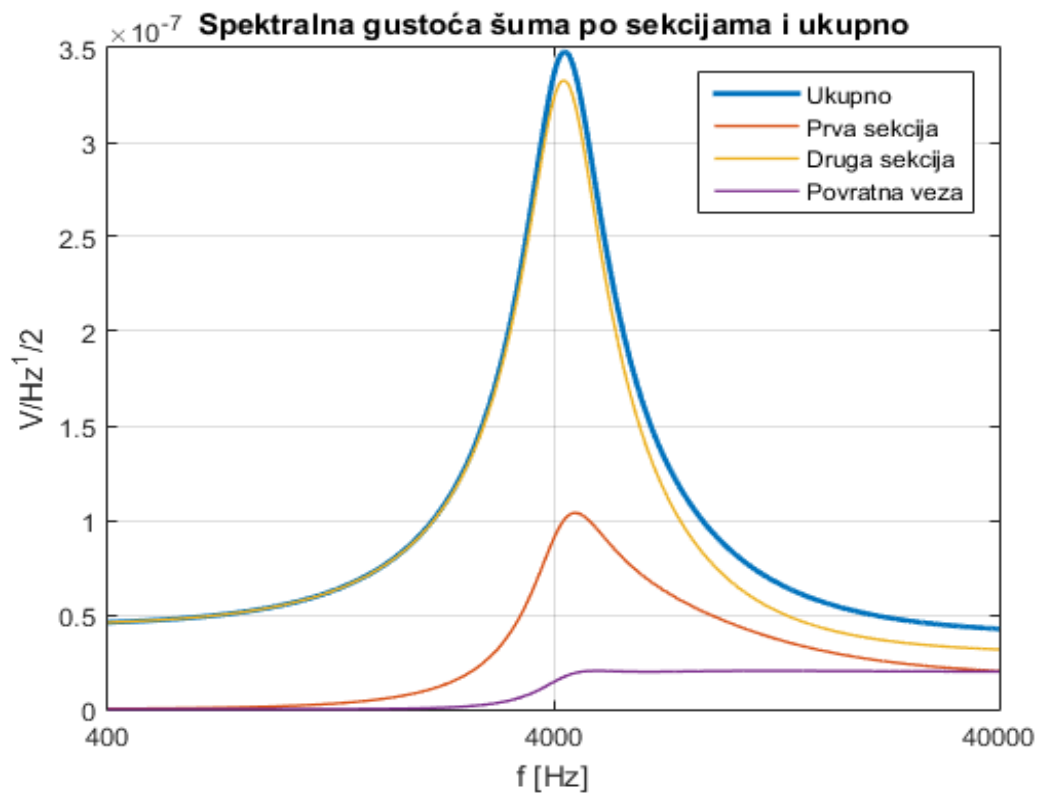
Slika 8.11 Spektralna gustoća napona šuma, povratna veza, prikaz utjecaja samo otpornika-MATLAB



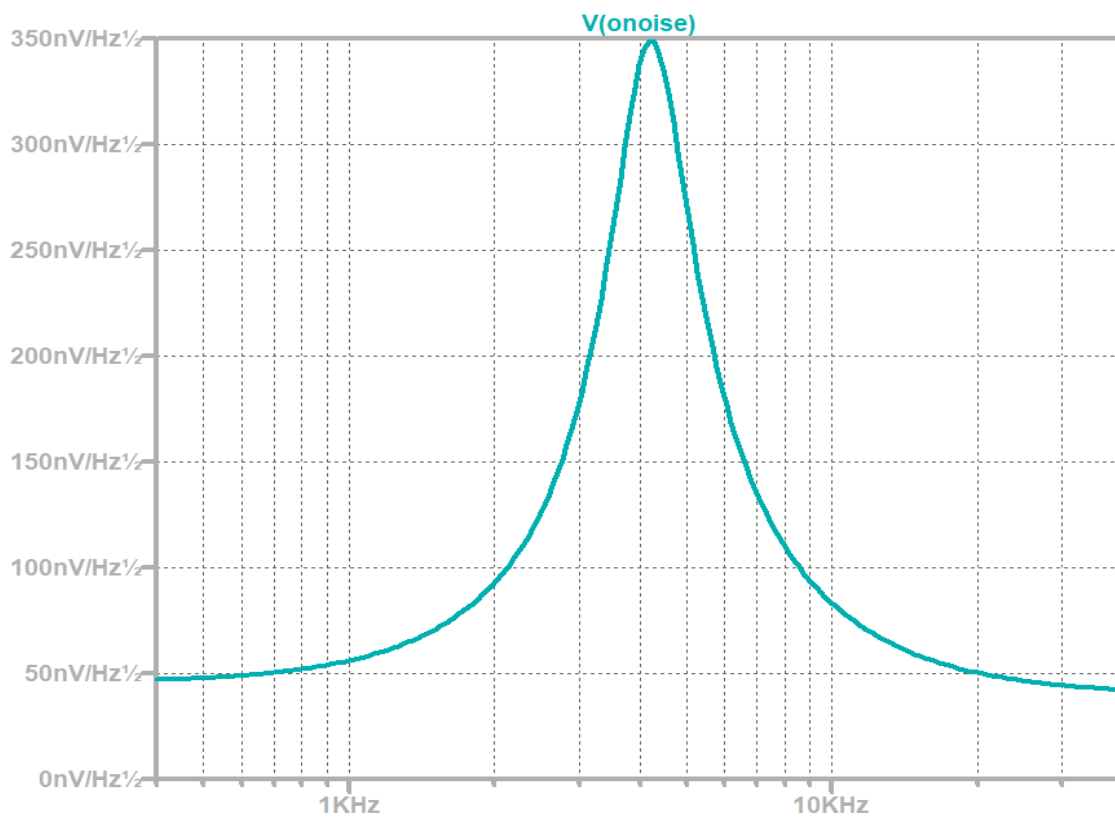


Slika 8.12 Spektralna gustoća napona šuma, povratna veza-LTSpice

Točnost izračuna spektralne gustoće šuma povratne veze pomoću MATLAB-a (slika 8.10 i 8.11) potvrđena je rezultatima simulacije dobivene u LTSpice-u na slici 8.12. Kao što je to bio slučaj za prvu i drugu sekciju, kod povratne veze također prva slika prikazuje potpuni šum, uključujući i operacijsko pojačalo, a druga prikazuje samo utjecaj otpornika. Razina šuma povratne veze je višestruko niža nego razina šuma prethodne dvije sekcije. Otpornik koji pokazuje najveću razinu šuma je  $R_{30}$ , no kao i u prethodnim slučajevima operacijsko pojačalo proizvodi najvišu količinu šuma.



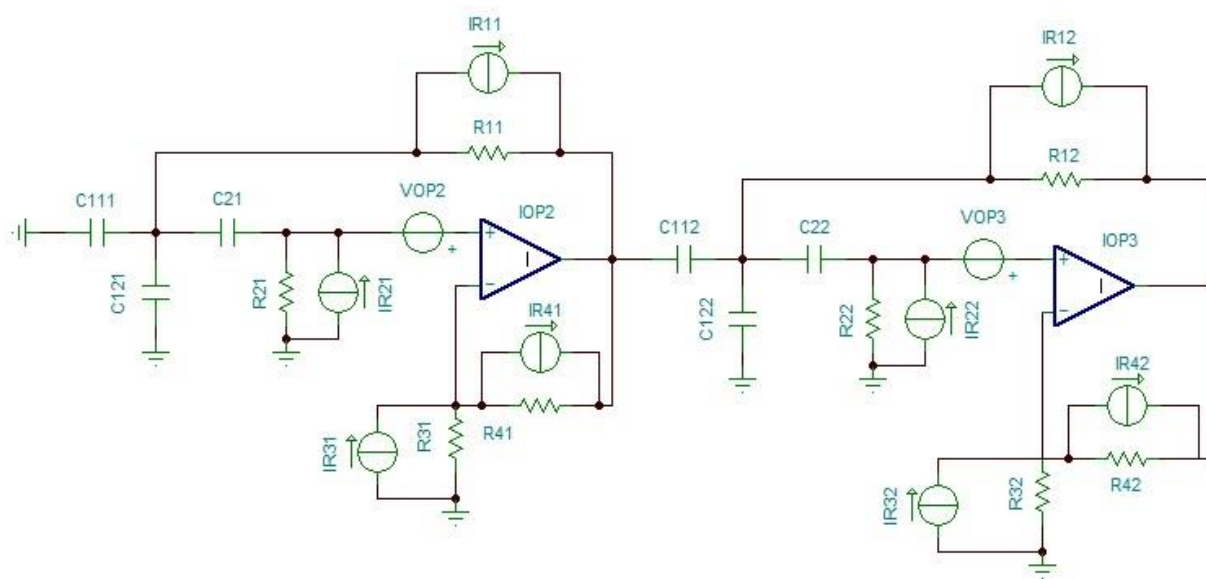
Slika 8.13 Spektralna gustoća napona šuma, ukupna-MATLAB



Slika 8.14 Spektralna gustoća napona šuma, ukupna-LTSpice

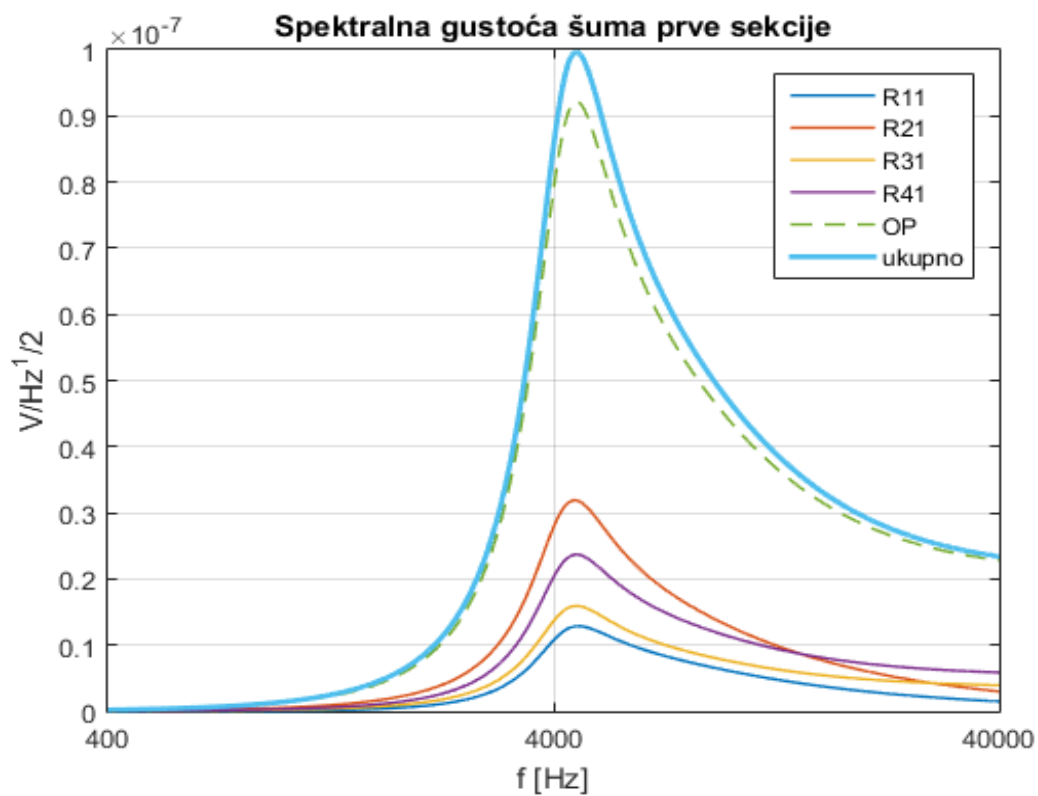
Slika 8.13 prikazuje MATLAB-om izračunatu ukupnu spektralnu gustoću napona šuma na izlazu filtra kao i utjecaj svih zasebnih sekcija. Slika 8.14 prikazuje simulaciju ukupne spektralne gustoće napona šuma na izlazu filtra korištenjem LTSpice-a. Vidljivo je da se rezultati iz MATLAB-a poklapaju sa simulacijom u LTSpice-u što potvrđuje točnost izračuna. Evidentno je da na razinu ukupnog šuma najviše utječe druga sekcija, dok prva sekcija ima puno niži utjecaj, a povratna veza minimalan.

## 8.2. Analiza spektralne gustoće napona šuma kaskadne strukture

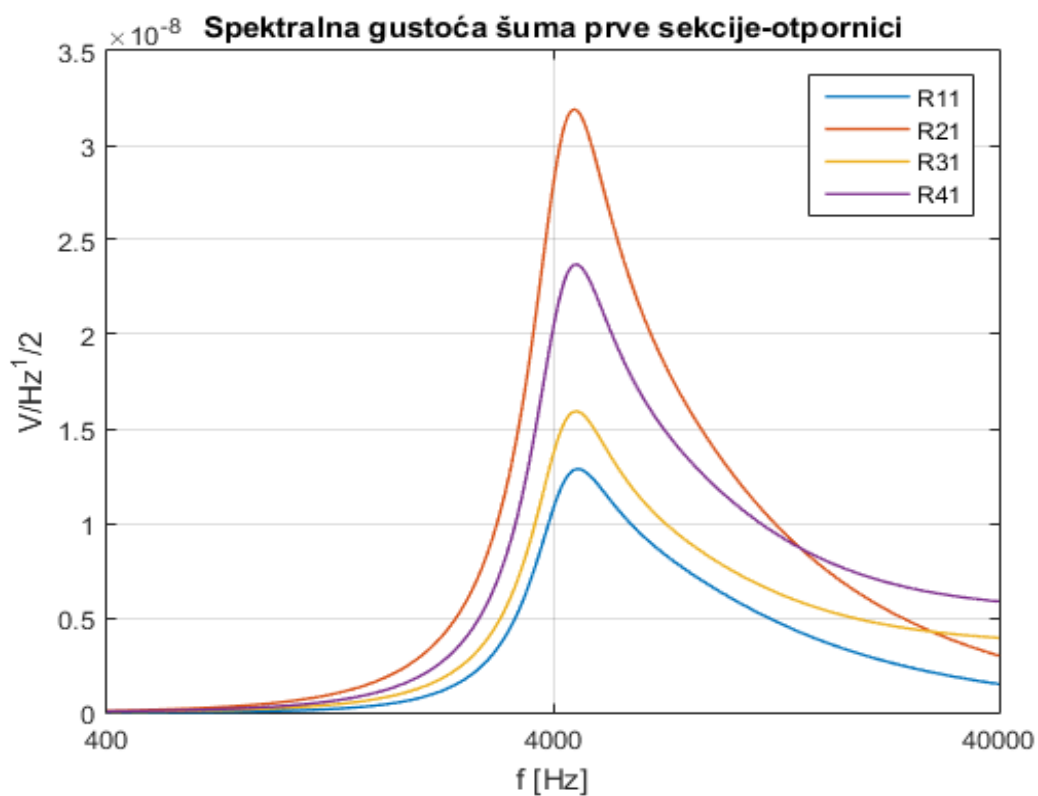


Slika 8.15 Shema korištena za izračun spektralne gustoće napona šuma kod kaskadne strukture

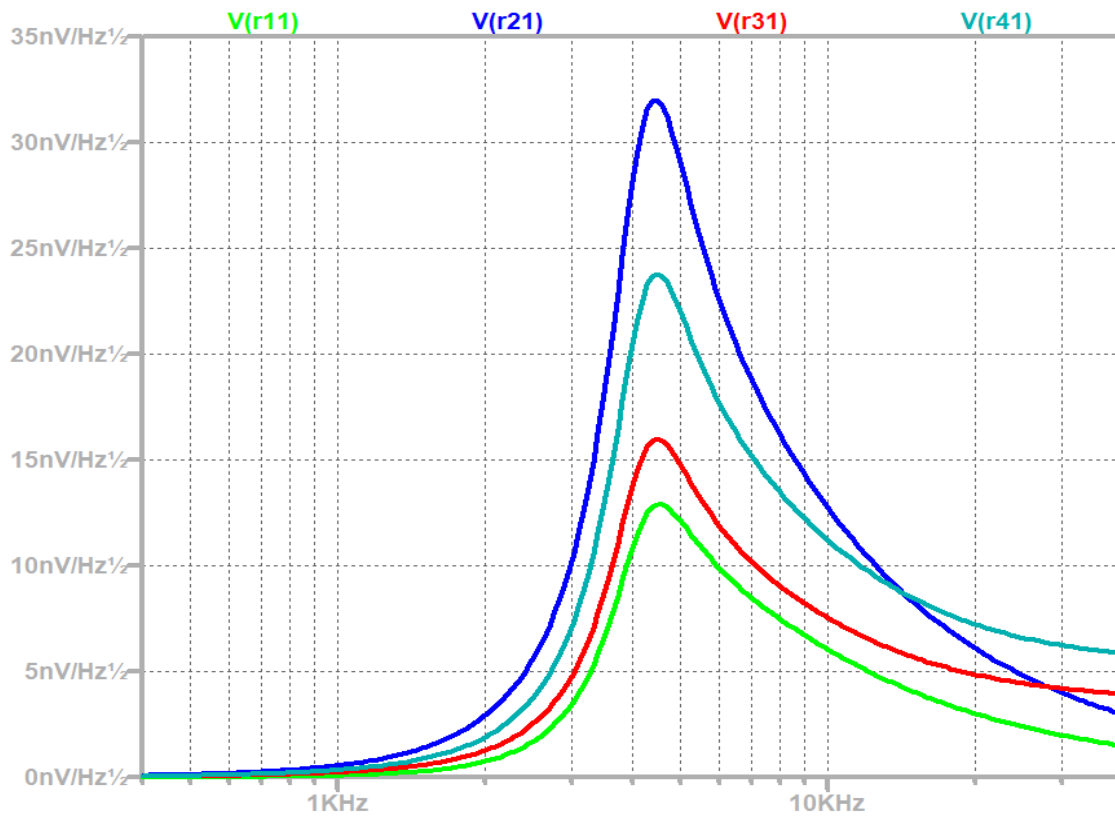
Na slici 8.15 je prikazana nadomjesna shema prema kojoj se vršila analiza spektralne gustoće napona šuma kod kaskadne strukture. Shema sadrži nadomjesne modele izvora šuma otpornika i operacijskih pojačala. Rezultati dobiveni u MATLAB-u koji su dani u nastavku prikazuju spektralnu gustoću napona šuma svakog elementa, uključujući i šum operacijskih pojačala, dok LTSpice prikazuje samo utjecaj otpornika i ukupni šum na izlazu. Prve dvije slike će prikazivati izračun u MATLAB-u, od kojih će prva biti potpuni šum uključujući šum operacijskog pojačala i ukupni šum sekcije, dok će treća slika biti simulacija iz LTSpice-a kojom se potvrđuje točnost izračuna.



Slika 8.16 Spektralna gustoća napona šuma prve sekcije-MATLAB

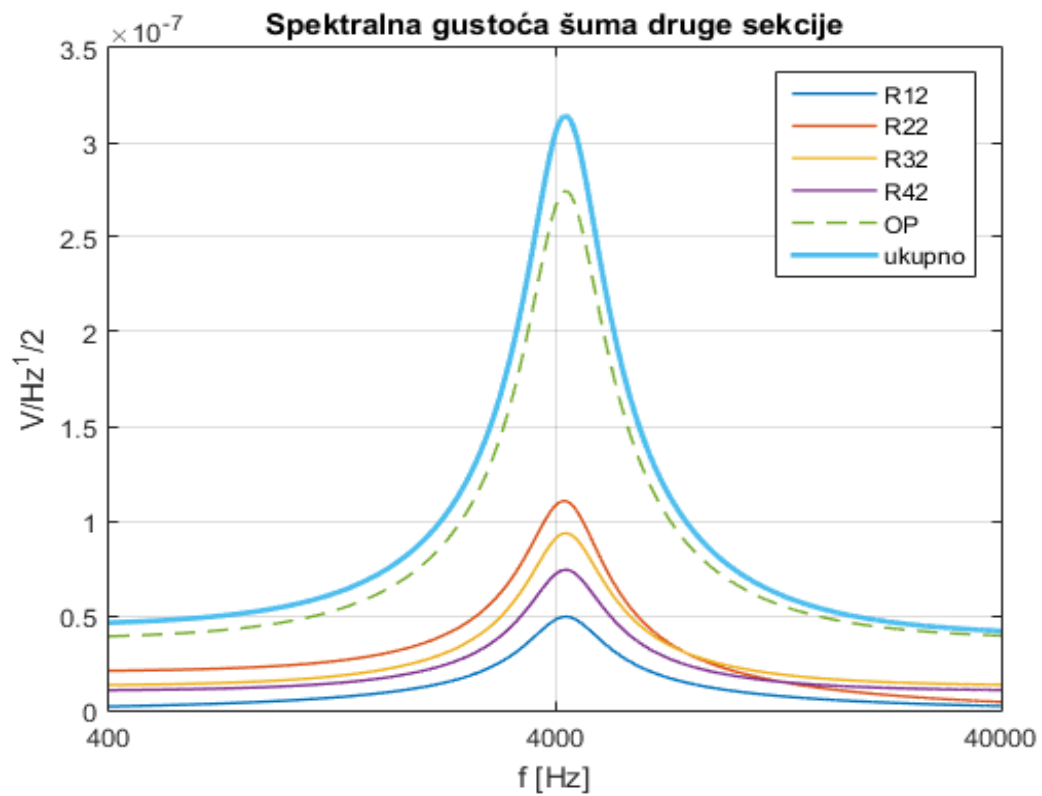


Slika 8.17 Spektralna gustoća napona šuma prve sekcije, prikaz utjecaja samo otpornika-MATLAB

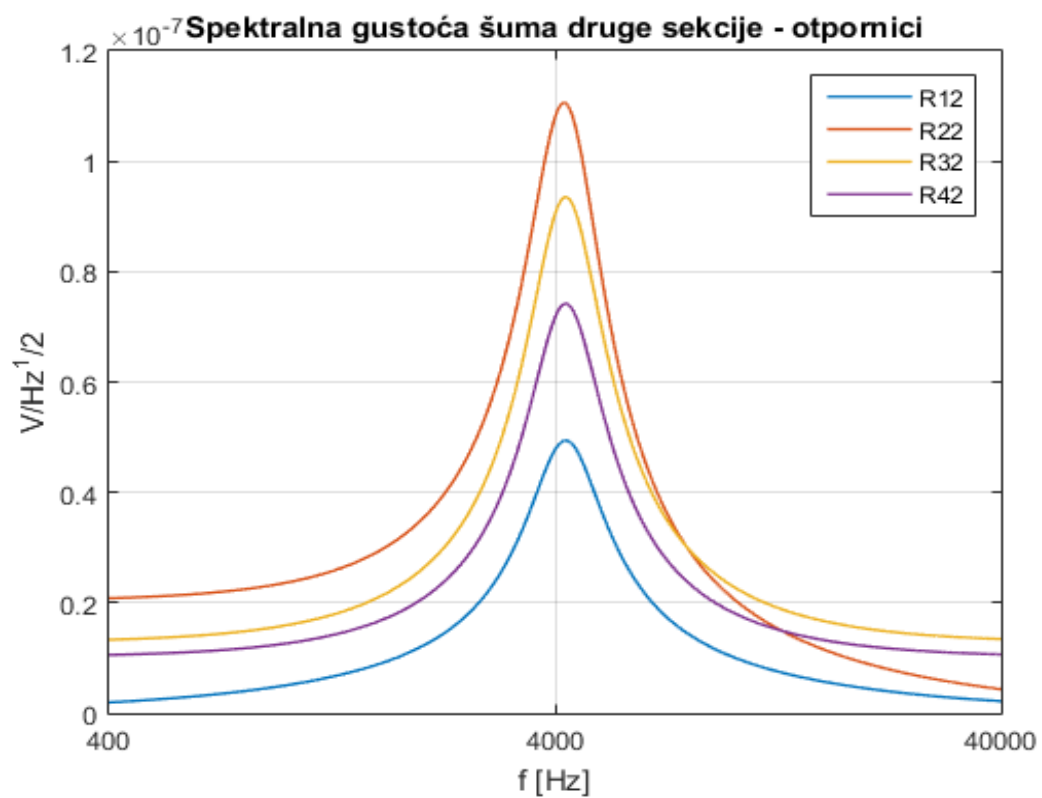


Slika 8.18 Spektralna gustoća napona šuma prve sekcije-LTSpice

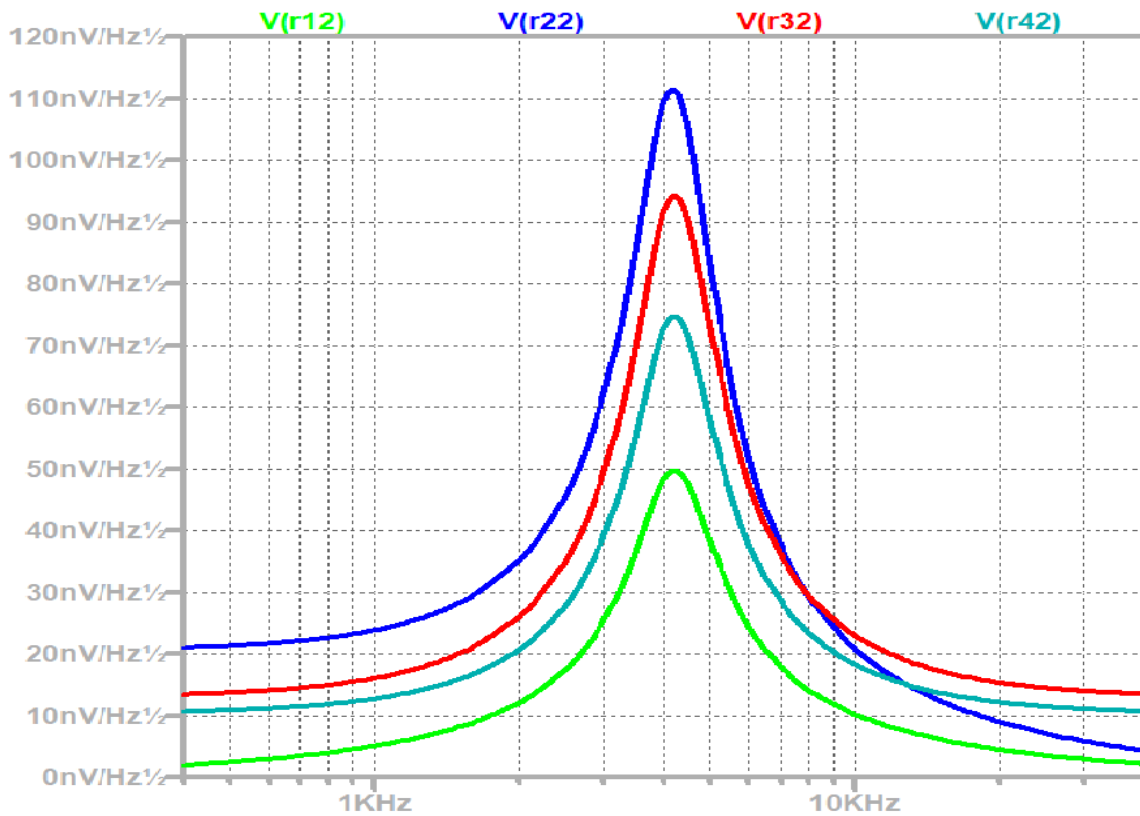
Rezultati dobiveni u LTSpice-u i MATLAB-u se podudaraju što potvrđuje točnost izračuna i za kaskadnu strukturu. Podaci pokazuju da šum postiže najviše vrijednosti oko granične frekvencije i zatim opada prema području propuštanja signala. Otpornik koji najviše pridonosi šumu je  $R21$ , no šum svih otpora je višestruko niži od šuma samog operacijskog pojačala.



Slika 8.19 Spektralna gustoća napona šuma druge sekcije-MATLAB

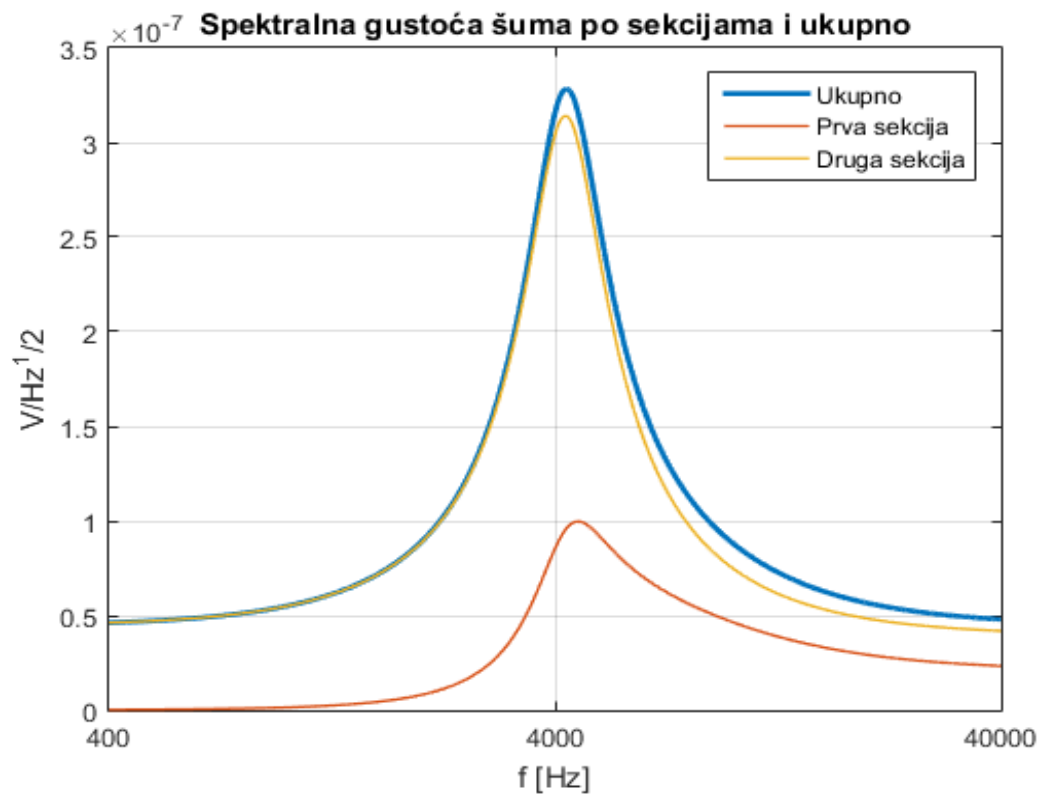


Slika 8.20 Spektralna gustoća napona šuma druge sekcije, prikaz utjecaja samo otpornika-MATLAB

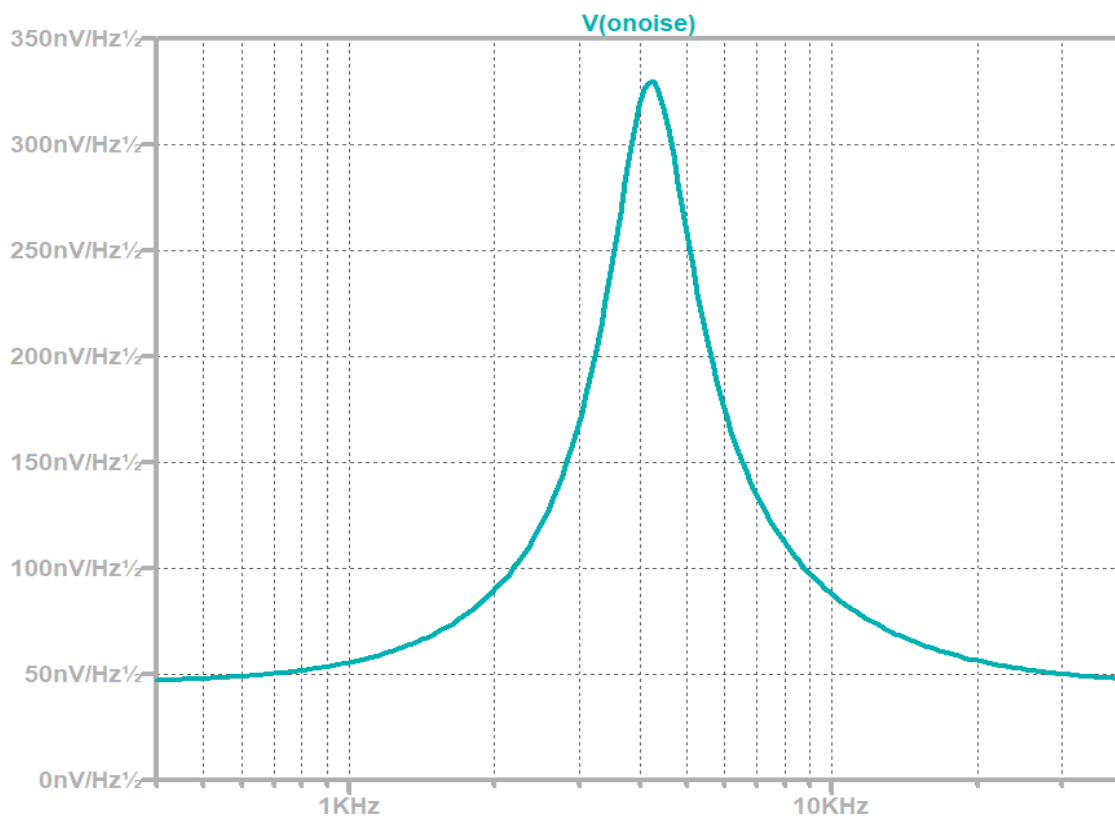


Slika 8.21 Spektralna gustoća napona šuma druge sekcije-LTSpice

Rezultati dobiveni u LTSpice-u i MATLAB-u se poklapaju što potvrđuje točnost izračuna za kaskadnu strukturu. Podaci pokazuju da šum postiže najviše vrijednosti oko granične frekvencije i zatim opada prema području propuštanja signala. Vršna vrijednost spektralne gustoće napona šuma druge sekcije je više nego trostruko veća nego kod prve sekcije. Otpornik koji najviše pridonosi šumu je  $R22$ , no šum svih otpora je kao i kod prve sekcije višestruko manji od šuma samog operacijskog pojačala.



Slika 8.22 Spektralna gustoća napona šuma, ukupna-MATLAB



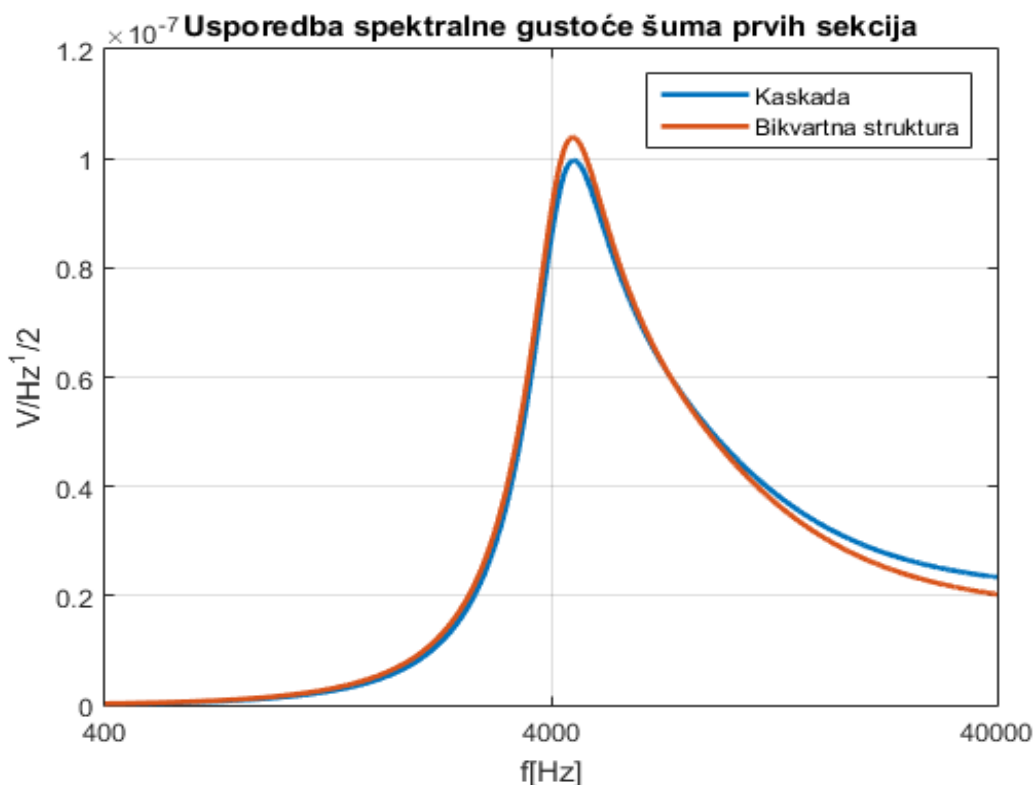
Slika 8.23 Spektralna gustoća napona šuma, ukupna-LTSpice



Slika 8.22 prikazuje MATLAB-om izračunatu ukupnu spektralnu gustoću napona šuma na izlazu filtra kao i utjecaj svih zasebnih sekcija. Slika 8.23 prikazuje simulaciju ukupne spektralne gustoće napona šuma na izlazu filtra korištenjem LTSpice-a. Vidljivo je da se rezultati iz MATLAB-a poklapaju sa simulacijom u LTSpice-u što potvrđuje točnost izračuna. Najviše vrijednosti se očitavaju u području granične frekvencije, dok u području gušenja i propuštanja su razine šuma puno niže. Evidentno je da na razinu ukupnog šuma najviše utječe druga sekcija, dok prva sekcija ima puno niži utjecaj.

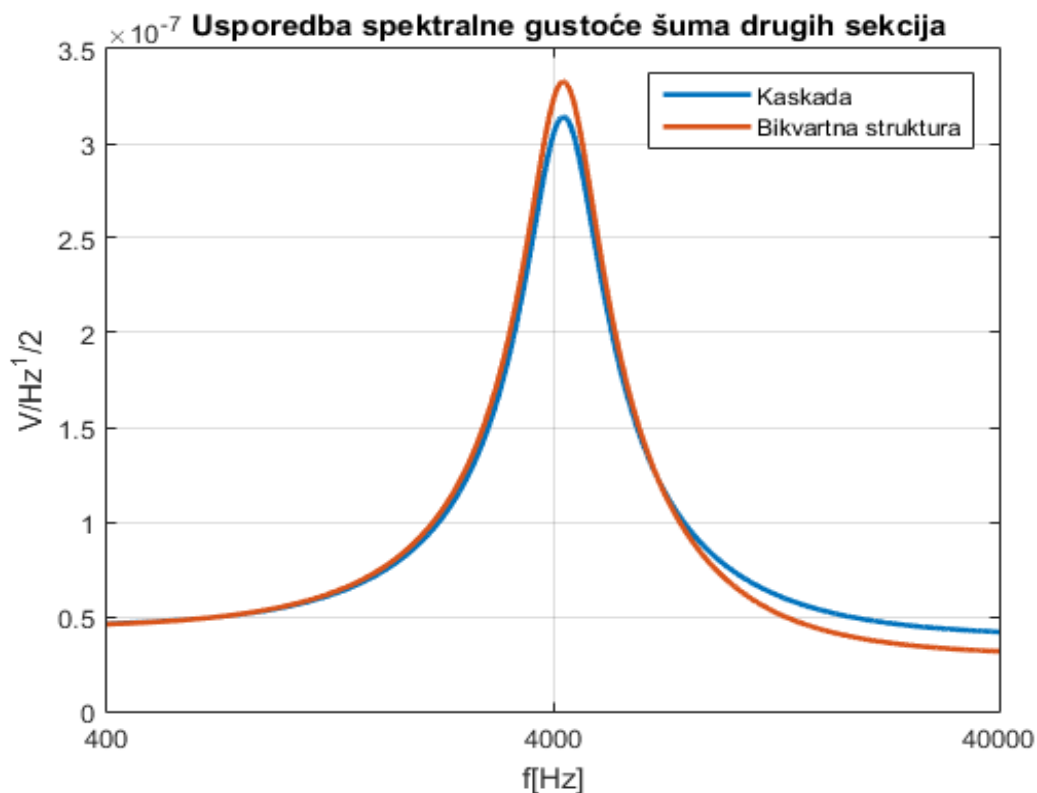
### 8.3. Usporedba spektralnih gustoća napona šuma bikvartne i kaskadne strukture

U ovom dijelu se uspoređuju rezultati spektralne gustoće napona šuma za kaskadnu i bikvartnu strukturu dobiveni MATLAB-om. Vršena je usporedba zasebnih sekcija i krajnjeg ukupnog rezultata šuma na izlazu filtra. Također, za svaku od struktura izračunata je i efektivna vrijednost napona šuma pomoću izraza (8.6) na frekvencijskom pojasu  $f = [400 \ 40000]Hz$ .



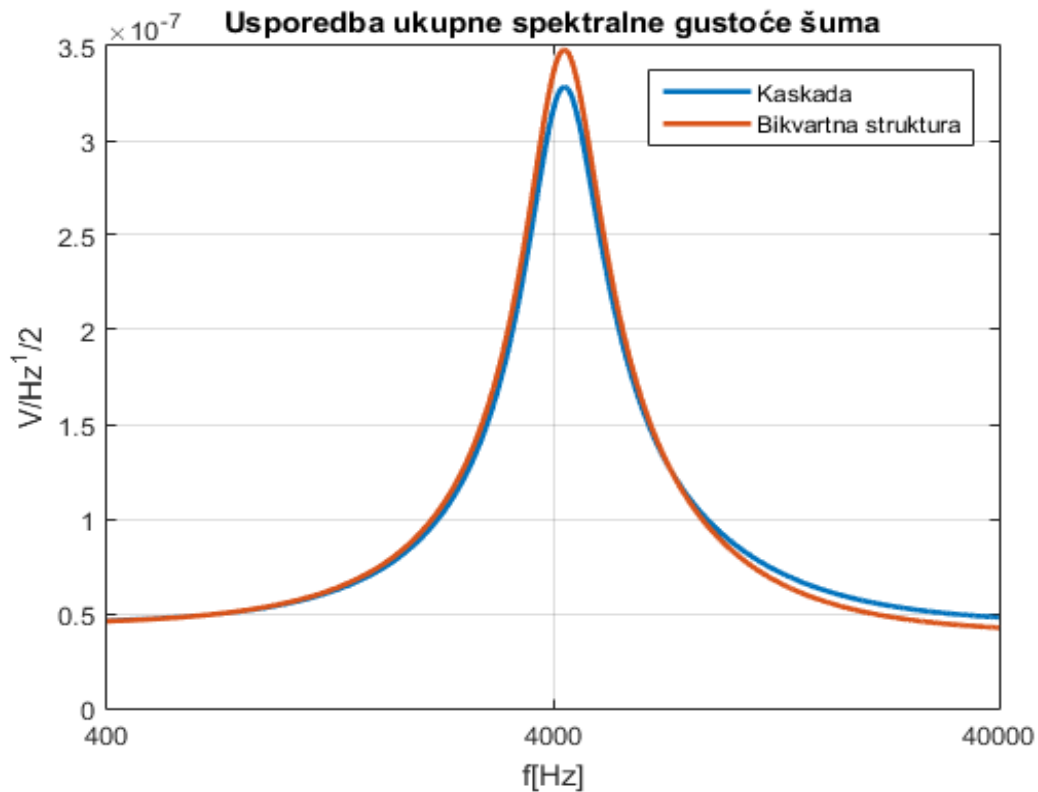
Slika 8.24 Usporedba spektralne gustoće napona šuma bikvartne i kaskadne strukture-prva sekcija

Slika 8.24 prikazuje usporedbu spektralne gustoće napona šuma bikvartne i kaskadne strukture za prvu sekciju. Kroz područje gušenja signala sve do granične frekvencije obje strukture imaju gotovo jednaku razinu šuma. Na graničnoj frekvenciji i netom nakon nje bikvartna struktura posjeduje veći šum, no zalazeći dalje u područje propuštanja šum bikvartne strukture pada ispod razine šuma kaskadne strukture.



Slika 8.25 Usporedba spektralne gustoće napona šuma bikvartne i kaskadne strukture-druga sekcija

Slika 8.25 prikazuje usporedbu spektralne gustoće napona šuma bikvartne i kaskadne strukture za drugu sekciju. Kroz područje gušenja signala sve do granične frekvencije obje strukture imaju gotovo jednaku razinu šuma. Analogno usporedbi prvih sekcija, oko granične frekvencije bikvartna struktura posjeduje veći šum, no zalazeći dalje u područje propuštanja šum bikvartne strukture pada ispod razine šuma kaskadne strukture.



Slika 8.26 Usporedba ukupne spektralne gustoće napona šuma bikvartne i kaskadne strukture

Slika 8.26 predstavlja usporedbu ukupne razine šuma. Kao i kod prvih dvaju sekcija razina šuma je podjednaka do područja granične frekvencije. Na graničnoj frekvenciji i netom nakon nje bikvartna struktura posjeduje veći šum, a nakon nje, u dubljem području propuštanja karakteristika bikvartne strukture pada ispod karakteristike šuma kaskadne strukture. Gledajući efektivnu razinu napona šuma kroz cijeli promatrani frekvencijski pojas, danu izrazima (8.7) i (8.8), može se zaključiti da povratna veza bikvartne strukture nije značajno utjecala na smanjenje šuma ispod razine šuma kaskadne strukture, štoviše efektivna veličina napona šuma bikvartne strukture je  $0.384\mu V$  viša od efektivne veličine napona šuma kaskadne strukture.

$$U_{n,ef\_CBQ} = \sqrt{\int_{2\pi 400}^{2\pi 40000} V_{n\_CBQ}^2(\omega) d\omega} = 49.166\mu V \quad (8.7)$$

$$U_{n,ef\_CAS} = \sqrt{\int_{2\pi 400}^{2\pi 40000} V_{n\_CAS}^2(\omega) d\omega} = 48.782\mu V \quad (8.8)$$

## 9. DIZAJN TISKANE PLOČICE

Za dizajn tiskane pločice koristiti će se program KiCad, prvo je potrebno tražene elemente realizirati stvarnim standardnim otporima i kapacitetima iz skupine dozvoljene tolerancije 1%. Tu se unosi greška jer se rijetko postiže idealna situacija poklapanja proračunatih i standardnih (stvarnih) vrijednosti, no ta greška može biti minimizirana ako se pažljivim dizajnom, tj. kombinacijom paralelnih i serijskih spojeva maksimalno približi proračunatim vrijednostima.

### 9.1. Realizacija filtra stvarnim elementima

U nastavku će biti prikazana tablica koja prikazuje realizaciju proračunatih vrijednosti pomoću stvarnih elemenata kombinacijom paralelnih i serijskih spojeva. To znači da će broj elemenata biti veći nego što bi bio kada bi koristili idealne elemente. Cilj je minimizirati broj elemenata kako bi dizajn bio jednostavniji i cijena što manja, a postići minimalnu grešku odstupanja.

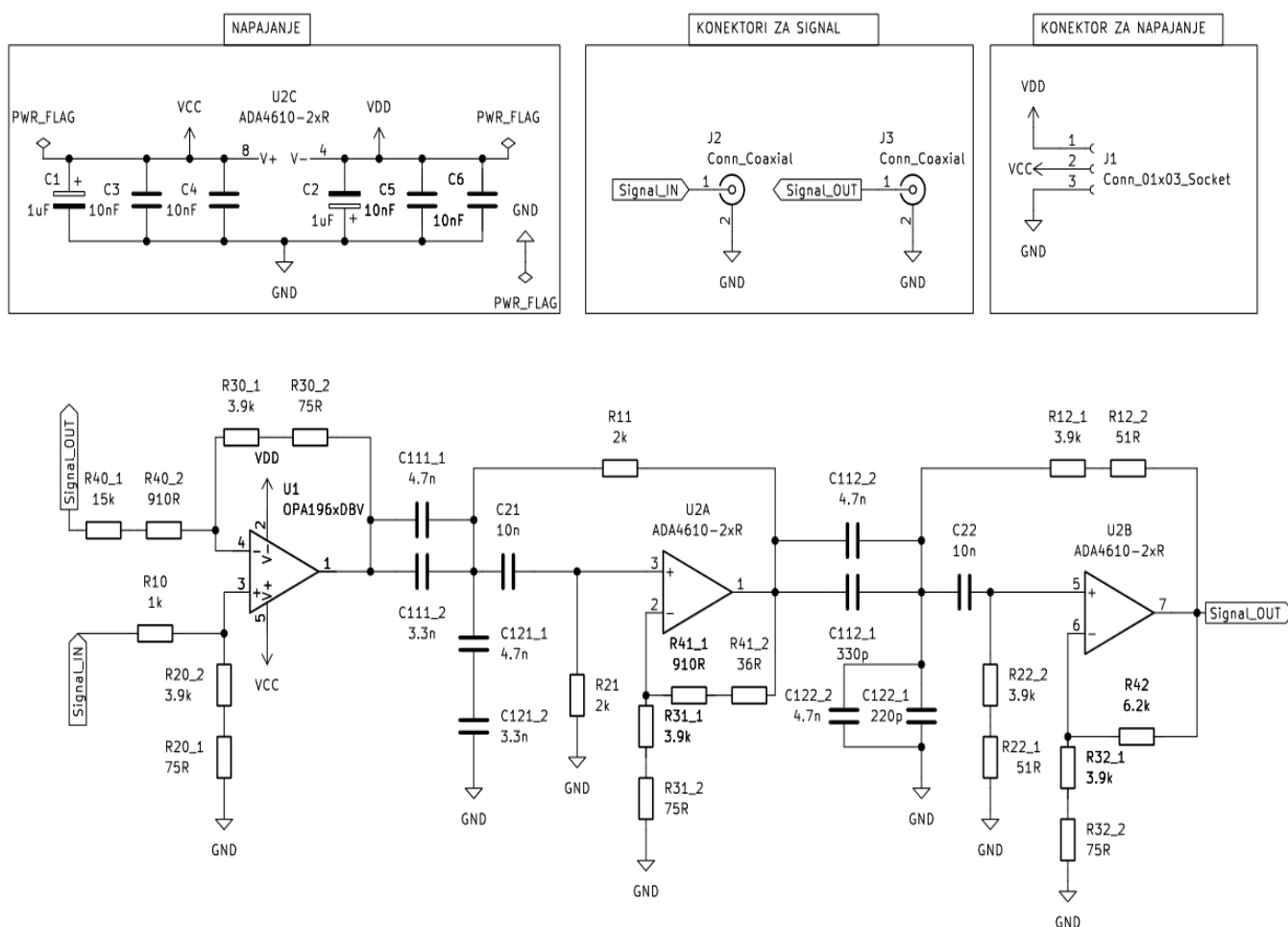
Tablica 9.1 Realizacija elemenata filtra

	1. sekcija	2. sekcija	1. sekcija realizacija	2. sekcija realizacija
<b>R1</b>	2000.6 $\Omega$	3949.08 $\Omega$	2k $\Omega$	3.9k $\Omega$ + 51 $\Omega$ = 3.951 k $\Omega$
<b>R2</b>	2000.6 $\Omega$	3949.08 $\Omega$	2k $\Omega$	3.92k $\Omega$ + 51 $\Omega$ = 3.951 k $\Omega$
<b>R3</b>	3978.9 $\Omega$	3978.9 $\Omega$	3.9k $\Omega$ + 75 $\Omega$ = 3.975k $\Omega$	3.9k $\Omega$ + 75 $\Omega$ = 3.975k $\Omega$
<b>R4</b>	945.98 $\Omega$	6187.92 $\Omega$	910 $\Omega$ + 36 $\Omega$ = 946 $\Omega$	6.2k $\Omega$
<b>C11</b>	8.0792nF	5.061nF	4.7nF    3.3nF = 8nF	4.7nF    330 pF = 5.03nF
<b>C12</b>	1.9208nF	4.939nF	4.7nF + 3.3nF = 1.938nF	4.7nF    220pF = 4.92nF
<b>C2</b>	10nF	10nF	10nF	10nF
	<b>Povratna veza</b>		<b>Realizacija povratne veze</b>	
<b>R10</b>	994.73 $\Omega$		1k $\Omega$	
<b>R20</b>	3978.9 $\Omega$		3.9k $\Omega$ + 75 $\Omega$ = 3.975k $\Omega$	
<b>R30</b>	3978.9 $\Omega$		3.9k $\Omega$ + 75 $\Omega$ = 3.975k $\Omega$	
<b>R40</b>	15915.6 $\Omega$		15k $\Omega$ + 910 $\Omega$ = 15.91k $\Omega$	

Nakon realizacije elemenata potrebno je nacrtati shemu u KiCad-u koja je prikazana u sljedećem poglavlju.

## 9.2. Tiskana pločica

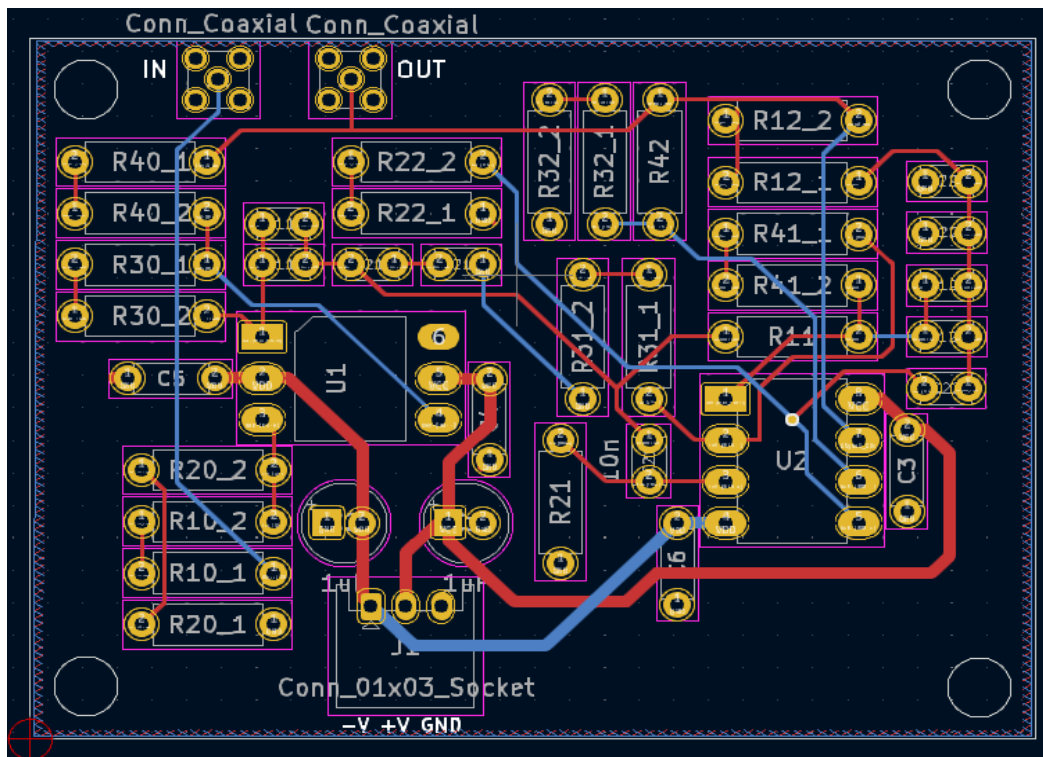
Prikazana je shema sa elementima realiziranim iz tablice 9.1. Dodatno se na shemi nalaze konektori za napajanje, konektori za koaksijalne kabele za ulaz i izlaz signala i po jedan elektrolitski kondenzator sa svaku stranu napajanja koji će služiti kao rezervoar električne energije i samim time stabilizirati napajanje. Također za svako kućište operacijskog pojačala predviđena su dva  $10nF$  keramička kondenzatora koji su na tiskanoj pločici postavljeni što bliže izvodima za napajanje kako bi dodatno eliminirali smetnje i osigurali stabilan rad pojačalima.



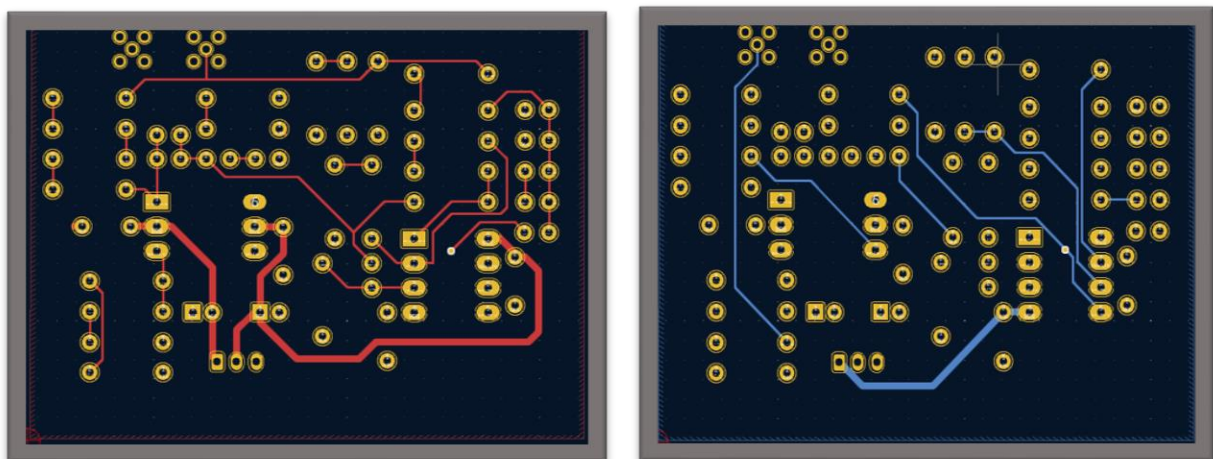
Slika 9.1 Shema VP filtra sa realnim elementima iz KiCad-a

U nastavku je potrebno voditi računa o smještaju komponenti. Zbog razloga što je u pitanju filter bilo je potrebno odvojiti sve signalne krugove od energetskih kako se na informaciju ne bi prenosile greške radi blizine energetskih vodova putem kapacitivnog i induktivnog djelovanja.

Preporučljivo je držati signalne vodove što kraće i ne raditi nagle kutove jer se prateći ta pravila umanjuju smetnje. Ako se putevi energetske i signalnih vodova presijecaju trebalo bi ih povlačiti okomito kako bi se izbjeglo induktivno djelovanje. Također, preporuka je izbjegavati petlje pogotovo u signalnim krugovima jer se na taj način isto mogu inducirati smetnje. Keramički  $10nF$  kondenzatori bi trebali biti što bliže izvodima pojačala da se osigura stabilno napajanje. U nastavku su dani: pregled na pločicu, pogledi na vodove sa gornje i donje strane pločice i 3D vizualizacija.

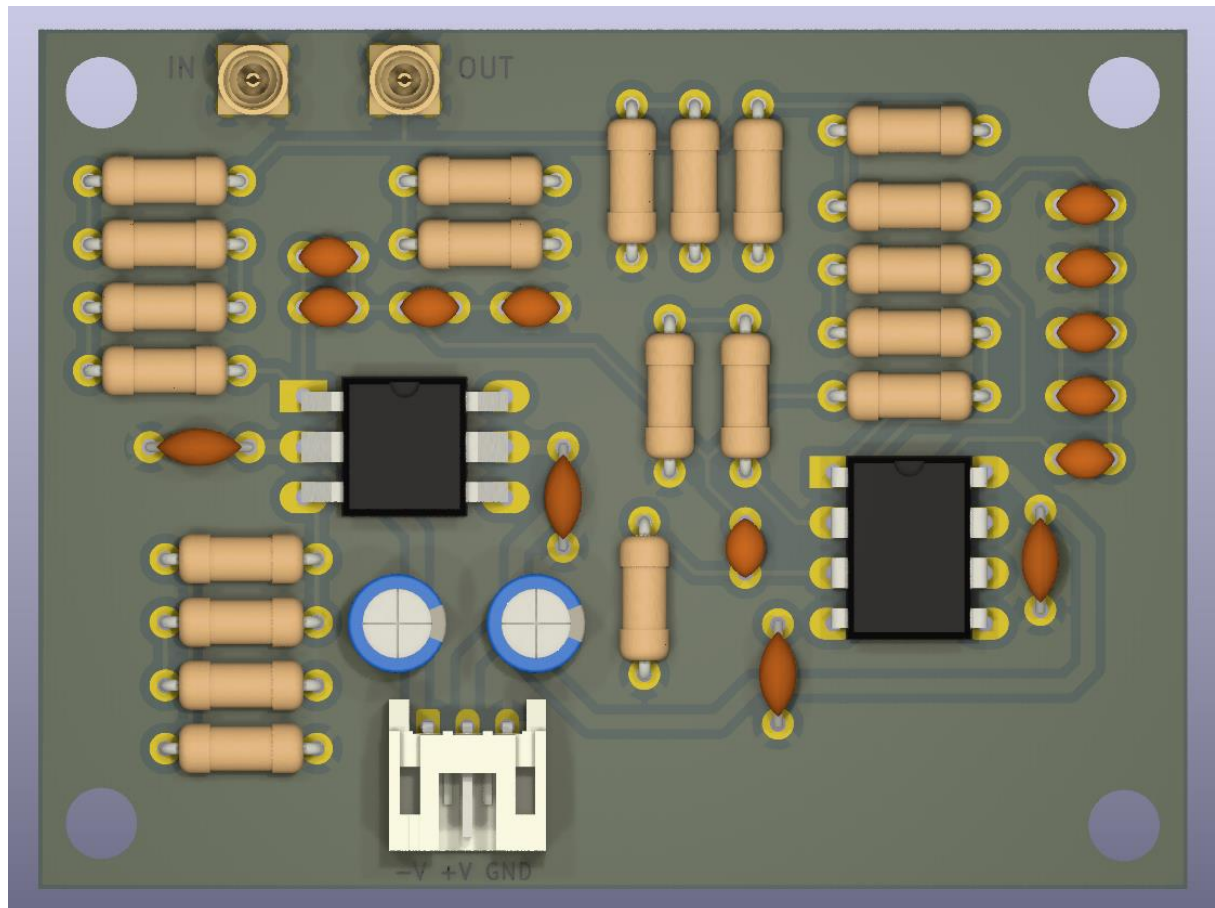


Slika 9.2 Pregled tiskane pločice sa footprintima i vodovima na oba sloja



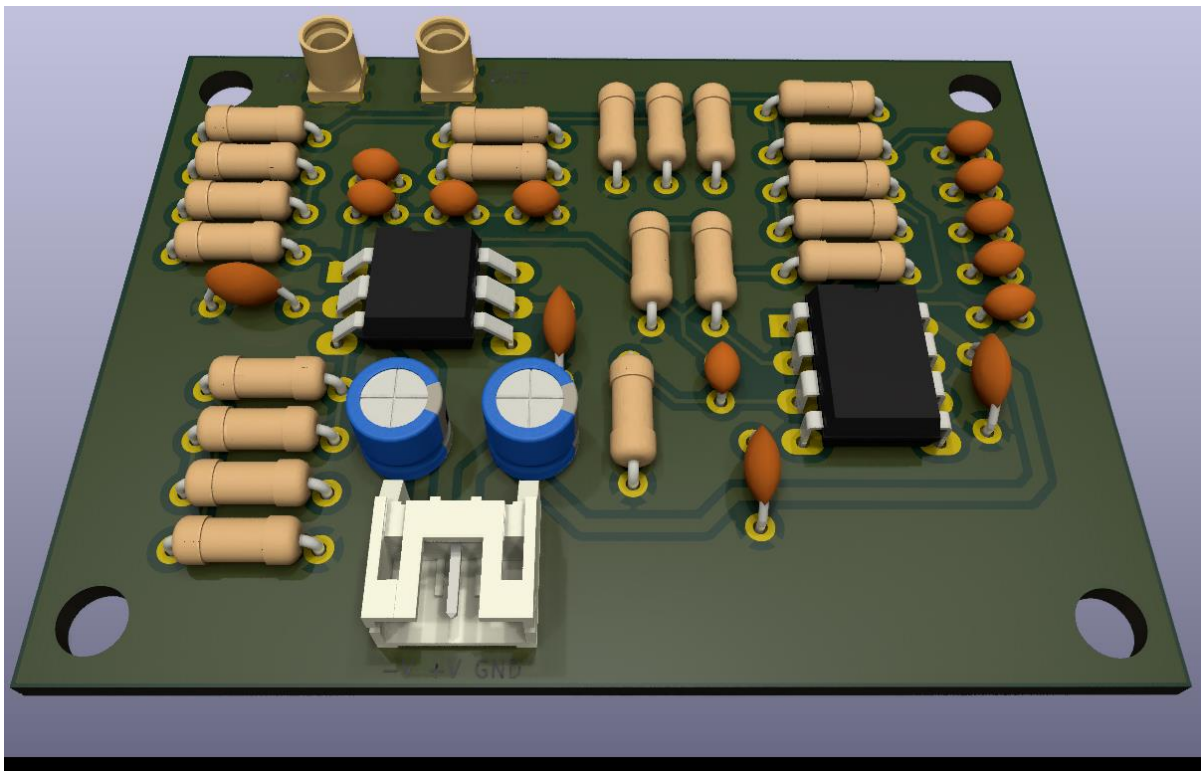
Slika 9.3 Pogled na vodove tiskane pločice, gornji sloj (lijevo) i donji sloj (desno)

Na prethodnim slikama su vidljivi energetske vodovi koji su širine 0.75mm, dok su signalni vodovi tanji i njihova širina iznosi 0.25mm. Na 3D prikazu u nastavku je vidljivo da je na oba sloja postavljena površina električki vezana na GND koja obuhvaća sve vodove i ponaša se kao Faraday-ev kavez koji oklopljuje signal od smetnji. Površina također služi kako bi se razni dijelovi kruga mogli lako povezati na GND. Također na pločici su predviđene rupe koje služe za fiksno montiranje pločice.

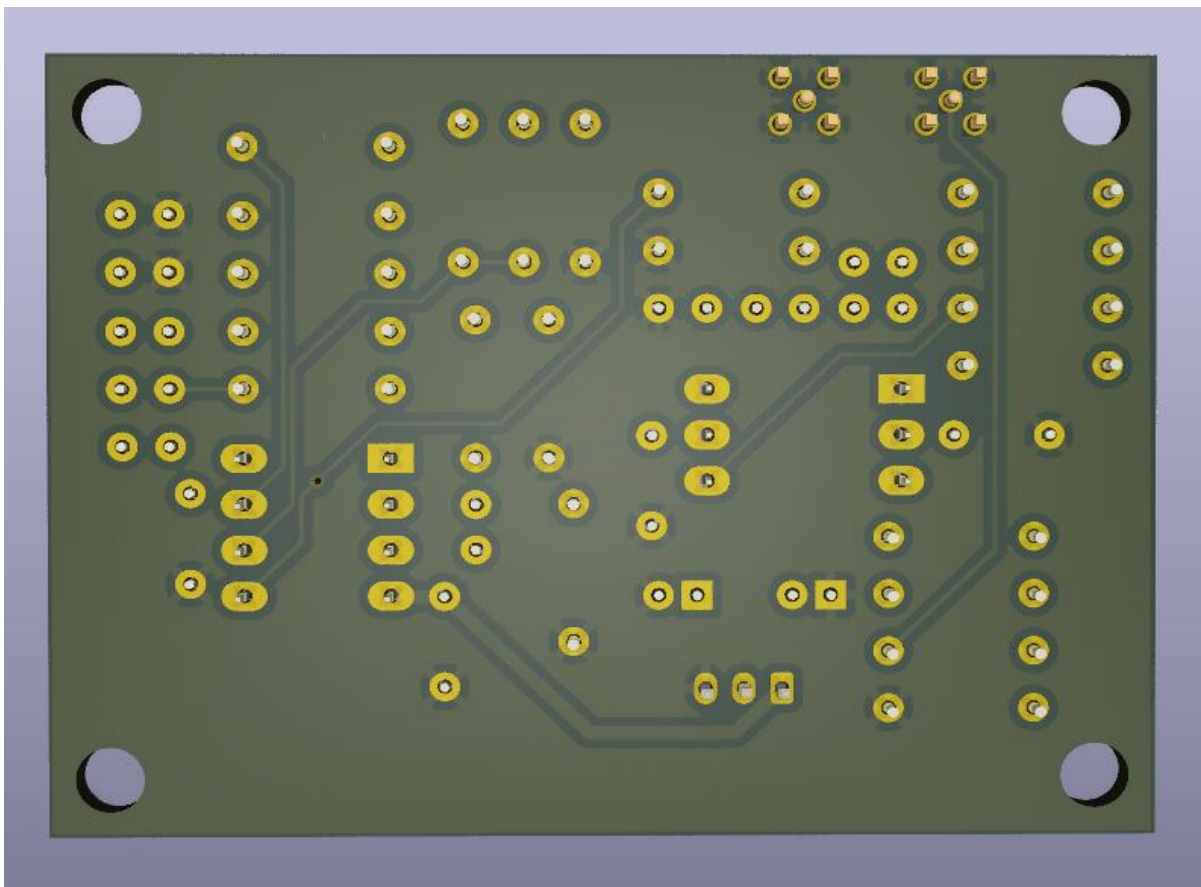


Slika 9.4 3D prikaz tiskane pločice-pregled gornjeg sloja





*Slika 9.5 prikaz tiskane pločice-pregled gornjeg sloja sa prednje strane*



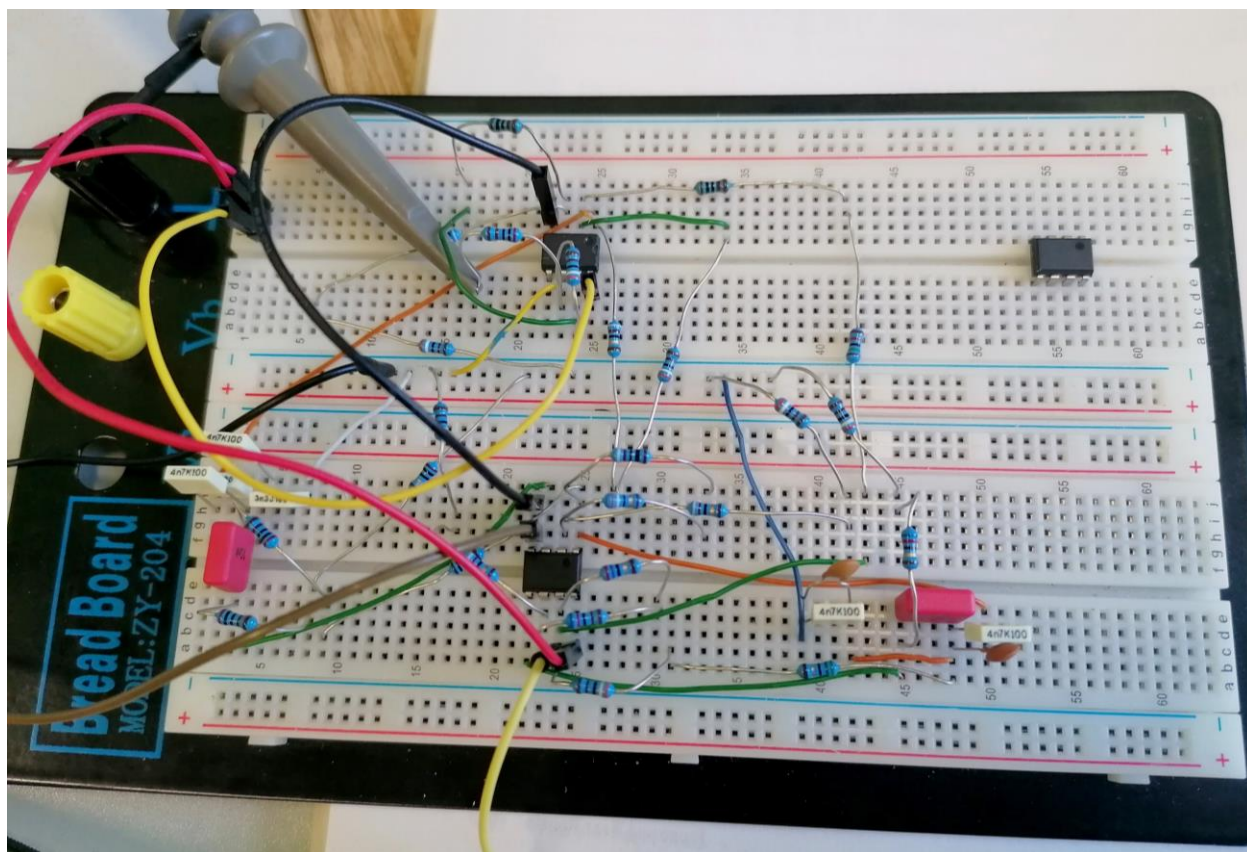
*Slika 9.6 3D prikaz tiskane pločice-pregled donjeg sloja*



## 10. LABORATORIJSKA MJERENJA

U prijašnjim poglavljima dobivene su idealne i realne (kombinacijom standardnih otpora i kapaciteta) vrijednosti za realizaciju VP filtra u bikvartnoj strukturi. U šestom poglavlju, korištenjem programa TINA-TI provedena je simulacija koja potvrđuje točnost proračuna elemenata filtra. U ovom poglavlju izrađen je prototip filtra (Slika 10.1) na ispitnoj pločici korištenjem otpornika i kondenzatora standardnih vrijednosti danih u Tablica 9.1.

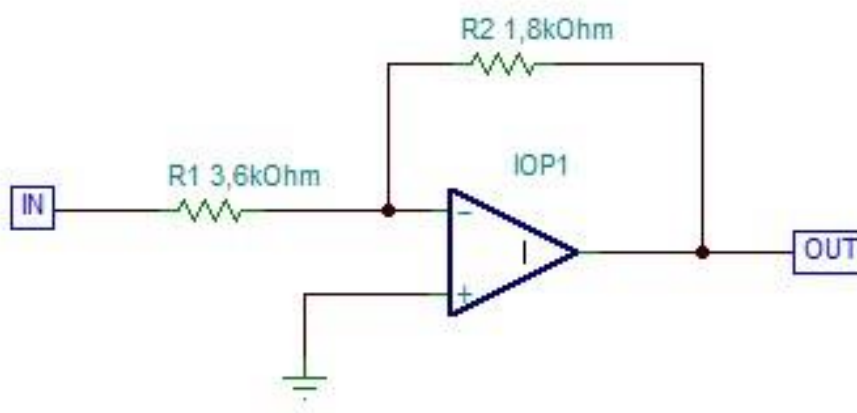
Laboratorijski model služi kako bi se dodatno potvrdila točnost proračuna elemenata, ali i kao prikaz nesavršenosti realnih slučajeva, kao na primjer: zaokruživanja vrijednosti elemenata, tolerancije, parazitnih kapaciteta i induktiviteta, ne idealnosti spojeva i smetnji.



Slika 10.1 Prototip filtra složen na ispitnoj pločici

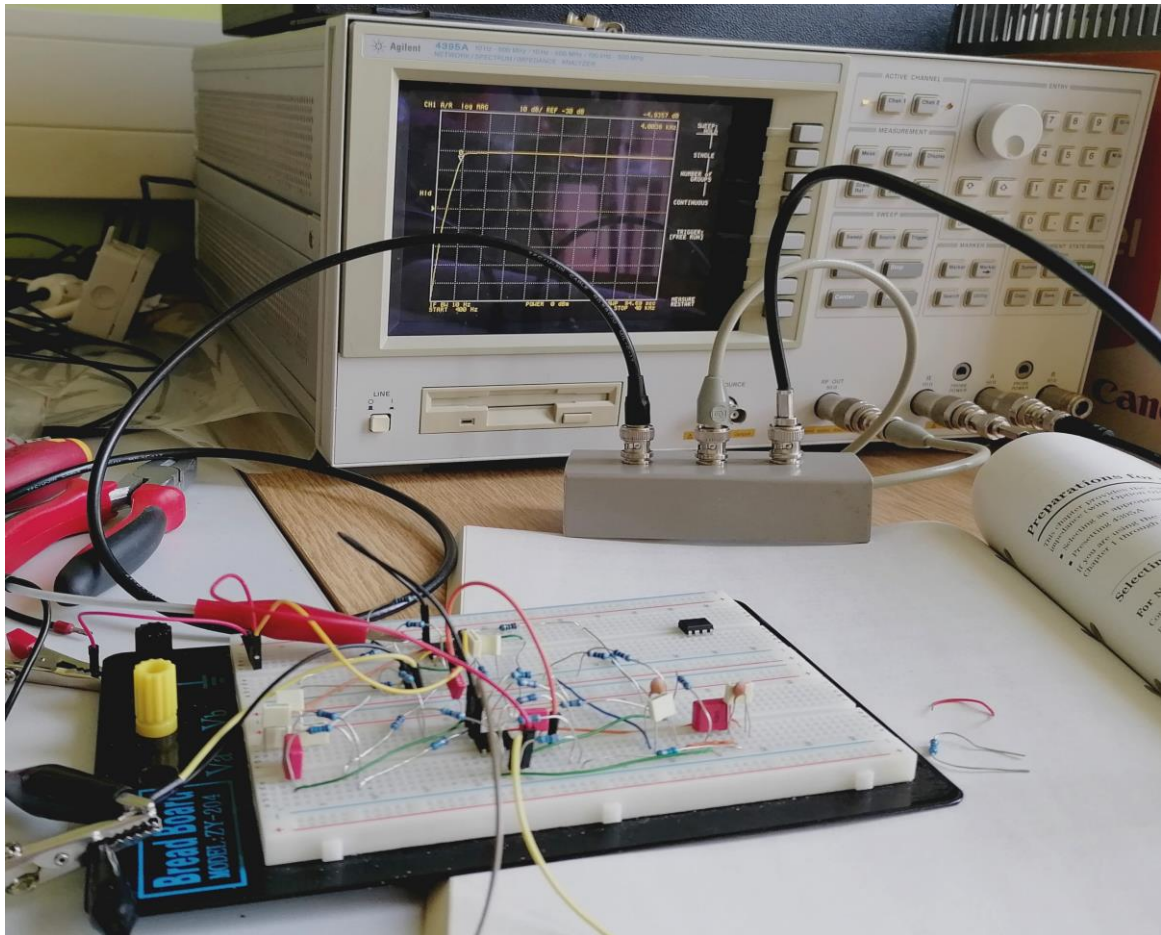
Za provjeru karakteristika filtra složenog na ispitnoj pločici korišten je mrežni analizator *Agilent 4395A*. Mjerene su: amplitudno frekvencijska, fazno frekvencijska i karakteristika grupnog kašnjenja. Operacijska pojačala korištena u spoju su *TL082 CP* proizvođača *Texas Instruments*. U integriranom krugu, koji je kućište sa 8 izvoda, nalaze se dva operacijska pojačala. Jedno kućište

korišteno je za realizaciju dvije sekcije filtra, dok je drugo korišteno za realizaciju povratne veze i prigušenje od  $-6dB$ . Prigušenje je bilo potrebno da bi se ispravila greška koja se unosi prilikom mjerenja mrežnim analizatorom. Do pogreške dolazi prilikom podjele signala razdjelnikom snage iz funkcijskog generatora, gdje se signal dijeli na način da polovica amplitude dolazi na ulaz filtra, a druga polovica na referentnu točku mrežnog analizatora. Stoga je bilo potrebno spustiti amplitudno frekvencijsku karakteristiku prilikom mjerenja za polovicu amplitude što u logaritamskom mjerilu odgovara  $-6dB$ . Realiziranje prigušenja ostvareno je invertirajućim spojem operacijskog pojačala prikazanog na slici 10.2.



Slika 10.2 Realizacija  $-6dB$  prigušenja u invertirajućem spoju

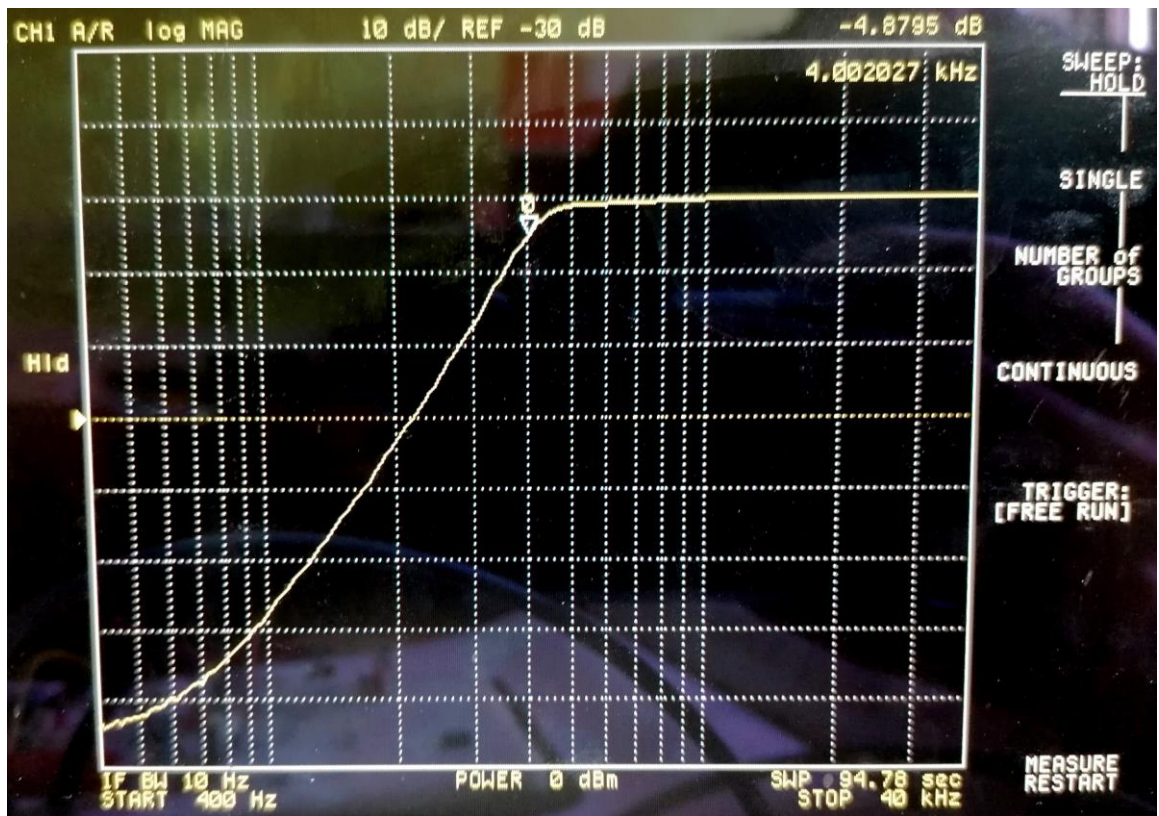
Operacijsko pojačalo koje služi za prigušenje korišteno je samo prilikom mjerenja amplitudno frekvencijske karakteristike. Prilikom mjerenja grupnog kašnjenja i fazno frekvencijske karakteristike je premošteno da ne unosi dodatni pomak u fazi. Na slici 10.3. prikazan je mjerni sklop.



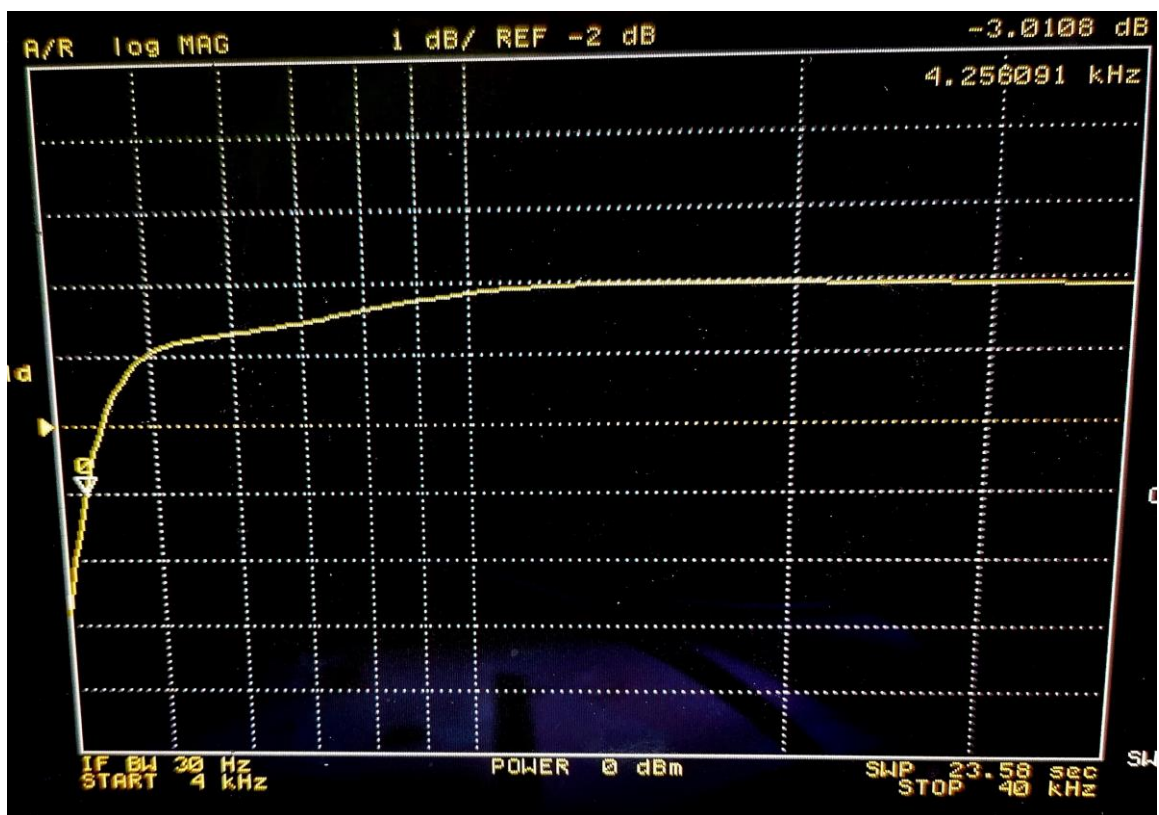
*Slika 10.3 Filtar spojen na mrežni analizator*

Nakon spajanja mrežnog analizatora na sklop preko razdjelnika snage prvo je izmjerena amplitudno frekvencijska karakteristika, nakon koje slijede fazno frekvencijska i karakteristika grupnog kašnjenja koje su dane u nastavku :

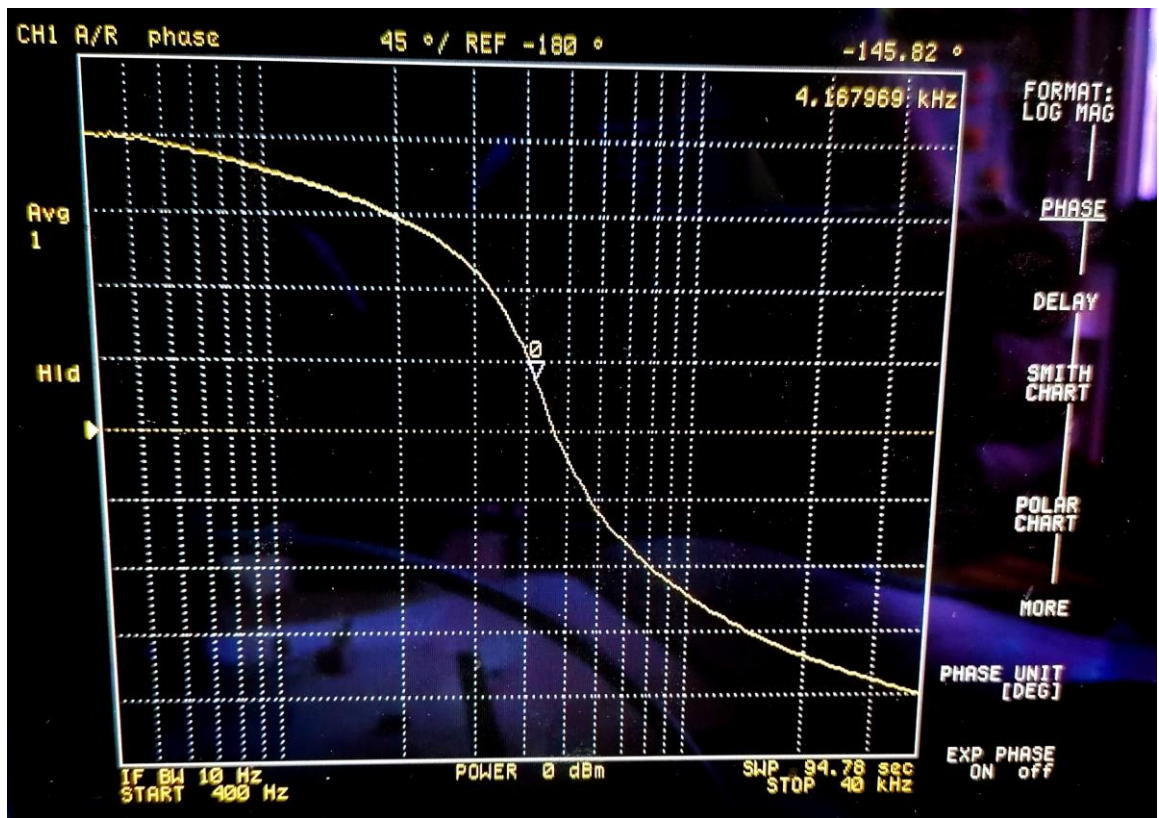




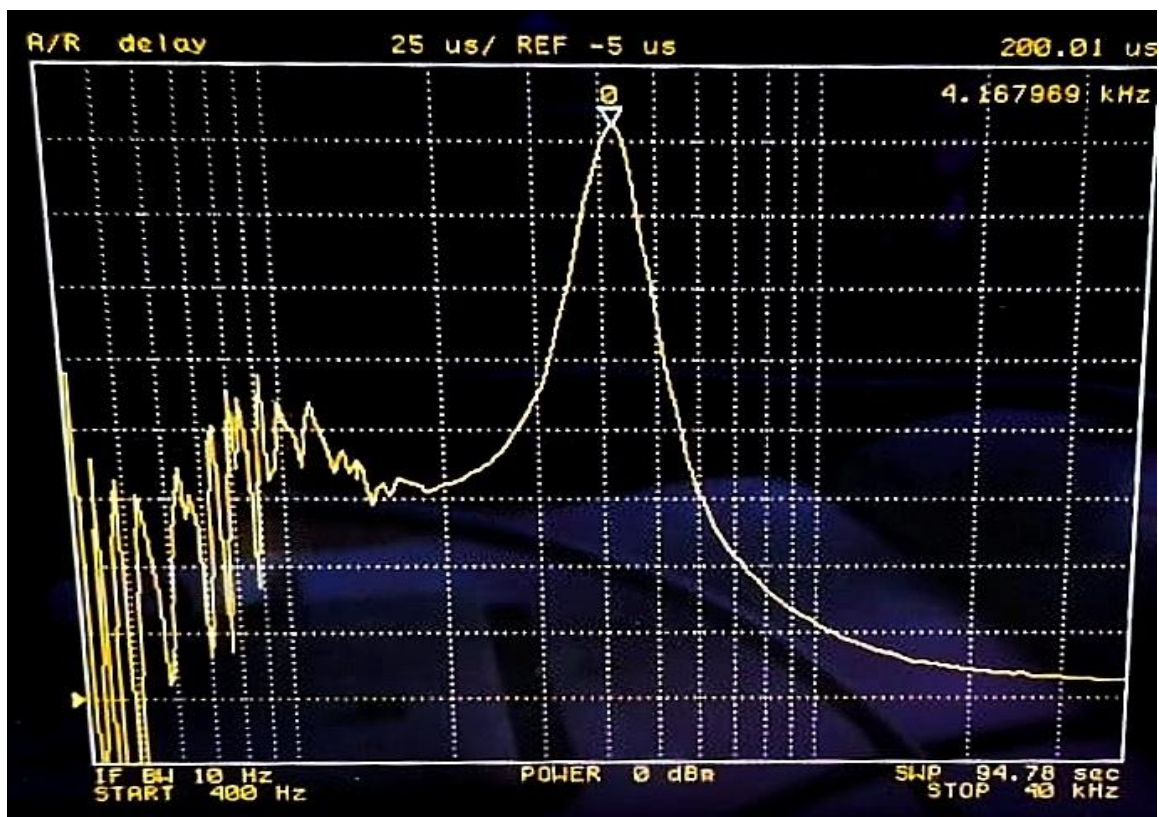
Slika 10.4 Amplitudno frekvencijska karakteristika na frekvencijskom pojasu  $f=[400\ 40000]$ Hz



Slika 10.5 Amplitudno frekvencijska karakteristika na frekvencijskom pojasu  $f=[4000\ 40000]$ Hz



Slika 10.6 Fazno frekvencijska karakteristika



Slika 10.7 Karakteristika grupnog kašnjenja



Slika 10.4 prikazuje amplitudno frekventijsku karakteristiku izmjerenu na frekventijskom pojasu  $f = [400\ 40000]Hz$  izmjerenu pomoću mrežnog analizatora. Na slici je vidljiv karakteristični odziv za visoko propusni filter četvrtog reda. Radi prethodno spomenutih ne idealnosti poput: zaokruživanja vrijednosti elemenata, tolerancije, parazitnih kapaciteta i induktiviteta, nesavršenosti spojeva i smetnji na graničnoj frekvenciji nije pojačanje od  $-3dB$  već  $-4.8795dB$ . Postoji jasno vidljivo područje gušenja signala i područje propuštanja signala gdje karakteristika doseže jedinično pojačanje, odnosno  $0dB$ . Slika 10.5 nudi bliži prikaz na frekventijskom pojasu  $f = [4000\ 40000]Hz$ . Vidljivo je da je granična frekvencija na kojoj je pojačanje  $-3dB$  pomaknuta na  $4.25kHz$ . Također, odmah nakon granične frekvencije, ulazeći u područje propuštanja vidljivo je izobličenje gdje bi usporedbom sa rezultatima iz LTSpice-a i MATLAB-a krivulja trebala dosežati jedinično pojačanje. Ulazeći u dublje područje propuštanja mjerena krivulja odgovara rezultatima dobivenim iz simulacija u prethodnim poglavljima.

Slika 10.6 prikazuje fazno frekventijsku karakteristiku izmjerenu na frekventijskom pojasu  $f = [400\ 40000]Hz$ . Krivulja prati teoretski dobivene rezultate tako da unosi fazni pomak od  $360^\circ$ , što je karakteristično za filter četvrtog reda. Zbog ne idealnosti elemenata i spojeva vidljiva su blaga izobličenja u krivulji pogotovo na početku frekventijskog pojasa gdje postoje skokovi u vrijednosti.

Slika 10.7 prikazuje karakteristiku grupnog vremena kašnjenja izmjerenu na frekventijskom pojasu  $f = [400\ 40000]Hz$ . Kako slijedi da je grupno vrijeme kašnjenja jednako negativnoj derivaciji fazno frekventijske karakteristike, postoje značajni skokovi mjerene krivulje na početku frekventijskog pojasa. Nakon smirivanja izobličenja fazno frekventijske karakteristike, krivulja grupnog kašnjenja također poprima oblik kakav je dobiven simulacijama u prethodnim poglavljima. Doseže svoj maksimum netom nakon granične frekvencije, točnije na  $4.168kHz$  gdje njena vrijednost iznosi  $200\mu s$ . Mjerena vrijednost maksimuma grupnog kašnjenja nešto je niža nego vrijednost dobivena u LTSpice-u i MATLAB-u gdje je maksimalno vrijeme grupnog kašnjenja iznosi  $225\mu s$ . Ulazeći dublje u područje propuštanja krivulja se kao i kod simulacijski dobivenih rezultata približava nultom kašnjenju.

Dobiveni rezultati pokazuju da je proračun filtra točan, no i da postoje odstupanja od idealnih karakteristika zbog zaokruživanja vrijednosti elemenata, parazitskih elemenata, nesavršenosti mjerenja i spojeva, tolerancije i smetnji. Ove ne idealnosti bi se mogle smanjiti kada bi se koristila tiskana pločica pažljivo dizajnirana da minimizira utjecaje parazitskih elemenata, gdje bi komponente bile zalemljene kako bi kvaliteta spojeva bila garantirana. Također, korištenjem otpornika manje tolerancije i točnijim zaokruživanjem vrijednosti elemenata približilo bi se dodatno idealnim karakteristikama dobivenim simulacijom.

## 11. ZAKLJUČAK

U radu je obrađen proračun šuma i osjetljivosti Chebyshevljevog VP filtra četvrtog reda u CBQ strukturi. Prikazan je postupak dobivanja prijenosne funkcije i parametara filtra za kaskadnu i bikvartnu strukturu. Vidljivo je da je proračun za bikvartnu strukturu složeniji i zahtjeva dodatne elemente. Izračunate su sve vremenske i frekvencijske karakteristike za normiranu i denormiranu prijenosnu funkciju kako bi se potvrdila točnost proračuna filtra. Identično je napravljeno za Besselovu aproksimaciju sa kojom se zatim uspoređivala Chebyshevljeva. Zaključeno je da Besselov filter linearnije faze, stoga i manje promjenjivog grupnog kašnjenja, dok je Chebyshevjev filter strmije amplitudne i fazno frekvencijske karakteristike što mu omogućuje veće prigušivanje signala na jednakim frekvencijama. Sa druge strane impulsni i skokovni odziv Besselovog filtra imaju manje amplitudno nadvišenje i brže vrijeme smirivanja.

Izvršen je proračun elemenata Chebyshevljevog VP filtra četvrtog reda za kaskadnu i bikvartnu strukturu. Proračun elemenata bikvartne strukture je bio složeniji jer je zahtijevao izračun vrijednosti otpornika u povratnoj vezi. Simulacijom u programskom alatu TINA TI se potvrđuje točnost proračuna elemenata.

Nakon što je izvršen proračun elemenata bilo je moguće provesti analizu osjetljivosti i šuma filtra. Uspoređivale su se kaskadna i bikvartna struktura kako bi se uočila razlika u osjetljivosti i šumu zbog povratne veze bikvartne strukture. Sa stajališta analize Schoefflerove osjetljivosti bikvartna struktura je pokazala neznatno veću osjetljivost oko granične frekvencije, koja je zatim ulaskom dublje u područje propuštanja opadala naspram kaskadne strukture. Osjetljivost bikvartne strukture je manja u području propuštanja, koje je bitno jer se tada signal samo prosljeđuje s ulaza na izlaz. Dakle, žrtvovanjem malog dijela područja oko granične frekvencije poboljšava se osjetljivost u cijelom području propuštanja.

Rezultati dobiveni Schoefflerovom analizom osjetljivosti potvrđeni su vizualnom reprezentacijom Monte Carlo analize. Dobivena je jednaka raspršenost amplitudno frekvencijskih karakteristika u području gušenja, nešto širi snop karakteristika bikvartne strukture oko granične frekvencije, koje su se zatim sužavale u području propuštanja naspram snopa karakteristika kaskadne strukture.

Analiza šuma nije pokazala veliku razliku korištenjem bikvartne strukture. Karakteristike su podjednake do područja granične frekvencije. Na graničnoj frekvenciji i netom nakon nje bikvartna struktura posjeduje veći šum, a ulaskom u dublje područje propuštanja karakteristika bikvartne strukture pada ispod karakteristike šuma kaskadne strukture. Govoreći o razlici u

području propuštanja, ona nije dovoljno znatna da bi se moglo tvrditi poboljšanje u razini šuma naspram kaskadne strukture. Izračunom efektivnih vrijednosti napona šuma na frekvencijskom pojasu  $f = [400\ 40000]\text{Hz}$ , bikvartna struktura pokazala je za  $0.384\mu\text{V}$  višu efektivnu vrijednost napona šuma nego kaskadna struktura.

Zaključno, treba uzeti u obzir da dobivenim poboljšanjem osjetljivosti u području propuštanja podižu se trošak, dimenzije i potrošnja energije filtra korištenjem bikvartne strukture. Također, pri realizaciji filtra, ako bi se htjela minimizirati promjena filtarskih karakteristika utjecajem osjetljivosti, posebno bi se trebala obratiti pozornost na otpornike  $R21$  i  $R22$ . Ovo vrijedi za obje sekcije jer je analiza osjetljivosti pokazala da ti otpornici najviše pridonose osjetljivosti zasebnih sekcija. Korištenjem nekih drugih struktura i metoda optimizacije kao npr. skaliranje impedancija postoji potencijal za dodatno sniženje osjetljivosti i šuma.



## Literatura

- [1] - Nino Stojković, Neven Mijat. "Skripta, analogna obrada signala", Zavod za elektrotehniku, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Rijeka, siječanj 2004.
- [2] - Zoran Šverko, Nino Stojković, Matija Stojković. "Analogna obrada signala: Priručnik za studente", Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Rijeka, 2021.
- [3] - Neven Mijat, Vladimir Čosić. "Two amplifier Biquartic BP active filter blocks with sallen and key sections", Elektrotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, zavod za elektronička mjerenja i sisteme. 38. međunarodni godišnji skup KoREMA. Zbornik radova KoREMA 38, 1. svezak, 1993.
- [4] - Even Živić, Nino Stojković, Saša Sladić. "Sensitivity optimization method for 4th order CBQ structure LP filter", Technical Department, Tehnomont Shipyard Pula Ltd., Fižela 6, Pula, Croatia.
- [5] - Zoran Šverko, Nino Stojković, Saša Vlahinić, Ivan Markovinović. "Noise and sensitivity comparison for different BP filter designs", *Automatika*, 62:3-4, 319-330, DOI:10.1080/00051144.2021.1949532. 2021.
- [6] - Moschytz, George. "Low-Noise Active-RC Low-, High- and Band-Pass Allpole Filters Using Impedance Tapering." 2000 10th Mediterranean Electrotechnical Conference. Information Technology and Electrotechnology for the Mediterranean Countries. Proceedings. MeleCon 2000 (Cat. No.00CH37099), 2000.
- [7] - D. Jurišić, "Active RC Filter Design Using Impedance Tapering", Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 2002. Dostupno na: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:168:273907>

## Sažetak i ključne riječi

U ovom radu obrađen je proračun osjetljivosti i šuma Chebyshevog visoko propusnog filtra četvrtog reda u kaskadnoj i bikvartnoj strukturi. Započeto je sa prijenosnim funkcijama nisko propusnih prototipa za Chebyshevljevu i Besselovu aproksimaciju. Izvršeno je denormiranje na 4kHz te su prikazane vremenske i frekvencijske karakteristike obje aproksimacije koje su zatim detaljno uspoređene. Nakon toga je vršen proračun elemenata filtra kaskadne i bikvartne strukture Chebyshevog visoko propusnog filtra četvrtog reda. Sa izračunatim vrijednostima elemenata provedena je analiza Schoefflerove i Monte Carlo osjetljivosti i spektralne gustoće napona šuma. Analiza osjetljivosti i spektralne gustoće napona šuma izračunata je za kaskadnu i bikvartnu strukturu. Dobiveni rezultati su zatim uspoređeni kako bi se utvrdio utjecaj i potencijalno poboljšanje u razini osjetljivosti i šuma korištenjem povratne veze bikvartne strukture. Posljednje, dani su realni elementi filtra i dizajnirana je tiskana pločica Chebyshevljevog visoko propusnog filtra četvrtog reda u bikvartnoj strukturi.

**Ključne riječi:** bikvartna struktura, kaskada bikvarta, kaskadna struktura, analogni filtri, Monte Carlo analiza, Schoefflerova osjetljivost, frekvencijski odziv, vremenski odziv, KiCad, Bodeov dijagram, Matlab, LTSpice, tiskana pločica, PCB, šum, osjetljivost, realizacija filtra, aktivni filtri, Chebyshevljeva aproksimacija, Besselova aproksimacija.

## Summary and keywords

This paper addresses the sensitivity and noise calculation of a fourth-order Chebyshev high-pass filter in both cascade and biquadratic structures. The work begins with the transfer functions of low-pass prototypes for Chebyshev and Bessel approximations. A denormalisation to 4kHz was performed, and the time and frequency characteristics of both approximations were presented and thoroughly compared. Following this, the elements of the filter in the cascade and biquartic structures of the fourth-order Chebyshev high-pass filter were calculated. With the calculated element values, a Schoeffler and Monte Carlo sensitivity analysis, as well as a spectral noise voltage density analysis, were conducted. The sensitivity and spectral noise voltage density were calculated for both the cascade and biquadratic structures. The obtained results were then compared to determine the impact and potential improvement in sensitivity and noise levels by using the feedback of the biquartic structure. Finally, the real elements of the filter were provided, and a printed circuit board for the fourth-order Chebyshev high-pass filter in the biquadratic structure was designed.

**Keywords:** biquartic structure, cascade of biquarts, cascade structure, analog filters, Monte Carlo analysis, Schoeffler sensitivity, frequency response, time response, KiCad, Bode diagram, Matlab, LTSpice, printed circuit board, PCB, noise, sensitivity, filter implementation, active filters, Chebyshev approximation, Bessel approximation.

## Prilog 1. Tablice aproksimacija

Tablica 1. Parametri polova prijenosnih funkcija filtara s aproksimacijom po Chebyshevu i valovitošću 0.2dB uz normiranu graničnu frekvenciju  $\omega_{-3dB} = 1[1]$

n	Re	Im	Q <sub>p</sub>	$\omega_p$	Faktori nazivnika
1	-1.0	0.0	-	1.0	s+1.0
2	-0.57550	±0.713841	0.796642	0.916935	s <sup>2</sup> +1.1510s+0.840769
3	-0.634719	0.0	-	0.634719	s+0.634719
	-0.317360	±0.870318	1.459503	0.926375	s <sup>2</sup> +0.634719s+0.858171
4	-0.469359	±0.383823	0.645897	0.606315	s <sup>2</sup> +0.938718s+0.367618
	-0.194415	±0.926630	2.435013	0.946805	s <sup>2</sup> +0.388830s+0.896440
5	-0.419787	0.0	-	0.419787	s+0.419787
	-0.339615	±0.588942	1.000908	0.679846	s <sup>2</sup> +0.679230s+0.462191
	-0.129721	±0.952928	3.706859	0.961717	s <sup>2</sup> +0.259443s+0.92490
6	-0.344120	±0.259179	0.625951	0.430804	s <sup>2</sup> +0.688240s+0.185592
	-0.251913	±0.708091	1.491719	0.751567	s <sup>2</sup> +0.503826s+0.564853
	-0.092207	±0.967270	5.268902	0.971655	s <sup>2</sup> +0.184413s+0.944114
7	-0.308814	0.0	-	0.308814	s+0.308814
	-0.278231	±0.434333	0.926940	0.515808	s <sup>2</sup> +0.556463s+0.265057
	-0.192542	±0.782640	0.805977	0.805977	s <sup>2</sup> +0.385084s+0.649598
	-0.068717	±0.975936	0.978353	0.978353	s <sup>2</sup> +0.137435s+0.957174
8	-0.266985	±0.195246	0.619435	0.330760	s <sup>2</sup> +0.533970s+0.109402
	-0.226339	±0.556013	1.326146	0.600317	s <sup>2</sup> +0.452678s+0.360380
	-0.151235	±0.832133	2.796197	0.845764	s <sup>2</sup> +0.302470s+0.715317
	-0.053107	±0.981568	9.255005	0.983003	s <sup>2</sup> +0.106213s+0.966296
9	-0.243209	0.0	-	0.243209	s+0.243209
	-0.228542	±0.342237	0.900340	0.411530	s <sup>2</sup> +0.457083s+0.169357
	-0.186309	±0.643195	1.797109	0.669635	s <sup>2</sup> +0.372618s+0.448411
	-0.121604	±0.866574	3.597996	0.875065	s <sup>2</sup> +0.243209s+0.765738
	-0.042233	±0.985432	11.677377	0.986336	s <sup>2</sup> +0.084466s+0.972859
10	-0.216990	±0.156515	0.616497	0.267547	s <sup>2</sup> +0.433980s+0.071582
	-0.195749	±0.454224	1.263372	0.494609	s <sup>2</sup> +0.391499s+0.244638
	-0.155348	±0.707471	2.331307	0.724326	s <sup>2</sup> +0.310695s+0.524648
	-0.099739	±0.891466	4.496862	0.897028	s <sup>2</sup> +0.199479s+0.804659
	-0.034368	±0.988197	14.385470	0.988795	s <sup>2</sup> +0.068736s+0.977715

Tablica 2. Parametri polova prijenosnih funkcija filtera s aproksimacijom po Besselu uz normiranu graničnu frekvenciju  $\omega_{-3dB} = 1[1]$

n	Re	Im	$Q_p$	$\omega_p$	Faktori nazivnika
1	-1	0	-	1.0	$s+1.0$
2	-1.1016013	$\pm 0.6360098$	0.57735027	1.2720196	$s^2+2.203203s+1.618034$
3	-1.3226758	0	-	1.322676	$s+1.322676$
	-1.0474091	$\pm 0.9992645$	0.69104667	1.4476171	$s^2+2.094818s+2.095595$
4	-1.3700679	$\pm 0.4102497$	0.52193458	1.4301716	$s^2+2.740136s+2.045391$
	-0.9952088	$\pm 1.2571058$	0.80553829	1.6033576	$s^2+1.990418s+2.570756$
5	-1.502316	0	-	1.502316	$s+1.502316$
	-1.3808774	$\pm 0.7179096$	0.56353562	1.5563472	$s^2+2.761755s+2.422217$
	-0.9576766	$\pm 1.4711244$	0.91647737	1.7553779	$s^2+1.915353s+3.081351$
6	-1.5714904	$\pm 0.3208964$	0.51031782	1.6039191	$s^2+3.142981s+2.572557$
	-1.3818581	$\pm 0.9714719$	0.61119455	1.6891683	$s^2+2.763716s+2.853289$
	-0.9306565	$\pm 1.6618633$	1.02331399	1.9047076	$s^2+1.861313s+3.627911$
7	-1.6843682	0	-	1.684368	$s+1.684368$
	-1.6120388	$\pm 0.5892445$	0.53235570	1.7163561	$s^2+3.224078s+2.945878$
	-1.3789032	$\pm 1.1915667$	0.66082137	1.8224174	$s^2+2.757806s+3.321205$
	-0.9098687	$\pm 1.8364514$	1.12625665	2.0494914	$s^2+1.819737s+4.200415$
8	-1.7574108	$\pm 0.2728679$	0.50599107	1.7784683	$s^2+3.514822s+3.162950$
	-1.6369417	$\pm 0.8227968$	0.55960917	1.8320952	$s^2+3.273883s+3.356573$
	-1.3738434	$\pm 1.3883585$	0.71085200	1.9531987	$s^2+2.747687s+3.814985$
	-0.892871	$\pm 1.9983286$	1.22566937	2.1887293	$s^2+1.785742s+4.790536$
9	-1.8566012	0	-	1.856601	$s+1.856601$
	-1.8071712	$\pm 0.5123839$	0.51970862	1.8784049	$s^2+3.614342s+3.528405$
	-1.6523971	$\pm 1.0313901$	0.58940612	1.9478659	$s^2+3.304794s+3.794182$
	-1.3675888	$\pm 1.5677343$	0.76061101	2.0804062	$s^2+2.735178s+4.328090$
	-0.8783996	$\pm 2.1498013$	1.32191158	2.3223332	$s^2+1.756799s+5.393231$
10	-1.9276104	$\pm 0.2416223$	0.50391273	1.9426948	$s^2+3.855221s+3.774063$
	-1.8421876	$\pm 0.7272542$	0.53755215	1.9805438	$s^2+3.684375s+3.922554$
	-1.6618022	$\pm 1.2210943$	0.62047015	2.0621973	$s^2+3.323604s+4.252658$
	-1.3606857	$\pm 1.7334974$	0.80979098	2.203742	$s^2+2.721371s+4.856479$
	-0.8657527	$\pm 2.2925938$	1.41530892	2.450615	$s^2+1.731505s+6.005514$